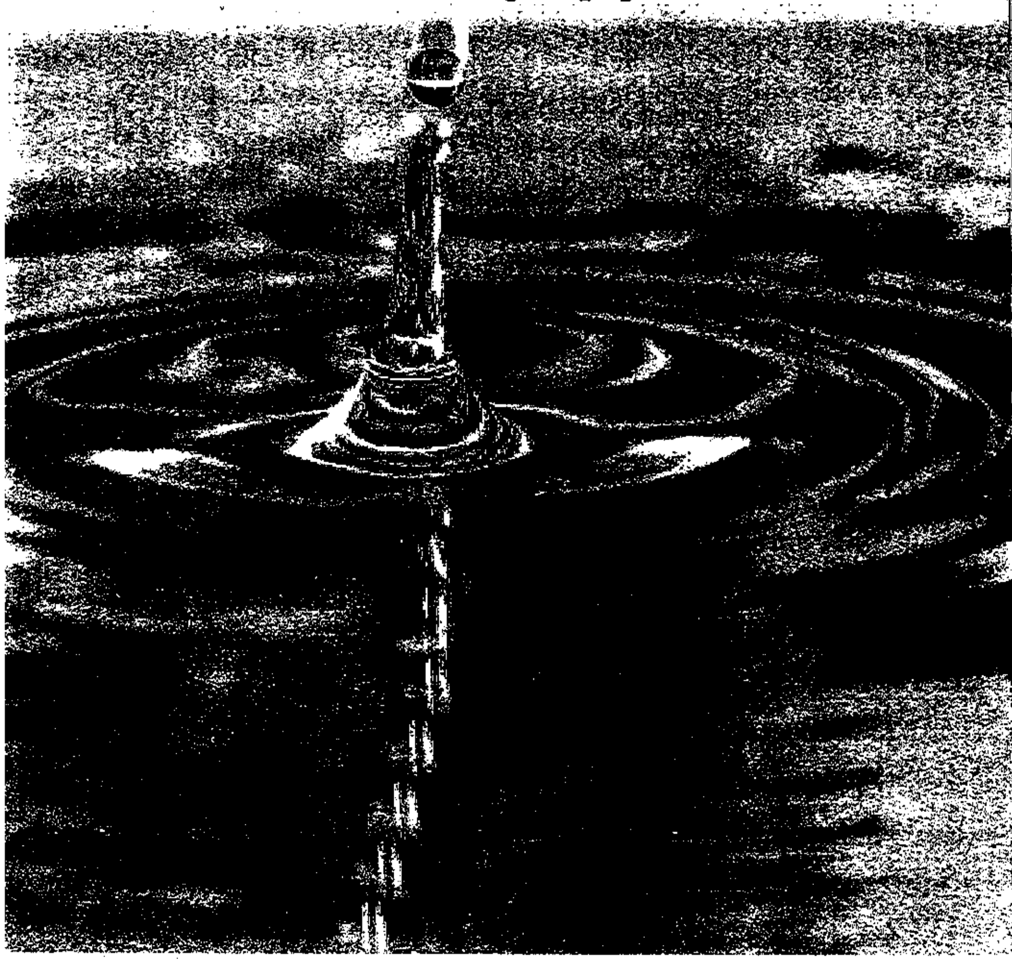
И. Антонов
А. Терзиев
Р. Величкова

:борник

с решени задачи по "Механика на флуидите"

второ преработено издание



Учебното пособие, което вие държите в ръцете си, има за цел да подпомогне студентите, изучаващи „Механика на флуидите" при самостоятелната им работа, при подготовка на упражненията, и преди всичко при изпита: Последното е особено важно, като се има предвид, че определена част от изпита се състои от решаване на задачи. Те определят доколко студентът е усвоил материала и може да решава задачи от него. Това характеризира възможностите за репродуктивно мислене при бъдещите инженери, което е една от целите на цялостното университетско образование.

Настоящето второ преработено издание е разширено с нов материал относно съвместната работа на хидравлични машини с тръбопровод. Актуализирани и проверени наново са всички задачи включени в изданието.

Сборникът с решени задачи е полезен и за младите асистенти и докторанти и се надяваме да подпомогнем тяхната работа.

Авторите ще бъдат благодарни за всички открити печатни грешки, за всички забележки и препоръки, които биха получили от ползвателите.

СЪДЪРЖАНИЕ

ГЛАВА ПЪРВА

ХИДРОСТАТИКА. РАВНОВЕСИЕ НА ФЛУИДИ В ПОЛЕ НА МАСОВИ СИЛИ

Хидростатиката е наука, която се занимава с изучаване на течностите намиращи се в състояние на относителен покой. Под относителен покой се разбира състояние, при което липсва относително преместване на частиците една спрямо друга.

Диференциалните уравнения на Ойлер за равновесие на флуидите могат да бъдат получени от уравненията за движение в напрежения, като в тях за скоростните компоненти се положи $u_x = u_y = u_z = 0$. Те се записват във вида:

1.1. $\rho X = \frac{\partial p}{\partial x}; \qquad \rho Y = \frac{\partial p}{\partial y}; \qquad \rho Z = \frac{\partial p}{\partial z}$

където: X, Y, Z са компоненти на вектора $\vec{F}$, даващ интензитета на полето на масовите сили:

1.2. $\vec{F} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}$

Във векторна форма уравн. 1.1 се записва във вида:

1.3. $\vec{F} = \frac{1}{\rho} grad\, p$

Основното уравнение на хидростатиката се получава след преработка на системата (1.1).

1.4. $dp = \rho\left(Xdx + Ydy + Zdz\right)$,

и се използва се при решаване на всички задачи от хидростатиката.

При равновесие на еднороден несвиваем флуид полето на масовите сили притежава потенциал $\Phi\left(x, y, z\right)$. При това уравн.1.4 може да се запише във вида:

1.5. $dp = -\rho d\Phi$,

респ. след интегриране може да се запише във вида:

1.6. $p + \rho\Phi = const.$

Уравнението на изобарните повърхнини се получава от уравн. 1.4 при полагане $p = const.$, $dp = 0$:

1.7. $Xdx + Ydy + Zdz = 0$

респ.,

1.8. $d\Phi = 0$

В последния случай изобарните повърхнини съвпадат с еквипотенциалите.

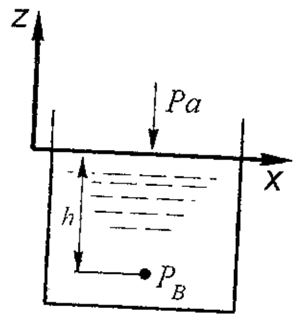
Равновесие на флуид в гравитационно силово поле.

Разглежда се съд, запълнен с течност, който се намира единствено под действието на гравитационните сили (фиг. 1). При така избраната координатна система проекциите на главния вектор $\vec{F}$, даващ интензивността на полето на масовите сили, са следните:

$X = 0,\ \ Y = 0,\ \ Z = -g,$

откъдето за разпределението на налягането се получава зависимостта:

1.9. $dp = -\rho g dz$.



фиг. 1

След интегриране се получава:

1.10. $p = -\rho g z + const$.

Интеграционната константа се намира от граничните условия на задачата: при $z = 0$, $p = p_a$, откъдето:

1.11. $p_a = -\rho g 0 + const$ или $const = p_a$.

Тогава за разпределението на налягането в дадена точка от разглеждания флуид обем се получава:

1.12. $p = p_a - \rho g z$.

Така за произволна точка B от флуидния обем ($z = -h$), налягането са дава с:

1.13. $p = p_a + \rho g h$

Равновесие на флуид при праволинейно ускорително движение.

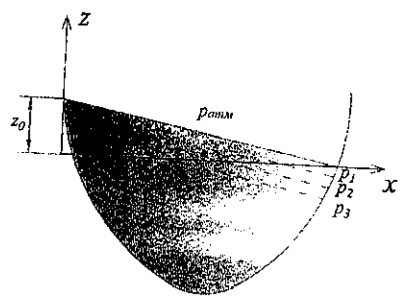
Разглежда се съд запълнен с течност, който се движи с равноускорително с ускорение $\vec{a}$ (фиг.2). При така избраната координатна система проекциите на вектора $\vec{F}$, който дава интензивността на полето на масовите сили, са:

$X = -a,\ \ Y = 0,\ \ Z = -g$

При така възприетите стойности на компонентите на $\vec{F}$ за изобарната повърхност следва:

$dp = \rho(-adx - gdz) = 0$

1.14. $ax + gz = const.$ или $z = -\frac{a}{g}x + const.$



фиг. 2

От получения израз се вижда, че това са равнини, наклонени към хоризонта под ъгъл α:

1.15. $\alpha = -arctg\frac{a}{g}$

Разпределението на налягането в произволна точка от течността се определя след заместване на съставящите на $\vec{F}$ в уравнение 1.4

1.16. $dp = \rho(-adx - gdz)$,

или след интегриране:

1.17. $p = \rho(-ax - gz) + const$

Константата в горното уравнение се определя от граничното условие на свободната повърхност:

- $x = 0,\ \ z = z_0,\ \ p = p_a,$

от което следва

$$const = p_a + \rho g z_0$$

Налягането в произволна точка от течността се определя по израза

1.18. $p = p_a + \rho g(z_0 - z) - \rho a x$

Решението на (1.9.) може да се направи и като се използва описаният по-горе подход при интегриране на уравненията на Ойлер, в резултат на което се получава зависимостта:

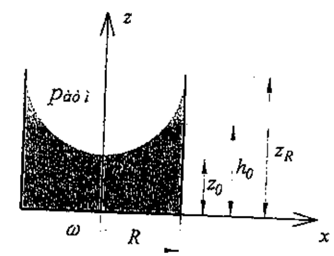
$$p = p_a + \rho g(z_0 - z) - \rho g x$$

Равновесие на въртяща се течност.

Нека разгледаме дадената течност, която се намира в относително равновесие относно въртяща се с ъглова скорост ω координатна система (фиг. 3). Следствие на въртенето ще възникне инерционна центробежна сила, която отнесена към единица маса, е равна на:

1.19. $\vec{F}_ц = \omega^2\vec{r}$,

и има потенциал



фиг. 3

$$\Phi_ц = -\frac{1}{2}\omega^2 r^2$$

Уравнението за относителното равновесие ще има вида:

1.20. $p + \rho\Phi - \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2 = const.$

а уравнението на свободната повърхност

1.21. $\Phi - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 = const.$

Задачата може да се реши на основата на уравнение 1.4, като се приемат следните съставящи на вектора $\vec{F}$:

$$X = \omega^2 x, \quad Y = \omega^2 y, \quad Z = -g$$

Тогава уравнението за изобарните повърхнини има вида:

1.22. $\frac{\omega^2}{2}\left(x^2 - y^2\right) - gz = const.$

или като се има в предвид, че $x^2 + y^2 = r^2$

1.23. $z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + const$

което представлява уравнението на фамилия ротационни параболоиди.

За разпределението на налягането в произволна точка от течението следва:

1.24. $p = \rho\frac{\omega^2 r^2}{2} - \rho g z + const.$

От граничните условия $r = 0$, $z = z_0$, $p = p_a$ за константата се получава:

$$const = p_a + \rho g z_0,$$

и уравнение 1.19 приема вида:

1.25. $p = p_a + \rho\frac{\omega^2 r^2}{2} + \rho g\left(z_0 - z\right)$

В 1.25 налягането p е функция на ъгловата скорост ω, радиуса r, височината z и началното запълване на цилиндъра h_0, чрез който може да се определи z_0. Връзката между величините h_0 и z_0 се намира от равенството на обемите:

1.26. $V_{об} = V_T + V_{пар}$

където $V_{об} = \pi R^2 z_R$ е общия обем, определен с височината z_R (горната граница на параболоида в цилиндъра); $V_T = \pi R^2 h_0$ - обемът на течността в цилиндъра; $V_{пар}$ - обемът на ротационния параболоид, който може да се определи по зависимостта:

1.27. $V_{пар} = \pi R^2 \frac{z_R R - z_0}{2},$

или като интеграл на израза:

1.28. $V_{пар} = \pi \int_{z_0}^{z_R} R^2 dz$

От уравнението за изобарната повърхност в разглеждания случай за dz следва:

$$dz = \frac{\omega^2 r dr}{g},$$

от което следва:

1.29. $V_{пар} = \frac{\pi R^4 \omega^2}{4g}$

Приравняват се 1.27 и 1.29, от което се получава:

1.30. $z_R - z_0 = \frac{R^2\omega^2}{2g}$

Полученият израз дава връзката между координатите на параболоида z_R и z_0, ъгловата скорост ω и радиуса на въртящия се цилиндър R.

