

Лекция 1

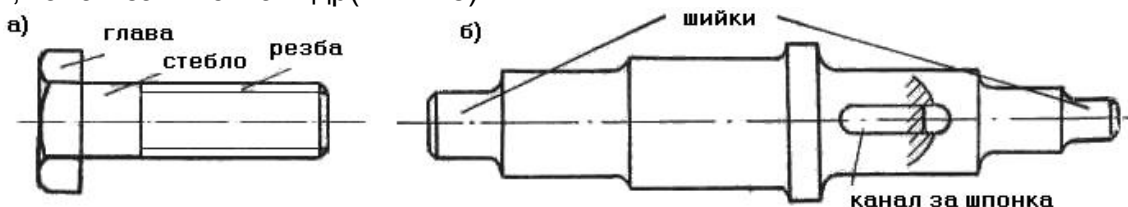
Машинни елементи

1. Основни понятия

Детайлите, възлите и групите, които изпълняват най-елементарни функции в машините се наричат с общото понятие **машинни елементи**. Те могат да имат специално или общо предназначение. Последните в зависимост от степента на задълбоченото им изучаване са предмет на дисциплините **МАШИНОЗНАНИЕ** и **МАШИННИ ЕЛЕМЕНТИ**.

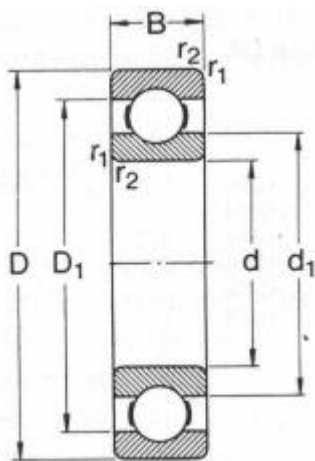
Машинните елементи със специално предназначение се срещат в отделни машини. Така например, лемежът се среща в земеделските машини, буталото - в двигателите с вътрешно горене, шпинделът – в металорежещите машини. Изчисляването на тази група машинни елементи изисква познаване на технологичните процеси, протичащи при работа на тези машини, което е предмет на специалните дисциплини.

Детайлът е елементарна машинна част, която се изработва без използване на операцията сглобяване. Онези част от детайла, която има строго определено предназначение се нарича **елемент на детайла**. Например: винтът има глава, стебло и резба (Фиг.1.а); валът има шийки, канал за шпонка и др (Фиг.1.б).



Фиг.1. Елементи на винт и вал

Възелът е разглобяема или неразглобяема съвкупност от детайли. Те могат да са прости (търкалящ лагер (Фиг.2), палцов съединител и др.) или сложни, представляващи самостоятелно изградена сборна единица (центробежен съединител) или да включват и прости възли. Например: редуторът като възел включва и простия възел търкалящ лагер (няколко броя).



Фиг.2. Прост възел

Групата е съвкупност от детайли обединени по функционален признак. Тя е основна съставка на машините. Например: машината има задвижваща група, която включва: електродвигател, ремъчна (верижна) предавка, редутор.

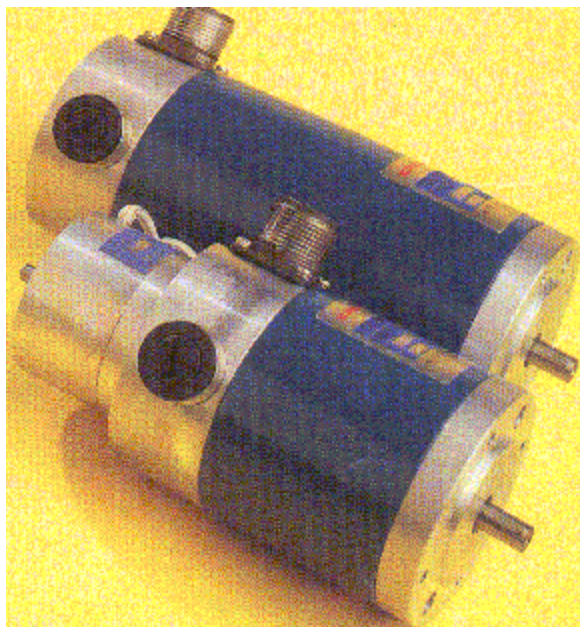
Машината е механизъм или свързани механизми предназначени да превръщат енергия от един вид в друг или да извършват полезна работа. Първите се наричат двигателни (електродвигател (Фиг.3), ДВГ, хидродвигатели, пневмодвигатели и др.), а вторите се наричат работни машини (Фиг.4).

Механизмите са съчетания от подвижни и неподвижни детайли, които имат напълно определени целесъобразни движения.

Машинните елементи, ако се класифицират по признак **предназначение**, могат да се представят в три основни групи:

- Съединения;
- Елементи на въртеливото движение;
- Елементи на предавките.

2. Критерии за работоспособност и изчисляване



Фиг.3. Постояннотокови електродвигатели

Качеството на дадена конструкция се оценява по нейната работоспособност и икономичност.

Работоспособността се характеризира със способността на машинните елементи да изпълняват определени функции в зададен срок без разрушаване или извън планов ремонт.

Икономичността е показател, който се определя по разходите за материали, производство и експлоатация на изделието.

За машините и машинните елементи критерият за работоспособност може да е един или повече. Определящи са: якост, неподатливост, износоустойчивост, виброустойчивост, топлоустойчивост. Всяка машина или детайл не е необходимо да отговаря на всеки от тях. Най-често един е съществен (определящ) и по него се извършват изчисленията. В случай, че няма ясно изявен критерий, прави се изследване и от няколко предполагаеми се избират най-малко два за изчисляване и вземане на конкретно решение.

Освен на основните критерии, определящи работоспособността на машините, последните трябва да отговарят и на допълнителни, които в някои случаи могат да се окажат решаващи. Например: ниско ниво на шум, висок КПД, безопасна работа, леко обслужване, подобрен външен вид и др.



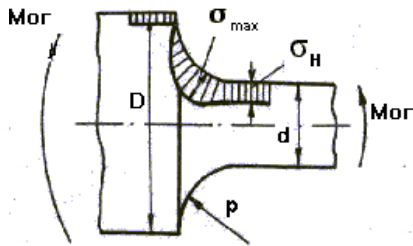
Фиг.4. Машина за окачествяване на платове

3. Якост на машинните елементи. Обемна якост.

Под якост на машинните елементи се разбира способността им да се съпротивляват срещу разрушаване. Разрушаването може да е обемно или повърхностно. Скъсването на винт

или вал е обемно разрушаване. Износването на лагерите, зъбите на зъбните колела е повърхностно разрушаване.

Якостта на машинните елементи е по-малка от якостта на материалите, от които се изработват. Върху якостта на машинните елементи влияят много фактори. Един от тях е **формата**. Тя най-често е сложна. Промяната на формата предизвиква локално повишаване, концентрация на напреженията. По дисц. Съпротивление на материалите при използване на принципа на Сен Венан са изведени формули за напреженията, които са валидни за гладки образци. Тези напрежения е възприето да се наричат **номинални**. За изясняване на влиянието на формата върху напрежнатото състояние е разгледана част от вал с преход от диаметър d на диаметър D (фиг.5).



Фиг.5. Разпределение на напреженията в зоната на концентратора

В сечението с диаметър d номиналните напрежения от огъване се определят с известната зависимост:

$$\sigma_H = \frac{M_{ог}}{W_{ог}} \approx \frac{M_{ог}}{0,1 \cdot d^3}$$

В мястото на прехода действа по-голямо напрежение σ_{max} . Теоретичният коефициент на концентрация на напреженията в

прехода α_σ се представя с израза: $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_H}$.

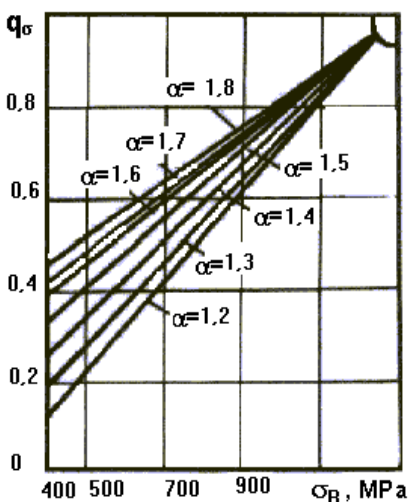
Той се нарича теоретичен, тъй като определянето му се извършва за хомогенни и идеално еластични материали, за които е валиден закона на Хук. Това става по аналитичен или експериментален път. Аналитичното определяне изисква сложен математически апарат. За експерименталното определяне се използва образец изработен от материал, за който закона на Хук е в сила до границата на разрушаване (такъв материал е гипса). При достигане на $\sigma_{max} = \sigma_B$ в зоната на концентратора се появяват пукнатини. При известно напречно сечение на пробата по формулите от съпротивление на материалите се определят номиналните напрежения σ_H . В (2) се заместват съответните напрежения и се изчислява теоретичния коефициент на концентрация. Той показва колко пъти се е повишила якостта на детайла в мястото на концентратора.

Действителната якост на детайла зависи и от свойствата на материала, от който е изработен. Ако действителните максимални напрежения в мястото на концентратора са σ_{dmax} , то действителния коефициент на концентрация K_σ се представя с израза:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{dmax}}{\sigma_H}$$

При пластичните материали действителните максимални напрежения са по-малки от теоретичните поради наличието на ефекта **изглаждане на напреженията**. За отчитане на този ефект се въвежда коефициент на чувствителност на материала към концентрации q_σ , който се представя с израза:

$$q_\sigma = \frac{\sigma_{dmax} - \sigma_H}{\sigma_{max} - \sigma_H} = \frac{K_\sigma - 1}{\alpha_\sigma - 1}$$



Фиг.6. Коефициент на чувствителност на материала към концентрация на напреженията

Числителят представлява действителния, а знаменателят - теоретичния прираст на напреженията в мястото на концентрация. При известни α_σ и q_σ (Фиг.6.) може да се определи действителния коефициент на концентрация по израза:

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma \cdot (\alpha_\sigma - 1)$$

Стоманите с повишено съдържание на въглерод са по-чувствителни към концентрации на напрежения и при тях q_σ клони към 1, а при ниско съдържание – към нула. За чугуните $q_\sigma = 0$. Графитните частици играят роля на микроконцентратори и “претъпяват” чувствителността на материала към макроконцентраторите, каквито се явяват измененията на формата на детайлите.

4. Обемна якост при постоянни напрежения

При постоянни напрежения и деформация на опън, предизвикана от външно натоварване условието за якост е:

$$\sigma_{\text{дmax}} \leq [\sigma_{\text{H}}]$$

Действителните максимални напрежения могат да се представят с израза:

$$\sigma_{\text{дmax}} \leq K_\sigma \cdot \sigma_{\text{H}}$$

За ниско въглеродни стомани и чугун $K_\sigma = 1$. Следователно: $\sigma_{\text{дmax}} = \sigma_{\text{H}}$.

Допустимите напрежения се определят от израза:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{гр}}}{[s]},$$

където $[s]$ е допустимият коефициент на сигурност;

$\sigma_{\text{гр}}$ – граничното напрежение, при което детайлът престава да изпълнява своите функции в резултат на разрушаване или недопустими пластични деформации. За пластични материали (стомани) $\sigma_{\text{гр}} = \sigma_{\text{s}}$, а за крехки (чугун) $\sigma_{\text{гр}} = \sigma_{\text{B}}$.

За материали подложени на срязване или усукване т. е. когато напреженията са тангенциални, са в сила същите разсъждения и формули както при нормални напрежения:

$$\tau_{\text{дmax}} \leq [\tau_{\text{H}}]; \quad [\tau] = \frac{\tau_{\text{гр}}}{[s]}; \quad \tau_{\text{гр}} = \tau_{\text{s}}; \quad \tau_{\text{гр}} = \tau_{\text{B}}.$$

За детайли подложени на сложно напрегнато състояние т. е. деформациите са предизвикани от нормални и тангенциални напрежения, условието за якост е:

$$\sigma_{\text{екв}} \leq [\sigma_{\text{H}}],$$

където $\sigma_{\text{екв}}$ е еквивалентното напрежение, изчислено по една от якостните теории: за крехки материали - по II, а за пластични материали по III или IV теории.

От (7) може да се определи допустимия коефициент на сигурност $[s]$:

$$[s] = \frac{\sigma_{\text{гр}}}{[\sigma]}.$$

По аналогия могат да се въведат понятията номинален s_{H} и действителен $s_{\text{д}}$ коефициенти на сигурност.

$$s_{\text{H}} = \frac{\sigma_{\text{гр}}}{\sigma_{\text{H}}}; \quad s_{\text{д}} = \frac{\sigma_{\text{гр}}}{\sigma_{\text{дmax}}}.$$

Тъй като :

$$[\sigma_{\text{H}}] \geq \sigma_{\text{дmax}} \geq \sigma_{\text{H}},$$

то може да се напиши и неравенството:

$$[s] \leq s_{\text{д}} \leq s_{\text{H}}.$$

Изложеният метод за изчисляване на статическа якост е познат в литературата като **метод на допустимите напрежения**.

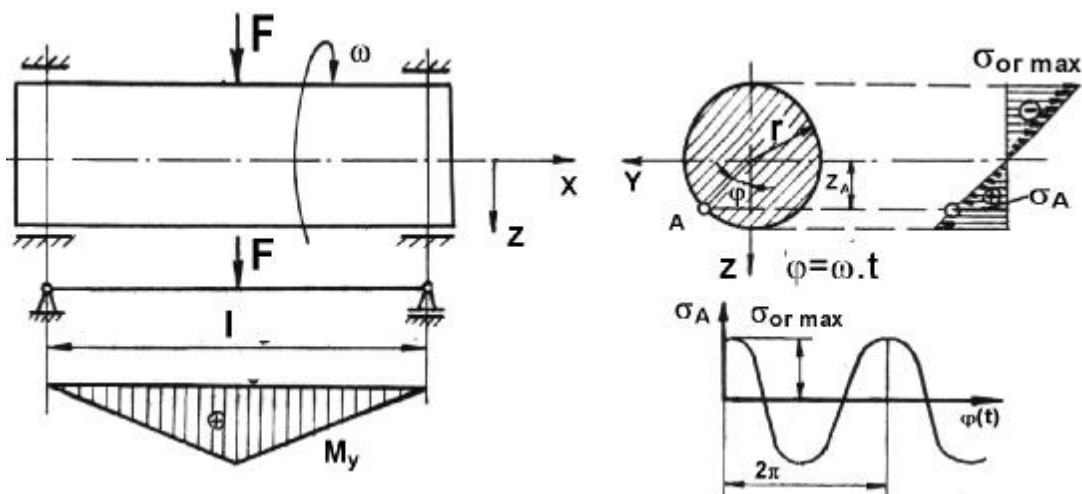
Лекция 2

Обемна якост при променливи напрежения

1. Якост при променливи напрежения

Детайлите в механизмите при движението си заемат различни положения един спрямо друг, движат се с променлива скорост и ускорения, работят при променливи натоварвания и в тях възникват променливи напрежения. Последните са причина за 80% от разрушенията на машинните елементи. За изясняване на същността на картината на променяне на напреженията се правят някои приемания и допускания. Едно от тях е, че въртящите се детайли имат постоянна ъглова скорост ω . На практика това не е така и изменението на променливите напрежения става по неустановен закон. За опростяване на задачата се приема, че законът на изменение е установен.

Ако е дадена ос, която се върти с постоянна ъглова скорост ω и е натоварена с постоянна напречна сила F (фиг.1), то възникващият огъващ момент е различен в сеченията по дължината на оста, но за всяко едно от тях по време на работа си остава един и същ-не се променя.



Фиг.1. Променливи напрежения в точка от повърхността на вал

Предизвиканите от него напрежения на огъване в коя да е точка от сечението са променливи и могат да се определят по израза:

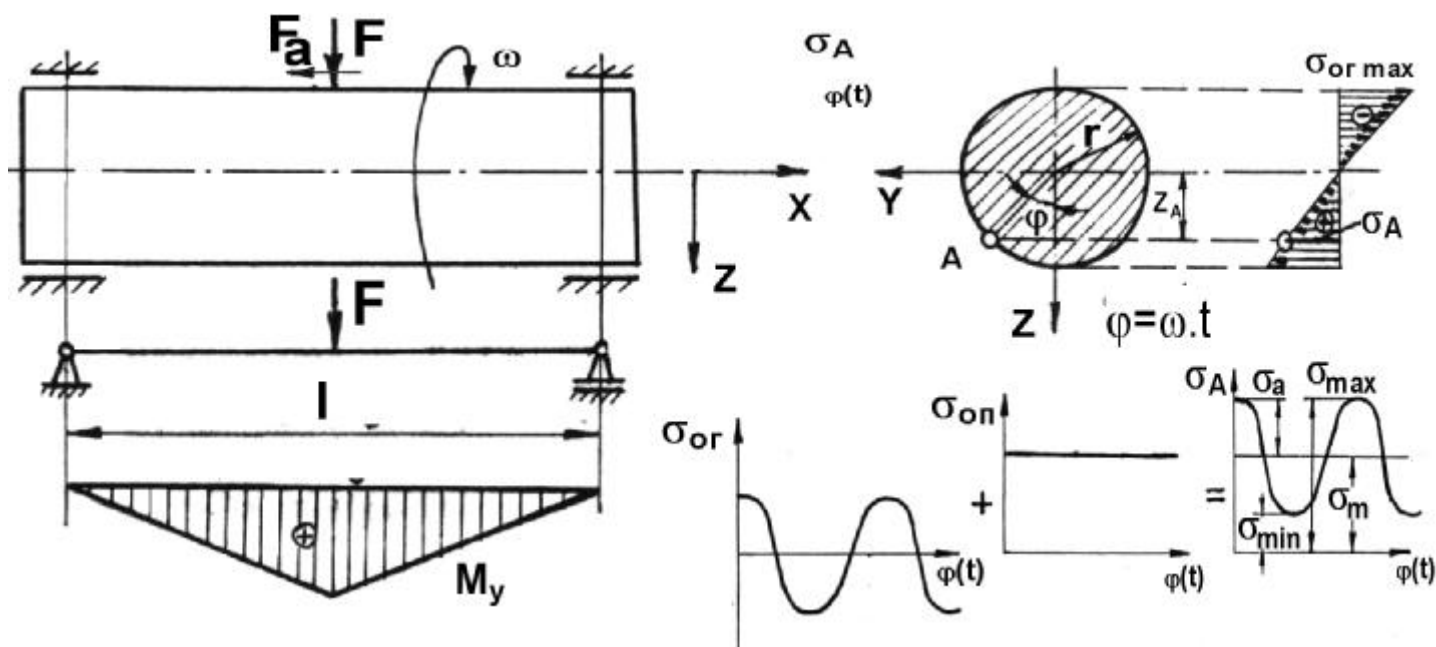
$$S_A = \frac{M_y}{J_y} Z_A = \frac{M_y}{J_y} r \cdot \cos(\omega t)$$

косинусоидална функция на времето t .

Ако върху оста действа и постоянната осова сила F_a (фиг.2), то напреженията в същата точка ще са:

$$S_A = \frac{F_a}{S} + \frac{M_y}{J_y} r \cdot \cos(\omega t).$$

Графичната зависимост на t . А също е косинусоида, но изместена спрямо абсцисната ос.



Фиг.2. Постоянна от силата F_a и променлива от силата F съставка на променливото напрежение

Периодичното изменение на напреженията от една гранична стойност до друга и обратно се нарича цикъл. Времето, през което протича един цикъл се нарича период, а броя на циклите за една секунда – честота на циклите.

