Трудът по решаването и набирането на тези задачи не е мой.

Моя е идеята да ги сканирам и да ги предоставя в удобен вид за тези, които се интересуват.

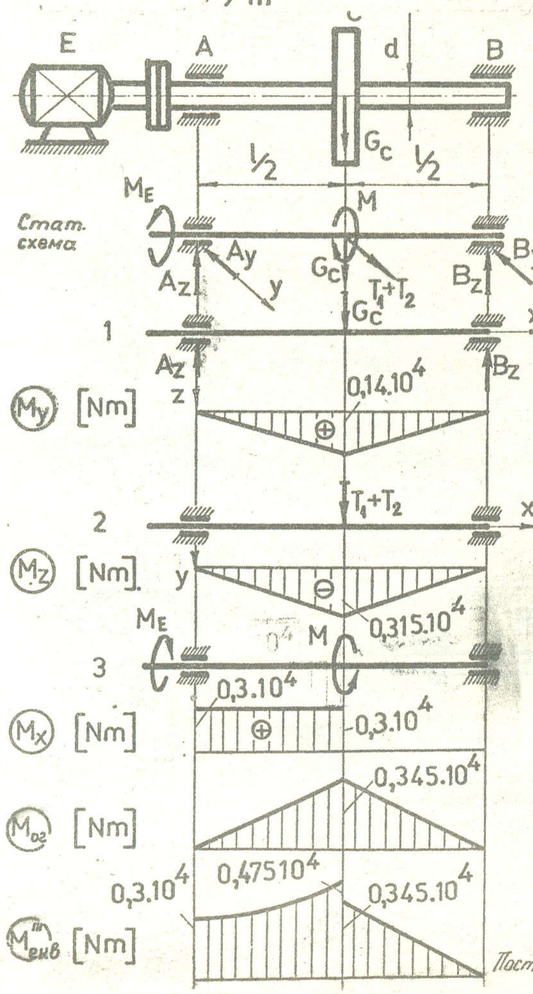
Галина Тодорова, Съпротивление на материалите, Технически Университет - София

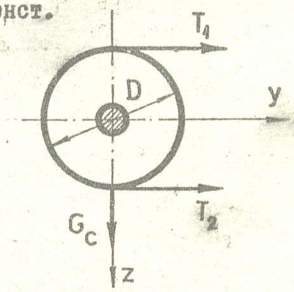
M21

Едновременно огъване и усукване

<u>Задача 1.</u> Машина получава движението си от електродвигател E. То се предава на вал AB и монтираната на него ремъчна шайба C с тегло $G_C=0{,}8.10^4\,N$, диаметър $D=1\,m$ и ремъчни сили $T_1=1{,}2.10^4\,N$ и $T_2=0{,}6.10^4\,N$.

Да се оразмери вала AB при кръгово напречно сечение якостно по III теория и деформационно, ако $l=0{,}7\,m$, $G=0{,}8.10^{11}\,N/m^2$, $\sigma_{доп.}=900.10^5\,N/m^2$, $\theta_{доп.}=0{,}25^0/m$ и n=конст.





Построяване диаграмата $M_{ог}=\sqrt{M_y^2+M_z^2}$

Решение:

1. Диаграми на вътрешните усилия

Редуцираме външните товари за оста на вала

$$T=T_1+T_2=1{,}8.10^4\,N$$

$$M=(T_1-T_2)\,\frac{D}{2}=0{,}3.10^4\,Nm$$

$$M_E=M$$

$$A_y=B_y=\frac{T_1+T_2}{2}=0{,}9.10^4\,N$$

$$A_z=B_z=\frac{G_c}{2}=0{,}4.10^4\,N$$

Опасното сечение е за $x=l/2$

$$M_y(l/2)=A_z\,\frac{l}{2}=0{,}14.10^4\,Nm$$

$$M_z(l/2)=-A_y\,\frac{l}{2}=-0{,}315.10^4\,Nm$$

$$M_{yc}=M_E=0{,}3.10^4\,Nm$$

$$M_{ог}\left(\frac{l}{2}\right) = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(0{,}14.10^4)^2 + (0{,}315.10^4)^2} = 0{,}345.10^4\ Nm.$$

2. Якостно оразмеряване.