В уравнение 1.26 се заместват съответните обеми с техните равни, при което се получава:

1.31.
$$z_R = h_0 + \frac{R^2\omega^2}{4g}$$
$$z_0 = h_0 - \frac{R^2\omega^2}{4g}$$

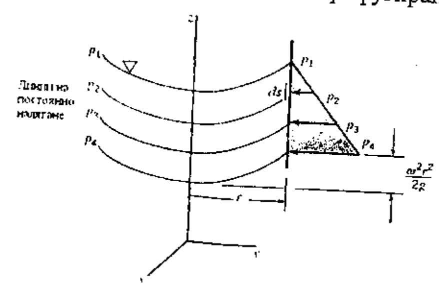
С получената стойност за z_0 се замества в 1.24, което води до окончателния вид на израза, описващ разпределението на налягането на течността във въртящ се около оста си цилиндър.

1.32. $p = p_a + \rho\frac{\omega^2}{2}\left(r^2 - \frac{R^2}{2}\right) + \rho g\left(h_0 - z\right)$

С по-горната зависимост могат да се определят стойността на налягането в произволна точка от течността и силите на натиск по стените на съда. Уравненията 1.31, в което се дава връзката между z_R и ω, се използва като теоретична основа при т.нар. течностни оборотомери (за определяне честотата на въртене). Равновесието при въртене се прилага при центрофугиране, центробежно леене и др.

Равновесие при въртене на съд с течност около хоризонтална ос.

Често пъти в практиката се налага да се разглежда и прилага случаят на въртене около хоризонтална ос (фиг.4). Решението се прави при следните предпоставки: приема се, че ъгловата скорост е толкова голяма, че силите от теглото могат



фиг. 4

да се пренебрегнат в сравнение с инерционните сили; пренебрегва се влиянието на силите от вътрешно триене и от полепваемостта на флуидните частици по стените на съда.

От въртящата се течност се разглежда елементарен обем с площ на основата ds и височина dr по направление на радиуса. Налягането в средата на площта ds, разположена на разстояние r от оста на въртене, се приема равно на p, а в центъра на другата основа, която се намира от първата на разстояние dr, то е съответно $p+dp$. В радиално направление ще действува натискова сила, получена от разликата в наляганията, и инерционна сила с интензивност $\omega^2 r$. За равновесното състояние на разглеждания елементарен обем може да се запише

$$pds-(p+dp)ds+\rho\omega^2 rdrds=0,$$

или

1.33. $dp=\rho\omega^2 rdr$

След интегриране на 1.31 се получава:

1.34. $p=\rho\dfrac{\omega^2 r^2}{2}+const$

Константата в горното уравнение се определя от граничното условие при $r=r_0, p=p_0$:

$$const=p_0-\rho\frac{\omega^2 r_0^2}{2}$$

Така получената константа се замества в уравнение 1.34, от което за налягането следва

1.35. $p=p_0+\rho\dfrac{\omega^2}{2}\left(r^2-r_0^2\right)$

Уравнението на изобарните повърхнини при разглежданото въртене се описва от

$$\rho\omega^2 rdr=0$$

Тъй като произведението е винаги различно от нула, следва:

$$rdr=0,$$

което след интегриране дава израза

1.36. $\dfrac{r^2}{2}=c'$ или $r^2=const$

Както се вижда, повърхнините на постоянно налягане в този случай на въртене ще бъдат цилиндрични повърхнини с обща ос – оста на въртене. При това, ако съдът е частично запълнен, теоретично трябва да се очаква свободната повърхност на течността в него да бъде цилиндрична. В действителност при реалните флуиди подобна форма на свободната повърхност не може да се наблюдава, тъй като наличието на вискозните сили и полепваемостта на течните частици по стените на съда, ще се окаже невъзможно дори съществуването на

равновесно състояние на флуида. Подобна задача излиза извън рамките на хидростатиката и естествено не може да се решава с нейния математически апарат.

Силата на натиск на въртяща се заедно със съда течност върху стената му, разположена нормално на оста на въртене, може да се определи както следва:

$$dP=pds=\left[p_0+\rho\frac{\omega^2}{2}\left(r^2-r_0^2\right)\right]2\pi rdr$$

Уравнението се интегрира в граници от r_0 до R, при което за силата на натиск P се получава

$$P=2\pi\left[p\left(\frac{R^2}{2}-\frac{r_0^2}{2}\right)+\rho\frac{\omega^2}{2}\left(\frac{R^2}{2}-\frac{r_0^2}{2}\right)^2\right]$$

При големи скорости на въртене на течността може да се получи твърде голяма стойност на натисковата сила върху стената. Това се използува в някои хидросъединители, при които за предаване на въртящ момент между два вала е необходимо създаване на големи сили от налягане.

Равновесие на атмосферата.

Като се разглежда равновесие в атмосферата трябва да се отчита стратификацията по основните параметри плътност, налягане и температура във височина.

При политропен процес $p\rho^{-n}=const$ (n - показател на политропата, използвайки уравнението за състоянието се получават следните зависимости:

$$z-z_0=\frac{nRT_0}{g(n-1)}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] \qquad \frac{p}{p_0}=\left[1-\frac{g(n-1)}{nRT_0}(z-z_0)\right]^{\frac{n}{n-1}}$$

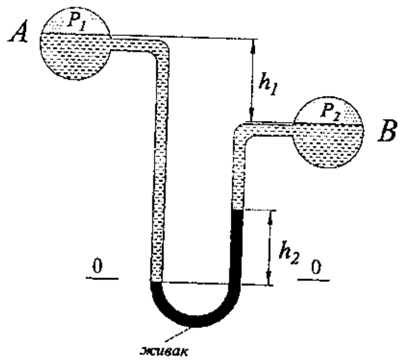
$$\frac{\rho}{\rho_0}=\left[1-\frac{g(n-1)}{nRT_0}(z-z_0)\right]^{\frac{n}{n-1}} \qquad \frac{T}{T_0}=\left[1-\frac{g(n-1)}{nRT_0}(z-z_0)\right]$$

При известно n може да се определи изменението на ρ, p и T по височина на атмосферата.

Задачи към глава първа

Задача 1.1

Два цилиндъра A и B са запълнени с вода под налягане (фиг.1.1). Да се определи разликата в наляганията $p_2 - p_1$, ако присъединеният към тях живачен манометър показва $h = 650mm$. Центровете на двата резервоара отстоят един от друг на разстояние $h_1 = 1m$. Плътността на живака е $\rho_{Hg} = 13600 kg/m^3$, а на водата е $\rho_{H_2O} = 1000 kg/m^3$.)



фиг. 1.1

Решение: През долната разделна повърхност между живака и водата се прокарва изобарата 0-0. За нея се записва:

$$p_2 + \rho_{Hg} g h_2 = p_1 + \rho_{H_2O} g (h_1 + h_2),$$

или

$$p_2 - p_1 = \rho_{Hg} g h_2 - \rho_{H_2O} g (h_1 + h_2) = 72,6 kPa$$

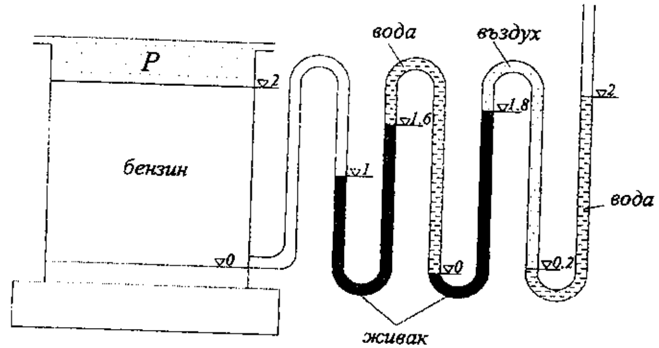
Задача 1.2

Към резервоар (фиг. 1.2) запълнен с бензин $(\rho = 700 kg/m^3)$ до височина 2 m, са свързани три U - образни манометъра за измерване на налягането. При показаните на фигурата нива на манометричните течности да се определи надналягането в резервоара и показанието на включения към него пиезометър. U – образният манометър е запълнен с живак $(\rho = 13600 kg/m^3)$ и вода $(\rho = 1000 kg/m^3)$.

Решение:

Определянето на налягането при подобни задачи се извършва по метода на обхождането. Обхождането се прави от лявата или дясната точка на присъединяване на манометър, респ. от точката, в която е известно налягането. В случая обхождането започва от десния му край. Прекарва се изобарната повърхнина 1-1, минаваща по равнището на кота 0,2 (долното ниво на крайната дясна U - образна тръбичка). Тъй като наляганията по прекараната изобарна повърхност са равни на, то:

$$p_{1H} = p_1 - p_0 = \rho_{H_2O} g (2 - 0,2) = 1,8 \rho_{H_2O} g$$



фиг. 1.2

Когато се измерва налягане в газова среда, поради малката в сравнение с манометричната течност плътност на газовете, теглото на стълба газ се пренебрегва. Тъй като следващия участък от манометъра е запълнен с въздух, се приема че полученото налягане на кота 0,2 се предава без изменение от въздушната среда на кота 1,8 във втората тръбичка на манометъра.

За втората тръбичка на U - образния манометър прекарваме изобарата 2-2, минаваща също през долното свободно ниво на живачния стълб(кота). За налягането в това сечение се получава:

$$p_{2H} = p_{1H} + \rho_{Hg} g (1,8 - 0) = p_{1H} + 1,8 \rho_{Hg} g,$$

или, като се има в предвид полученото за кота 0,2

$$p_{2H} = 1,8 (\rho_{H_2O} + \rho_{Hg}) g$$

Следващата изобарна повърхнина се прекарва през разделителната повърхност между живака и водата (кота 1,6). За изобарата 3-3 следва

$$p_{3H} = p_{2H} - \rho_{H_2O} g (1,6 - 0) = p_{2H} - 1,6 \rho_{H_2O} g$$

или

$$p_{3H} = 1,8 \rho_{Hg} g + 0,2 \rho_{H_2O} g$$

За последната тръбичка на U - образи манометър, запълнена с живак, се подхожда аналогично. През разделителната повърхност между бензина и живака се прекарва изобарата 4-4.

За левия клон се записва:

$$p_л = p_H + \rho_{бенз} (2 - 1) g = p_H + \rho_{бенз} g$$

И съответно за десния:

$$p_{3H} + \rho_{Hg} g (1,6 - 1) = 2,4 \rho_{Hg} g + 0,2 \rho_{H_2O} g = P_o$$

След приравняване на двете стойности и решение относно налягането в резервоара p_H, се получава:

$$p_H = 2,4\rho_{Hg}g + 0,2\rho_{H_2O}g - \rho_{бенз}g = 315293N$$

Показанието на включения към резервоара пиезометър се определя от условието, че налягането в резервоара трябва да се уравновеси с теглото на бензина, който запълва тръбичката на пиезометъра:

$$H = \frac{p_H}{g\rho_{бенз}} = \frac{315293}{9,81.700} = 46m$$

Задача 1.3

Да се определи налягането на газ в балон, съгласно фигурата, с помощта на двуфлуиден чашков манометър, запълнен с манометрични течности с плътност съответно ρ_1 и ρ_2, ако е дадено отношението на диаметрите на тръбичките и чашка на уреда $\frac{d}{D}$.