Най-важните характеристики на цикъла са минималните S_{min} и максималните S_{max} стойности на напреженията. Циклите могат да бъдат симетрични-при равни по големина и различни по знак S_{min} и S_{max} и несиметрични- при различни по големина S_{min} и S_{max} . Полуразликата на S_{min} и S_{max} се нарича амплитуда на цикъла σ_a и се изчислява по израза:

$$S_a = \frac{S_{max} - S_{min}}{2}$$

Алгебричната полусума на σ_{min} и σ_{max} се нарича средно или постоянно напрежение на цикъла σ_m , което се определя по формулата:

$$S_m = \frac{S_{max} + S_{min}}{2}$$

Средното напрежение на цикъла може да има положителни, отрицателни стойности или нула. При решаване на по-горе представените зависимости се получа взаимовръзката между S_{min} , S_{max} , S_m и S_a :

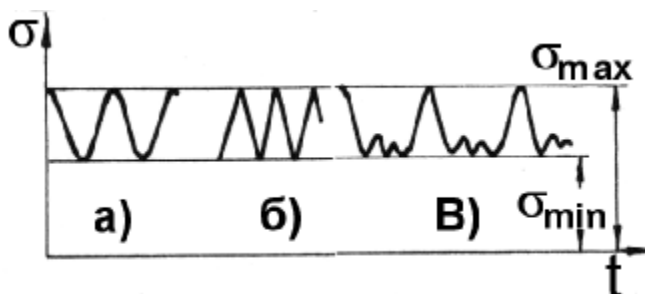
$$S_{max} = S_m + S_a \quad \text{и} \quad S_{min} = S_m - S_a$$

Отношението на минималното и максималното напрежение се нарича коефициент на асиметрия на цикъла или само коефициент на цикъл:

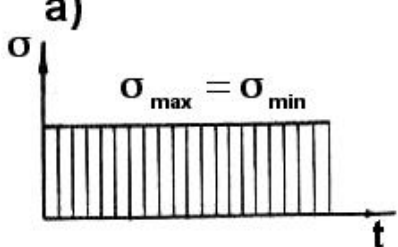
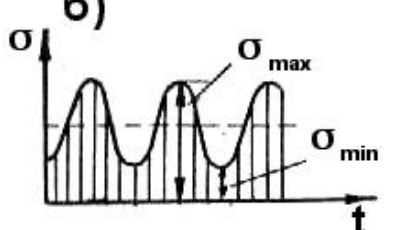
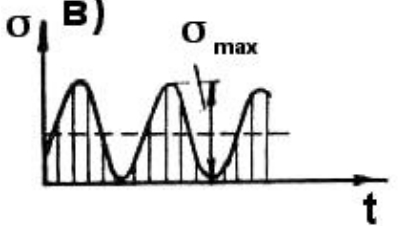
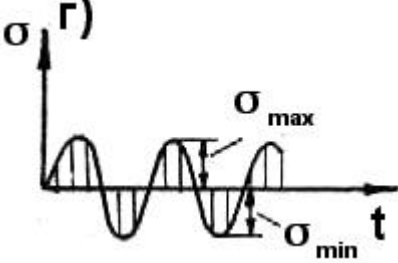
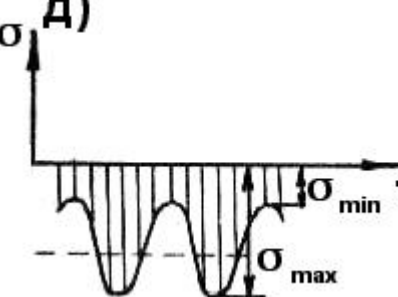

$$r = \frac{S_{min}}{S_{max}}$$

В този случай $- \infty < r < + \infty$. Ако се сравнят абсолютните стойности на S_{min} и S_{max} и се раздели по-малката на по-голямата съгласно израза:

$$r = \pm \frac{\min(|S_{min}|, |S_{max}|)}{\max(|S_{max}|, |S_{min}|)}$$



Фиг.3. Равно опасни цикли

Графично изображение на напреженията	Връзка между напреженията и коефициент на асиметрия на цикъла, r	Наименование на цикъла на напреженияна
	$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} > 0$ $\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_m$ $\sigma_a = 0$ $r = +1$	Постоянен положителен
	$\sigma_{\max} > 0; \sigma_m > 0$ $\sigma_{\min} > 0; \sigma_a \neq 0$ $0 < r < +1$	Несиметричен положителен
	$\sigma_{\max} > 0; \sigma_m = 0,5\sigma_{\max}$ $\sigma_{\min} = 0; \sigma_a = 0,5\sigma_{\min}$ $r = 0$	Пулсиращ положителен
	$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}; \sigma_m = 0$ $\sigma_{\min} < 0; \sigma_a = \sigma_{\max}$ $r = -1$	Симетричен
	$\sigma_{\max} < 0; \sigma_m < 0$ $\sigma_{\min} < 0; \sigma_a \neq 0$ $0 < r < +1$	Несиметричен отрицателен
	$\sigma_{\max} = \sigma_{\min} < 0$ $\sigma_m = \sigma_{\max} = \sigma_{\min}$ $\sigma_a = 0; r = +1$	Постоянен отрицателен

Фиг.4. Най-често срещани цикли на променливите напрежения

като в този случай $-1 \leq r \leq +1$. Знакът на r се взема за положителен при еднозначни екстремни стойности и за отрицателен при разнозначни. Най-често се използва по-горе представената

зависимост за определяне на r .

Цикли с еднакви коефициенти на асиметрия се наричат **подобни**. Всеки несиметричен цикъл може да се разгледа като сума от един постоянен с напрежение s_m и един симетричен с променлива съставка s_a или само симетричен изместен на s_m от абсцисната ос. Показаните на Фиг.3 променливи напрежения се считат за равно опасни, тъй като все още не е установено как влияе характерът на изменение на напреженията върху якостта на машинните елементи.

Най-характерните цикли(фиг.4) са: постоянен (положителен-Фиг.4.а и отрицателен-Фиг.4.е), положителен асиметричен-Фиг.4.б, пулсиращ-Фиг.4.в, симитричен-Фиг.4.г и отрицателен асиметричен-Фиг.4.д.

2. Повърхностна якост

За много машинни елементи критерия за работоспособност се определя от повърхностната якост. Повърхностните разрушителни процеси са в резултат на изтриване, износване и високи контактни напрежения.

Контактните напрежения възникват там, където при отсъствие на външно натоварване контактът се осъществява в точка или по линия(фиг.5). За решаване на контактната задача се правят следните предпоставки:

- Материалите на телата, които се намират в контакт са хомогенни и изотропни;
- Контактната площ е много малка, в сравнение с геометричните размери на контактиращите тела;
- Директрисата на външното натоварване е перпендикулярна на контактната площ;
- Деформациите в зоната на контакт са еластични и се изменят съгласно закона на Хук.

В реалните условия някои от тези условия не са изпълнени. В контактната зони има както сили на триене, така и мажещо вещество, което увеличава петното на контакт. Това води до намаляване на действителните стойности на контактните напрежения.

В практиката се срещат най-често следните случаи: допирание на две сфери и допирание на два цилиндъра.

При **допирание на две сфери**(фиг.6.а), когато външната сила $F=0$, контактът е в точка. С нарастване на силата ($F \neq 0$) сферите деформират и се оформя кръгова контактна площадка с радиус "а". Контактните напрежения са максимални s_{Hmax} в центъра на кръга и при коефициент на Поасон $\nu = 0,3$ се определят по зависимостта:

$$s_{Hmax} = 0,388,3 \sqrt{\frac{F \cdot E_{np}^2}{r_{np}^2}},$$

а радиусът на контактната площадка по формулата:

$$a = 1,109,3 \sqrt{\frac{F \cdot r_{np}}{E_{np}}},$$

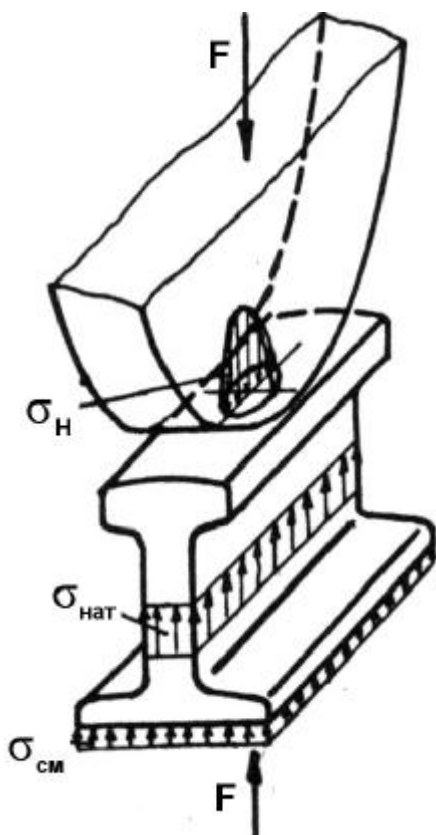
където E_{np} е приведенният модул на линейна деформация:

$$E_{np} = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}. \text{ В тази формула } E_1 \text{ и } E_2 \text{ са модулите на}$$

линейна деформация на материалите, от които са изработени двете тела.

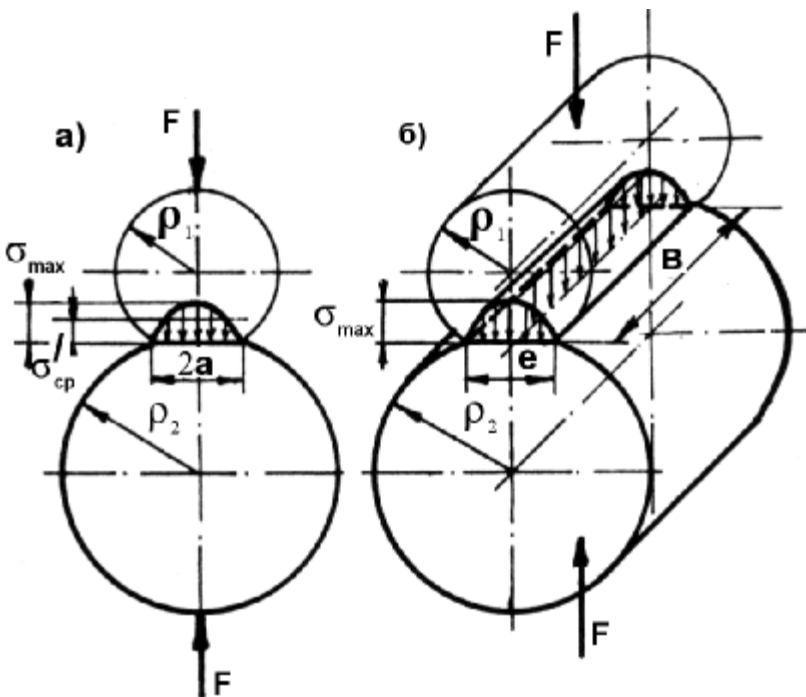
$$r_{np} - \text{ приведенният радиус на кривина : } r_{np} = \frac{r_2 \pm r_1}{r_1 \cdot r_2}. \text{ В}$$

тази формула r_1 и r_2 са радиуси на сферите. Ако една от контактните повърхнини е вдлъбната, то знака в по-горния израз е "-".



Фиг.5. Пример за контактни напрежения

Зависимостите са в сила и при други тела, ако първоначалният контакт е точка.



Фиг.6. Контактни напрежения и петно на контакт

При **допиране на два цилиндъра** (фиг.6.б) с успоредни оси първоначалният контакт е линия.

Под действието на външната сила $F \neq 0$ цилиндрите се деформират и контактът се осъществява по ивица с ширина "e". Контактните напрежения са максимални S_{Hmax} по симетралата на ивицата и се определят по формулата:

$$S_{Hmax} = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{r_{np}}},$$

където q е линейното натоварване: $q = \frac{F}{b}$, а b е дължината на контактната линия.

Ширината на контактната ивица се изчислява по израза:

$$e = 3,04 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot r_{np}}{E_{np}}}$$

В зоната на контакт напрегнатото състояние е тримерно. Под повърхността на определена дълбочина възникват тангенциални напрежения с максимална стойност, която се определя по формулата:

$$t_{max} = 0,3 S_{Hmax}$$

При контакт между сфери точките с t_{max} са разположени на дълбочина $0,5a$, а при цилиндри - $0,4e$. Установено е, че наличието на сили на триене води до нарастване на t_{max} и доближаването им до повърхността. При коефициент на триене $\mu=0,2$, тангенциалните напрежения достигат стойност $t_{max}=0,36 S_{Hmax}$. Контактните напрежения могат да са постоянни и циклично променливи.

3. Якост при циклично променливи контактни напрежения

При въртящи се машинни елементи работните точки от повърхностния слой влизат в зоната на контактните напрежения за кратко време, натоварват се максимално и излизайки от нея се разтоварват напълно. Това води до поява на микрорукнатини по повърхността от умора на материала. Този процес се нарича разрушаване от умора. Той е характерен за зъбни колела, търкалящи лагери и др.

Ако две цилиндрични ролки притиснати от сила F се търкалят без приплъзване (периферните им скорости са равни и отсъстват сили на триене), то контактните напрежения за точка от повърхността се изменят по пулсиращ цикъл.

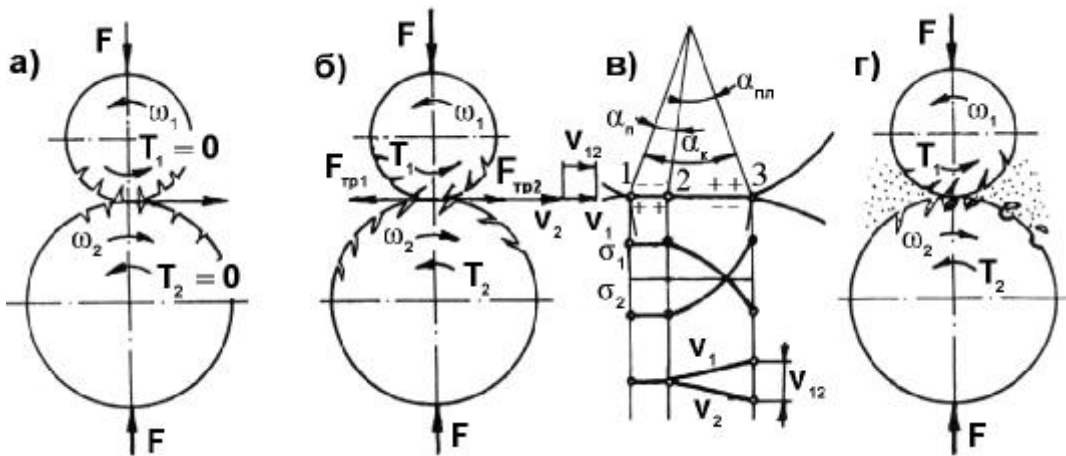
Цикличният характер на напреженията води до поява на пукнатини, които са ориентирани в радиално направление (фиг.7.а). Този случай може да се реализира при специални лабораторни условия.

В реалните условия между ролките се появява приплъзване, ако те са притиснати от сила F и предават въртящ момент чрез сили на триене. Преплъзването може да се дължи на:

- Претоварване – в този случай се нарича буксуване;

- Формата на контактиращите тела – геометрично приплъзване;
- Деформациите в зоната на контакт – еластично приплъзване.

Първите две причини могат да се премахнат напълно или частично чрез подходяща форма и размери на тела. Еластично приплъзване

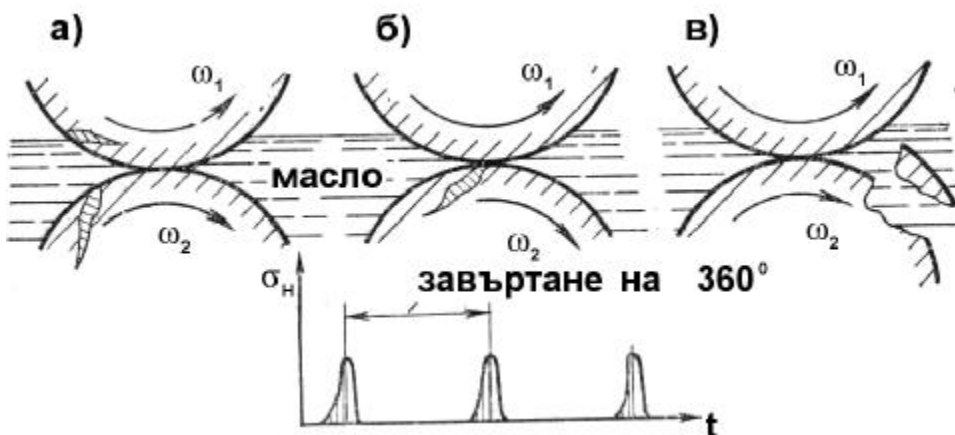


Фиг.7. Образуване на пукнатини от контактни напрежения и приплъзване

на плъзгане и съответно на сили на триене $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ (фиг.7.б). Последните променят големината на контактните напрежения s_1 и s_2 (фиг.7.в) и характерът на разрушителния процес.

Предаването на енергия при наличието на смазка, относително приплъзване и сили на триене в зоната на контакт е предпоставка повърхностния слой на водещия елемент да навлиза натиснат, а да излиза опънат (фиг.7.в). За водимия елемент – точно обратно: при навлизане – с опънат, а при излизане – с натиснат повърхностен слой. Следователно деформираните ролки първоначално се търкалят без приплъзване (в участъка 1-2), а след т.2 в резултат на промяна на деформацията настъпва еластично приплъзване (в участъка 2-3). На тези промени съответствуват и изменения в ъгъла на обхвата α_k . Участъкът 1-2 се нарича ъгъл на покоя α_n , а 2-3 се нарича ъгъл на еластичното приплъзване $\alpha_{пл}$. Когато въртящият момент нарастне толкова, че $\alpha_{пл} = \alpha_k$, то носещата способност на контактната двойка се изчерпва. При последващо повишаване на въртящия момент ще настъпи буксуване.

Цикличният характер на контактните напрежения и наличието на сили на триене води до поява на пукнатини от умора по повърхността и изменение на радиалното им направление. За водещата ролка пукнатините в дълбочина са ориентирани изпреварващо спрямо повърхностната точка, а за водимата – изоставащо. Наличието на смазващо вещество ускорява разрушителния процес (фиг.7.г), тъй като то играе роля на маслен клин, който допълнително циклично разпъва пукнатините, когато преминават през зоната с повишено налягане. От умореният повърхностен слой се откъсват малки частици и се образуват ямки (фиг.8). При отсъствие на смазка този разрушителен процес от цикличните контактни напрежения има затихващ характер, защото слоят, в който



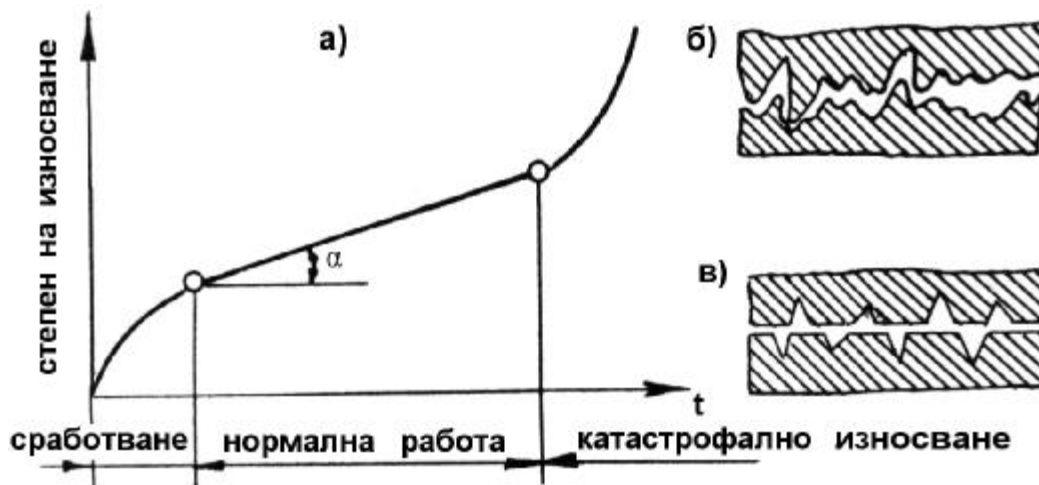
Фиг.8. Повърхностно разрушаване от контактни напрежения

микро пукнатините се появяват, се изтрива преди пукнатините да са нарастнали. Прогресивното нарастване на разрушителния процес от цикличните контактни напрежения се нарича **питинг** или **нащърбяване**.

4. Износоустойчивост на работните повърхнини на машинните елементи

Износването е повърхностен разрушителен процес, предизвикващ промяна във формата и размерите на машинните елементи, което ограничава трайността им. Износването може да е обикновено – при триене на два детайла и абразивно – когато триенето на двата детайла става в среда с наличие на абразивен материал. Строго разграничаване между тези два вида износване не може да се направи.

Времето за нормална работа на една машина или детайл до бракуването се дели на три периода: сработване; период на нормална работа и период на катастрофално износване (фиг.9).



Фиг.9 Интензивност на износване във функция от времето на експлоатация

наклон. Ъгловият и коефициент α (Фиг.9.а) се нарича темп на износване. Ниските му стойности гарантират по-голяма продължителност на работа т. е. живота на машината е по-дълъг.

Третият период се характеризира с бързо нарастване на темпа на износване, което предизвиква недопустими хлабини, водещи до ненормална работа на детайлите.

Поради големият брой фактори, които влияят върху износването, за оценяването му се използват косвени критерии :налягане по работните повърхнини p ; скорост на плъзгане v и произведението им pv .

Условието за ограничаване на налягането:

$$p < [p]$$

осигурява триещите се повърхнини срещу задиране и интензивно износване, а спазването на условието:

$$v < [v]$$

предотвратява запалването на маслото или на някой от триещите се повърхнини.

При процеса триене част от потока мощност се превръща в топлинна енергия, което води до загряване на машинните елементи. За да не се получи недопустимо загряване на триещите се детайли трябва да е изпълнено условието:

$$pv < [pv]$$

Износването се намалява чрез прилагане на следните мероприятия: конструктивни (избор на подходящи материали, създаване на условия за течно триене и др.); технологични(избор на подходящ режим на обработване, повърхностно уякчаване, покрития и др.) ;експлоатационни(спазване сроковете за мазане, изолиране на работната среда от абразивно замърсяване и др.).

5. Еластични елементи

Пружините са еластични елементи, характеризиращи се с висока деформируемост. Те приемат работата на външните сили и я превръщат в еластична деформация на материала. При премахване на външното въздействие те намаляват деформацията си като частично или

Първият период се характеризира с интензивно износване, в резултат на което първоначалните микронеравности (Фиг.9.б) се изглаждат (Фиг.9.в) и детайлите се сработват.

Вторият етап се характеризира с установен и забавен темп на износване. Кривата на износване в този участък е почти линейна и с малък

изцяло възвръщат вложената работа. Една пружина може да увеличи първоначалната си дължина до два пъти, докато един винт при същото натоварване и материал променя размерите си едва около 0,4%.

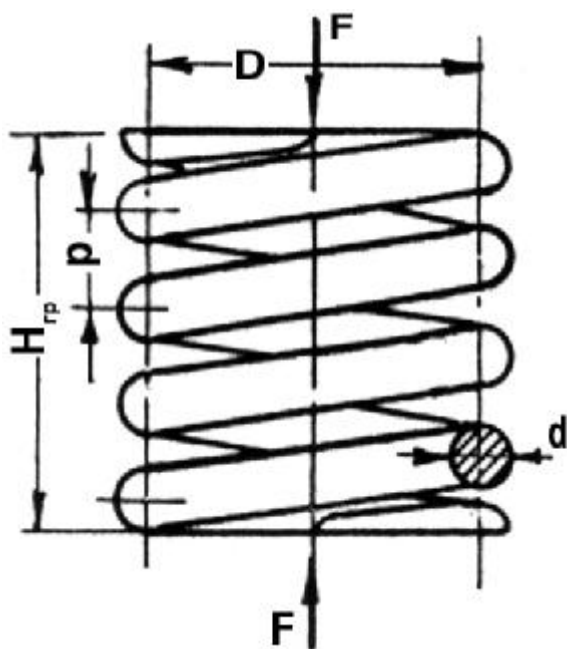
В зависимост от предназначението си пружините са:

- Елементи от конструкцията;
- Амортизатори;
- Акумулатори на енергия;
- Силоизмерители.