Построяване диаграмата $M_{екв}^{III}$ чрез диаграмите M_x и $M_{ог}$

$$M_{екв}^{III} = \sqrt{M_x^2 + M_{ог}^2}$$

$$M_{екв,A}^{III} = M_x = 0{,}3.10^4\ Nm.$$

$$M_{екв,c_л}^{III} = \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}345^2}.10^4 = 0{,}475.10^4$$

$$M_{екв,c_д}^{III} = M_{ог,c_д} = 0{,}345.10^4$$

$$M_{екв,B}^{III} = 0$$

Опасно сечение при: $x = \frac{l}{2}$ (ляво)

$$M_{екв\,max}^{III} = 0{,}475.10^4\ Nm$$

$$\sigma_{екв\,max}^{III} \leq \sigma_{доп}.$$

$$\sigma_{екв\,max}^{III} = \frac{M_{екв\,max}^{III}}{W_{ог}} \leq \sigma_{доп}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32.M_{екв\,max}^{III}}{\pi.\sigma_{доп}}} = 8.10^{-2}\ m.$$

3. Деформационно оразмеряване (на усукване)

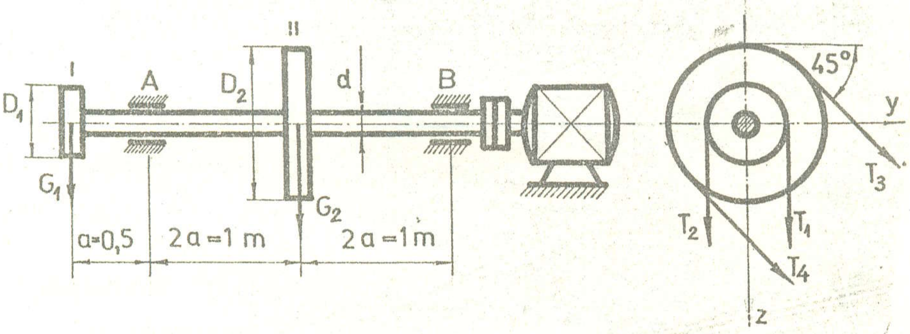
$$max\,\theta^{o} = \frac{max\,M_{ус}}{G\,J_c}\,\frac{180^{o}}{\pi} \leq \theta^{o}_{доп}$$

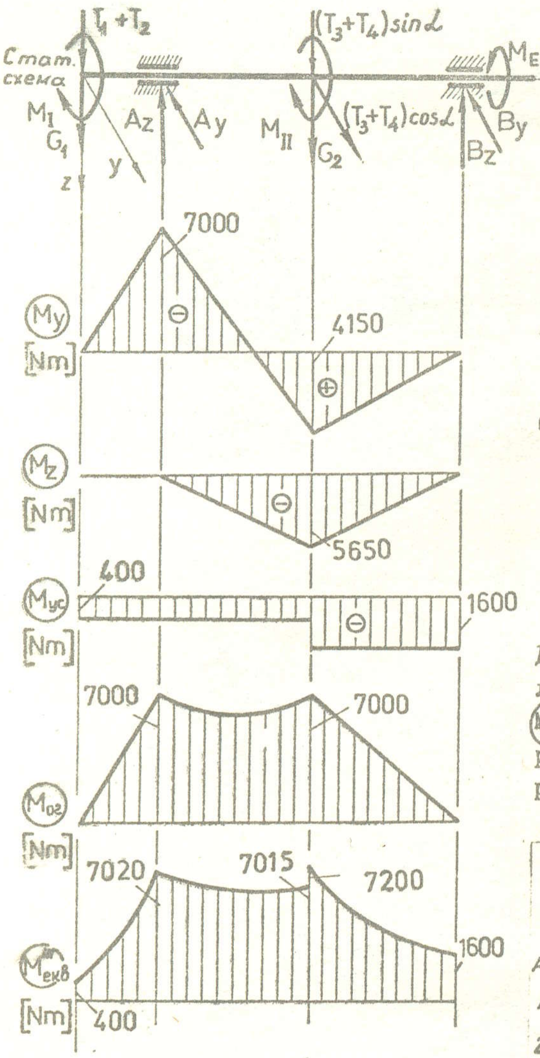
$$max\,M_{ус} = M_E = 0{,}3.10^4\ Nm\ ;\ J_c = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{5760\,max\,M_{ус}}{\pi^2.G.\theta^{o}_{доп}}} = 9{,}85.10^{-2}\ m$$