Решение:

Прекарва се хоризонтална равнина 1-1, която минава през долното равнище на запълнената с манометрична течност с плътност ρ_2 U - образна тръбичка. За дясната страна на сечение 1-1 се записва:

$$p_1 = p_0 + \rho_1 g(h + x)$$

Това налягане се уравновесява с налягането в левия клон на манометъра:

$$p_1 = p + \rho_1 g(x + \Delta h) + \rho_2 gh$$

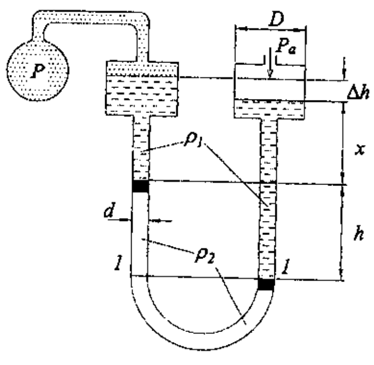
Приравняват се двата израза, при което се получава:

$$p + \rho_1 g(x + \Delta h) + \rho_2 gh = p_0 + \rho_1 g(h + x)$$

или

$$p = p_0 - (\rho_2 - \rho_1)gh - \rho_1 g\Delta h$$

Повишаването на нивото на течността в лявата чашка на манометъра Δh е в резултат на включването му в работа. С други думи, нарастването Δh е получено вследствие изтласкването на част от обема на течността с плътност ρ_1 в посока на по – ниското налягане. Следователно постъпилият в лявата чашка обем ще бъде равен на обема на течността с плътност ρ_2, повишил нивото си в лявата тръбичка на височина h:



фиг. 1.3

$$\frac{\pi d^2}{4}h = \frac{\pi D^2}{4}\Delta h \quad \text{или} \quad \Delta h = h\frac{d^2}{D^2}$$

Замества се Δh с неговото равно в уравнението на налягането, и се получава: $p = p_0 - (\rho_2 - \rho_1)gh - \rho_1 g\frac{d^2}{D^2}h$

Ако се приеме $\rho_1 < \rho_2$, следва че $p < p_0$ т.е. в балона има вакуум. Този вакуум се определя съгласно уравнението:

$$p_b = p_0 - p = (\rho_2 - \rho_1)gh + \rho_1 g\frac{d^2}{D^2}h$$

Когато $d << D$ последния член може да се пренебрегне. Горното равенство по вакуумът се пресмята с израза: $p_b \leq (\rho_2 - \rho_1)gh$

Задача 1.4

Съд пълен с вода до височина h_0 се движи с ускорение a по хоризонтална повърхност. Да се определи:

- *необходимата височина на съда, за да се запази цялото количество вода в него по време на движението;*
- *натисковите сили по предната и задната страна на съда.*

Дължината на съда да се приеме равна на l, ширината на b.

Решение:

При хоризонтално движение на съда с ускорение a свободната повърхност ще се наклони към хоризонта под ъгъл β:

$$-tg\beta = a / g$$

От условието за неизменността на обема на водата в съда следва, че свободната повърхност ще се завърти около т. О на ъгъл β, така че:

$$\Delta h = -\frac{l}{2}tg\beta = \frac{l}{2}.\frac{a}{g},$$

или общата необходима височина на съда ще бъде равна на:

$$H \geq h_0 + \Delta h = h_0 + \frac{l}{2}.\frac{a}{g}$$

Натисковата сила по задната страна на съда ще бъде равна на:

$$P_3 = P_{H,зад}.f_n = \rho g\frac{b}{2}\left(h_0 + \frac{l}{2}.\frac{a}{g}\right)^2,$$

а по предната стена (по посока на движението)

$$P_n = P_{H,пред}.f_n = \rho g\frac{b}{2}\left(h_0 - \frac{l}{2}.\frac{a}{g}\right)^2$$

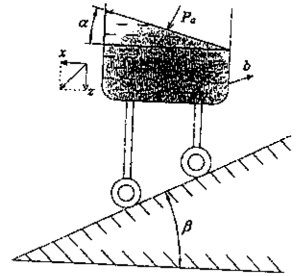
Задача 1.5

Съд напълнен с течност се движи равноускорително с ускорение $\vec{b}$ по плоскост, наклонена спрямо хоризонта под ъгъл β (фиг. 1.5). Да се изчисли ъгълът α, който сключва свободната повърхнина с хоризонта.

Решение:

Свободната повърхнина е изобарна (навсякъде по нея действува атмосферното налягане). Следователно тя може да изрази посредством уравнение 1.10. Поради това, че хоризонталната проекция на масовата сила е $X = b\cos\beta$, а вертикалната $Z = b\sin\beta - g$, съгласно указаното уравнение се получава:

$$\alpha = -arctg\frac{b\cos\beta}{g - b\sin\beta}$$



фиг. 1.5

Задача 1.6

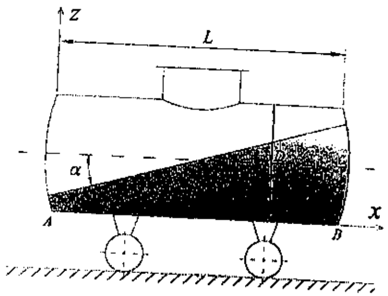
Цистерна с диаметър $D = 2{,}5m$ и дължина $L = 6m$, напълнена до половината с бензин, се движи по релсов път със скорост $v = 48km/h$ (фиг. 1.6). Влакът е принуден да спре за 4 секунди.
Да се напише уравнението на свободна повърхнина на течността и да се определи абсолютното налягане в точките A и B, ако спирането става равномерно. Специфичното тегло на бензина е $\gamma = 6860N/m^3$

Решение:

Хоризонталното закъснение е

$$b = -\left(\frac{48.\frac{1000}{3600}}{4}\right) = -3{,}33m/s^2$$

. За свободната повърхнина от урав.1.9 следва $-gz + bx = 9{,}81z + 3{,}33x = const.$



фиг. 1.6

За определянето на константата е нужно да се заместят в това уравнение координатите на точка, която лежи върху свободната повърхнина. Съгласно условието на задачата такава точка например е $x = \frac{L}{2} = 3m$ и $z = \frac{D}{2} = 1{,}25m$.
В такъв случай

$$const = -12{,}3 + 10 = -2{,}3,$$

и уравнението за свободната повърхнина приема вида:

$$3{,}33x - 9{,}81z + 2{,}3 = 0$$

За налягането от уравн. 1.13. следва

$$p = p_a - \gamma z + \rho bx$$

Тъй като за $x = \frac{L}{2} = 3m$ и $z = \frac{D}{2} = 1{,}25m$ $p = p_0 = 9{,}81.10^4\ Pa$

Константа p_a се определя съответно

$p_a = p + \gamma z - \rho bx = 98100 + 6860.1{,}25 - 700.3{,}33.3 = 99700\ Pa$

Следователно:

$$p = 99700 - \gamma z + \rho bx$$

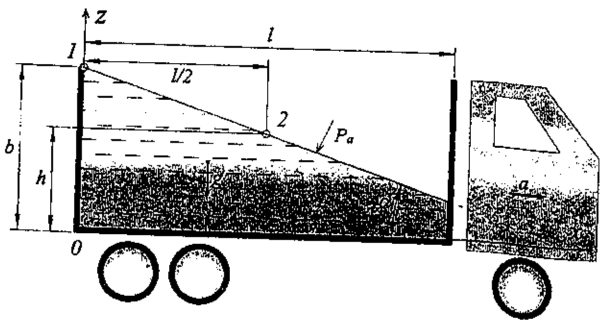
За точка A $x = 0$ и $z = 0$, респ. $p_a = 99700\ Pa$

За точка B $x = l = 6m$ и $z = 0$, респ. $p_B = 99700 + 700.3{,}33.6 = 113800\ Pa$

Задача 1.7

Открита автомобилна цистерна е пълна до 80% от полезния си обем с вода. Размерите и са $l = 4m; b = 2m; c = 2m$ (фиг.1.7). Да се определи:
- Минималният път при ускоряване на автомобила от покой до $v_0 = 40m/s$ при условие водата да не прелее цистерната.
- Да се пресметне силата на натиск върху задната страна в двата случая на равновесие(при абсолютен покой и при ускорително движение)

Решение:



фиг. 1.7

За да не прелее водата от цистерната при ускоряване е необходимо да бъде спазено условието $h \le b$. Спазвайки това условие ще определим максималното допустимо ускорение, а от там и минималният път за ускоряване на автомобила. За целта въвеждаме координатна система $0xz$, неподвижно свързана с цистерната и записваме уравнението на повърхностите на еднакво налягане при ускорително движение:

$$ax + gz = const.$$

От фигурата се вижда, че координатите x и z са известни точки 1 и 2 от свободната повърхност на водата при ускорително движение:

За т.1. $x_1 = 0; z_1 = b$

За т.2 $x_2 = \frac{l}{2}; z_2 = h$

След като заместим горните два израза в уравнение 1.9 получаваме:

$$ax_1 + gz_1 = ax_2 + gz_2,$$

или

$$a.0 + gb = a\frac{l}{2} + gh.$$

което след преработка добива вида:

$$a = \frac{2g(b-h)}{l}$$

Стойността на височината h се получава като знаем, че обемът на водата е 80% от обема на цистерната: $W_{H_2O} = l.c.h = 0,8.l.c.b$ или $h = 0,8b$. Тогава за допустимото ускорение се получава:

$$a = \frac{2g(b-0,8b)}{l} = \frac{2.9,81.0,2.(2-0,8.2)}{4} = 1,96 m/s^2$$

Но $a = \frac{v_0}{t}$ и $v_{cp} = \frac{L}{t}$,

където: t е времето за изминаване на разстоянието L или за увеличаване на скоростта от 0 до $v_0 = 40 m/s$. След изключване на времето от горните равенства и преработка, за изминатия път се получава $L = \frac{v_0^2}{2a}$. За да заместим скоростта в този израз е необходимо да превърнем скоростта от km/h в m/s: $v_0 = \frac{40.1000}{3600} = 11,1 m/s$. Тогава за изминатия път се получава:

$$L = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{11,1^2}{2.1,96} = 31,4m$$

Силата на натиск върху задната стена на цистерната в случаите на покой и движение с ускорение се определя по израза:

$$F = p_{ц.т.}.S = (p_0 + \rho g h_0)S = \rho g h_0 S.$$

Когато цистерната е в покой налягането в центъра на тежестта на сечението е $p_{ц.т.} = \rho g \frac{h}{2}$, а площта $S = ch$. Тогава за силата на натиска върху стената се получава:

$$F_1 = \rho g \frac{h^2}{2} c = \rho g \frac{(0,8b)^2}{2} c = 1000.9,81.\frac{(0,8.2)^2}{2} 2 = 25114N$$

Когато цистерната се движи с ускорение налягането в центъра на тежестта е $p_{ц.т.} = \rho g \frac{b}{2}$, а площта $S = cb$. Силата на натиск в този случай ще бъде:

$$F_2 = \rho g \frac{b^2}{2} c = 1000.9,81.\frac{2^2}{2} 2 = 39240N$$

Отношението на двете сили е $\frac{F_2}{F_1} = \frac{39240}{25114} = 1,6$. Вижда се, че силата нараства с 60%.

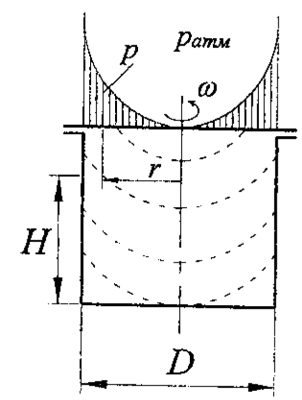
Задача 1.8

Цилиндричен съд е запълнен с вода, като в центъра му се подвежда атмосферно налягане през отвор. Съдът се върти около вертикална ос с честота $n = 1500 \min^{-1}$. Диаметъра на цилиндъра е $D = 300mm$, а височината $H = 200mm$. Да се определят силите на натиск върху капака и дъното на съда.