Класификацията на пружините може да се направи според:

- Вида на деформацията (опън-натиск, огъване и усукване);
- Характера на външното натоварване (опън, натиск, огъване и усукване);
- Формата и конструкцията (винтови-цилиндрични и фасонни, тарелкови, листови, плоски, спирални и др.);
- Характеристиката (постоянна и променлива).

Цилиндричните винтови пружини (фиг.10) са най-много разпространени в практиката. Получават се чрез навиване на тел с кръгло или правоъгълно сечение върху дорник или на специална машина.



Фиг.10 Цилиндрична винтова пружина

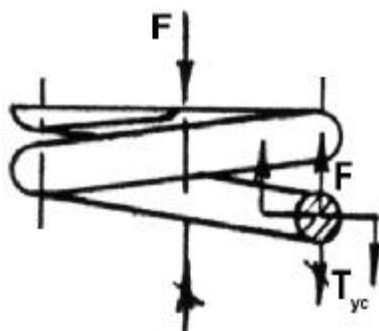
Пружините, които са натоварени с натискава сила имат разстояние между навивките. За получаване на опорни повърхнини, които да са разположени перпендикулярно спрямо оста на пружината, крайните навивки се шлифват. Пружините, които са натоварени със сила на опън, най-често са с допиращи се навивки, а дори и с предварително налягане $F_0 = (0,33 \div 0,25)F_{гр}$. Основните геометрични параметри на пружините са :

- d —диаметър на тела;
- D —среден диаметър на пружината;
- i —геометричен параметър на пружината ($i=D/d$);
- p —стъпка на пружината;
- H_0 —височина на пружината в свободно състояние;
- n —брои на работните навивки;
- n_0 —брои на всички навивки.

Якостното изчисляване на пружините, натоварени на натиск или опън е аналогично. За определяне на напрегнатото състояние се разглежда

част от пружината (фиг.11) като действието на отстранената част се представя с една динама:

F и $T_{yc} = 0,5.F.D$. В случая се пренебрегва ъгъла на наклона на навивките. Напреженията в сечението на тела са:



Фиг.11 Част от пружината

$$t_{cp} = \frac{F}{A} = \frac{4.F}{p.d^2} \quad \text{и} \quad t_{yc} = \frac{T_{yc}}{W_{yc}} = \frac{16.F.D}{2.p.d^3}$$

Тъй като двете напрежения са колинеарни, то резултантните напрежения се получават по метода на супер позицията и могат да се представят с израза:

$$t = t_{cp} + t_{yc} = \frac{4.F}{p.d^2} + \frac{8.F.D}{p.d^3} = \frac{4.F}{p.d^2} (1+2.i)$$

В практиката най-често се използват пружини с $i=4 \div 12$, което означава, че напреженията от усукване са $8 \div 24$ пъти по-големи от напреженията на срязване. Ето защо пружините якостно се изчисляват по критерия на усукване:

$$t_{yc} = \frac{8.k.F.D}{p.d^3} = \frac{8.k.F.i}{p.d^2} \cdot \xi [t_{yc}]$$

където k е коефициентът, отчитащ наличието на напрежения на срязване и наклона на винтовата линия и кривината.

При проектиране на винтови пружини по (28) се изчислява диаметъра на тела:

$$d = \sqrt[3]{\frac{8.k.F.i}{p \cdot [t_{yc}]}}$$

Останалите основни геометрични параметри се изчисляват по изразите както следва:

За пружини на натиск

$$H_0 = H_{гр} + n \cdot (p - d)$$

$$p = d + \frac{(1,1 \text{ , } 1,2) l_{кр}}{n}$$

$$H_{гр} = (n_0 - 0,5)d$$

$$F_{гр} = (1,1 \text{ , } 1,2) F_{кр}$$

В по-горните изрази:

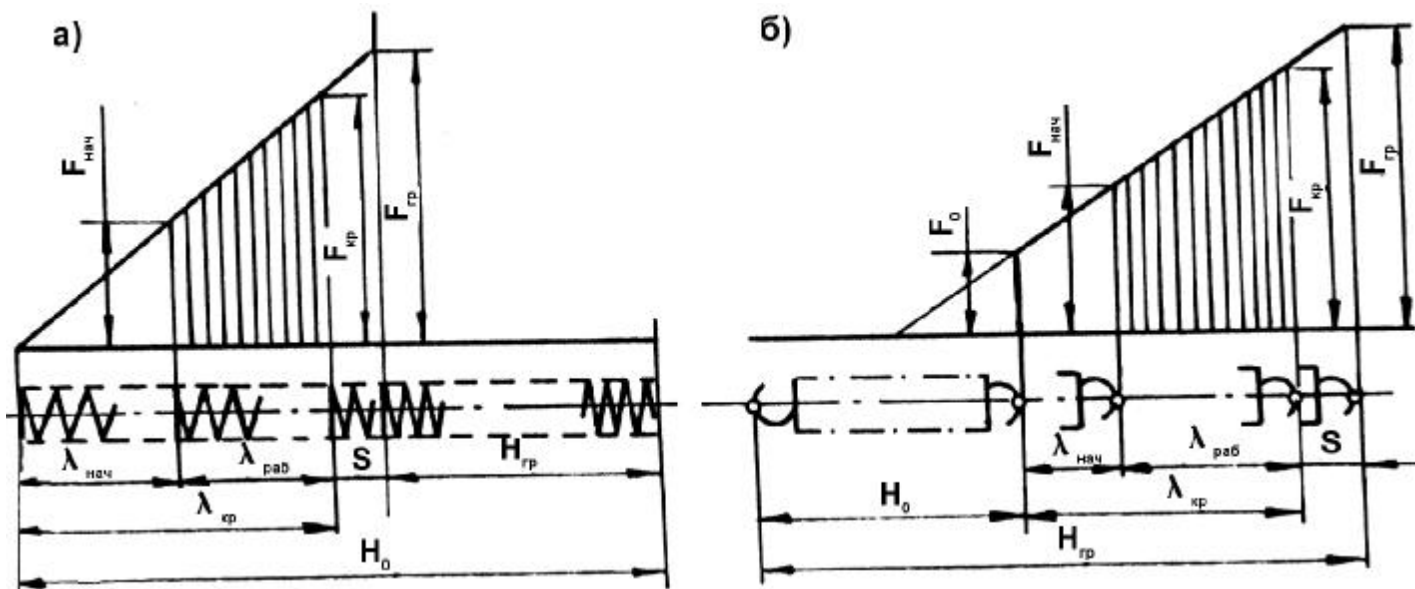
$H_{гр}$ е дължина на пружината под въздействието на граничната стойност на натоварването- $F_{гр}$;

$l_{кр}$ - деформацията на пружината при натоварване $F_{кр}$;

h – височината на куката на пружината.

При изчисляване или избиране на винтова пружина трябва да се познава и нейната характеристика (Фиг.12).

Най-често пружините се монтират с някакво предварително натоварване $F_{нач}$, на което



Фиг.12 Характеристики на цилиндрични винтови пружини натоварени на натиск и на опън

съответства деформация $l_{нач}$. В процеса на работа натоварването и съответстващата му деформация могат да нарастнат до $F_{кр}$ и $l_{кр}$. Граничните натоварвания $F_{гр}$ и деформации $l_{гр}$ за пружините работещи на натиск (Фиг.12.а) се регламентират от момента на допирание на навивките γ , а за пружините , работещи на опън(Фиг.12.б). – от условието на якост. За построяване на характеристиките трябва да са известни $F_{нач}$, $F_{кр}$ и $l_{раб}$ или $F_{кр}$, $l_{раб}$ и коравината γ , която се представя с отношението F/l .

Материалите, от които се изработват пружините трябва да имат високи и стабилни във времето якост и еластични свойства. Широко приложение намират в практиката високовъглеродните и легирани стомани, специални марки бронз, дърво и стъклопласти.

Лекция 3 Съединения - I

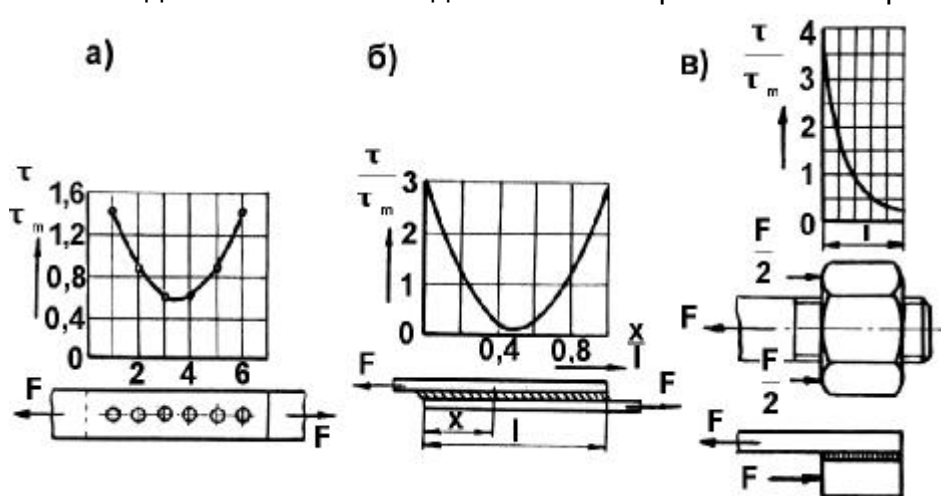
1. Общи сведения

Неподвижните връзки в машиностроенето се наричат съединения. По признак разделяне съединенията са разглобяеми и неразглобяеми.

Неразглобяемите съединения не разрешават да се премахне връзката между детайлите без да се разруши някой от тях. Към тази група спадат: пресови, нитови, заварени, запоеени и залепени съединения.

Разглобяемите съединения допускат многократно разделяне и свързване на елементите, участващи в съединението, без някой от тях да се повреди или да предизвика намаляване на първоначалната сигурност на съединението. Към тази група спадат: резбовите, клиновите, щифтовите и клемовите съединения.

По дължината на съединението напреженията се разпределят неравномерно (Фиг.1.).



Фиг.1 Неравномерно разпределение на напреженията по дължината на съединенията

Надеждността на съединенията зависи от много фактори, които често пъти не се поддават на точна количествена оценка. Независимо от това, на основата на дългогодишни теоретични и експериментални изследвания са изградени изчислителни методики, които дават много добри резултати при решаване на различни конструктивни задачи.

Основните критерии за работоспособността на съединенията са : якост (статич-

на и на умора) и плътност.

Якостта на съединението трябва да е равна на якостта на свързаните звена т. е. да е изпълнен принципа на равнякост. В много случаи съединението е по-слабо от якостта на свързаните детайли. Този факт се отчита с коефициента на остатъчна якост ϕ , който представлява отношението на граничното натоварване на съединението към граничното натоварване на най-слабия от елемент, участващ в съединението. Стойността на този коефициент е винаги по-малка от 1(единица). Ако $\phi = 0,8$ това означава, че съединението притежава 80% от якостта на съединяваните детайли. При нитовите съединения $\phi < 1$, тъй като сечението отслабва с диаметъра на отворите за нитовете, а при заварените съединения $\phi \gg 1$.

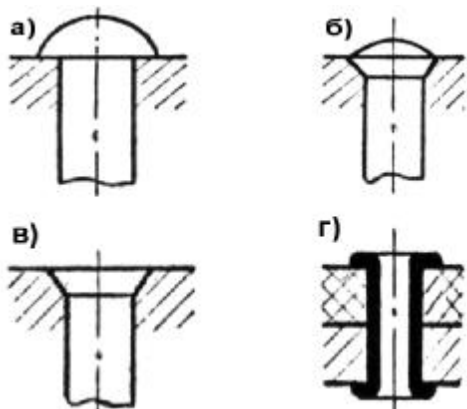
Плътността на съединенията е задължителна за тръбопроводите, съдове и апарати с течности или газообразни вещества под налягане. Плътността се постига чрез създаване на налягане между съединяваните повърхнини, което трябва да е с 1,5, 4 пъти по-голямо от работното налягане.

2. Неразглобяеми съединения

2.1. Нитови съединения.

Съединения, при които като свързващ елемент се използва нит се наричат нитови съединения.

Нитът е цилиндрично тяло с оформена глава на единия си край(Фиг.2.). Те се поставят в предварително пробити отвори в детайлите. В процеса на операцията занитване чрез пластична деформация се оформя затваряща глава (Фиг.3.), която здраво притиска съединяваните детайли и прави съединението неразглобяемо.



Фиг.2 Видове нитове

Последно време нитоването се използва само в особено отговорни случаи, при натоварване с променливи и вибрационни усилия, при съединяване на детайли, изработени от незакаляеми материали или такива, които не допускат загряване.

Стоманените нитове с диаметър до 12 mm или от цветни метали се занитват при стайна температура. При по-големи диаметри на нитовете, те се загряват до 1000, 1100⁰ С. Нитовете се

изработват от нисковъглеродни стомани (АСт2, АСт3, 10, 15 и др.), от нисколегирани стомани или цветни метали (мед,алуминий, месинг и др.). Главите на нитовете са полусферични, конусни и конусно-сферични. В някои случаи могат да се използват и кухи нитове.

В зависимост от предназначението се нитовите съединения са : здрави , здраво-плътни и плътни.

Ако едно здраво нитово съединение е натоварено със силата F (Фиг.4), то по диаметралната площ на отворите на планките възникват напрежения на смачкване,, а в напречно сечение на стеблото на нита – напрежения на срязване.

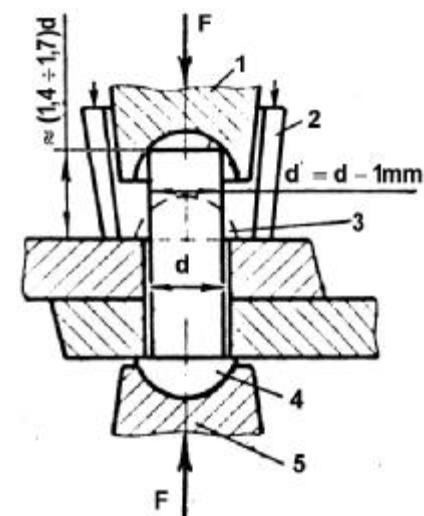
По критерия на срязване се определя диаметъра на нита :

$$d \approx \sqrt{\frac{4.F}{\pi.i.[t_{cp}]}}$$

където i са броят на сеченията, в които възникват напрежения на срязване;

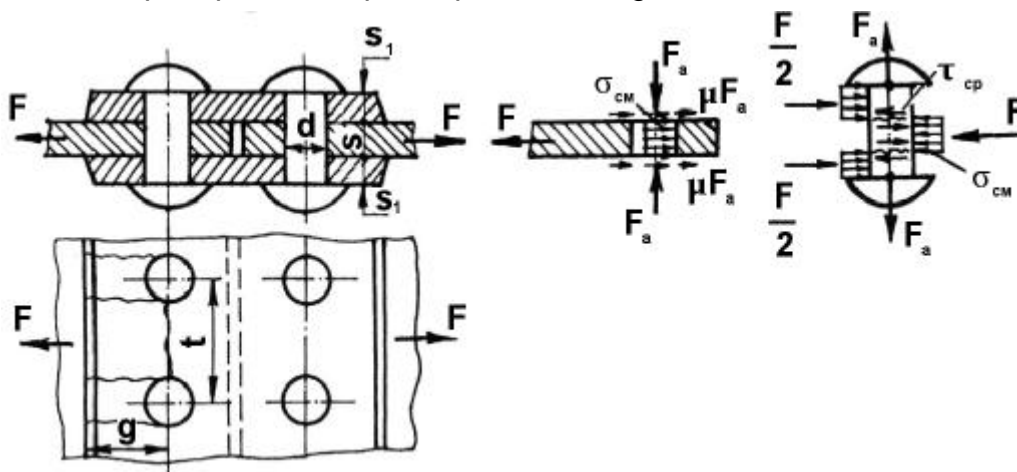
По критерия на смачкване се изчислява дебелината s на свързаните детайли:

$$s \approx \frac{F}{d.[s_{cm}]}$$



Фиг.3 Образуване на затварящата глава

Основните размери на нитовете са стандартизирани. За останалите конструктивни размери на нитовите съединения са разработени нормативи, по които се препоръчват параметрите: t , e и g в зависимост от дебелината на детайла s .



Фиг.4 Схема на изчисляване на нитово съединение

2.2. Заварени съединения

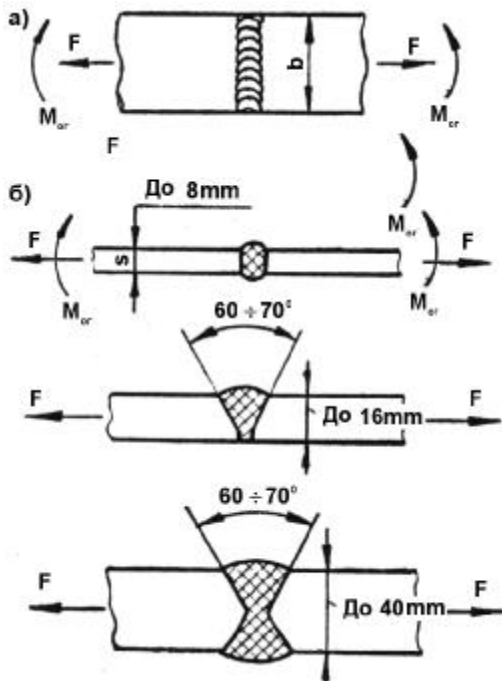
При заварените съединения неподвижността се постига чрез изпълнение на заваръчен шев. В зависимост от степента на загряване на материалите съществуват следните видове заварки:

- чрез разтапяне: елек-тродъгова, електро-шлакова,

газова, термична и др.;

- чрез загряване до тесто образно състояние и прилагане на натиск:: контактна(точкова, лентова) и ковашка.

Заварените съединения са най-съвършените неразглобяеми съединения, тъй като при тях изделието е най-близко до целия монолитен детайл. При тях най-лесно се осигуряват условия за равно якост, ниска металоемкост и занижена себестойност. В много случаи заварените конструкции могат с успех да заместят летите или изкованите, особено при единичното или дребно серийното производство.



Фиг.5 Челни заварки

Недостатъците на заварените съединения са:

- трудно контролиране на качеството на заваръчния шев;
- чувствителност към знако променливи натоварвания и вибрации;
- повишена локална концентрация на напреженията.

Автоматизирането на заваръчния процес води до намаляване или отстраняване на някои от недостатъците.

Независимо от голямото разнообразие на заварените съединения, те се класифицират в три групи:

- челни;
- с припокриване ;
- "Т" – образни.

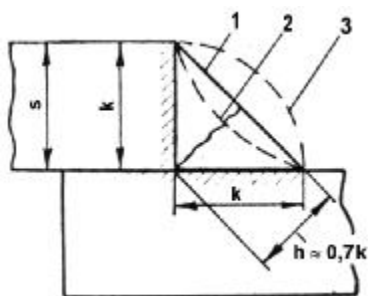
Челните заварки са най-съвършените(Фиг.5).

При тях напълно се възпроизвежда цял детайл. Те се използват за заваряване на тръби, ламарини, профили и др. Дебелината на свързаните елементи определя и начина на предварителната подготовка на краищата (фиг.5.б). В мястото на шева сечението е

най-голямо, но то не трябва да превишава $1\div 1,5$ mm от дебелината на свързаните детайли.

Този тип заварки се разрушават в мястото на шева, в мястото на свързване на шева с основния материал и в зоната на термично влияние, където се наблюдават промени на физико-механичните характеристики на материала.

При натоварване на челната заварка на опън от силата F или на огъване от момента M, то възникващите напрежения се определят по изразите:



Фиг.6 Ъглов шев

- 1 - нормален; 2 - вдлъбнат;
3 - изпъкнал

$$s_{on} = \frac{F}{b \cdot s} \cdot \xi [s_{on}]'$$

за случая от Фиг.4.а –

$$s_{or} = \frac{6 \cdot M_{or}}{s \cdot b^2} \cdot \xi [s_{or}]'$$

за случая от Фиг.4.б –

$$s_{or} = \frac{6 \cdot M_{or}}{b \cdot s^2} \cdot \xi [s_{or}]'$$

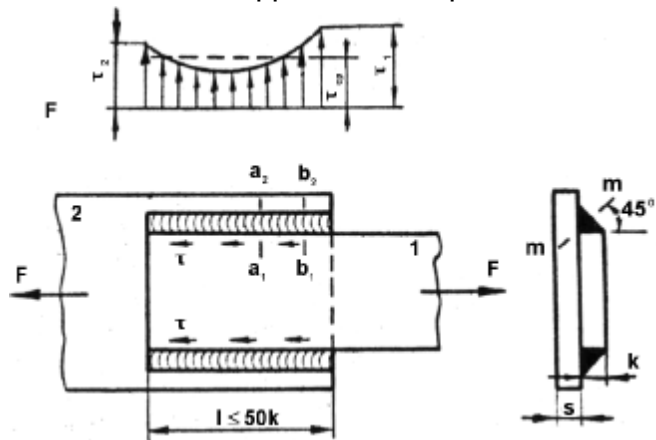
където $[\sigma_{on}]'$ и $[\sigma_{or}]'$ са допустимите напрежения за

заваръчния шев.

Заварките с припокриване по правило се правят с ъглов шев(Фиг.6).

Те могат да са : нормални, вдлъбнати и изпъкнали. Най-често се използва нормалния шев. Основните геометрични параметри на заварката са катетът k и височината $h=0,7k$.

Заваръчният шев се разрушава от тангенциални напрежения по височината h . В зависимост от направлението на натоварването спрямо дължината на заваръчния шев, последните са : фронтални ; флангови и наклонени.



Фиг.7 Флангов шев

За да се намали неравномерността на напреженията по дължината на шева, последната се ограничава до $l < 50k$.