приемаме $d = 10.10^{-2}$ m

Задача 2. Да се оразмери вала по III якостна теория, ако са дадени диаметрите на ремъчните шайби $D_1 = 20.10^{-2}$ m, $D_2 = 60.10^{-2}$ m, теглата им $G_1 = 0{,}2.10^4$ N, $G_2 = 0{,}4.10^4$ N, теглителните сили в ремъците $T_1 = 0{,}8.10^4$ N, $T_2 = 0{,}4.10^4$ N, $T_3 = 1.10^4$ N, $T_4 = 0{,}6.10^4$ N. Допустимото напрежение е $\sigma_{доп.} = 1600.10^5\ N/m^2$, $\alpha = 45^{o}$, a=0,5 m.





Решение:

1. *Диаграми*

Външни сили във вертикалната равнина

$T_{I_z} = T_1 + T_2 + G_1 = 1{,}4.10^4\ N$

$T_{II_z} = (T_3 + T_4)\sin\alpha + G_2 = 1{,}53.10^4\ N$

Външни сили в хоризонталната равнина

$T_{II_y} = (T_3 + T_4)\cos\alpha = 1{,}13.10^4\ N$

Моменти на ремъчните сили

$M_I = (T_1 - T_2)\frac{D_1}{2} = 400\ Nm$

$M_{II} = (T_3 - T_4)\frac{D_2}{2} = 1200\ Nm$

Опорни реакции

$\Sigma M_{i_B} = 0$

$A_z = \frac{5T_I.a + 2T_{II}.a}{4a} = 2{,}515.10^4\ N$

$\Sigma Z_i = 0$

$B_z = T_{I_z} + T_{II_z} - A_z = 0{,}415.10^4\ N$

$A_y = B_y = \frac{1}{2}T_{II_y} = 0{,}565.10^4\ N$

Диаграми на вътрешните усилия. *Построяване* M_y, M_z *и* $M_{ус}$.

$M_{ог}$. от огъванията в двете равнини получаваме от геометричната сума

$M_{ог} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$ *за всяко сечение.*

$M_{екв}^{m}$ *- геометрична сума за всяко сечение от стойностите на диаграмите* $M_{ог}$ *и* $M_{ус}$

$M_{екв}^{m} = \sqrt{M_{ог}^2 + M_{ус}^2}$

2. *Якостно оразмеряване.*

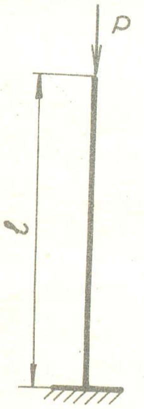
опасно сечение - при $x = 1{,}5\ m$, *дясно;* $M_{екв_{max}}^{m} = 7200\ Nm.$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32.\,M_{екв,max}^{m}}{\pi.\,\sigma_{доп.}}} = \sqrt[3]{\frac{32.\,7200}{3{,}14.\,1600.10^5}} = 7{,}7.10^{-2}\ m.$$

2M19

Задачи от изкълчване – решаване по класическия метод

<u>Задача 1.</u> Да се оразмери показаната на чертежа колона с кръгло напречно сечение, ако $P=10.10^4 N$. Материал Ст 3 с $\lambda_p=105$, $E=2,1.10^{11} N/m^2$, ν изк.$=3,5$, $\ell=0,8m$.