Решение:

Силата на натиск върху дъното и капака се определя по формулата: $F = pS$. Ако съдът е в покой, налягането върху капака е нула, а върху дъното е постоянно и се определя по основния закон на хидростатиката. При въртене на съда налягането върху дъното е:

$p = \rho g H + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2}$, а върху капака $p = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2}$. Силата на натиск от променливо налягане се определя по формулата: $F = \int_S p ds$. Тогава силата върху капака ще бъде:



фиг. 1.8

$$F_k = \int_S p\,ds = \int_0^R \rho\frac{\omega^2 r^2}{2}2\pi r dr$$, където $dS = 2\pi r dr$, а $R = \frac{D}{2}$.

След решаване на интеграла силата върху капака се получава: $F_k = \frac{\pi\rho\omega^2 R^4}{4}$. Имайки в предвид, че $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi 1500}{30} = 157{,}08 s^{-1}$, то

$$F_k = \frac{\pi.1000.157{,}08^2.0{,}150^4}{4} = 9811N.$$

За силата на дъното се получава:

$$F_Д = F_k + \rho g H = 9811 + 1000.9{,}81.0{,}2 = 11773N$$

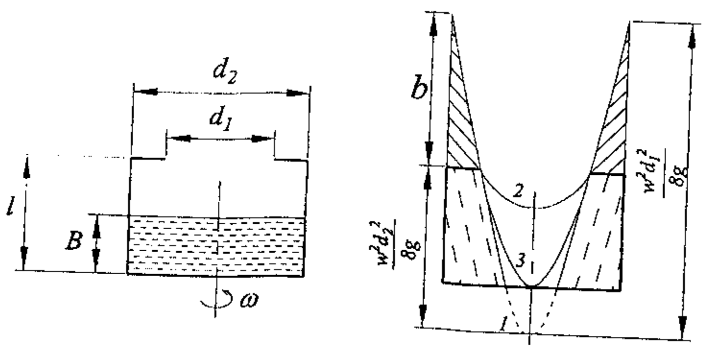
Задача 1.9

Цилиндричен съд с диаметър d_1 и височина l е запълнен с течност до височина B (фиг. 1.9). В горния капак на съда е пробит отвор с диаметър d_2. Плътността на течността е ρ. Да се определи:

- ъгловата скорост, при която течността ще започне да се излива от съда;

- натисковата сила по горния капак при тази ъглова скорост

Решение:



фиг. 1.9

Течността ще започне да се излива, когато свободната повърхност с увеличаване на ъгловата скорост достигне ръба на капака. При това съществуват три случая на разположение на върха на парабола – под дъното на съда (1), на дъното (3) или след него (2).

При междинни случаи параболоидът опира на дъното на съда и обема на течността се определя както следва:

$$W' = \frac{\pi}{4}\left(d_1^2 - d_2^2\right)l + \frac{1}{2}\frac{\pi d_2^2}{4}l = \frac{\pi}{4}\left(d_1^2 - \frac{1}{2}d_2^2\right)l$$

Височината запълнена с течност се определя като

$$B' = \frac{W'}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{d_2^2}{d_1^2}\right)l$$

Ако $B < B'$ е в сила случая 1. Условието на неизменността на обема течността в съда до следната зависимост:

$$\frac{\pi d_1^2}{4}B = \frac{\pi}{4}\left(d_1^2 - d_2^2\right) + \frac{\pi g}{\omega^2}l^2,$$

или

$$\omega = \frac{2l}{d_1}\sqrt{\frac{g}{B - \left(1 - d_2^2/d_1^2\right)l}}$$

За случая 2, когато $B > B'$ условието за запазване на обема течност във въртящия се съд води до:

$$\frac{\pi d_1^2}{4}B = \frac{\pi d_1^2}{4}l - \frac{l}{2}\frac{\pi d_2^2}{4}\frac{\omega_2^2 d_2^2}{8g},$$

или

$$\omega = \frac{4d_1}{d_2^2}\sqrt{g(l-B)}$$

При равенството $B = B'$ за ъгловата скорост се получава

$$\omega = \frac{2}{d_2}\sqrt{2gl}$$

Натисковата сила по горния капак е:

$$P = \rho\frac{\pi\omega^2}{64}\left(d_1^2 - d_2^2\right)^2$$

Задача 1.10

Вертикален вал има специално приспособление за приемане на маслото, изтичащо от лагера и за подаването му към маслени събирач. Конструктивното му оформяне е показано на фиг.1.10. Валът се върти с $n = 600$ об/мин, $r_A = 0{,}2m$ и $h = 0{,}2m$.

Да се определи на какво минимално разстояние от оста на вала трябва да се пробие отворът на дъното, за да може маслото да изтича в маслосъбирача.

Решение:
Разстоянието по вертикалата между две точки от свободната повърхност се определя от уравнението.

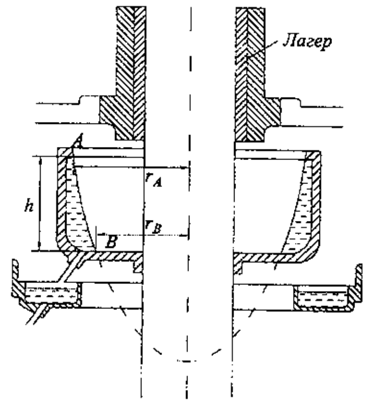
$$z_A - z_B = h = \frac{\omega^2 r_A^2 - \omega^2 r_B^2}{2g},$$

$$r_B = \sqrt{\frac{\omega^2 r_A^2 - 2gh}{\omega^2}} = \sqrt{r_A^2 - \frac{2gh}{\omega^2}},$$

където:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14.600}{30} = 62,8 s^{-1}$$

$$r_B = \sqrt{0,04 - \frac{2.9,81.0,2}{62,8^2}} = 0,173m$$



фиг. 1.10

Задача 1.11

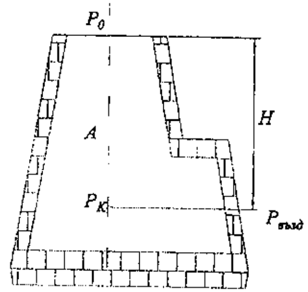
В пещта A (фиг. 1.11) димните газове имат температура $t_1 = 300^0C$ и специфично тегло $\gamma_{дг} = 4,32 N/m^3$. Температурата на външния въздух е $t = 10^0C$ и плътността на въздуха е $\rho = 1,23 kg/m^3$. Да се определи какво подналягане Δp (тяга) създава коминът, ако височината му е $H = 5m$ $(\gamma = \rho g)$.

Решение:

$$p_k = p_0 + \gamma H; p_{възд} = p_0 + \gamma_{възд} H$$

$$\Delta p = p_{възд} - p_k = \gamma_{възд} H - \gamma_{дг} H = (\gamma_{възд} - \gamma_{дг}) H$$

$$\Delta p = (12,07 - 4,32)5 = 38,75 Pa$$



фиг. 1.11

Задача 1.12

Да се определи на каква височина над морското равнище налягането на въздуха е $p = 690 mmHg$. Температурата на въздуха е $t = 20^0C$. Тя се смята за постоянна. Атмосферното налягане при морското равнище е $p_0 = 760 mmHg$.

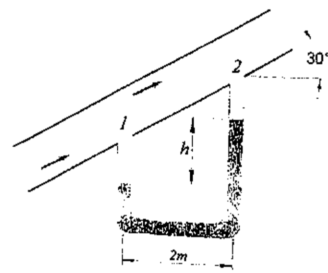
Решение:
Тъй като за въздуха плътността, респ. специфичното тегло, не е константа, за него уравнението $p = p_0 + \gamma h$ е вярно само за елементарна височина разлика dh. Чрез диференциране на същото уравнение за промяната на налягането се получава $dp = \gamma dh$. Ако координатната ос z е насочена вертикално нагоре, $dh = -dz$ и може да се напише $dp = -\gamma dz$. От термодинамичното уравнение $pv = RT$,респ. $p = \rho RT$, за $T = const.$ се получава $\gamma = \frac{pg}{RT}$. Като се замести тази стойност в уравнението за dp, то придобива вида $\frac{dp}{p} = -\frac{gdz}{RT}$ и след интегрирането му се получава $\ln p = -\frac{gz}{RT} + C$. Тъй като при $z_p = 0, p = p_0$, следва, че $C = \ln p_0$. В такъв случай $\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{gz}{RT}$ и $p = p_0 e^{-\frac{gz}{RT}}$, т.е.:

$$z = 2,3\frac{RT}{g}\log\frac{p_0}{p} = 2,3.29,3.293.\log\frac{760}{690} = 810m.$$

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Вода се движи нагоре по тръба, наклонена под 30^0, както е показано на фиг. 1. Показанието на живачния манометър е $h = 12cm$. Температурата и на двата флуида е $t = 20^0C$. Каква е разликата на налягането $p_1 - p_2$ в тръбата? Плътността на живакът да се приеме за $\rho_{Hg} = 13600 kg/m^3$.

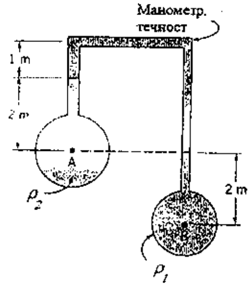


фиг. 1

Отг. $\Delta p = 16 kPa$

Задача 2

За флуид намиращ се в покой, както е показано на фиг. 2, а налягането в точката B е с $30kPa$ по-голямо от това в точка A.

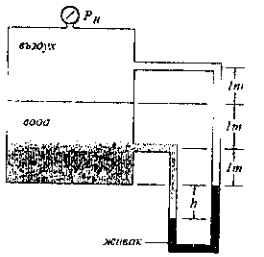


фиг. 2

Определете плътността на манометричната течност, ако $\rho_1 = 1200kg/m^3$ и $\rho_2 = 1500kg/m^3$.

Отг. $\rho_{M.m.} = 1230kg/m^3$

Задача 3



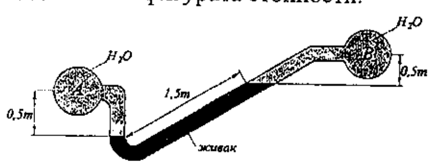
фиг. 3

U – образен живачен манометър е свързан към затворен резервоар, както е показано на фиг. 3. Ако отчетеното надналягане е $13,8kPa$, определете показанието на манометричната височина h. Специфичното тегло на въздуха да се пренебрегне. Манометърът е запълнен с живак с плътност $\rho_ж = 13600kg/m^3$, а плътността на водата в резервоара е $\rho_в = 1000kg/m^3$.

Отг. $h = 0,05m$

Задача 4

За манометъра с наклонено рамо, показан на фиг. 4, налягането в резервоара A е 40 kPa. Флуидът и в двете тръби е вода с плътност $\rho_{H_2O} = 1000kg/m^3$ и течността в манометъра е живак с плътност $\rho_M = 2600kg/m^3$. Какво е налягането в резервоара B, вземайки в предвид дадените на фигурата стойности.

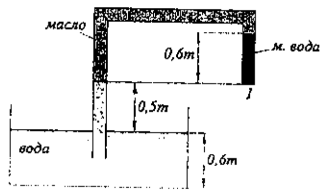


фиг. 4

Отг. $P_B = 20870Pa$

Задача 5

Вода, масло и солена (морска) вода с плътности: $\rho_в = 1000kg/m^3$; $\rho_м = 800kg/m^3$ и $\rho_{м.вода} = 1200kg/m^3$ запълват тръба, както е показано на фиг. 5. Определете налягането в точка 1 (горния затворен край на тръбата).



фиг. 5

Отг. $P_1 = 2550,6Pa$

ГЛАВА ВТОРА

УРАВНЕНИЕ НА БЕРНУЛИ

Връзката между отделните параметри налягане, скорост и височина при движение на идеални флуиди (без триене) се дава с уравнението на Бернули. Първоначалния вид на това уравнение е посочен в работите на Даниел Бернули (1738 г.), като пълен извод е направен от Ойлер през 1755г. Уравнението на Бернули е широко използвано, но трябва да се има в предвид следното ограничение при неговото използване – всички реални флуиди са вискозни, което е предпоставка за възникване на съпротивление от триене при движение в известна степен. Поради това уравнението на Бернули е приложимо за области от течението, където липсва триене.