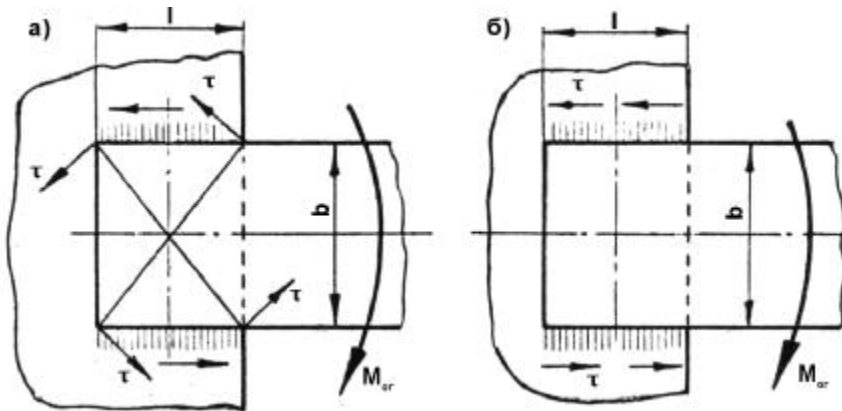
Якостните условия за фланговия шев (Фиг.7) натоварен със силата F или с огъващия момент M_{or} (Фиг.8) са:

$$t = \frac{F}{2 \cdot 1.0,7k} \text{ } \xi [t]'$$

$$t = \frac{M_{or}}{0,7.k.l.b} \text{ } \xi [t]'$$

Последният израз е в сила при дължина на заваръчния шев $l < b$. В случая се предполага, че напреженията са успоредни на дължината на шева, равномерни и образуват двоица с рамо b .

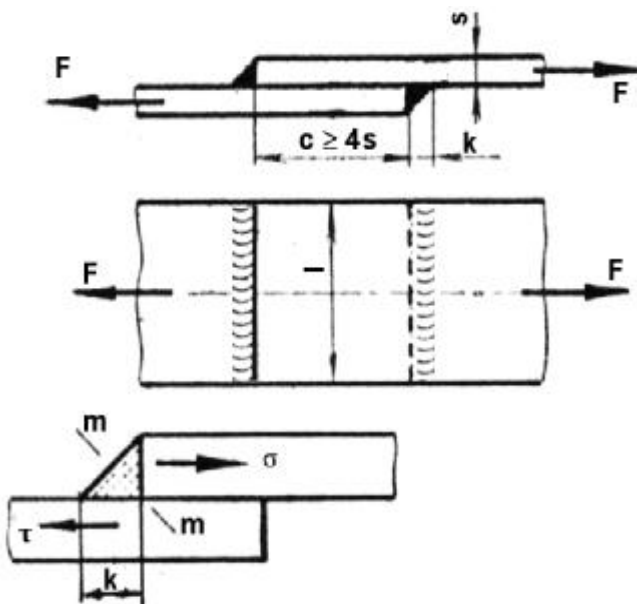
При фронталните заваръчни шевове (Фиг.9) в резултат на несиметричността спрямо приложената сила F , възникват нормални напрежения на огъване и тангенциални на срязване. Приема се, изчисляването да се извършва по критерия тангенциални напрежения, тъй като те са определящи за якостта на съединението.



Фиг.8 Схема за изчисляване на флангови шев, натоварен с огъващ момент

$$t = \frac{F}{0,7k.l} \text{ } \xi [t]' .$$

Ако броят на шевове са два, то в знаменателя се записва сумарната им дължина.



Фиг.9 Фронтален шев

При фронтален шев натоварен с огъващ момент M_{or} (Фиг.10) тангенциалните напрежения се разпределят както нормалните при огъване и изчисляването се извършва по израза:

$$t = \frac{6.M_{or}}{0,7.k.b^2} \text{ } \xi [t]'$$

При наклонения шев, тъй като той е вариант, съчетаващ условията на работа, както на фланговия, така и на фронталния шев, изчисляването се извършва по израза за флангови или фронтален шев.

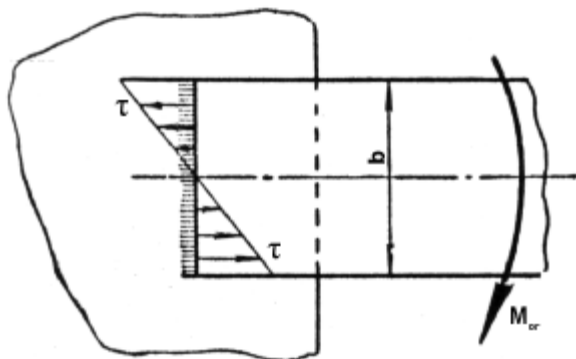
Заваряването с "Т" –образни шевове се налага при съединяване на детайли, разположени във взаимно перпендикулярни равнини(Фиг.11).

Заварката може да е челна или с

препокриване.

При челна заварка на "Т" –образен шев (Фиг.11.1.а) натоварен със сила F и огъващ момент $M_{ог}$ изчисляването се извършва по израза:

$$s = \frac{6.M}{d.l^2} + \frac{F}{d.l} \text{ [s]'}$$



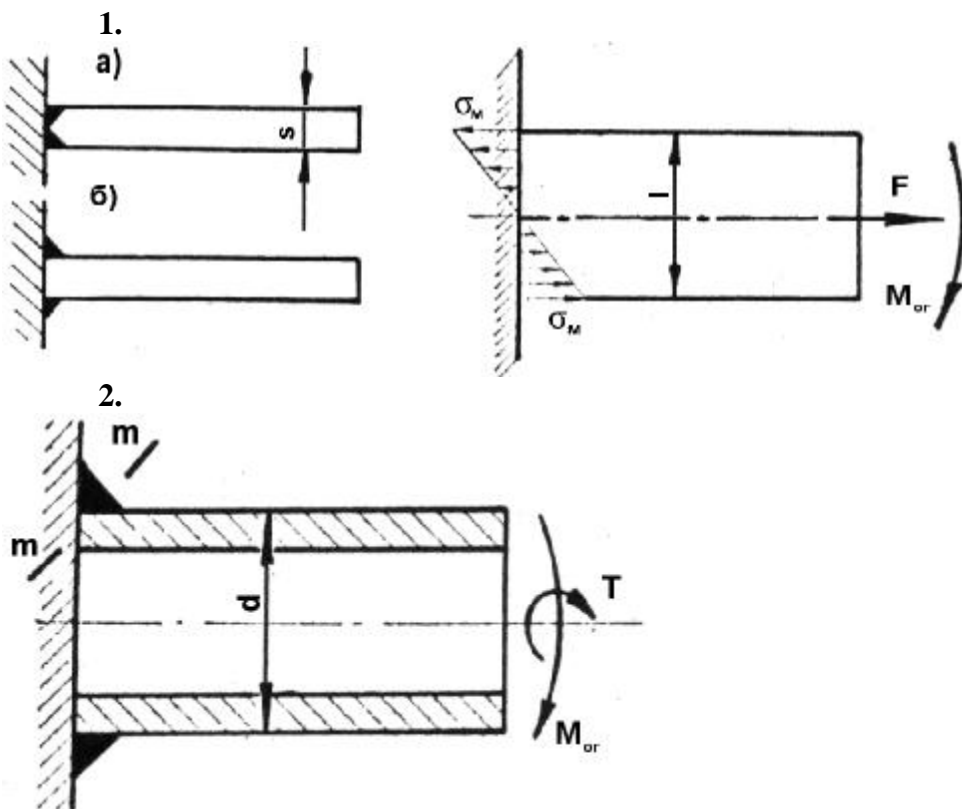
Фиг.10 Фронтален шев натоварен с огъващ момент

При заварка с припокриване на "Т" –образен шев (Фиг.11.1.б) натоварен със сила F и огъващ момент $M_{ог}$ изчисляването се извършва по израза:

$$t = \frac{3.M}{0,7.k.l^2} + \frac{F}{2.0,7k.l} \text{ [t]'}$$

При заваряване на тръба с "Т"-образен шев (Фиг.11.2) натоварена с огъващ момент $M_{ог}$ и усукващ момент T , разрушителните процеси настъпват в сечението $m-m$, като напреженията от огъването и

усукването се определят по изразите:



Фиг.11 "Т"-образна заварка изпълнена:1- с челен шев и 2 – с припокриване

$$t_{ог} = \frac{4M_{ог}}{0,7.k.p.d^2}$$

$$t_{ус} = \frac{2T}{0,7k.p.d^2}$$

Резултантните напрежения се получават като геометричен сбор:

$$t = \sqrt{t_{ус}^2 + t_{ог}^2}$$

Съединенията чрез контактна заварка могат да са изпълнени като, точкови(Фиг.12.1) и лентови (Фиг.12.2). Под действие на външното натоварване точковата заварка е натоварена на срязване. В зависимост от конструкцията тя може да е едно-(Фиг.12.1.а) или дву-срезна (Фиг.12.1.б).

Изчисляването на

този тип заварки се извършва по израза:

$$t = \frac{4.F}{z.p.d^2.i} \text{ [t]'}$$

където z е броят на контактните точки;

i – броят на повърхнините на срязване;

d – диаметъра на точката.

При лентовите заварки(Фиг.12.2) шевът може да се разглежда като серия от непрекъснати точки, формиращи дължината му l . В този случай условието за якост на съединението се определя по израза:

$$t = \frac{F}{b.l} \xi [t]',$$

Допустимите напрежения на шева се изчисляват по израза:

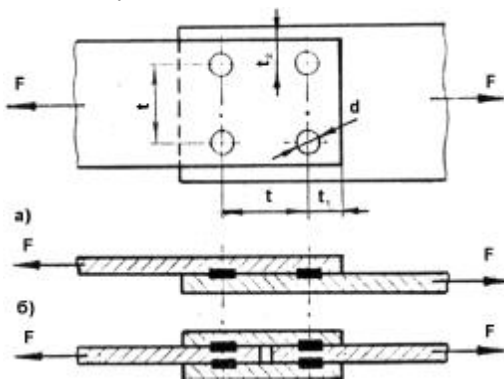
$$[t]' = [t] \cdot j \cdot g ; [s]' = [s] \cdot j \cdot g ,$$

където $[\sigma]$ и $[t]$ са допустимите напрежения на основния материал;

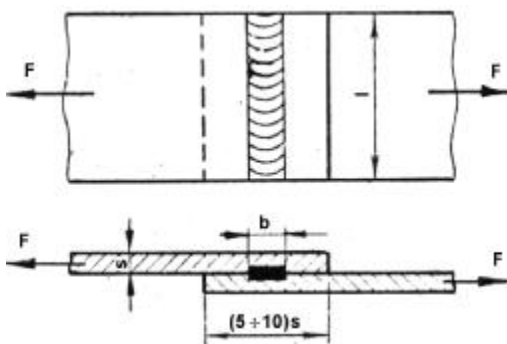
ϕ – коефициентът, отчитащ качеството на заваръчния шев;

γ - коефициентът, отчитащ влиянието на променливия характер на напреженията върху якостта на съединението.

1.



2.



Фиг.12 Съединяване чрез точкова и лентова заварка

2.3. Запоени съединения

При запоените съединения двата метала се свързват с междинен елемент, който се нарича припой. Температурата на топене на припоя е по-ниска от тази на основния метал. Недостатък на този тип съединения е ниската им якост. За постигане на качествено съединение е необходимо предварително повърхнините да се почистят от окиси и мазнини. За целта се използват пасти, боракс, солна киселина и др. Спояването допуска да се съединяват разнородни метали и сплави. Този тип съединения се използват както в машиностроенето, така и в електропромишлеността.

В практиката се използват твърди и меки припои. Твърдите припои са с температура на разтапяне над 550°C до 1100°C и граница на разрушаване $\sigma_B < 5 \text{ Мпа}$. Те са сплав на основата на мед и сребро. Меките припои са с температура на разтапяне пад 450°C . Те са сплав от калай и олово с $\sigma_B = 0,5 \div 0,7 \text{ Мпа}$.

Запоените шевове могат да са челни или с припокриване (флангови, фронтони или наклонени). Условието за якост при шев с припокриване е :

$$t_{cp} = \frac{F}{b.l} \xi [t_{cp}],$$

където $[t_{cp}] = \frac{t_B}{[s]}$ е допустимото напрежение от срязване

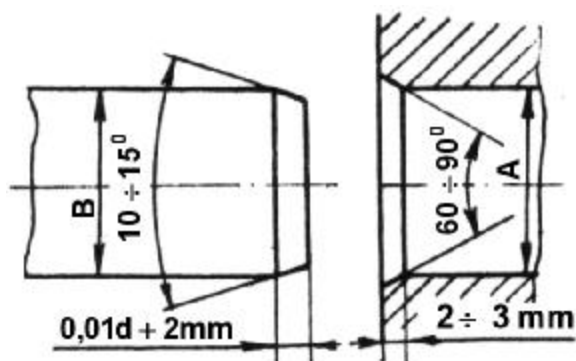
на припоя. Границата на разрушаване за твърди припои е $t_B = 120 , 150 \text{ МПа}$, а за меки припои $t_B = 20 , 86 \text{ МПа}$.

Лекция 4

Съединения - II Разглобяеми съединения

1. Пресови съединения

Съединението вал-главина (Фиг.1.), реализирано на основата на гарантирана стегнатост по работните повърхнини се нарича пресово съединение.



Фиг.1 Подготовка на вала и главината за пресово съединение

Те се използват за предаване на осова сила, въртящ момент или и двете заедно. В някои случаи се използват и за предаване на напречни сили или моменти. Този тип съединения са изключително прости по конструкция, гарантират добро центроване на вала и главината.

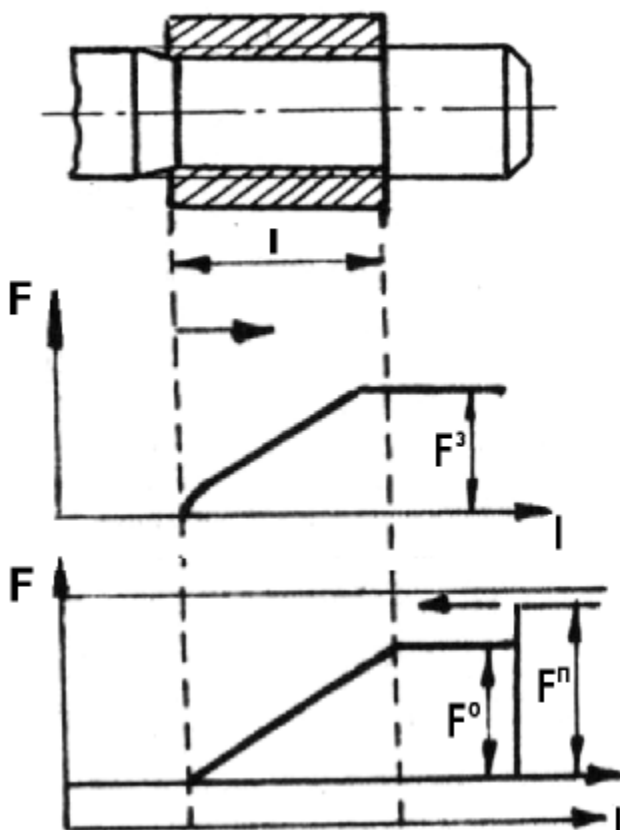
Пресовите съединения са надлъжни и напречни. Надлъжните съединения се реализират чрез прилагане на осова сила F (Фиг.2.), предизвикваща относително преместване на работните повърхнини една спрямо друга. В резултат на отрицателната разлика (стегнатост) $\delta = A - B$ (Фиг.1.), между размерите на отвора и вала по работната повърхнина с диаметър d възниква повърхностно налягане p , което се определи по израза:

$$p = \frac{\delta}{d \left(\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \right) \cdot 10^3},$$

където E_1 и E_2 са модулите на линейна деформация на материалите;

c_1 и c_2 – геометрични коефициенти.

При напречните пресови съединения е необходимо валът да се охлади под стайната температура, а втулката да се загрее над стайната температура. Това води до намаляване размерите на вала и увеличаване на размерите на втулката. След внедряване на детайлите един в друг и последващо нормализиране на температурата им до стайната, по работната повърхнина на съединението настъпва желаната стегнатост. Носещата способност на така получените съединения е по-висока около 2÷2,5 пъти, тъй като микрогравините на работните повърхнини не се разрушават. Загръването до температура 100° C се извършва на открито, до 200° C в маслена вана и до 700° C в пещи. При загряването нежелателен ефект е окисляването на работните повърхнини



Фиг.2 Сили при реализиране на пресово съединение

или изкривяването им.

Охлаждането до температура -79°C може да стане в сух лед, до -196°C в течен въздух и др.

Пресоването може да се извърши и чрез внедряване в работната зона на масло под високо налягане $-100 \div 200$ МРа. Така получената сглобка се счита за разглобяема, тъй като не се разрушават микрограпавините при монтаж и демонтаж на вала и главината.

За да може да предава пресовото съединение осова сила F_a , въртящ момент T (Фиг.3) или и двете заедно е необходимо да са изпълнени следните якостни условия:

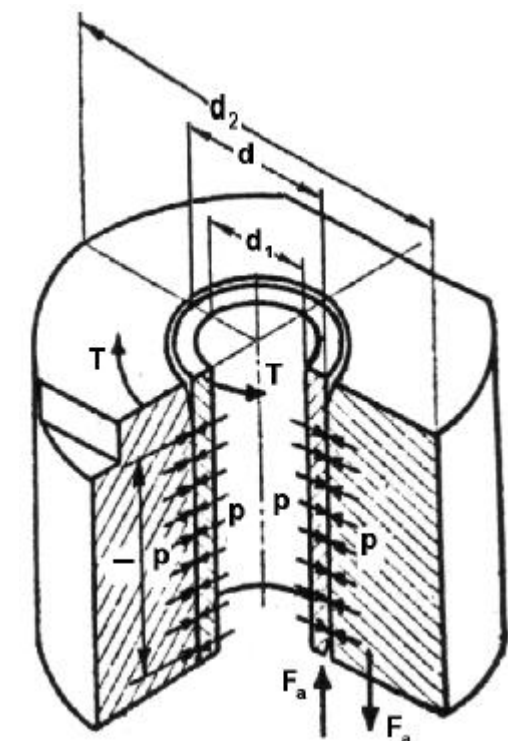
$$F_a \leq \mu \cdot p \cdot \pi \cdot d \cdot l;$$

$$T \leq 0,5 \cdot \mu \cdot p \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l;$$

$$\sqrt{\left[\frac{2 \cdot T}{d}\right]^2 + F_a^2} \leq \mu \cdot p \cdot \pi \cdot d \cdot l.$$

За гарантиране на стегнатостта на съединението към предварително изчислената стегнатост δ се прибавя $1,2(R_{z1} + R_{z2})$, където R_{z1} и R_{z2} са най-големите микрограпавини на работните повърхнини на съединението.

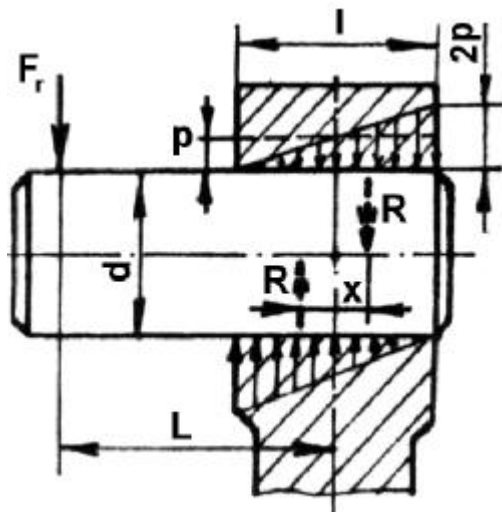
=Коефициентът на триене μ зависи от вида на материала, състоянието на повърхнината, начина на



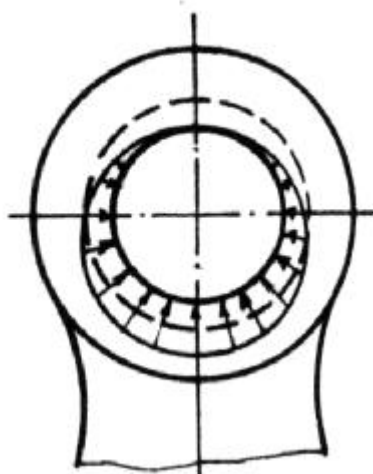
Фиг.3 Схема за изчисляване на пресовото съединение

монтаж и др. При надлъжни пресови съединения за по-голяма сигурност се приема $\mu = 0,08 \div 0,10$, а за напречни - $\mu = 0,12 \div 0,14$.

При натоварване с напречна сила F_r (Фиг.4), носещата способност на съединението се определя по следния начин. Предполага се, че първоначално равномерното налягане p по работната повърхнина се



Фиг.4 Схема за изчисляване на пресово съединение натоварено с напречна сила



разпределя под действието на радиалната сила F_r по трапецовиден закон, преминаващ като гранично състояние в триъгълен. Също така се приема, че завъртането на палеца става около т.О, и се пренебрегва действието на силата F_r , пренесена в тази точка. Приема се, че външният момент $M = F_r \cdot L$ се уравнива от момента $R \cdot x$. Равнодействащата на налягането, разпределено по триъгълния закон се

изчислява по израза: $R = p \cdot l \cdot d$,

а рамото на двоицата $x = \frac{1}{3} l$. След заместване се получава:

$$F_r \cdot L = \frac{1}{3} p \cdot d \cdot l^2.$$

Наличието на напречна сила не намалява способността на пресовото съединение да предава осова сила, въртящ момент или и двете натоварвания заедно.