<u>Решение:</u>

1.Приемаме, че изкълчването става в Ойлерова област

$$P_{кр} = P.\nu_{изк.} = \frac{\pi^2 E.J_{min}}{\ell_o^2}\ ; \quad \ell_o = \beta\ell = 2.0,8 = 1,6\,m$$

$$J_{min} = \frac{P.\nu_{изк.}.\ell_o^2}{\pi^2.E} = \frac{10.10^4.3,5.1,6^2}{3,14^2.2,1.10^{11}} = 43,2.10^{-8} m^4$$

$$Но\ J_{min} = \frac{\pi d^4}{64}\ ; \quad d = \sqrt[4]{\frac{64 J_{min}}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{64.43,2.10^{-8}}{3,14}} = 5,4.10^{-2} m$$

За I Ойлеров случай $\beta=2$

2.Проверка на λ (Проверка на твърдението в т.1)

$$\lambda = \frac{\ell_o}{i_{min}}$$

$$за\ кръг\quad i_{min} = \frac{d}{4} = \frac{5,4.10^{-2}}{4} = 1,35.10^{-2} m$$

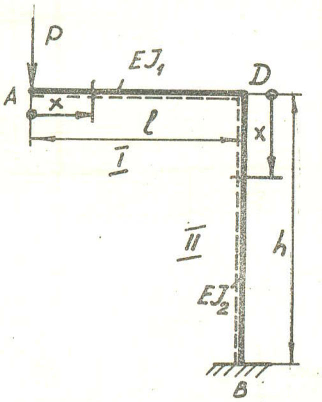
$$\lambda = \frac{1,6}{1,35.10^{-2}} = 117 > 105 = \lambda_p$$

Следователно, изкълчването става в еластична област и нашите изчисления са верни.

2M21

Прилагане на теоремите на Кастиляно и метода на Верещагин

Задача 1. За изобразената на чертежа равнинна рамка да се определи вертикалното и хоризонтално преместване в точка А.



Решение:

а) по Кастиляно

Пренебрегваме влиянието на N и Q_z

1.Вертикално преместване на т.А

$$\delta_{A.V}=\frac{\partial U}{\partial P}=\frac{1}{EJ_1}\int_0^{\ell} M_1\frac{\partial M_1}{\partial P}dx+\frac{1}{EJ_2}\int_0^{h} M_2\frac{\partial M_2}{\partial P}dx$$

За простота вместо $M_{y,1}$ е написано M_1 и вместо $M_{y,2}$ $-M_2$

Огъващи моменти и тяхната производна спрямо P:

I уч. $M=-P.x$; $\frac{\partial M_1}{\partial P}=-x$

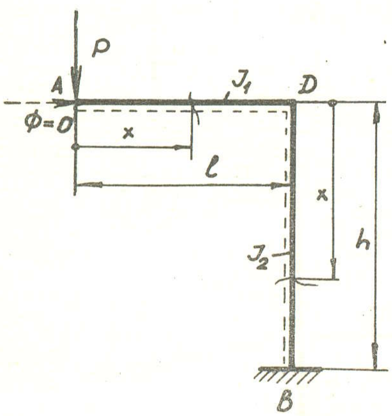
IIуч. $M=-P.\ell$; $\frac{\partial M_2}{\partial P}=\ell$

За търсеното преместване се получава: $\delta_{A.V}=\frac{1}{EJ_1}\int_0^{\ell}(-P.x)(-x)dx+\frac{1}{EJ_2}\int_0^{h}(-P\ell)(-\ell)dx=$

$$=\frac{P\ell^3}{3EJ_1}+\frac{P\ell^2h}{EJ_2}$$

2.Хоризонтално преместване на т.А

Въвеждаме в т.А хоризонтална фиктивна сила Ф=0 (посоката на силата определя предполагаемата посока на преместването).