Уравнението на Бернули се използва в следните три форми:

2.1. $$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = H = const. \quad \left[\frac{m^2}{s^2}\right]$$

Всеки един от членовете на уравнението представлява енергия, отнесена към килограм маса от флуида. Първият член $\frac{V^2}{2}$ е кинетичната енергия, $\frac{p}{\rho}$–енергия на налягане и gz–потенциална енергия.

Умножено по плътността се получава втората форма на уравнението на Бернули:

2.2. $$\rho\frac{V^2}{2} + p + \rho gz = P = const.\,[Pa]$$

Членовете на това уравнение имат димензия налягане $[Pa]$ и са: $\rho\frac{V^2}{2}$ – динамичното налягане, p –статично налягане и ρgz–хидростатично налягане.

Разделено на "g" уравн. 2.1 води до израза:

2.3. $$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = Z = const.\,[m]$$

Размерността на уравнение 2.3 е в метри $[m]$ и отделните му членове са: $\frac{V^2}{2g}$ – динамична (скоростна) височина, $\frac{p}{\rho g}$ – пиезометрична височина и z – геодезична височина.

Приложено при течения в тръбопроводи уравнението на Бернули изисква замяна на скоростта със средната по напречно сечение скорост :

2.4. $V_m = \frac{1}{f}\int_f V df$

Като се има предвид, че уравнението на Бернули е енергийно уравнение, трябва да се отчете факта, че енергията изчислена със средната скорост $\left(\frac{V_m^2}{2}\right)$ се различава от действителната $\left(\frac{V^2}{2}\right)$ и се налага въвеждането на поправъчен коефициент:

- коефициент на Кориолис

2.5. $\chi = \frac{\int_f V^3 df}{V_m^3 f}$, при което уравнение 2.1 приема вида:

2.6. $\chi\frac{V_m^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = const.$

Свиването на напречното сечение на течението при преминаване през отвори се отчита чрез коефициента на напречна контракция:

2.7. $\varepsilon = \frac{f'}{f}$,

където f' е сечението на течението, получено вследствие на свиването, f - сечение на отвора.

Скоростния коефициент $\varphi < 1$ отчита влиянието на вискозитета върху скоростното разпределение. Произведението

2.8. $\mu = \varepsilon\varphi$,

представлява коефициент на дебита.

Коефициентът на полезно действие на отвори, дюзи и др. има вида:

2.9. $\eta = \varphi^2$

При решаване на задачи чрез уравнението на Бернули се използва и уравнението за непрекъснатост:

2.10. $q = \rho V_m f\left[kg/s\right]$; $\quad Q = V_m f\left[m^3/s\right]$,

където q и Q са съответно масов и обемен дебит.

Дебитът на флуидните течения се определя чрез уреди, наречени дебитомери.

2.11а $Q = \alpha' f'\sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$

респ.

2.11б $Q = 1.105\alpha' d^2\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$,

където $\alpha' = \frac{\mu}{\sqrt{1-m^2}} = \frac{\varepsilon\varphi}{\sqrt{1-m^2}}$ е коефициент на дебитомера, даден в справочната литература за всеки стандартен дебитомер: дюза, бленда или тръба на Вентури.

Задачи към глава втора

Задача 2.1.

Към цилиндрична част на смукателя на вентилатора е свързана тръбичка, чиито долен край е потопен в чаша вода. При работа на вентилатора течността се издига в тръбичката на височина $h = 350mm$. *Да се определи дебитът на въздуха, ако смукателя на вентилатора е с* $D = 0{,}25m$.

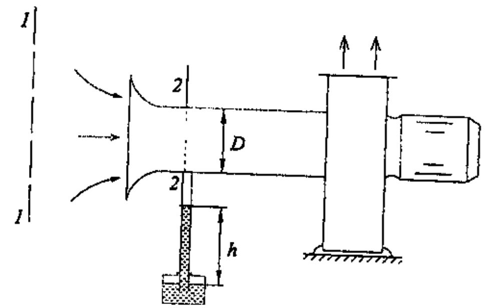
Решение:

Дебитът е равен на:

$Q = \frac{\pi D^2}{4}V_2 = V_2 f_2$

За определяне на V_2 се прилага уравнението на Бернули за две точки от една токова линия, намиращи се в сечения 1-1 и 2-2:

$\frac{\rho V_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + p_2$



фиг. 2.1

Предвид обстоятелството, че сечение 1-1 се намира далеч от смукателя, следва че $V_1 = 0$ (въздуха е несмутен), а налягането е равно на атмосферното, т.е. $p_1 = p_a$. Атмосферно е и налягането, което действа върху свободната повърхност на водата в чашата. От казаното следва.

$V_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}\left(p_a - p_2\right)}$

От схемата е видно, че $p_a - p_2 = \rho_{вода} gh$. Тогава:

$V_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}\rho_{вода} gh}$

Дебитът е $Q = 3{,}64m^3/s$.

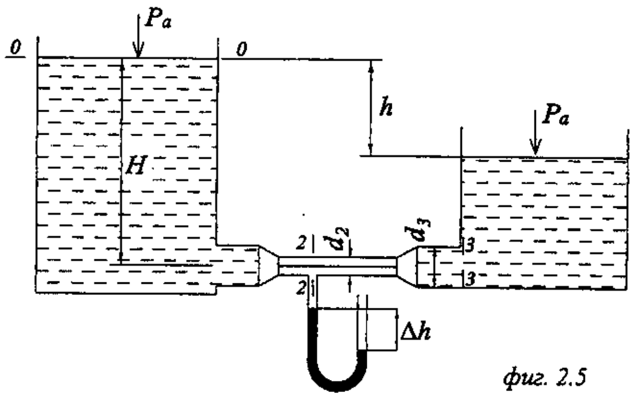
Задача 2.5

Два водни резервоара са свързани с къс тръбопровод, чиято средна част е стеснена. Дадени са: $H = 4,5m; h = 1,8m; d_1 = d_3 = 60mm; d_2 = 40mm$

Да се определят скоростта и налягането в стеснената част.

При каква стойност на d_2 *ще настъпи кавитация, ако атмосферното налягане е* $720mmHg$*, а налягането на насищане е нула?*

Решение:



фиг. 2.5

Скоростта в сечение 2-2 зависи от скоростта на изтичане в сечение 3-3, съгласно уравнението за непрекъснатост:

$$V_2 = V_3\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2$$

Скоростта на изтичане V_3 се определя като се използува уравнението на Бернули за сечение 0-0 и 3-3:

$$\rho\frac{V_0^2}{2} + p_0 + \rho g H = \rho\frac{V_3^2}{2} + p_3,$$

където $p_3 = p_a + \rho g(H-h)$ е налягането във втория резервоар на дълбочината на отвора; $V_0 = 0; p_0 = p_a$.

За V_3 се получава:

$$V_3 = \sqrt{2gh} = 5,94m/s$$

Търсената скорост V_2 е:

$$V_2 = 13,4m/s$$

Налягането p_2 се определя от уравнението на Бернули, приложено за сечения 2-2 и 3-3, от което при липса на загуби се получава:

$$p_2 = p_a + \rho g(H-h) + \rho\frac{V_2^2}{2}\left(\frac{d_2^4}{d_3^4} - 1\right)$$

$$p_2 = p_a - 4,6\rho g = 50876Pa$$

Показанията на манометъра съответстват на разликата:

$$p_a - p_2 = 4,6\rho g = \rho_ж g\Delta h$$

От където следва:

$$\Delta h_ж = \frac{4,6\rho}{\rho_ж}$$

Стойността на диаметъра $d_{2,k}$, при която ще настъпи кавитация се определя от израза за p_2 като се положи $p_2 = 0$:

$$p_{2,k} = 35,74mm$$

Задача 2.6

Да се определи дебитът на изтичащия в смесителната тръба на карбуратора бензин, ако са дадени(по фигурата): скорост на засмуквания въздух в сечение 2-2 $V_{в,2} = 30m/s$*, плътност на въздуха* $\rho_в = 1,2kg/m^3$*, плътност на бензина* $\rho_б = 720kg/m^3$*, диаметъра на тръбичката* $d = 2mm$*. Отворът на тръбичката съвпада със сечение 2-2 и с нивото на бензина в поплавъковата камера, където налягането е атмосферното. Течението е без загуби.*

Решение:

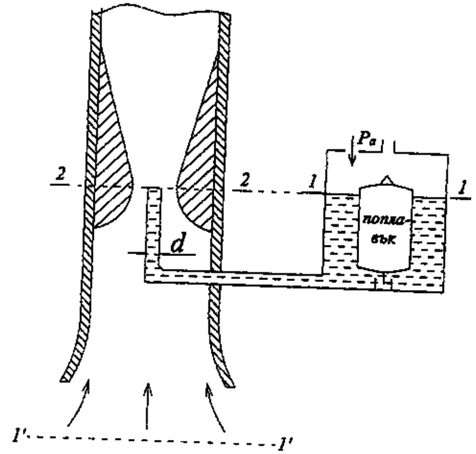
Дебитът на изтичащият бензин се определя от зависимостта, в която поради липсата на загуби се приема $\mu = 1$. т.е. :

$$Q_б = f_{б,2}.V_{б,2}$$

Скоростта $V_{б,2}$, приложена за две точки от една токова линия на бензиновото течение се изчислява по зависимостта:

$$V_{б,2} = \sqrt{\frac{2}{\rho_б}(p_a - p_2)}$$

Тук p_a е налягането над нивото на бензина в поплавъковата



фиг. 2.6

Задача 2.2

В тръбопровода, по който тече бензин, е монтирана дюза, чийто минимален диаметър $d = 9mm$ (фиг. 2.2). Вътрешния диаметър на тръбата е $D = 14mm$. Разликата между показанията на двата пиезометъра е $H = 1,5m$, плътността на бензина е $\rho = 750kg/m^3$.

Да се определи дебитът на бензина.

Решение:

Дебитът на бензина се изчислява по зависимостта:

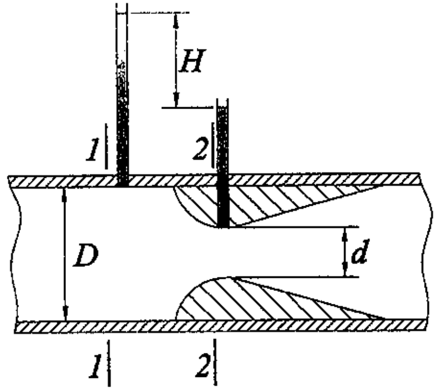
$Q_б = \pi \dfrac{d^2}{4} V_2$

За определяне на скоростта се прилага уравнението на Бернули заедно с това на непрекъснатост за сеч. 1-1 и 2-2.

$\rho \dfrac{V_1^2}{2} + p_1 = \rho \dfrac{V_2^2}{2} + p_2; V_1 = V_2 \left(\dfrac{d}{D}\right)^2$

След решаване за V_2 се получава:

$V_2 = \sqrt{\dfrac{2}{\rho} \dfrac{p_1 - p_2}{\left\{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right\}}} = 7,08m/s$,



фиг. 2.2

където съгласно схемата $p_1 - p_2 = \rho g H$. Тогава за дебита се получава:

$Q = 0,00108m^3/s$

Задача 2.3

От дюза, свързана с открит съд, вертикално нагоре изтича вода в атмосферата (фиг. 2.3). Височината от нивото в съда до отвора на дюзата е $H = 4,3m$. Скоростния коефициент е $\varphi = 0,8$.