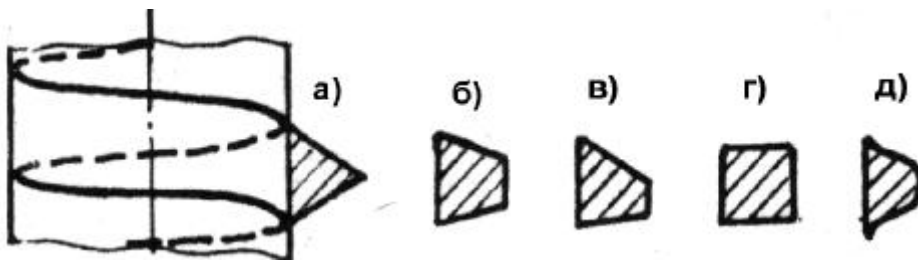
2. Резбови съединения

2.1 Общи сведения

Резбовите съединения имат широко приложение в машиностроенето. Те гарантират висока сигурност, удобство при сглобяване и разглобяване, притежават широка номенклатура на детайлите (гайки, винтове, шпилки, обтяжки и др.), имат сравнително ниска цена, обусловена от високата степен на стандартизация на детайлите.

Недостатък на резбата е, че повърхността ѝ представлява концентратор на напрежения, което намалява границата на умора на материала, особено при променлив характер на натоварването.

Резбата се образува в резултат на преместване на равнинна фигура по винтова линия



Фиг.5 Формообразуване на резбата

цилиндрична или конусна. Изходната повърхнина може да е външна или вътрешна. Посоката на винтовата линия може да е с ляво или дясно направление. Резбата образувана от една, две или повече винтови линии, се наричат съответно едноходови, дву- или много ходови.

По признак предназначение резбите са скрепителни (метрична, тръбна, кръгла и др.) и двигателни (квадратна, правоъгълна, упорна и трапецовидна). Резбите се изработват ръчно или механично чрез струговане, фрезование, валцоване, отливане или изтегляне.

Основните геометрични параметри на резбата (Фиг.6) са:

- вътрешен диаметър – d_1 ;
- външен диаметър – d ;
- среден диаметър – d_2 ;
- стъпка – p ;
- ход на резбата – h ;
- ъгъл на подема – β ;
- профилен ъгъл – α .

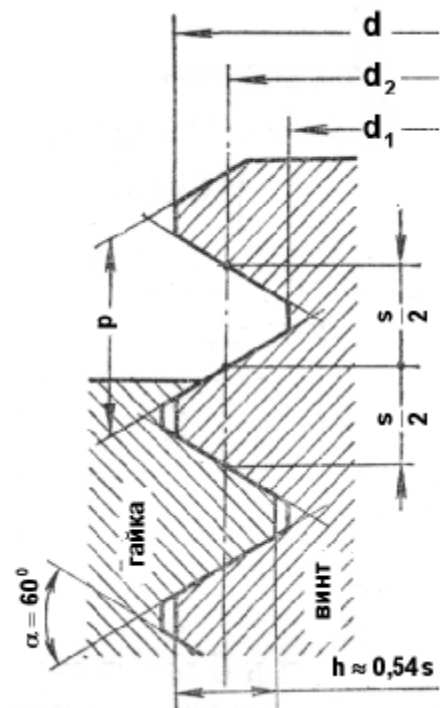
Ъгълът на подема се определя по израза:

$$\beta = \arctg \frac{p \cdot h}{\pi \cdot d_2}$$

Резбовите детайли се изработват от стомана: АСт3, АСт4, АСт5, 10, 35, 35Х, 40Х, А20, А30, цветни метали и сплави или полимери.

2.2. Силови съотношения при резбата

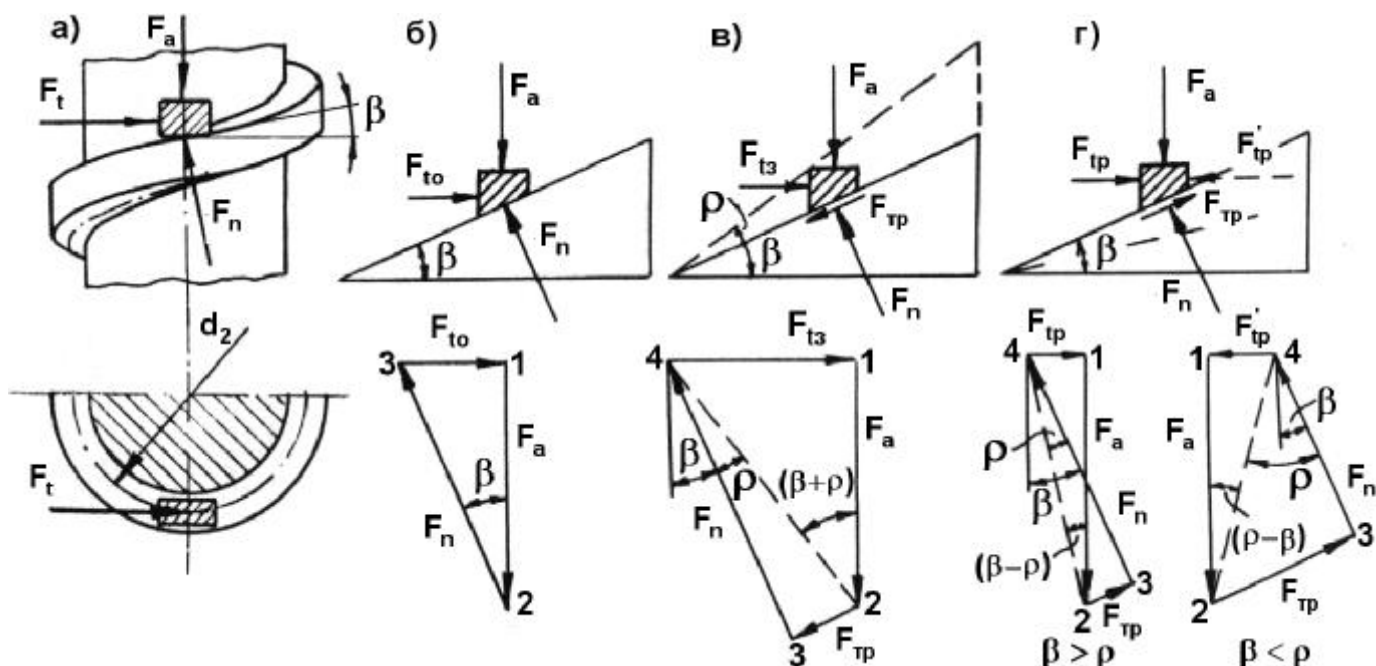
При връзката винт-гайка по оста на винта винаги възниква осова сила F_a (Фиг. 7) след затягане или осово предвижване на единия елемент спрямо другия. За да може да се върти гайката, респ. винта върху единия от двата детайла трябва да се приложи въртящ момент чрез гаечен ключ или по друг начин, чийто въздействие може да се представи с една периферна сила F_t , действаща по средния диаметър на резбата (Фиг. 7.а).



Фиг.6 Основни геометрични параметри на резбата

Ако се пренебрегне силата на триене между резбата на винта и гайката силата за завиване на гайката F_{to} (Фиг.7.б),се определя по израза:

$$F_t = F \cdot \operatorname{tg} \beta,$$



Фиг.7 Схема на винтовата двойка и сили, действащи в правоъгълна резба

а въртящият момент за завиването на гайката се определя по израза:

$$T_{зав}^0 = F_t \cdot \frac{d_2}{2} = F_a \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

С отчитане наличието на сила на триене в резбата $F_{тр}$ (Фиг. 7. в), за определяне на силата за завиване F_{t3} и въртящият момент $T_{зав}$ се използват изразите:

$$F_{t3} = F_a \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho) \quad T_{зав} = F_a \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho),$$

където ρ е ъгъл на триене при правоъгълна или квадратна резба. При всички други профили на резбата (трапецовидна, упорна, скрепителна и тръбна/цолова) се използва вместо ρ приведеният ъгъл на триене ρ .

При развиване на гайката (Фиг. 7. г), силата на триене $F_{тр}$ променя посоката си и ако $\beta > \rho$, то за определяне на силата $F_{тр}$ и въртящия момент $T_{разв}$ за развиване се използват изразите:

$$F_{тр} = F_a \cdot \operatorname{tg}(\beta - \rho) \quad T_{разв} = F_a \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\beta - \rho).$$

В случай, че $\beta < \rho$, за определяне на силата $F_{тр}$ и въртящия момент $T_{разв}$ за развиване се използват изразите:

$$F'_{тр} = F_a \cdot \operatorname{tg}(\rho - \beta) \quad T'_{разв} = F_a \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \operatorname{tg}(\rho - \beta).$$

2.3. Коефициент на полезно действие (КПД)

Коефициентът на полезно действие може да се представи като отношение на въртящия момент за завиване на гайката без да се отчита триенето между навивките на резбата към въртящия момент, но с отчитане на триенето, т.е.:

$$\eta = \frac{T_{зав}^0}{T_{зав} + T_{он}},$$

където $T_{оп}$ е съпротивителният момент в опората на гайката. Той може да се определи по израза:

$$T_{оп} = \mu \cdot F_a \cdot \frac{D_{тр}}{2},$$

където $D_{тр}$ е условният диаметър на триене. След заместване в израза за КПД, окончателно се получава:

$$\eta = \frac{tg\beta}{tg(\beta + \rho) + \mu \frac{D_{тр}}{d_2}}.$$

Ако се отчитат само загубите между навивките на винта и гайката, то вторият член от знаменателя в по-горния израз се приравнява на нула и за КПД се използва израза:

$$\eta = \frac{tg\beta}{tg(\beta + \rho)}.$$

2.4. Разрушителни процеси при винтовите съединения и якостното им изчисляване

В стеблото на винта са възможни следните разрушителни процеси:

- от опън;
- от опън и усукване.

Около главата на винта разрушителните процеси са от:

- смачкване по опорната повърхност;

- огъване;
- срязване.

Резбата на болта се разрушава от:

- огъване;
- срязване;
- смачкване.

Гайката се разрушава от :

- огъване на резбата;
- срязване на резбата;
- смачкване на резбата.

От предварителното затягане на гайката (Фиг. 8), по оста на винта възниква осова сила F_a , а в момента на завиването действа и въртящ момент $T_{зав}$.

При натоварване само с опънова сила F_a вътрешният диаметър на резбата d_1 се определя по израза:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma_{оп}]}}.$$

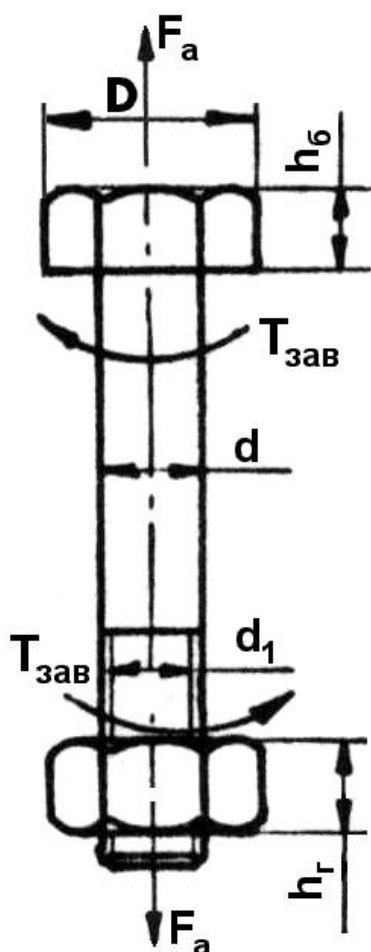
При наличие и на тангенциални напрежения от усукване, то изчислението се извършва по израза :

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot k_{ус} \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma_{оп}]}} ,$$

където $k_{ус} = 1,25 \div 1,30$ е коефициентът, с който се отчита наличието на тангенциални напрежения във винта.

Височината на главата на винта се определя по критерия на огъване и се изчислява по израза:

$$h_6 = \sqrt{\frac{3 \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma_{ог}]}}.$$



Фиг.8 Натоварване на болта

По стандарта връзката между височината на главата на винта и външния диаметър на резбата се дава с израза: $h_6 = 0,7d$.

Височината на гайката зависи от броя на навивките обхващащи винта, които се изчисляват по критерия на огъване, срязване и смачкване. При двигателните резби последният критерий се заменя с критерия за повърхностното налягане.

По стандарт връзката между височината на гайката и външния диаметър на резбата се дава с израза: $h_r = 0,8d$.

3. Щифтови съединения

Този тип съединения (Фиг. 9) се използват за:

- осигуряване на взаимно разположение на свързани детайли;
- предаване на напречни сили и моменти;
- предпазване на конструкцията от претоварване.

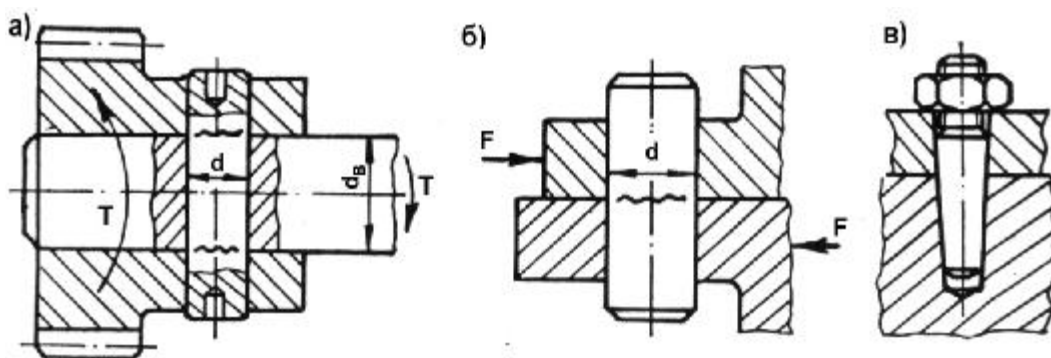
Формата на щифтовете е цилиндрична или конусна. При предаване на въртящ момент T

(Фиг. 9. а) изчисленията се провеждат по израза:

$$\tau_{ср} = \frac{4.T}{D.\pi.d^2} \leq [\tau_{ср}].$$

При предаване на напречна сила F (Фиг. 9. а) изчисленията се провеждат по израза:

$$\tau_{ср} = \frac{4.F}{\pi.d^2} \leq [\tau_{ср}].$$



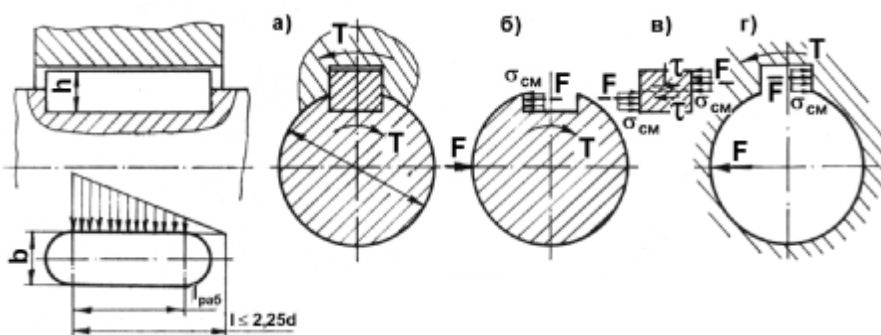
Фиг.9 Щифтови съединения

Щифтовете се изработват от стомана 45 или А12, като се приема допустимо напрежение на срязване $[\tau_{ср}] < 80$ МПа.

4. Шпонкови съединения

Шпонковите съединения служат за закрепване на шайби, зъбни колела, маховици и др. върху оси или валове. Тези съединения могат да предават силов поток от въртящия се вал или ос към елемента или в обратната посока. Те могат да се разделят в две групи : предварително ненапрегнати и предварително напрегнати. В зависимост от геометримната форма на напречното сечение шпонките са: призматична, квадратна, сегментна, цилиндрична, клинова призматична, клинова фриktionна, клинова плоска и клинова тангенциална.

Призматичната шпонка е от групата на предварително ненапрегнатите съединения (Фиг. 10). Използва се за предаване на въртящ момент (Фиг. 10. а). Равновесието на вала и страничната повърхнина на канала, чрез която се предава силовия поток са показани на Фиг. 10. б. Основните размери на призматичната шпонка са



Фиг.10 Съединение чрез призматична шпонка

широчина b , височина h , и работна дължина $l_{раб}$. Първите два размера са стандартизирани.

Външното усилие преминава през шпонката чрез страничните ѝ повърхнини, по които възникват напрежения на смачкване (Фиг. 10. в). На прехода между вала и главината възникват и тангенциални напрежения на срязване. Якостното изчисляване на шпонката при проектирането ѝ се свежда до определяне на работната дължина $l_{раб}$ по критериите на смачкване и срязване:

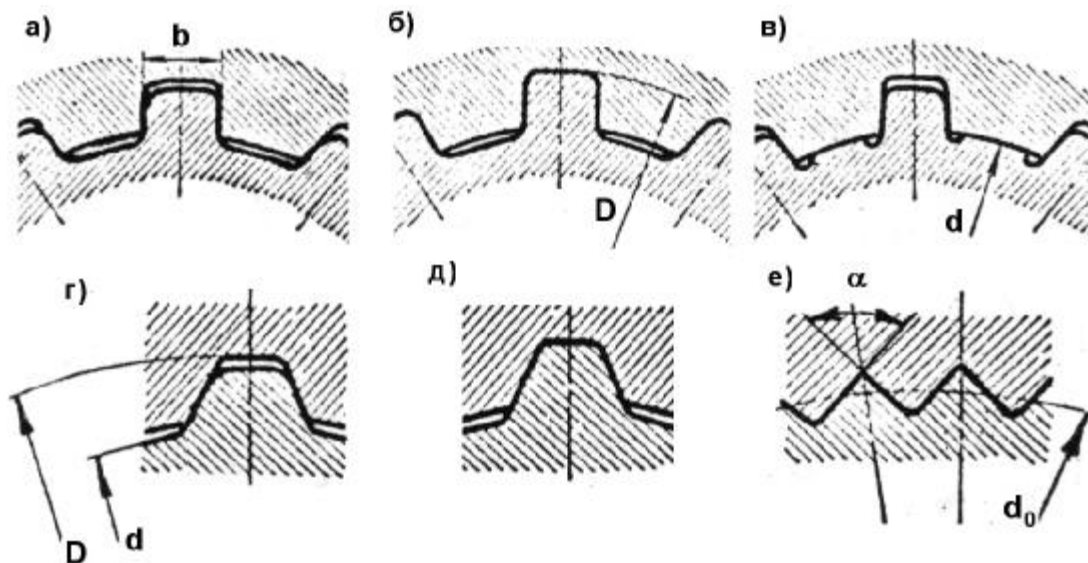
$$\sigma_{см} = \frac{4.T}{d.h.l_{раб}} \leq [\sigma_{см}]$$

$$\tau_{ср} = \frac{2.T}{d.b.l_{раб}} \leq [\tau_{ср}]$$

Изчислената работна дължина не трябва да е по-голяма от $2d$. Освен призматична шпонката може да е квадратна. Тя се изработва от въглеродна или легирана стомана (АСт6,45 и др.).

5. Шлицови съединения

Шлицовите съединения (Фиг. 11) са от групата на съединенията вал-главина. Те се използват предимно при високи честоти на въртене и натоварвания. Основните им размери са стандартизирани.



Фиг. 11 Форма и основни геометрични параметри на шлиците

Профилът на шлиците е правоъгълен, еволвентен или триъгълен. При правоъгълния профил центроването между вала и главината може да се осъществи по външния диаметър D (Фиг. 11. б), по вътрешния диаметър d (Фиг. 11. в) или по широчината b (Фиг. 11. а). Съединенията с евол-

вентни шлице се центроват по страничните си страни (Фиг. 11. г) или по външния диаметър (Фиг. 11. д). Съединенията с триъгълен профил на шлиците се центроват по страничните си повърхнини (Фиг. 11. е) и се изработват с ъгъл на профила 90° , 72° или 60° .

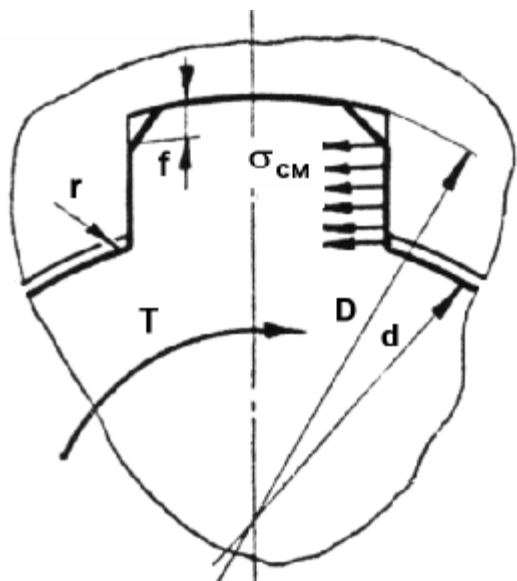
Якостното изчисляване на шлицово съединение с правоъгълни шлице (Фиг. 12) се свежда до определяне на работната дължина на шлица $l_{раб}$ от якостното условие на смачкване:

$$\sigma_{см} = \frac{2.T}{D_c \cdot h \cdot \psi \cdot z \cdot l_{раб}} \leq [\sigma_{см}],$$

където $D_c = \frac{D+d}{2}$ е средният диаметър, по който действа периферната сила;

$$h = \frac{D-d}{2} - (f+r) - \text{височината на шлица, с}$$

отчитане на фаската f и закръглеността r във върха и основата на шлица;



Фиг. 12 Схема за изчисляване на шлицово съединение

$\psi=0,7\div 0,8$ - коэффициентът, отчитащ неравно-мерното разпределение на натоварването между шлиците.

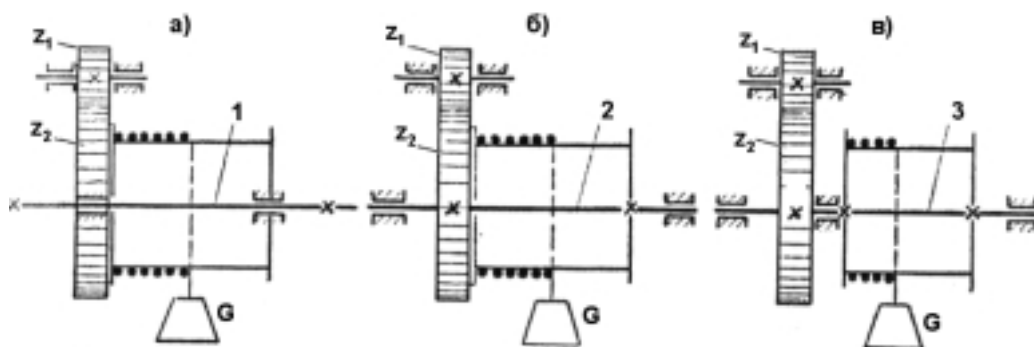
Стойностите на допустимите напрежения се избират в зависимост от вида на съединението, материала и условията на работа.