Iуч. $M=-P.x$; $\frac{\partial M_1}{\partial \Phi}=0$

IIуч. $M=\Phi.x-P.\ell$; $\frac{\partial M_2}{\partial \Phi}=x$

$$\delta_{A.h}=\frac{1}{EJ_1}\int_0^{\ell}(-P.x).0.dx+\frac{1}{EJ_2}\int_0^{h}(\Phi.x-P.\ell).x.dx=-\frac{P\ell h^2}{2EJ_2}$$

(Преместването ще стане наляво)

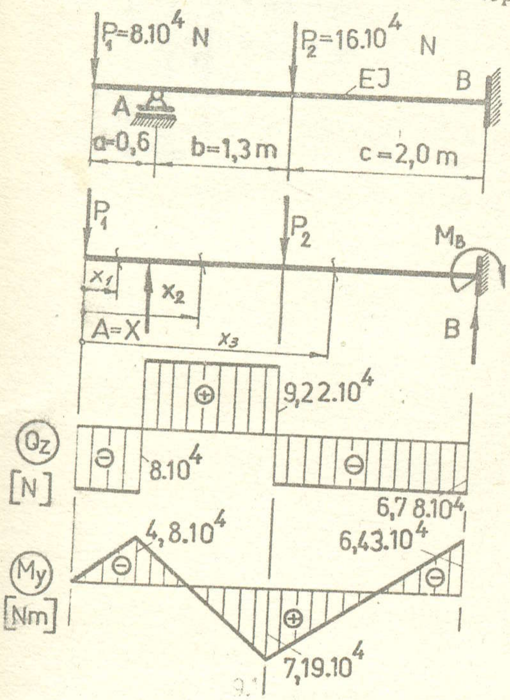
б) по Верещагин

1.Вертикално преместване на т.А

M 25

Статично неопределими рамки и системи – външно и вътрешно. Приложение на енергетичните теореми

<u>Задача 1.</u> Да се построят диаграмите на вътрешните усилия за показаната на чертежа греда. EI=конст.



1. Стат. неопределимост

$k = s - m$; $k = 4 - 3 = 1$

2. Стат. условия:

$\sum Z_i = 0$; $A + B = P_1 + P_2$

$\sum M_{iB} = 0$;

$P_1(a+b+c) + P_2 c - A(b+c) = M_B$

За стат. неопределима величина избираме реакцията A=X

3. Деформационно условие:

$$\delta_{A_v} = 0 \qquad \frac{\partial U}{\partial X} = 0$$

$$\delta_{A_v} = \int_0^a \frac{M_1}{EJ}\,\frac{\partial M_1}{\partial X}\,dx + \int_a^{a+b} \frac{M_2}{EJ}\,\frac{\partial M_2}{\partial X}\,dx + \int_{a+b}^{a+b+c} \frac{M_3}{EJ}\,\frac{\partial M_3}{\partial X}\,dx = 0$$

$$M_1 = -P_1 x \qquad \frac{\partial M_1}{\partial X} = 0$$

$$M_2 = -P_1 x + X(x-a) \qquad \frac{\partial M_2}{\partial X} = x - a$$

$$M_3 = -P_1 x + X(x-a) - P_2(x-a-b) \qquad \frac{\partial M_3}{\partial X} = x - a$$

$$\frac{1}{EJ}\int_0^a (-P_1 x)\,0\,dx + \frac{1}{EJ}\int_a^{a+b} [-P_1 x + X(x-a)].(x-a)\,dx +$$

$$+ \frac{1}{EJ}\int_{a+b}^{a+b+c} [-P_1 x + X(x-a) - P_2(x-a-b)](x-a)\,dx = 0$$

$X = 17{,}22.10^4\ N \qquad B = 6{,}78.10^4\ N \qquad M_B = 6{,}43.10^4\ Nm$