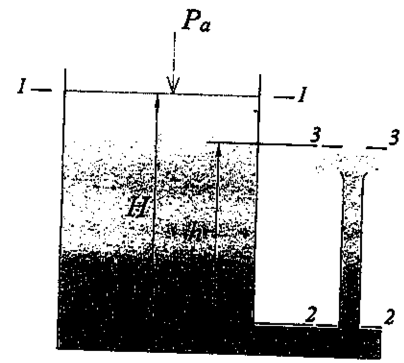
Да се определи височината на струята, като се приеме, че сечението и е еднакво почти догоре. Каква ще бъде височината, ако скоростния коефициент е $\varphi = 1$.

Решение:

За определяне на височината се прилага уравнението на Бернули за сечения 2-2 и 3-3 във вида:

$\dfrac{V_2^2}{2g} + \dfrac{p_2}{\rho g} + z_2 = \dfrac{V_3^2}{2g} + \dfrac{p_3}{\rho g} + z_3$

От схемата се вижда, че: $p_2 = p_3 = p_a$, тъй като сечение 2-2 се избира от външната страна на отвора на дюзата, безкрайно близко до него; $V_3 = 0$, тъй като там скоростта сменя посоката си на 180^0; $h = z_3 - z_2$. От казаното следва: $h = \dfrac{V_2^2}{2g}$



фиг. 2.3

Скоростта на изтичане, предвид предложената схема, се определя от уравнението на Торичели с отчитане на скоростния коефициент:

$V_2 = \varphi\sqrt{2gH} = 0,8\sqrt{2.9,81.4,3} = 7,35m/s$

Окончателно се получава: $h = 2,75m$ (за $\varphi = 0,8$) и $h = 4,3m$ (за $\varphi = 1$)

Задача 2.4

От отворът на тънката стена на открит съд в атмосферата изтича флуид с дебит $Q = 1,6dm^3/s$. Лицето на отворът е $f_2 = 4cm^2$, височина от оста на отвора до свободната повърхност на течността в съда е $H = 1,25m$.

Да се определи коефициента на дебита на отвора.

Решение:

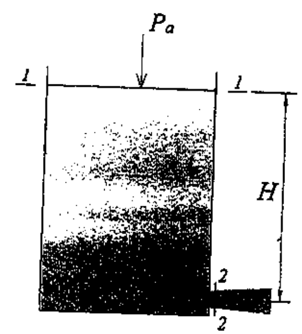
Действителния дебит на струята е:

$Q_д = \mu f_2 V_2$, откъдето: $\mu = \dfrac{Q_д}{f_2 V_2}$

Теоретичната скорост на изтичане, съгласно схемата, е $V_2 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2.9,81.1,25} = 4,95m/s$,

откъдето за коефициента на дебита се получава:

$\mu = \dfrac{0,0016}{0,0004.4,95} = 0,8$



фиг. 2.4

камера, където е началната точка на токова линия; p_2 е налягането в изходящото на тръбичката сечение(сеч.2-2).
В случая Δp се определя като се прилага уравнението на Бернули за въздушното течение в сечения $1'$-$1'$ и 2-2:

$$\Delta p = p_a - p_2 = \rho_B \frac{V_{B,2}^2}{2}$$

Поради сравнително високата скорост на въздуха и изотермичното течение се приема $\rho_B = const$.
След съвместно решаване на посочените три зависимости, за дебита на бензина се получава:

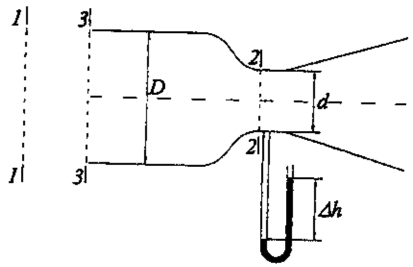
$$Q_б = \frac{\pi}{4} d^2 V_B \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho_б}} = 3{,}7.10^{-6} m^3/s$$

Задача 2.7

Към крилото на самолет е монтирана вентуриева тръба, чиято посока съвпада с направлението на скоростта. Към най-тясното сечение на тръбата е включен манометър за измерване на статичното налягане. Атмосферното налягане около самолета е $p_a = 800kPa$, а плътността на въздуха е $\rho = 0{,}98kg/m^3$. Входящия и минимален диаметър на тръбата са $D = 100mm$ и $d = 80mm$. Течностният манометър е с вода и неговото показание е $\Delta h = 180mm$.
Да се определи скоростта на самолета.

Решение:

Приема се, че въздухът е неподвижен- следователно относителната скорост между него и тръбата е търсената. При липса на съпротивление това е скоростта, с която въздухът преминава през сечение 3-3 на входа на тръбата.



фиг. 2.7

От схемата се вижда, че:

$$V_3 = V_2 \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

От друга страна V_2 се определя от уравнението на Бернули, приложено за сечение 1-1 и 2-2:

След полагането на $V_1 = 0$ (несмутено течение) и решаването на двете зависимости, се получава:

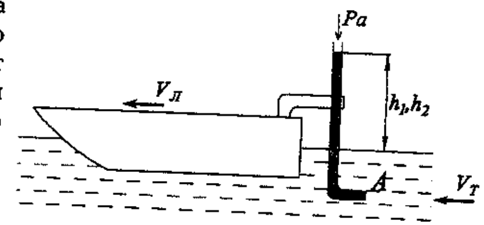
$$V_3 = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{\frac{\rho_B}{\rho}} \sqrt{2gh} = 38{,}4m/s$$

Задача 2.8

Към лодка плаваща в река е прикрепена „Г" – образна тръбичка, чийто хоризонтален участък е потопен във вода и е успореден на оста на лодката.
При движение на лодката срещу течението нивото на водата в тръбичката се повишава над това в реката с $h_1 = 20mm$. Когато лодката плава в обратна посока, показанието по тръбичката е $h_2 = 8mm$.
Да се определят скоростите на лодката и течението в реката, като се пренебрегне височината на челната вълна пред тръбичката.

Решение:

При движение на лодката срещу течението налягането в т. А е сума от статичното налягане и динамичното налягане, което се създава от сумата на скоростите на течението (V_T) и на лодката ($V_л$):



фиг. 2.8

$$p_a = p_{cm} + \frac{\rho}{2}(V_л + V_T)^2$$

От показанието на тръбичката за разликата $p_a - p_{cm}$ се получава

$$p_a - p_{cm} = \rho g h_1$$

Следователно

$$V_л + V_T = \sqrt{2gh_1}$$

При движение на лодката в обратна посока (по течението) динамичното налягане се създава от разликата между двете скорости, за което се получава:

$$V_л - V_T = \sqrt{2gh_2}$$

Съвместното решаване на последните две зависимости дава:

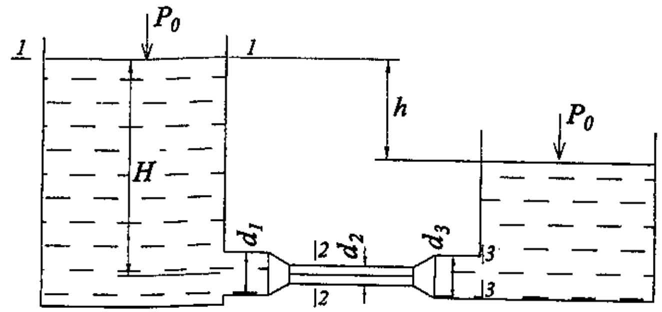
$$V_{л,T} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2gh_1} \pm \sqrt{2gh_2}\right)$$

$$V_л = 0{,}51m/s; V_T = 0{,}12m/s$$

Задача 2.9

Два водни резервоара са свързани с къса тръба (фиг.2.9), чиято средна част е стеснена. Да се определят скоростта и налягането в тясната част, ако $H = 4,5m$, $h = 1,8m$, $d_1 = d_3 = 60mm$, $d_2 = 40mm$. Да се определи и стойността на диаметъра, при която в тясната част ще настъпи кавитация, ако атмосферното налягане $p_0 = 9,6.10^4 N/m^2$. Налягането на насищане $p_{нас}$ да се приеме равно на нула. Специфичното тегло на живака е $\gamma_ж = 1,33.10^5 N/m^3$.

Решение:



фиг. 2.9

Записва се уравнението на Бернули за сечения 1-1 и 2-2:

1. $\frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$

(тъй като $p_1 = p_0$ и $c_1 = 0$)

За сечения 1-1 и 3-3

2. $\frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma}$

Тук $p_3 = p_0 + \gamma(H-h)$

От израза (2) следва:

$$\frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{p_0 + \gamma(H-h)}{\gamma}$$

$$\frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{V_3^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + H - h$$

$$V_3 = \sqrt{2gh}$$

$$V_2 \frac{\pi d_2^2}{4} = V_3 \frac{\pi d_3^2}{4}$$

$$V_2 = V_3 \frac{d_3^2}{d_2^2} = \sqrt{2gh}\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^2 = \sqrt{2.9,81.1,8.}\left(\frac{0,06}{0,04}\right)^2 = \sqrt{35,3}.2,25 = 13,35m/s$$

От израза 1

$$\frac{p_0}{\gamma} + H = \frac{2gh\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^4}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

3. $p_2 = p_0 + \gamma H - \gamma h\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^4$

$$p_2 = p_0 + H\gamma - \gamma h\left(\frac{d_3}{d_2}\right)^4 = 9,6.10^4 + 9,81.10^3.4,5 - 9,81.10^3.1,8.(1,5)^4 = 5,06Pa$$

За да се определи диаметърът d_{2k}, при който ще настъпи кавитация, в израза (3) се полага $p_2 = 0$. Получава се

$$p_2 = p_0 + \gamma H - \gamma h\left(\frac{d_3}{d_{2k}}\right)^4 = 0$$

Това уравнение се решава по отношение d_{2k}:

$$d_{2k} = 0,06.\sqrt[4]{\frac{9,81.10^3.1,8}{(96.44,1).10^3}} = 0,06.\sqrt[4]{\frac{9,81.1,8}{140,1}} = 0,0358m$$

$$d_{2k} = 35,8mm$$

Задача 2.10

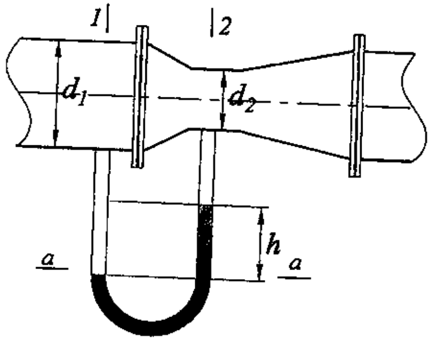
Хоризонтално разположена тръба на Вентури (фиг.2.10) с диаметри $d_1 = 50mm$ и $d_2 = 30mm$ е свързана към водопровод. Присъединеният към нея живачен манометър, показва отклонение $h = 250mm$. Плътността на водата е $\rho = 1000kg/m^3$, а на живака $\rho_{Hg} = 13600kg/m^3$. Да се определи обемният теоретичен дебит Q на протичащата вода.

Решение:

За сечения 1 и 2, към които е присъединен манометърът се записват уравненията на Бернули и за непрекъснатост.

$$\rho\frac{V_1^2}{2}+p_1+\rho g z_1=\rho\frac{V_2^2}{2}+p_2+\rho g z_2$$

$$V_1\frac{\pi d_1^2}{4}=V_2\frac{\pi d_2^2}{4}$$



фиг. 2.10

От двете уравнения като се отчете $z_1=z_2=0$, за средната по напречно сечение скорост V_2 следва:

$$V_2=\sqrt{\frac{2}{\rho}\cdot\frac{(p_1-p_2)}{\left(1-(d_2/d_1)^4\right)}}$$

От приравняването на налягането на изобарната равнина "$a-a$", $p_1-p_2=gh\left(\rho_{Hg}-\rho\right)$ на живачния манометър се изразява разликата, която се въвежда в израза на скоростта. За теоретичния дебит се получава:

$$Q=V_2\pi\frac{d_2^2}{4}=3{,}14\frac{d_2^2}{4}\sqrt{\frac{2}{\rho}\frac{gh\left(\rho_{Hg}-\rho\right)}{1-\frac{d_2^4}{d_1^4}}}=5{,}96.10^{-3}m^3/s$$

Задача 2.11

Да се определят теоретичния дебит Q през тръбата и вакуумът в горната точка на сифона (фиг.2.11). Диаметърът на тръбата е $d=127mm$; посочените на схемата височини са: $h_1=3{,}5m$, $h_2=6m$, $h_3=1m$. Плътността на водата е $\rho=1000kg/m^3$.