Лекция 5

Прави оси и валове

1. Общи сведения. Предварителни и проверочни изчисления.

Материализираните геометрични оси на въртящите се детайли се наричат оси и валове (Фиг. 1). Те служат за поддържане на разположените върху тях детайли (зъбни, ремъчни, верижни колела, шайби и др.), които ги натоварват с напречни сили и моменти. Валове се различават от осите по това, че по цялата си дължина или по част от нея са натоварени и с усукващи моменти. Докато осите могат да са неподвижни (Фиг. 1. а) или въртящи (Фиг. 1. б), то валове винаги се въртят (Фиг. 1. в). Осите са прави, а валове са: прави, колянови и гъвкави.



Фиг.1 Примери за варианти на оси и валове

Осите и валове се изчисляват на якост, неподатливост и вибрационна устойчивост. За уеднавяване на методиката на изчисляване на осите и валове е възприето осите да се разглеждат като частен случай, при който отсъства натоварване от въртящи момен-

ти.

При валове основното натоварване е съчетание от външни напречни сили, предизвикващи огъващи моменти M и въртящ момент T . При проектиране на оси и валове се провеждат предварителни и проверочни якостни изчисления.

Предварителните изчисления се свеждат до определяне на най-малкия диаметър d , чрез който трябва да се предаде въртящия момент. За целта се използва критерия на усукване, преработен спрямо диаметъра на вала:

$$d \geq 3 \sqrt{\frac{T}{0,2 \cdot [\tau_{yc}]}}$$

Наличието на напрежения от огъване във вала се отчита чрез приемане на по-ниски стойности на допустимите напрежения на усукване - $[\tau_{yc}] = 15 \div 30$ МПа.

По така изчислената стойност за диаметъра на вала, отчитайки предназначението му и стандартизационните документи се прави графично изображение (чертеж) на вала и се преминава към проверочните изчисления.

Проверочните изчисления започват със съставяне на кинематична изчислителна схема на вала като греди на две опори. Лагерните опори също се схематизират, определят се диаграмите на разрезните усилия, набелязват се застрашените сечения и се изчисляват номиналните напрежения. Променливият характер на напреженията изисква да се направи проверка на умора. За да се изчислят частните s_σ и s_τ и обобщения s коефициенти на сигурност, трябва да се отчетат наличните концентратори на напрежения, качеството на повърхнините и размерите на вала. Ако не е изпълнено условието $s > [s]$ се правят частични корекции в конструкцията. При реверсивно въртливо движение на вала, се приема симетричен характер на изменение на променливите нормални и тангенциални напрежения, а ако е не реверсивно движението, то характерът на изменение на променливите нормални напрежения е симетричен, а на тангенциалните - пулсиращ.

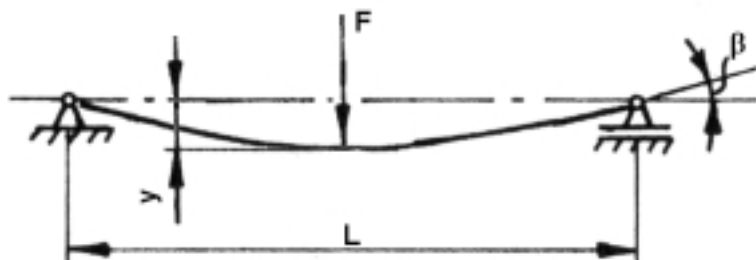
За предотвратяване на разрушаване от пластични деформации, валът се изчислява на статична якост по критерия за еквивалентните напрежения за пластични материали:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{\sigma_{\text{ог}}^2 + 4 \cdot \tau_{\text{ус}}^2} \leq [\sigma_{\text{ог}}]_{\text{прет}}$$

Стойностите на допустимото напрежение от огъване при претоварване се приемат около 80% от границата на пропорционалност σ_s за материала.

2. Изчисляване на оси и валове на неподатливост

Еластичните деформации на осите и валове (Фиг.2) оказват вредно влияние на правилната работа на разположените върху тях елементи.



Фиг.2 Еластични премествания на вал

При изчисляването на неподатливост се правят проверки по следните условия:

- допустимо провисване:
 $y \leq [y];$
- допустимо завъртане в опорите:
 $\gamma \leq [\gamma];$
- допустими ъглови деформации по

дължината на вала:

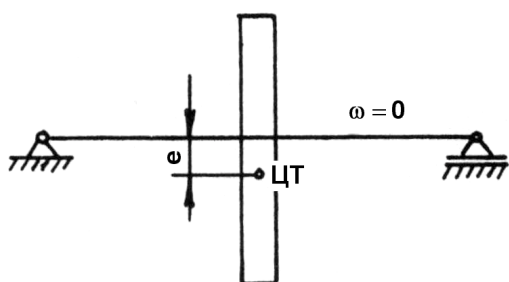
$$\varphi \leq [\varphi];$$

В зависимост от предназначението и условията на работа се регламентират конкретни диапазони на допустимите стойности на отклонения от нормалното състояние на вала.

3. Изчисляване на оси и валове на виброустойчивост

При монтажа на въртящите се детайли не е възможно точно съвпадане на масовия им център с оста на въртене (Фиг. 3). В този случай със същата ъглова скорост ω се върти възникващата центробежна сила, която се сумира с теглото на въртящите се детайли. Резултантната сила е променлива по големина и посока като предизвиква принудителни трептения с честота ω . При съвпадане на тази честота със собствената честота на системата p , настъпва явлението **резонанс**. Прието е ъгловата скорост, при която настъпва това явление, да се нарича **критична**.

За избягване на това явление се преминава през статично и динамично балансиране на системата.



При пренебрегване на масата на вала, то центробежната сила $F_{\text{цб}}$, предизвикана от въртящата се маса m на диска може да се представи с израза:

$$F_{\text{цб}} = m \cdot r \cdot \omega^2 = m(e + y) \cdot \omega^2.$$

На $F_{\text{цб}}$ се противопоставя еластичната сила $F_{\text{пр}}$ на вала:

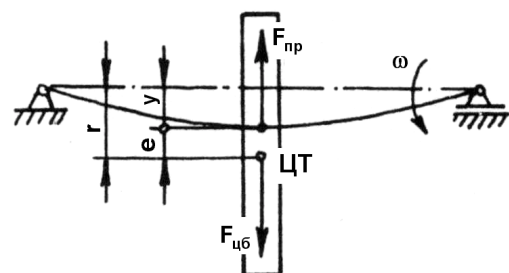
$$F_{\text{пр}} = c \cdot y,$$

където c е коефициентът, отчитащ коравината на вала;
 y – провисването на системата под действието на центробежната сила.

Провисването на вала продължава до изравняване на външните и вътрешните сили, което дава основание $F_{\text{цб}}$ и $F_{\text{пр}}$ да се представят с равенството:

$$F_{\text{цб}} = F_{\text{пр}} \text{ или } m(e + y) \cdot \omega^2 = c \cdot y.$$

При преработване на последното уравнение спрямо y могат да се установят факторите, от които зависи провисването:



Фиг.3 Схема за определяне на критичната ъглова скорост на прав вал с постоянно сечение

$$y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2}.$$

Явлението резонанс настъпва, когато y клони към безкрайност, т. е. когато знаменателят на последния израз е равен на нула:

$$c - m \cdot \omega^2 = 0,$$

което уравнение, ако се преработи спрямо ъгловата скорост се получава израза за изчисляване на критичната ъглова скорост:

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Коравината на вала може да се представи с израза $c = \frac{m \cdot g}{y_{ст}}$, където g е ускорение на силата на теглото. Ако се замести коравината c в израза за критичната ъглова скорост, то ще се получи :

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}}.$$

По аналогия за критичната честота на въртене $n_{кр}$ ще е в сила зависимостта:

$$n_{кр} = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{y_{ст}}}.$$

При дължина на вала l статичното провисване се представя с израза: $y_{ст} = \frac{G \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J} = \frac{m \cdot g \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J}$, което дава основание критичната ъглова скорост и честота на въртене да се представят с изразите:

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{48 \cdot E \cdot J}{m \cdot l^3}} \quad \text{и} \quad n_{кр} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{48 \cdot E \cdot J}{m \cdot l^3}}.$$

От двата последни израза следва, че критичната ъглова скорост и честота на въртене са зависими от модула на линейна деформация E , диаметъра на напречното сечение на вала d , масата на въртящите се елементи, разположени върху вала m , и разстоянието между опорите на вала l .

Ако коравината c се замести в израза за y с произведението $m \cdot \omega^2$, то изразът за провисването ще изглежда така:

$$y = \frac{e}{\left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2 - 1}.$$

От този израз става ясна, че:

- при изменение на ω от нула до $\omega_{кр}$, амплитудата на трептенията нараства и при $\omega = \omega_{кр}$ провисването е най-голямо и настъпва явлението резонанс;
- при $\omega > \omega_{кр}$ амплитудата на провисването намалява и при много големи стойности на ω , въртящата система се самоцентрира и в този случай $y = -e$.

Установено е, че корави въртящи се системи работят добре при условие $\omega < 0,7 \omega_{кр}$, а ако системата е еластична, то условието за нормална работа е при $\omega > 1,3 \omega_{кр}$.

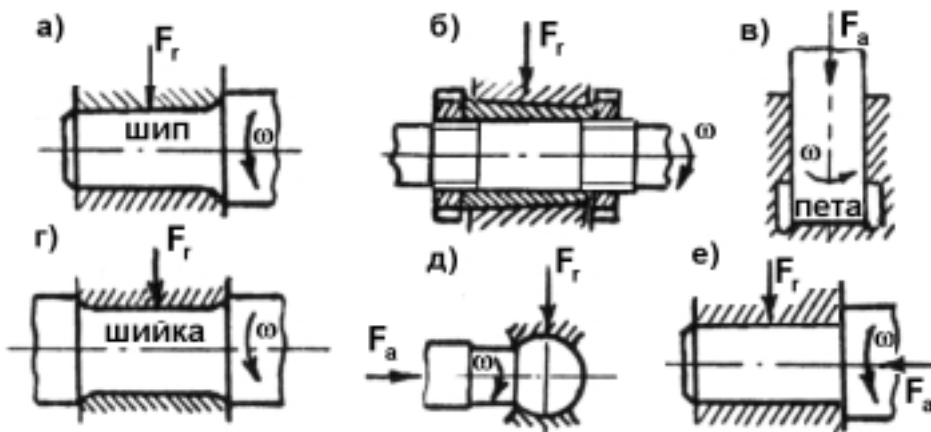
Лекция 6

Лагери

1. Плъзгащи лагери

1.1. Общи сведения, видове триене

В зависимост от формата на триещата повърхнина на лагера (Фиг. 1) те са :



Фиг.1 Плъзгащи лагери

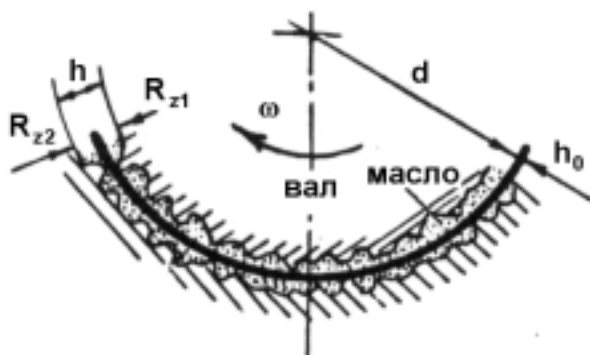
- цилиндрични (Фиг. 1. а);
- конусни (Фиг. 1.б) – дават възможност за регулиране на хлабината;
- сферични(Фиг. 1. д) – допускат да се самоцентрира системата;
- равнинни (Фиг. 1. в) – при аксиалните лагери;
- комбинирани (Фиг. 1. е).

Плъзгащите лагери се използват там, където предимствата им са безспорни:

- при големи честоти на въртене;
- при големи и тежко натоварени валове;
- при точни и прецизни машини;
- при необходимост от сглобяване или разглобяване на лагера;
- при работа в агресивни среди;
- при бавноходни машини.

При относителното преместване на работните повърхнини на лагера между тях възниква физико-химичното явление **триене**. То може да е: абсолютно сухо, практически сухо, гранично, полутечно и течно.

При течното триене (Фиг. 2) металните повърхнини не се допират, а между тях има маслен слой с дебелина h по-голяма от сумата на височините на микрогравините $R_{z1} + R_{z2}$ на работните повърхнини.



Фиг. 2 Разположение на вала и втулката при течно триене

Съпротивлението в този случай, представено със силата на триене $F_{тр}$ зависи от обемните свойства на маслото т. е. от вътрешното триене на частиците на маслото и може да се определи по закона на Нютон:

$$F_{тр} = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dh},$$

където η е динамичният вискозитет на маслото;

S – площта на плъзгане;

$\frac{dv}{dh}$ - градиентът на скоростта по височината

на масления слой.

По аналогия със сухото триене, силата на триене може да се представи с произведението от коефициента на триене и нормалната сила на натиск $\mu \cdot F$. Следователно, замествайки в по-горният израз:

$$\mu \cdot F = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dh}$$

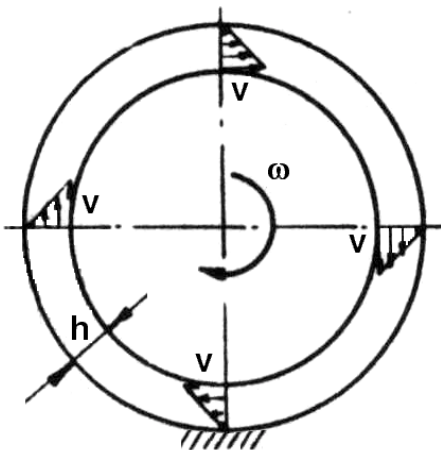
След преработване на уравнението и представяне на налягането p с отношението $\frac{F}{S}$, то за коефициентът на триене се получава израза:

$$\mu = \frac{\eta}{p} \frac{dv}{dh}$$

Този израз е в сила когато работните повърхнини на лагера са плоскости.

1.2. Крива на режима

При цилиндричен лагер (Фиг. 3), ако се приеме, че осите на вала и на отвора съвпадат,



Фиг. 3 Закон на изменение на периферната скорост при допускане, че центрите на въртене на вала и втулката съвпадат

което на практика не може да се случи, то $\frac{dv}{dh}$ може

да се замени с $\frac{v}{h}$. Ако площта на плъзгане е: $S = \pi \cdot d \cdot l$

и скоростта: $v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$, то за коефициента на триене ще се получи зависимостта:

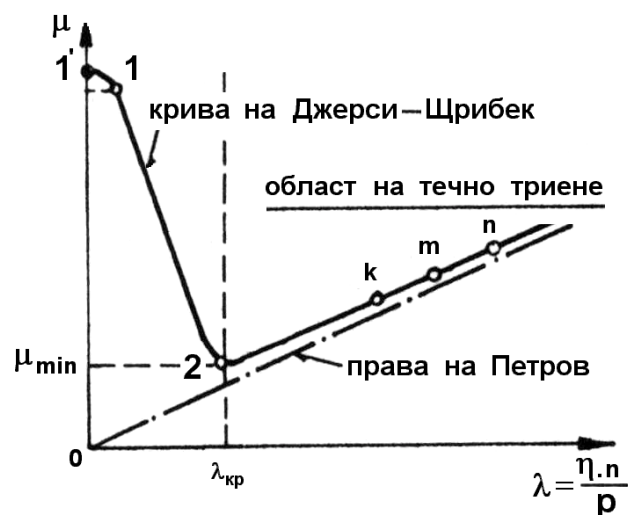
$$\mu = \frac{\pi^2 \cdot d}{60 \cdot h} \cdot \frac{\eta \cdot n}{p}$$

Този израз за първи път е изведен от руския изследовател Н.П.Петров. Изразът $\frac{\eta \cdot n}{p} = \lambda$ е комплексен безразмерен фактор, който се нарича коефициент на режима на работа. В координатната система $\lambda - \mu$ уравнението на Петров представлява

права линия (Фиг. 4), минаваща през началото ѝ. В действителност връзката им е по-сложна и се дава с експериментално получената крива на Джерси – Щрибек, която се нарича крива на режима.

На дясно от т.2 се намира областта на установен режим на работа в условия на течно триене. В тази област, ако под действие на случайни фактори системата се отклони от първоначалното си състояние, то след известно време тя се връща в изходно положение.

В участъка от т.1 до т.2 характерът на триене е полутечно, а от т.1 до ординатната ос - триенето е гранично. При всяко развъртане на системата лагерите ѝ преминават през режими, с коефициент на режима по-малък от $\lambda_{кр}$. Над тази стойност характерът на изменение на коефициента на триене е линеен.



Фиг.4 Крива на режима на работа на плъзгащ лагер

1.3. Критерии за работоспособност на плъзгащите лагери

За да няма задирание трябва действителното средно налягане p да е по-малко от допустимото т. е. да е изпълнено условието:

$$p \leq [p].$$

На основата на този критерий се изчисляват основните геометрични размери на лагера, като налягането p се представя с отношението: $p = \frac{F}{d.l}$, където l е дължината на лагера, която е във функционална връзка с диаметъра: $l = \phi.d$. В този израз ϕ е геометричен лагерен параметър, който може да приема стойности $\phi = 0,4 \div 1,5$. При по-малки стойности от 0,4 лагерите са с понижена товароносимост, а при по-големи от 1,5 конструкцията изисква повишена коравина на вала и прецизност при изработване.

За да се избегне запалване трябва да е изпълнено условието за не запалване:

$$v \leq [v].$$

За да не се загрява лагерът количеството отделена топлина трябва да е по-малка от допустимата за конкретните условия т. е. :

$$pv \leq [pv].$$

В координатната система $v-p$ (Фиг.5), в зависимост от материала на лагера, $t.M$ илюстрира състоянието му спрямо допустимите стойности, които за налягането $[p]$ и скоростта на плъзгане $[v]$ са прави линии, а произведението им $[pv]$ е равнораменна хипербола.

Следователно, за да работи плъзгащият лагер нормално, трябва условията на експлоатация да гарантират режим във защитената област.

Материалите, които се използват при плъзгащите

лагери трябва да имат комплексното свойство антифрикционност, което включва:

- нисък коефициент на триене;
- добро съпротивление срещу задиране;
- добра износоустойчивост и способност за сработване;
- добра топлопроводимост;
- нисък коефициент на топлинно разширение;
- добра пластичност и ударна жилавост;
- склонност към образуване на маслен филм.

Най-добро решение при избиране на двойка материали за вала и лагерната втулка е те да са разнородни, да нямат физическо и химическо сходство. За втулката се използват сив или антифрикционен чугун, бронз, бабит(сплав на основата на калай и олово), пластмаси, дърво, гума и др.

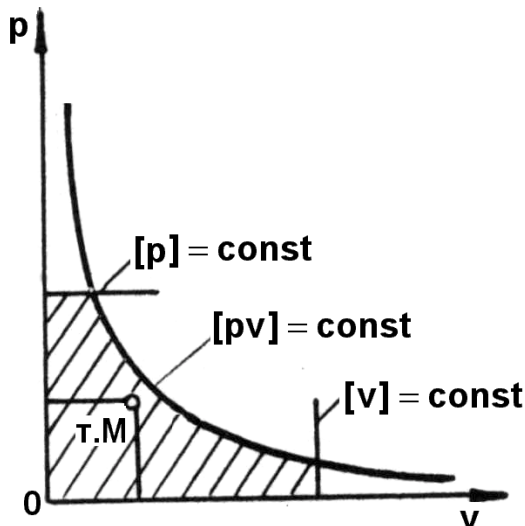
2. Търкалящи лагери

2.1. Общи сведения, класификация, означение

В търкалящите лагери при относителното движение на елементите един спрямо друг възниква триене при търкаляне. Конструкцията на лагерите (Фиг. 6) най-често се състои от външна и вътрешна гривни и търкалящи се по тях тела, равномерно разпределени по окръжност чрез сепаратор.