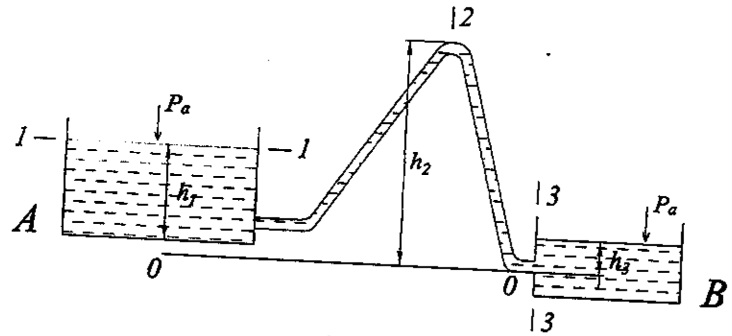
Решение:

Уравнението на Бернули се записва за сечение 1-1 и 3-3, като височините се отчитат от кота 0-0:

$$\rho\frac{V_1^2}{2}+p_1+\rho g z_1=\rho\frac{V_2^2}{2}+p_2+\rho g z_2$$

При уговорката, че резервоарите A и B са достатъчно големи, скоростта по свободната повърхност 1-1 $V_1\approx 0$, а надналягането в сечение 3-3 на

изтичащата струя в резервоара B е $p_3=p_0+\rho g h_3$. Тогава за скоростта V_3 и за теоретичния дебит Q следва:



фиг. 2.11

$$V_3=\sqrt{2g(h_1-h_3)}=7m/s$$

$$Q=\frac{\pi.d^2}{4}V_3=88{,}710^{-3}m^3/s$$

За определяне на вакуума в горната точка на сифона (сечение 2-2) се записва уравнението на Бернули за сечения 1-1 и 2-2, откъдето се изразява $p_{вак.2}=p_0-p_2$. При това се има в предвид, че $V_1\approx 0$ и $V_2=V_3$:

$$p_{вак.2}=p_0-p_2=\rho\frac{V_2^2}{2}+\rho g(h_2-h_1)=4{,}9.10^4 Pa$$

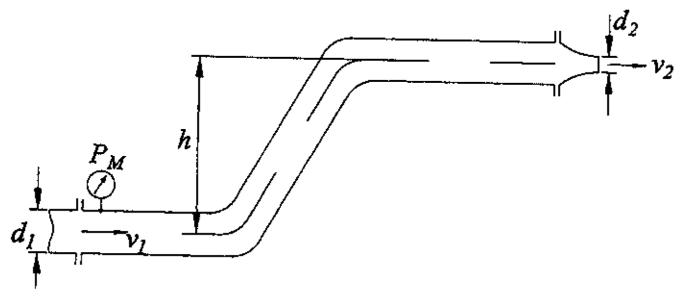
Задача 2.12

На изхода на тръба с диаметър $d_1=50mm$ и височина $h=5m$ е поставена дюза с диаметър на изхода $d_2=20mm$ (фиг.2.12). Какво манометрично налягане е необходимо да се осигури на входа на тръбата, за да се получи изтичане на водата от дюзата със скорост $v=20m/s$.

Да се пресметне мощността на водната струя, с която водата излиза от дюзата.

Течността да се приеме за идеален (безвискозен) флуид.

Решение:



фиг. 2.12

Скоростта на флуида в тръбата може да се определи чрез уравнението за непрекъснатост: $V_1 f_1 = V_2 f_2$

Като се знае, че $f_1 = \dfrac{\pi d_1^2}{4}$ и $f_2 = \dfrac{\pi d_2^2}{4}$ следва:

$$V_1 = V_2 \frac{d_2^2}{d_1^2} = 20.\frac{(0,020)^2}{(0,050)^2} = 3,2 m/s$$

Търси се налягането в това сечение, т.е. $p_1 = ?$

Избира се сечение 1-1 да е това на входа, тъй като там се търси налягането, а сечение 2-2 – изхода на дюзата (в това сечение и трите величини са известни: $z_2 = h = 5m; p_2 = p_{atm}; V_2 = 10 m/s$).

Записва се уравнението за избраните две сечения:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

След заместване с известните величини уравнението добива вида:

$$0 + \frac{p_1}{\rho q} + \frac{V_1^2}{2g} = h + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g},$$

или

$$\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho g} = h + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

Като се има предвид, че $p_1 - p_{atm} = p_{1,M}$ е манометрично налягане на входа на тръбата, следва:

$$p_{1,M} = \rho g \left(h + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \right)$$

Следователно изразът за търсеното налягане на входа приема вида:

$$p_{1,M} = \rho g h + \rho \frac{V_2^2 - V_1^2}{2}$$

Заместват се величините, влизащи в дясната страна на получения израз:

$$p_{1,M} = 1000.9,81.5 + 1000\frac{20^2 - 3,2^2}{2} = 49050 + 500.389,76 = 243930 Pa$$

За да се пресметне мощността по формулата е необходимо да се определи дебитът $Q[m^3/s]$ и напорът $H[mH_2O]$. Дебитът се определя чрез скоростта на водата в което и да е от двете сечения 1-1 или 2-2 и площта на съответното сечение (f_1 или f_2):

$$Q = V_2 f_2 = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4} = 20.\frac{3,14.0,02^2}{4} = 0,0063 m^3/s$$

Напорът е: $H = z_2 + \dfrac{p_2}{\rho g} + \dfrac{V_2^2}{2g} = 5 + \dfrac{0}{9,81.1000} + \dfrac{20^2}{2.9,81} = 25,384 mH_2O$

За мощността се получава:
$P = \rho g Q H = 1000.9,81.0,0063.25,387 = 1569W \approx 1,57kW$

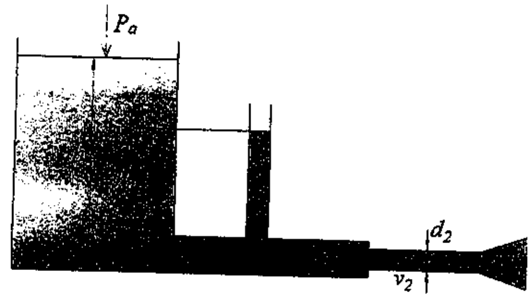
Задача 2.13

От резервоар при постоянна височина $h = 5m$ по прав хоризонтален тръбопровод, съставен от две последователно свързани тръби с диаметри: $d_1 = 120mm$ и $d_2 = 80mm$, изтича вода в атмосферата (фиг.2.13). Да се пресметне дебитът на изтичащата вода и показанието на пиезометъра, монтиран в първата тръба.

Решение:

За да се пресметне дебитът чрез уравнението за непрекъснатост е необходимо да се определи скоростта на водата в която и да е от тръбите (V_1 или V_2);

$Q = V_1 f_1 = V_2 f_2$



фиг. 2.13

Избира се сечение 0-0 да е на нивото на водата в резервоара, а 2-2 на изхода на втората тръба, тъй като то включва скоростта V_2, необходима за пресмятане на дебита Q.

Уравнението за избраните две сечения има вида:

$$z_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{V_0^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Преобразуване на уравнението:

$$h + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{0^2}{2g} = 0 + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \quad \text{или} \quad h + \frac{p_{atm}}{\rho g} - \frac{p_{atm}}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = h$$

Следователно: $V_2 = \sqrt{2gh}$

Пресмятат се скоростта и дебитът:

$V_2 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2.9,81.5} = 9,9 m/s$

Дебитът е $Q = V_2 f_2 = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4} = 9,9\frac{3,14.0,08^2}{4} = 0,0498 m^3/s$

Скоростта в първата тръба се определя от уравнението за непрекъснатост:

$$V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4}$$

Следователно: $V_1 = V_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 9,9\left(\frac{0,08}{0,12}\right)^2 = 4,4 m/s$

Показанието на пиезометъра в първата тръба (сечение 1-1) е $h_n = \frac{p_{M1}}{\rho g}$.

Следователно задачата се свежда до определяне на манометричното налягане $p_{M1} = p_1 - p_{atm}$. То може да се определи, като се приложи уравнението на Бернули или за сечение 0-0 и 1-1, или за сечение 1-1 и 2-2. За двете сечения: нивото на водата в резервоара 0-0 и изхода на тръбопровода 2-2, всички величини са известни. Например уравнението записано за сечения 1-1 и 2-2 има вида:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Тъй като тръбопроводът е хоризонтален, то следва, че $z_1 = z_2 = 0$. Уравнението се преобразува по следния начин:

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_{atm}}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g},$$

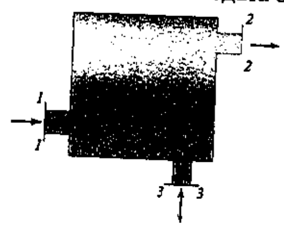
но $\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho g} = \frac{p_{M1}}{\rho g}$ е пиезометричната височина, отговаряща на манометричното налягане p_{M1} в сечение 1-1, т.е. показанието на пиезометъра h_n.

Следователно: $h_n = \frac{p_{M1}}{\rho g} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{9,9^2 - 4,4^2}{2.9,81} = 4 mH_2O$

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Вода запълва резервоар през сечение 1, както е показано на фиг. 1. На входа (сечение 1) $D_1 = 7cm$, а дебитът на водата е 110 m^3/h. На изходът (сечение 2) $D_2 = 6cm$ при средна скорост на изтичане на водата 8 m/s.



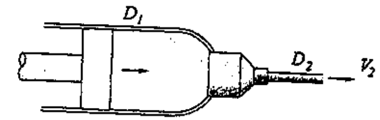
фиг. 1

Ако $D_3 = 5cm$, определете дебитът на изтичащата вода през сечение 3 и скоростта на изтичане. Определете също и нейната посока.

Отг. $Q_3 = 0,008 m^3/s$; ***посока: към резервоара от сечение 3.***

Задача 2

Спринцовка съдържа серум с плътност 1050 kg/m^3, както е показано на фиг. 2. Каква трябва да бъде скоростта на плунжера, така че серумът да се инжектира плавно със скорост 5 cm/s. Диаметрите на плунжера и иглата са съответно $D_1 = 2cm$ и $D_2 = 0,5mm$. Определете дебитът на изтичащата струя.

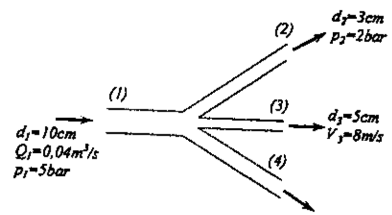


фиг. 2

Отг. $V_1 = 0,125 cm/s$; $Q = 0,393 cm^3/s$

Задача 3

Вода от централен клон с дебит $Q_1 = 0,004 m^3/s$ се разделя в три клона съгласно показаната на фиг. 3 схема. Ако се пренебрегне триенето в тръбите да се определят: а) скоростта на водата в сечение (2); б) налягането в сечение (3); в) дебитът в сечение (4).



фиг. 3

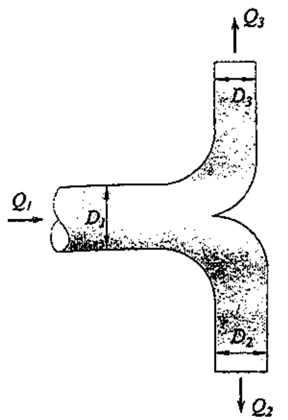
Отг. ***а)*** $V_2 = 25,18 m/s$

б) $p_3 = 4,88 bar$

в) $Q_4 = 0,065 m^3/s$

Задача 4

Вода протичаща в хоризонтална тръба се разделя в два клона (фиг. 4).