Предимствата на търкалящите лагери са:

- малко съпротивление;
- поемат радиални натоварвания във всички посоки;
- могат да поемат както радиални, така и аксиални натоварвания;
- имат малка дължина;
- работят при ниски скорости без повишени съпротивления;
- имат малка радиална хлабина;
- взаимозаменяеми;



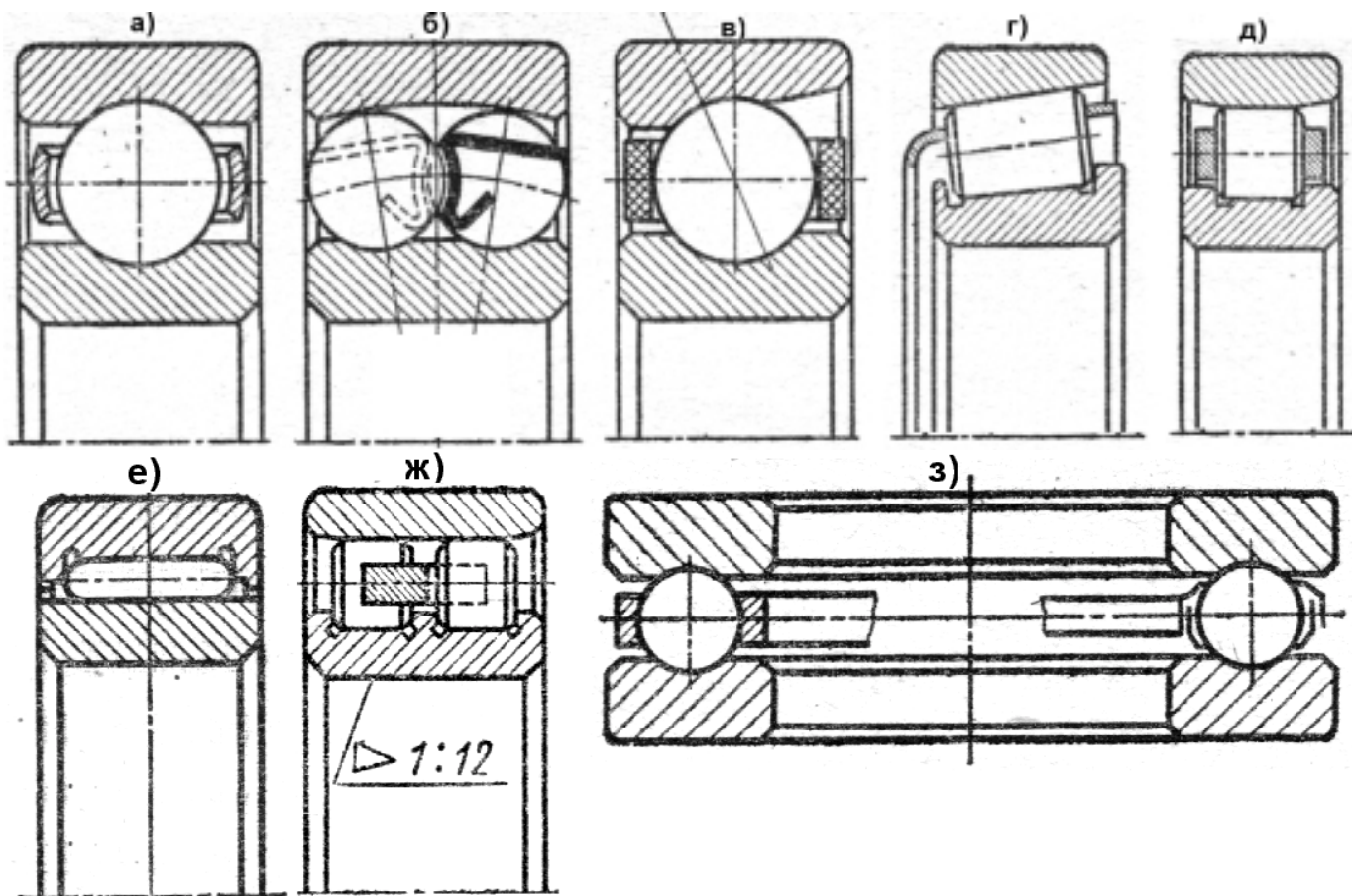
Фиг.5 Диаграма за антифрикционните материали

- по-евтини;
- икономични от гледна точка на използваното масло за смазване.

Недостатъците на търкалящите лагери са:

- не работят добре при честоти по-високи от 10000 min^{-1} ;
- изискват точен монтаж;
- имат ограничен живот;
- чувствителни са към ударни натоварвания;
- имат голям радиален размер;
- някои типове са все още доста скъпи.

Класификацията на лагерите се прави по:



Фиг. 6 Търкалящи лагери

- посока на поеманата сила: радиални (Фиг. 6. а); аксиални (Фиг. 6. з); радиално-аксиални (Фиг. 6. в и Фиг. 6. г).
- форма на търкалящите се тела: сачмени (дробинкови) (Фиг. 6. а); ролкови (Фиг. 6. д); иглени (Фиг. 6. е).
- способност за самонагаждане: самонагаждащи (Фиг. 6. б); не самонагаждащи.
- броя на редовете на търкалящите тела: едно- и двуредови (Фиг. 6. б и Фиг. 6. ж).
- серии в зависимост от съотношението на размерите на външния D и вътрешния d диаметри и широчина B на лагера: особено лека; лека; лека широка, средна; средно широка; тежка.
- клас на точност: нормален-Н; повишен-П; особено повишен-ВП; висок-В; особено висок-АВ; прецизен- А; особено прецизен- СА; свръх прецизен- С.

Лагерите се маркират с букви и цифри, а разшифроването се извършва от дясно на ляво. При лагери с вътрешен отвор $d > 17 \text{ mm}$ производението от числото, образувано от първите две цифри и 5, дава размера на вътрешния диаметър на лагера. При вътрешен диаметър $d > 10 \text{ mm}$ и по-малък от 20 mm , ако първите две цифри са :

- 00 - вътрешният диаметър на лагера е 10 mm;
- 01 - вътрешният диаметър на лагера е 12 mm;
- 02 - вътрешният диаметър на лагера е 15 mm;
- 03 - вътрешният диаметър на лагера е 17 mm.

При вътрешен диаметър $d < 9\text{mm}$ първата цифра дава размера на вътрешния диаметър, втората – серията на лагера, а третата е нула.

При вътрешен диаметър $d > 9\text{mm}$ третата цифра дава информация за серията на лагера: 1- особено лека; 2- лека; 3- средна; 4- тежка; 5- лека широка; 6- средна широка.

Четвъртата цифра показва типа на лагера: 0- радиално едноредов сачмен; 1- радиално самонагаждащ сачмен; 2- радиален с къси цилиндрични ролки; 3- радиален самонагаждащ дуредов ролков; 4- радиален с дълги ролки- иглен; 5- радиален с навити ролки; 6- радиално-аксиален сачмен; 7- радиално- аксиален ролков; 8- аксиален сачмен; 9- аксиален ролков.

Петата и шестата цифра дават информация за конструктивни особености на лагера.

Буквеното означение пред цифрите означава класа на точност на лагера.

2.2. Изчисляване и избор на търкалящ лагер

Изчисляването и изборът на търкалящите лагери се извършва по динамична товароносимост или по статична товароносимост, в зависимост от условия на работа.

При честота на въртене на вала, респективно на една от гривните на лагера $n < 1\text{min}^{-1}$ се използва критерия за статична товароносимост:

$$Q_0 \leq C_0,$$

където C_0 е статичната товароносимост на лагера по каталог;

Q_0 – еквивалентното натоварване.

Еквивалентното натоварване се определя като равноопасно натоварване, заменящо действителното радиално и аксиално натоварване. То се определя по израза:

$$Q_0 = X_0 \cdot F_r + Y_0 \cdot F_a,$$

Където X_0 и Y_0 са съответно коефициент на радиално и аксиално статично натоварване.

При честота на въртене на вала, респективно на една от гривните на лагера $n > 1\text{min}^{-1}$ се използва критерия за динамична товароносимост:

$$\left(\frac{C}{Q}\right)^a \geq L,$$

където Q е еквивалентното натоварване;

C – динамична та товароносимост, която лагерът може да издържи 10^6 завъртания;

L - номинална трайност в милиони завъртания до поява на разрушителния процес **ПИТИНГ**;

a – степенен показател, зависещ от вида на търкалящите тела на лагера. Ако са сачми: $a=3$, а ако са ролки: $a=3,333$.

От своя страна номиналната трайност L може да се представи с израза:

$$L = \frac{60 \cdot n}{10^6} \cdot L_h,$$

където n е честотата на въртене на гривните на лагера в min^{-1} ;

L_h - желаната трайност на лагера в часове.

Еквивалентното натоварване Q се изчислява в зависимост от типа на лагера и вида на натоварването. При радиално-аксиалните лагери се използва зависимостта:

$$Q = (v \cdot x \cdot F_r + y \cdot F_a) \cdot k_6 \cdot k_T,$$

където F_r и F_a са действителния радиален и аксиален товар в лагера;

x и y – коефициенти съответно за радиален и аксиален товар;

v – коефициентът, който отчита коя от гривните се върти спрямо вектора на натоварването;

k_6 – коефициентът на динамичност;

k_T - коефициентът, който отчита работната температура.

Ако лагерът е аксиален, то еквивалентното натоварване се изчислява по израза:

$$Q = F_a \cdot k_b \cdot k_T.$$

След изчисляване на необходимия динамичен коефициент на натоварване на лагера $C_{изч}$, от фирмен каталог или друг справочник се избира лагер, за който да е изпълнено условието:

$$C_{изч} \leq C_{табл}.$$

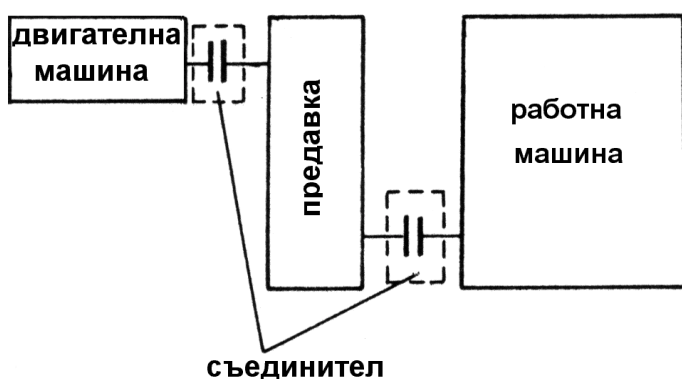
На практика е допустимо $C_{табл} > 0,95 C_{изч}$, тъй като в таблиците се дават данни, които могат да издържат 90% от лагерите.

Лекция 7

Съединители

1. Общи сведения, класификация, коефициент на претоварване

Съединителите осъществяват силова и кинематична връзка между двигателната и работната машини (Фиг. 1). Голяма част от тях имат и допълнителни функции: предпазват от претоварване; гасят усукващи колебания; включват работната машина при определена честота на въртене.



Фиг. 1 Разположение на съединителите в силова верига

T – номиналният въртящ момент.

Според принципа на работа и предназначение съединителите са:

- постоянно включени: неподвижни и подвижни твърди;
- управляеми: със зацепване и с триене;
- самоуправяеми: предпазни, центробежни и еднопосочни.

Съединителите се изчисляват на основата на изчислителен въртящ момент:

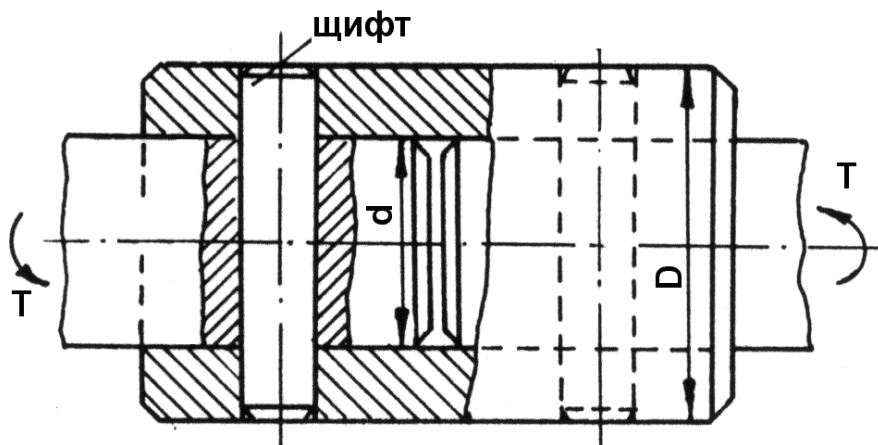
$$T_{\text{изч}} = k \cdot T,$$

където k е коефициентът на претоварване, зависещ от вида на работната и двигателната машини]

2. Неподвижни съединители

Този тип съединители свързват твърдо в едно цяло валове на работната и двигателната машини. При тях изискванията за монтаж са строги. Най-разпространени конструкции са: втулков (гилзов), черупков и дисков.

Втулковият съединител има малки габарити и проста конструкция (Фиг. 2). Основният му детайл е стоманена втулка. Въртящият момент се предава чрез напречни щифтове, шпонки или шлицы.



Фиг. 2 Втулков съединител

Втулката се изчислява по критерия на усукване:

$$\tau_{\text{ус}} = \frac{k \cdot T_{\text{изч}}}{W_p} \leq [\tau_{\text{ус}}].$$

Допустимите напрежения на усукване $[\tau_{\text{ус}}]$ се приемат за стомана около 20 Мра, тъй като в съединението при монтажа се появяват и напречни усилия на огъване.

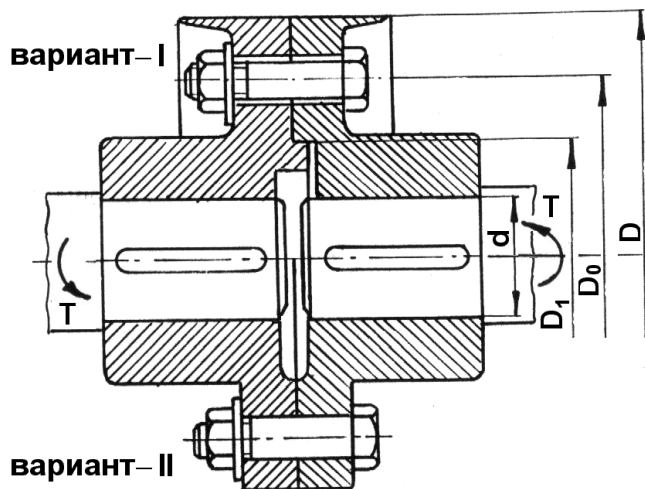
Щифтовете се изчисляват по критерия на срязване:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{S} = \frac{4 \cdot k \cdot T}{d \cdot \pi \cdot d_{\text{щ}}^2} \leq [\tau_{\text{ср}}].$$

Поради затруднения при монтажа на този тип съединители, те се използват до диаметър на вала $d=60 \div 70$ mm.

Дисковият съединител се състои от два диска (Фиг. 3), които са свързани с групово винтово съединение, което може да е изпълнено с хлабина или без хлабина.

Въртящият момент $T_{изч}$, който може да премине през съединителя при винтово съединение без хлабина е:



Фиг. 3 Дисков съединител

$$T_{изч} = k \cdot T \leq \frac{\pi \cdot d_6^2}{4} \cdot [\tau_{ср}] \cdot \frac{D_0}{2} \cdot z_6,$$

където D_0 е диаметърът на окръжността по която са разположени болтовете с диаметър на стеблото d_6 .

z_6 – броят на болтовете.

Въртящият момент, който може да премине през дисковия съединител, при който винтовото съединение е с хлабина, трябва да отговаря на условието:

$$T_{изч} = k \cdot T \leq \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot [\sigma_{оп}] \cdot \mu \cdot \frac{D_0}{2} \cdot z_6,$$

където d_1 е вътрешният диаметър на резбата на винтовете, натоварени по схема на опън, в резултат на което възникват сили на триене по

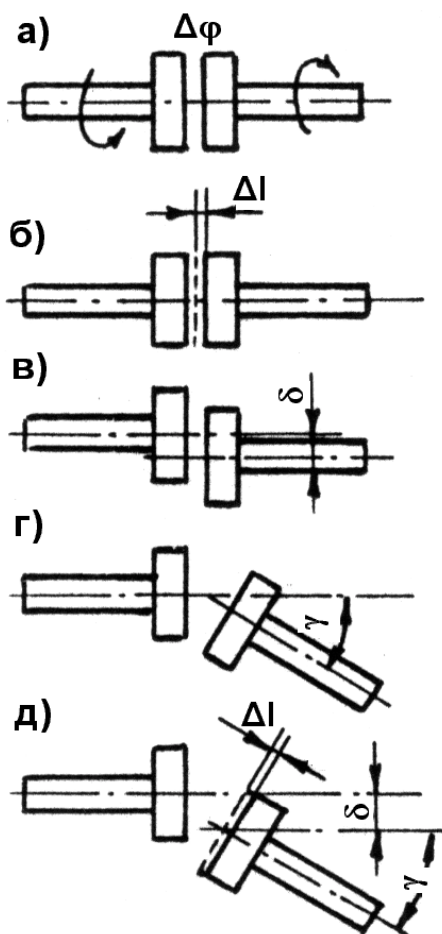
челните повърхнини на двата полусъединителя.

Разновидност на дисковия съединител е фланцовия съединител, при който краищата на двата вала са оформени като фланец.

3. Подвижни съединители

Този тип съединители се използват за компенсиране на грешки при изработване и монтаж.

Най-често тези грешки (Фиг.4) се свеждат до относително ъгово завъртане по дължината на вала $\Delta\phi$, надлъжно изместване Δl , радиално преместване δ и ъгово преместване-пресичане γ . Компенсирането може да е твърдо или меко (еластично).



Фиг. 4 Неточности при взаимното разположение на два вала

Твърдото компенсиране може да се реализира с **палцов съединител** (Фиг.5).

Той се състои от два полусъединителя, при които всеки един от тях има издатини (палци) и вдлъбнатини по челните повърхнини, които влизат една в друга. Чрез тях се предава въртящият момент. Полусъединителите се центроват един спрямо друг чрез втулка (Фиг.5.а) или като краищата на двата вала се вкарват в единия от полусъединителите (Фиг.5. б).

Основните елементи, които подлежат на якостна проверка са палците (Фиг.5.в). Те са натоварени на срязване, огъване и смачкване от периферната сила F_t , която се определя по израза:

$$F_t = \frac{2 \cdot k \cdot T_{ном}}{D \cdot z},$$

където D е среден диаметър на окръжността, по която са разположени палците;

z – броят на палците.

От критерия на срязване могат да се определят основните геометрични размери на палците, така че да е изпълнено условието:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F_t}{S} = \frac{2.k.T_{\text{НОМ}}}{D.z.b.a} \leq [\tau_{\text{ср}}],$$

където **a** е широчината на палеца;
b - дължината на палеца.

$[\tau_{\text{ср}}]$ – допустимата стойност на напреженията на срязване $[\tau_{\text{ср}}] = 100\text{MPa}$.

От съображения за не огъване на палците, най-опасен е случая, когато периферната сила е съсредоточена във върха на палците и предизвиква огъващ момент $\max M_{\text{ог}} = F_t \cdot h$, където **h** е височината на палеца. В този случай трябва да е изпълнено условието:

$$\sigma_{\text{ог}} = \frac{M_{\text{ог}}}{W_y} = \frac{12.k.T_{\text{НОМ}} \cdot h}{D.z.a.b^2} \leq [\sigma_{\text{ог}}].$$

Допустимото напрежение на огъване $[\sigma_{\text{ог}}] = 80 \div 100\text{MPa}$.

От критерия на смачкване, ако се предположи, че силата е равномерно разпределена по повърхността на палеца, то условието на смачкване е:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F_t}{S} = \frac{2.k.T_{\text{НОМ}}}{D.z.a.h} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

Допустимото напрежение на смачкване е $[\sigma_{\text{см}}] = 15 \div 20\text{MPa}$.

Мекото (еластичното) компенсирание може да се извърши с вградени в конструкцията тампони (Фиг.6.а) или бандажи (Фиг.6.б) от гума или на метални пружиниращи елементи. Този тип съединители се наричат еластични.

Еластичните съединители с палци и гумени тампони се състоят от два полусъединителя. Към единия са монтирани метални палци, които предават въртящия момент на другия полусъединител посредством набор от гумени тампони. Този тип съединители компенсират несъосности $\delta = 0,3 \div 0,6\text{mm}$ и $\gamma < 1^\circ$.

Якостна проверка на съединителя се прави по

критерия на смачкване на гумените тампони:

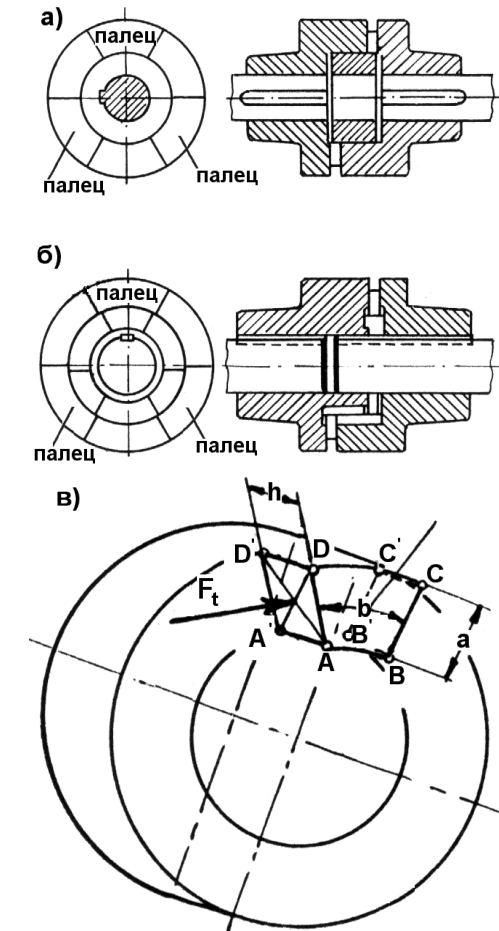
$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{S} = \frac{2.k.T_{\text{НОМ}}}{D_1.z.d_n.l} \leq [\sigma_{\text{см}}]$$

където D_1 е диаметърът на окръжността, по която са разположени палците;

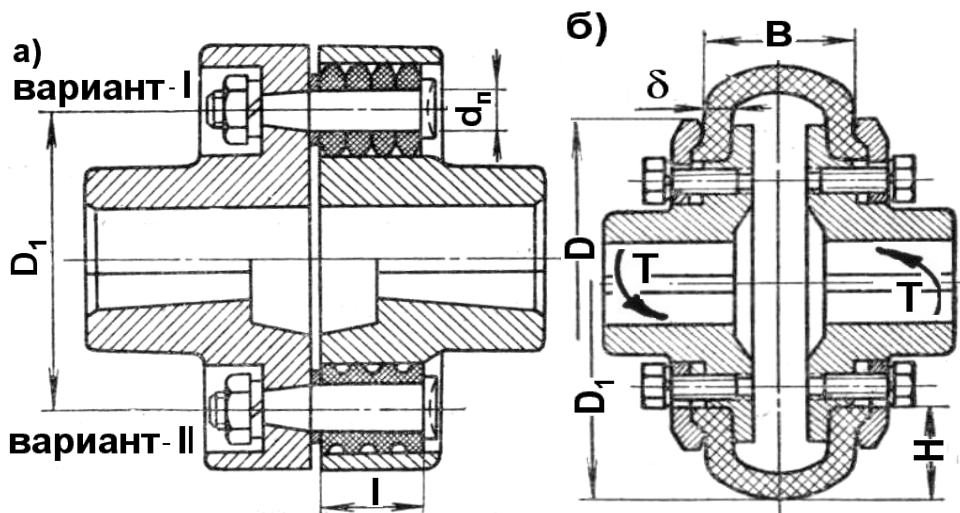
d_n – вътрешният диаметър на гумения тампон;

l – дължината на тампона;

z – броят на тампоните;



Фиг. 5 Палцев съединител и натоварване на палеца



Фиг.6 Еластични съединители

$[\sigma_{см}] = 1,8 \div 2 Mpa$ – допустимата стойност на напреженията на смачкване за гума.

Значително натоварени са и металните палци, които при износване на гумените тампони се натоварват на огъване. Якозната проверка на огъване е:

$$\sigma_{ог} = \frac{M_{ог}}{W_y} = \frac{2 \cdot k \cdot T_{ном} \cdot l}{D_1 \cdot z \cdot 0,1 \cdot d_n^3} \leq [\sigma_{ог}]$$

4. Управляеми съединители

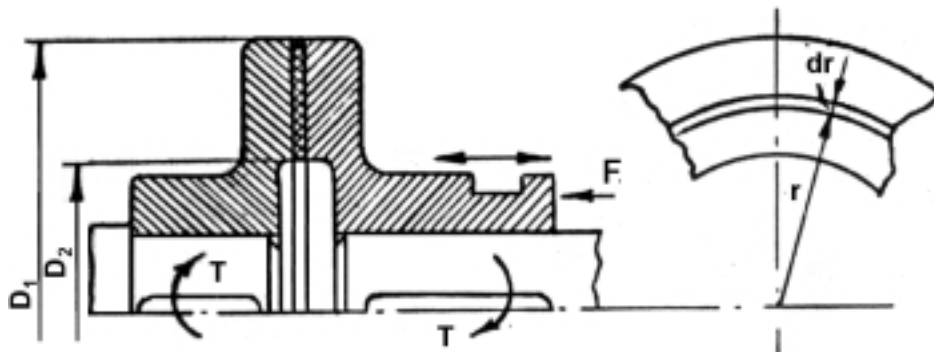
Този тип съединители се използват за включване и изключване на системата двигател-работна машина по желание на оператора. Широко разпространени в практиката са управляеми палцеви и зъбни съединители. Изчисленията и изборът им се извършва аналогично, както при неуправляемите палцеви или зъбни съединители.

Към групата на управляемите съединители спадат триещите съединители (Фиг.7). При тях в резултат на притискане на двата полусъединителя с нормалната сила F , между работните повърхнини с външен диаметър D_1 и вътрешен диаметър D_2 възниква триещ момент, чрез който се предава въртящият момент от единия на другия полусъединител. Големината на триещия момент се определя по израза:

$$T_{тр} = \mu \cdot F \cdot R_{тр}$$

където μ е коефициентът на триене между работните повърхнини на съединителя;

$R_{тр}$ – приведенният



радиус на триене, който се определя по една от зависимостите:

$$R_{тр} = \frac{1}{3} \cdot \frac{D_1^3 - D_2^3}{D_1^2 - D_2^2}; \quad R_{тр} \approx R_{ср} = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

За да работи триещият съединител трябва да е изпълнено условието:

$$k \cdot T \leq T_{тр} = \mu \cdot F \cdot R_{тр} \cdot z,$$

където z е броят на двойките триещи повърхнини.

Ако работните повърхнини не са равнинни, както при дисковите съединители, а цилиндрични, то условието за работа на съединителя е:

$$k \cdot T \leq T_{тр} = \mu \cdot p \cdot S \cdot R_{тр} = \mu \cdot p \cdot R_{тр}^2 \cdot \gamma \cdot b,$$

където γ е централният ъгъл на работната повърхнина;

b – широчината на работната повърхнина;

p – работното повърхностно налягане.

При конусните триещи съединители (Фиг. 8), които могат да се разглеждат като междинен случай на дисковите и цилиндричните съединители, условието за нормална работа е:

$$k \cdot T \leq T_{тр} = \mu \cdot p \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{ср}^2 \cdot b,$$

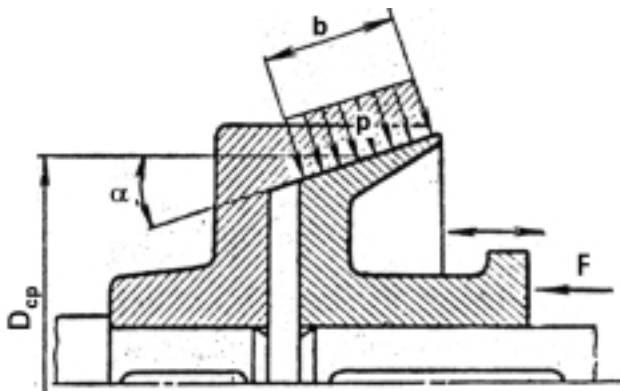
където $R_{ср}$ е средният радиус на работната повърхнина;

b – широчината на работната повърхнина на конуса.

От равновесието на притиснатите конуси се определя повърхностното налягане:

$$p = \frac{F}{b \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{ср} \cdot \sin \alpha}$$

където α е половината от ъгъла при върха на конуса.



Фиг. 8 Конусен съединител

конуса.

След заместване на налягането p в израза за условието на работа на съединителя се получава зависимостта:

$$k.T \leq T_{\text{тр}} = \mu.F. \frac{R_{\text{ср}}}{\sin \alpha} = \mu'.F.R_{\text{ср}}.$$

Очевидно е, че с намаляване на ъгъла α намалява и осовата сила F , но ъгълът не трябва да се прави по-малък от ъгъла на триене ρ , тъй като системата може да се заклинни. Най-често $\alpha = 15^\circ$.

При триещите съединители трябва да са изпълнени и условията за :

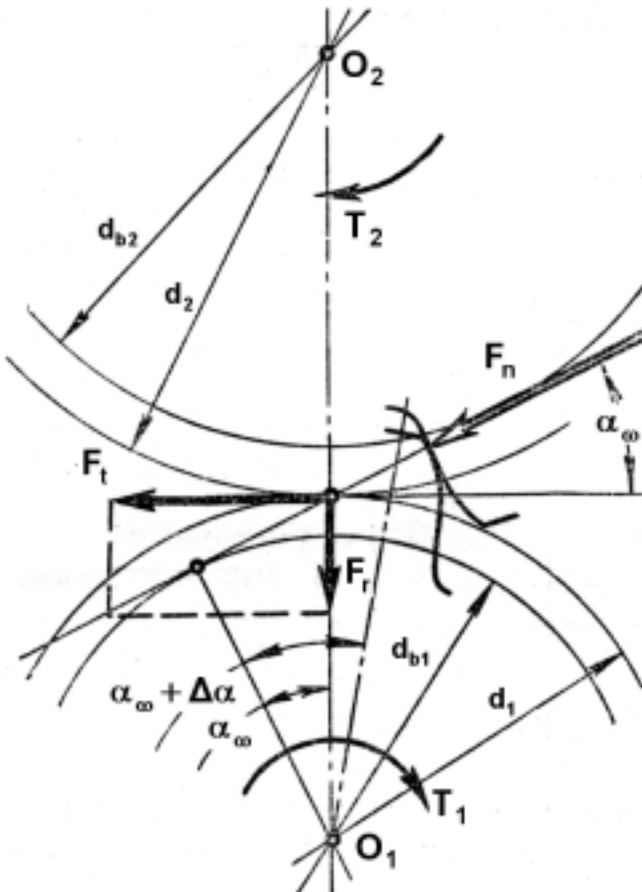
- задиране - $p \leq [p]$;
- не запалване - $v \leq [v]$;
- не загряване - $pv \leq [pv]$.

За намаляване на износването при работа в суха среда се използват фрикционни материали, при които коефициентът на триене е висок, имат голяма механична якост, износоустойчивост и не са склонни към задиране. С подобни качества са материалите, изработени от смола и азбест, металокерамика, дърво, кожа, пластмаса, текстолит и др.

Лекция 8

Якостно изчисляване на зъбни предавки

1. Сили в зъбното зацепване при прави зъби



Фиг. 1 Сили в зацепването на зъбна предавка с прави зъби

При пренебрегване на силата на триене $F_{тр}$, по направление на нормалата действа общата сила на зацепване F_n (Фиг.1). В полюса на зацепване тя се разлага на : периферна F_t и радиална F_r . От условието за равновесие на водещото колело при известни делителен диаметър d_1 и въртящ момент T_1 , се определя периферната сила:

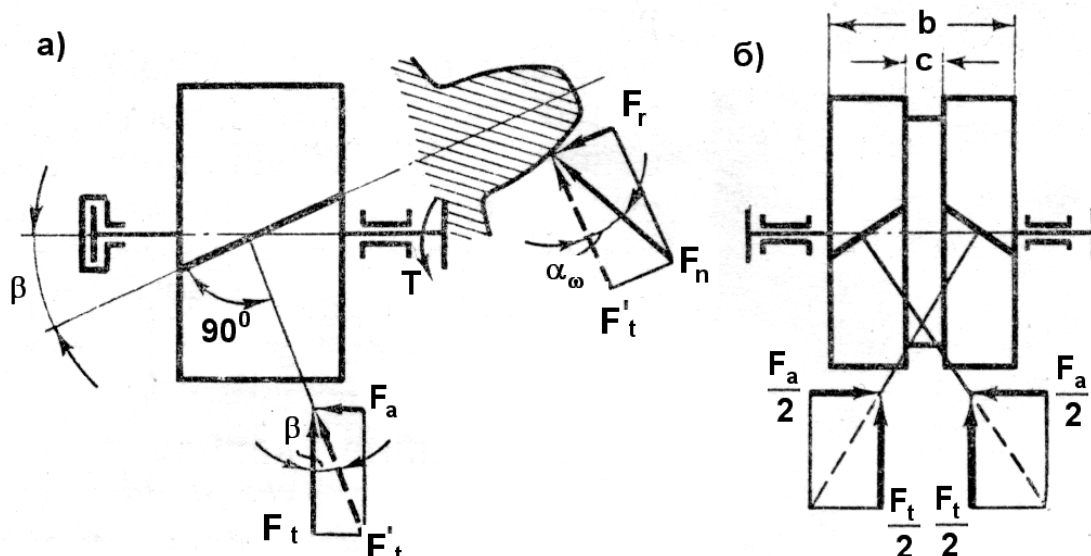
$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_1}$$

Радиалната компонента F_r и общата сила на зацепване F_n могат да се изразят чрез периферна F_t :

$$F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_w; \quad F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_w}$$

2. Сили в зъбното зацепване при наклонени зъби

При зъбните предавки с наклонени зъби с ъгъл на наклона спряма оста на въртене на колелото β (Фиг.2. а) общата сила на зацепване F_n се разлага на: периферна F_t , радиална F_r и осова F_a . Периферната сила F_t аналогично, както при зъбните колела с прави зъби може да се изчисли, а всяка една от останалите могат да се представят със зависимостите:



Фиг. 2 Сили в зацепването на зъбна предавка с наклонени зъби

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta; \quad F_r = F_t' \cdot \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta}; \quad F_n = \frac{F_t'}{\cos \alpha_w} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w \cdot \cos \beta}.$$

Наличието на осова сила в зацепването натоварва допълнително лагерните възли, което представлява недостатък, който може да се отстрани чрез използване на шевронни зъбни предавки (Фиг.2. б).

3. Изчислително натоварване

За изчислително натоварване при зъбните предавки се приема максималната стойност на относителното натоварване q по дължината на контактната линия, което се изчислява по формулата:

$$q = \frac{F_n}{l_{\Sigma}} \cdot k_{\beta} \cdot k_v = \frac{F_t}{b_w \cdot k_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha_w} \cdot k_{\beta} \cdot k_v,$$

където k_{β} е коефициентът на неравномерно разпределение на натоварването;

k_v – коефициентът на динамично натоварване;

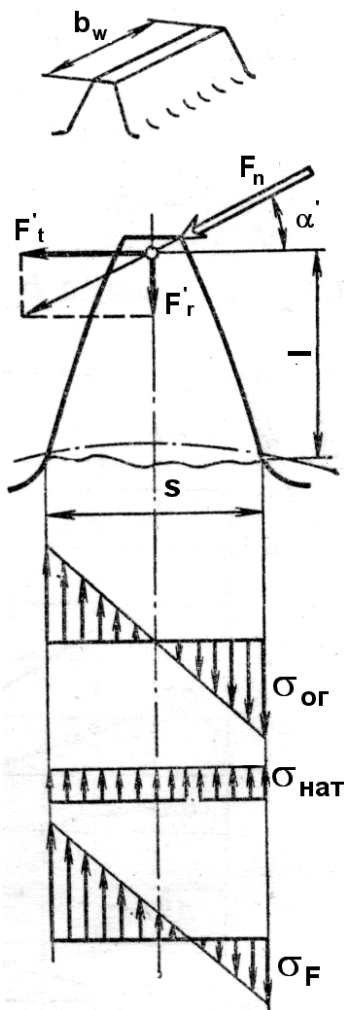
k_{ε} – коефициентът на разпределение на натоварването между едновременно зацепените зъбни двойки;

ε_{α} – коефициентът на челно припокриване.

Ако относителната изчислителна периферна сила ω_t се представи с $\omega_t = \frac{F_t}{b_w} \cdot k_{\beta} \cdot k_v$, то

за относителното натоварване се получава формулата:

$$q = \frac{\omega_t}{k_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{\alpha} \cos \alpha_w}.$$



Фиг. 3 Схемa на зъба при изчисляване по критерия на огъване

4. Изчисляване на зъбните предавки по критерия на огъване

Напрегнатото състояние на зъба е сложно, тъй като формата му създава условия за неравномерно разпределение на напреженията и обособяване на зони, които са концентратори на напреженията.

За изчисляване по критерия на огъване най-широко в практиката е разпространен приблизителния метод, основаващ се на съпротивление на материалите, при който се правят следните допускания:

1. Цялото натоварване се поема само от една зъбна двойка и е съсредоточено във върха на зъба;
2. Зъбът се разглежда като конзолно закрепена греда (Фиг. 3), за която е в сила хипотезата за разпределение на напреженията в плоски сечения;
3. Силата на триене се пренебрегва, а за да се коригират получените резултати се въвежда коефициент на концентрация на напреженията k_T .

При зъбните предавки с прави зъби общата нормална сила в зацепването F_n , пренесена в пресечната точка на симетралата на зъба и направлението на линията на зацепване, може да се разложи на една тангенциална F_t' и една радиална сила F_r' . Изчисляването им се извършва по формулите:

$$F_t' = F_n \cdot \cos \alpha' = F_t \cdot \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha_w};$$

$$F_r' = F_n \cdot \sin \alpha' = F_t \cdot \frac{\sin \alpha'}{\cos \alpha_w}$$

Сумарните напрежения от огъване и натиск в сечение до основата на зъба се представят със зависимостта:

$$\sigma_F = \left(\frac{6 \cdot F_t' \cdot l}{b_w \cdot s} - \frac{F_r'}{A} \right) k_T$$

Знакът “-“ означава, че изчисленията се извършват за разпънатата страна на зъба, тъй като от практиката е установено, че от тази страна разрушаването настъпва по-често.

Неудобството от използване на размерите на зъба (широчината s и височината l) се отстранява чрез въвеждане на относителните параметри спрямо модула на зъба: $l' = l/m$ и $s' = s/m$.

При въвеждане на изчислителното натоварване, напреженията от огъване могат да се определят по израза:

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot k_{F\beta} \cdot k_{Fv}}{b_w \cdot m} \left(\frac{6 \cdot l'}{(s')^2} \cdot \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha'}{s' \cdot \cos \alpha_w} \right) k_T$$

Ако в горния израз се приеме, че $\frac{F_t \cdot k_{F\beta} \cdot k_{Fv}}{b_w} = \omega_{Ft}$ и $Y_F = \left(\frac{6 \cdot l'}{(s')^2} \cdot \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha'}{s' \cdot \cos \alpha_w} \right) k_T$,

то напреженията по критерия на огъване се определят по израза:

$$\sigma_F = Y_F \frac{\omega_{Ft}}{m} \leq [\sigma_F]$$

При зъбните предавки с наклонени зъби, отчитайки едновременно намиращите се в контактната зона зъбни двойки, напреженията от огъване се изчисляват по израза:

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \frac{\omega_{Ft}}{m_n} \leq [\sigma_F]$$

където Y_ε и Y_β са коефициентите, отчитащи съответно препокриването на зъбните двойки и наклона на зъбите.

При решаване на проектната задача по-горните формули се преработват спрямо модула:

$$m = K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F}{z_1^2 \cdot \psi_{bd} [\sigma_F]}}$$

Коефициентът K_m за зъбни предавки с прави зъби има стойност $K_m \approx 1,4$, а при зъбни предавки с наклонени зъби има стойност $K_m \approx 1,12$.

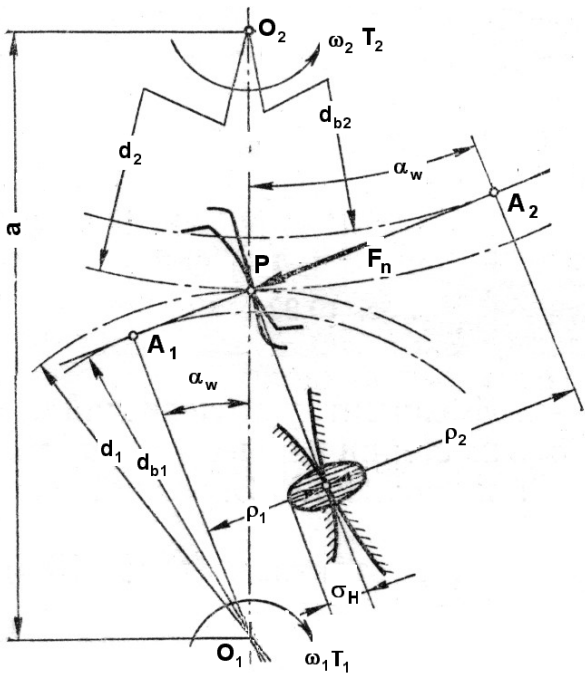
4. Изчисляване на зъбните предавки по критерия контактна якост

Практиката показва, че разрушаване на зъбните профили от контактни напрежения най-силно е изразено около полюса или под него (Фиг. 4). Това е дало основание изчисляването по контактни напрежения да се извършва за полюса.

Приема се, че контактът между двата зъба е равностоеен на контакт между два цилиндъра с радиуси ρ_1 и ρ_2 . За този случай се използва формулата на Херц-Беляев:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{\rho_{np} \cdot 2 \cdot \pi (1 - \mu^2)}}$$

При решаване на задачата за зъбна предавка с наклонени зъби, може да се замени относителното натоварване q с израза: $q = \frac{\omega_{Ht}}{k_\varepsilon \cdot \varepsilon_\alpha \cdot \cos \alpha_w}$



Фиг. 4 Схема на зацепването при изчисляване по критерия на контактна якост

и относителната периферна сила ω_t с израза: $\omega_{Ht} = \frac{F_t}{b_w} \cdot k_{H\beta} \cdot k_{H\nu}$.

Приведените радиуси на кривина могат да се представят с приведените диаметри на еквивалентните зъбни колела с прави зъби:

$$\rho_1 = \frac{d_{v1}}{2} \cdot \sin \alpha_\omega \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{d_{v2}}{2} \cdot \sin \alpha_\omega.$$

При това

$$\frac{1}{\rho_{пр}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2 \cdot \cos^2 \beta}{d_1 \cdot \sin \alpha_\omega} \pm \frac{2 \cdot \cos^2 \beta}{d_2 \cdot \sin \alpha_\omega} = \frac{2 \cdot (u \pm 1) \cdot \cos^2 \beta}{d_1 \cdot u \cdot \sin \alpha_\omega}.$$

Знакът (+) е за предавки с външно зацепване, а знакът (-) за предавки с вътрешно зацепване. След преработване на израза за контактните напрежения се получава формулата:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{\omega_{Ht} \cdot 2 \cdot (u \pm 1) \cdot \cos^2 \beta \cdot E_{пр}}{K_\epsilon \epsilon_\alpha \cdot d_1 \cdot u \cdot \sin 2\alpha_\omega \cdot \pi (1 - \mu^2)}}.$$

При използване на обобщените коефициенти:

$z_H = \sqrt{2 \cdot \cos^2 \beta / \sin 2\alpha_\omega}$, отчитащ формата на спрегнатите работни повърхнини на зъбите;

$z_M = \sqrt{\frac{E_{пр}}{\pi (1 - \mu^2)}}$, отчитащ механичните характеристики на материалите; $z_\epsilon = \sqrt{1 / (K_\epsilon \epsilon_\alpha)}$,

отчитащ сумарната дължина на контактната линия, за контактните напрежения се получава формулата:

$$\sigma_H = z_H \cdot z_M \cdot z_\epsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht} \cdot (u \pm 1)}{d_1 \cdot u}} \leq [\sigma_H].$$

При проектиране на зъбна предавка по-горният израз се преработва спрямо диаметъра d_1 на малкото колело или спрямо междуосовото разстояние a :

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{bd} [\sigma_H]^2 \cdot u}} \quad a = K_a (u \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta} (u \pm 1)}{\psi_{ba} [\sigma_H]^2 \cdot u^2}},$$

където $K_d = \sqrt[3]{(z_H \cdot z_M \cdot z_\epsilon)^2 \cdot 2 \cdot K_{H\nu}}$, и $K_a = \sqrt[3]{(z_H \cdot z_M \cdot z_\epsilon)^2 \cdot 0,5 \cdot K_{H\nu}}$ са обобщени коефициенти;

ψ_{bd} и ψ_{ba} - коефициенти на относителна широчина на зъбния венец спрямо диаметъра на колелото и спрямо междуосовото разстояние.