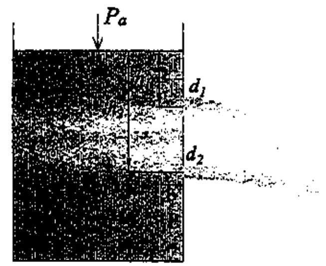
фиг. 4

Ако дебитът и налягането на входа са съответно $Q_1 = 0,31 m^3/s$ и $p_1 = 5.10^5 Pa$ определете наляганията p_2 и p_3, при условие, че дебитът се разделя по равно в двата клона. Диаметрите на тръбопроводите съгласно фигурата са както следва: $D_1 = 0,2m$, $D_2 = 0,15m$ и $D_3 = 0,1m$.

Отг. $p_2 = 5,17.10^5 Pa$; $p_3 = 3,61.10^5 Pa$

<u>Задача 5</u>

Вода с плътност $\rho_{H_2O} = 1000 kg/m^3$ изтича в атмосферата през два отвора от резервоар, разположени съответно на дълбочина $h_1 = 1m$ и $h_2 = 2m$. Ако диаметърът на по-горе разположения отвор $d_1 = 0,15m$, определете диаметъра d_2 така, че дебитът на изтичащата вода през двата отвора да бъде един и същ. Нивото на водата в резервоара се запазва постоянно.

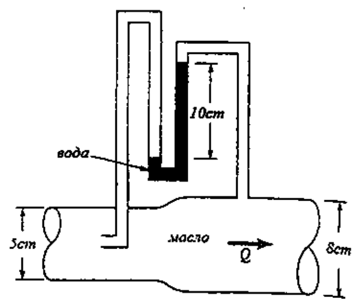


фиг. 5

Отг. $d_2 = 0,126m$

<u>Задача 6</u>

Масло с плътност $\rho_M = 800 kg/m^3$ протича през тръба с размери, показани на фигурата по-долу.



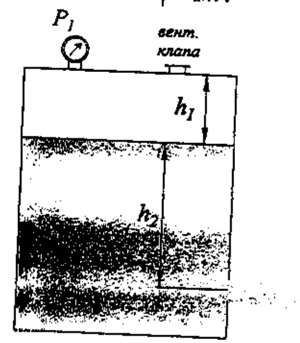
фиг. 6

Определете дебитът на маслото, ако плътността на водата в U-образния манометър е $\rho_{H_20} = 1000 kg/m^3$.

Отг. $Q = 0,00334 m^3/s$

<u>Задача 7</u>

За показаната на фиг. 7 схема определете дебитът на изтичащата вода през отвор с диаметър $d = 120mm$ и дълбочина на разположение на отвора $h_2 = 3m$ при отворена вентилна клапа (налягането над свободната повърхност на течността е равно на атмосферното). Какво надналягане (P_1) е необходимо да се създаде над свободната повърхност при затворена вентилна клапа, така че дебитът на изтичащата течност да бъде тройно по голям. Разстоянието $h_1 = 1m$.

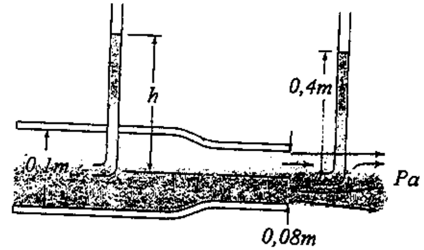


фиг. 7

Отг. $V_{изт} = 6,26 m/s$; $Q = 0,071 m^3/s$; $P_1 = 5,35.10^5 Pa$

<u>Задача 8</u>

На показаната на фиг. 8 схема определете височината h.

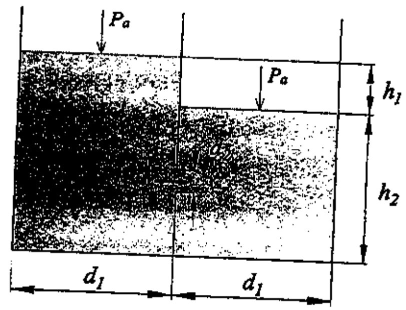


фиг. 8

Отг. $h = 0,37m$

<u>Задача 9</u>

Два водни резервоара, всеки с диаметър $d_1 = 1m$, са свързани помежду си, чрез тръба с диаметър $d_2 = 5cm$. Ако двете показани на фиг. 6 височини са съответно $h_1 = 1m$ и $h_2 = 2m$ пресметнете времето, което е необходимо за протичането на дебит $Q = 0,434 m^3/s$ през отвора, свързващ двата резервоара. Водните нива в резервоарите се запазват постоянни.



фиг. 9

Отг. $V = 4,43 m/s$; $t = 55,2s$

ГЛАВА ТРЕТА

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ТЕОРЕМАТА ЗА КОЛИЧЕСТВО НА ДВИЖЕНИЕ

Реакцията на флуидите по отношение на каналните стени (фиг. 1) се определя от зависимостта:

3.1. $\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{G} + q\left(\vec{V}_1 - \vec{V}_2\right)$,

където $P_1 = \left(p_1 - p_0\right) f_1; P_2 = \left(p_2 - p_0\right) f_2$ - натискови сили по сечение 1-1 и 2-2; G - тегло на флуида между двете сечения; q - масов дебит, $\overline{V_1}$ и $\overline{V_2}$ - скорости в сечения 1-1 и 2-2.

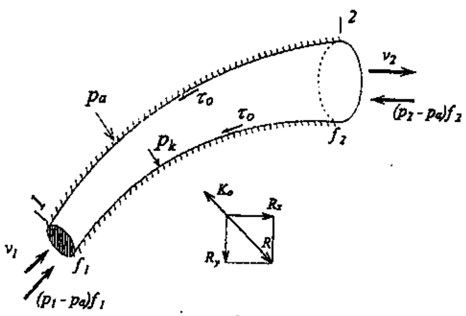
Реакцията $\overline{R}$ може да се представи с нейните компоненти по трите координатни оси:

3.2. $\vec{R} = R_x\vec{i} + R_y\vec{j} + R_z\vec{k}$, където

$$R_x = P_{1x} + P_{2x} + G_x + q\left(u_1 - u_2\right)$$

3.3. $R_y = P_{1y} + P_{2y} + G_y + q\left(v_1 - v_2\right)$

$$R_z = P_{1z} + P_{2z} + G_z + q\left(w_1 - w_2\right)$$



фиг. 1

Тъй като съгласно 3.1 реакцията е векторна величина, то трябва да се съблюдава ориентацията на скоростите по отношение на приетата при решението координатна система. Необходимо е да се има в предвид, че налягането е големината на нормалното напрежение на натиск, което означава, че посоката му е винаги навътре към разглеждания флуид. Освен това при задачите се използва надналягане – разликата между налягането в съответното сечение и атмосферното.

Моментът на реакцията, отнесен към дадена точка има вида:

3.4. $\overline{M_0} = \overline{P_1} \times \overline{r_1} + \overline{P_2} \times \overline{r_2} + \overline{G} \times \overline{r_g} + q\left(\overline{V_1} \times \overline{r_1} - \overline{V_2} \times \overline{r_2}\right)$

Където: $\overline{r_1}$, $\overline{r_2}$ и $\overline{r_g}$ са съответните радиус вектори на сечение 1-1, 2-2 и за приложната точка на масовата сила.

При реалните флуиди в решенията се използва средната скорост $V_m = \frac{1}{f}\int\limits_f V df$. Това налага корекция на уравн. 3.1÷3.4. с поправъчен коефициент на Бусинекс: $\beta = \frac{\int\limits_f V^2 df}{f V_m^2}$

С него се дава отношението на количеството на движение изчислено с действителната и със средната скорост. При турбулентните течения той е близък до единица $\beta \approx 1$, което позволява да не се отчита при решаване на задачи.

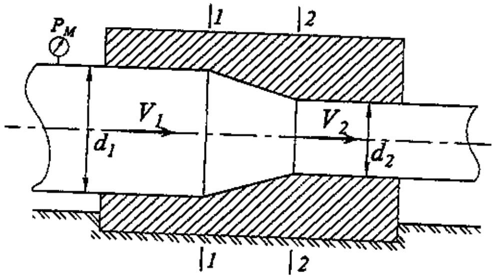
Задачи към глава трета

Задача 3.1

В мястото на бетониране диаметъра на тръбопровода (фиг.3.1) се променя от $d_1 = 1{,}5m$ на $d_2 = 1m$. Да се определи осевата сила, която действува върху фундамента, ако дебитът е $Q = 1{,}8m^3/s$ и манометърът М измерва налягане $p_{1H} = 4.10^5 Pa$. Загубите да се пренебрегнат.

Решение:

Контролната повърхнина се състои от околна стена и напречните сечения 1-1 и 2-2. Тя обхваща областта, в която течението променя параметрите си. В такъв случай:



фиг. 3.1

$$R = q\left(V_1 - V_2\right) + P_1 - P_2 = \frac{4}{\pi}\rho Q^2\left(\frac{1}{d_1^2} - \frac{1}{d_2^2}\right) + \frac{\pi}{4}d_1^2 p_{1H} - \frac{\pi}{4}d_2^2 p_{2H}$$

Необходимо е да се определи p_{2H}. От уравнението на Бернули, приложено за същите напречни сечения

$$\rho\frac{V_1^2}{2} + p_{1H} = \rho\frac{V_2^2}{2} + p_{2H}$$

Следва:

$$p_{2H} = \frac{\rho}{2} Q^2 \frac{16}{\pi^2}\left(\frac{1}{d_1^4} - \frac{1}{d_2^4}\right) + p_{1H} = \frac{1000}{2}.1,8^2 \frac{16}{\pi^2}\left(\frac{1}{1,5^4} - 1\right) +$$

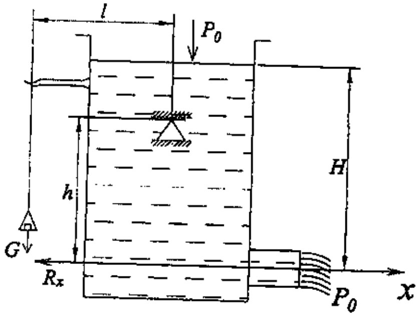
$+4.10^5 = 39,79.10^4 Pa$

Тогава:

$$R = \frac{4}{\pi}.10^3.1,8^2\left(\frac{1}{1,5^2} - 1\right) + \frac{\pi}{4}.1,5^2.4.10^5 - \frac{\pi}{4}.39,79.10^4 = 39,171.10^4 N$$

Задача 3.2

На фиг.3.2 е показана уредба за определяне коефициента на напречна контракция. Нивото на течността $H = 0,6m$ се поддържа постоянно. Напречното сечение на отвора е $f_0 = 2.10^{-4} m^2$. При $h = l$ реакцията на изтичащата струя се уравновесява с теглото $G = 2N$. Да се определи коефициентът на напречна контракция, ако съдът е напълнен с вода.



фиг. 3.2

Решение:

Определяме хоризонталната реакция:

$R_x h = Gl; R_x = G$

$R_x = -\rho Q u = -\rho f u^2 = -\rho f 2gH$

Където скоростта на изтичане е съгласно Торичели $u = \sqrt{2gH}$

$f = \frac{G}{2g\rho H}$;

За коефициента на напречна контракция използваме зависимостта:

$\varepsilon = \frac{f}{f_0}$

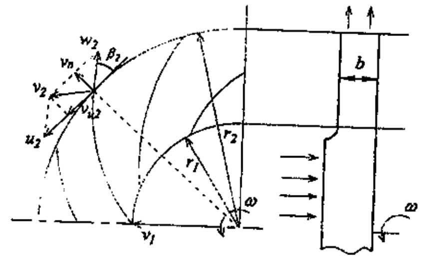
$$\varepsilon = \frac{G}{2g\rho H f_0} = \frac{2}{2g.10^3.0,6.2.10^{-4}} = 0,85$$

Задача 3.3

Да се определи коефициентът на полезно действие η на центробежен вентилатор със следните геометрични характеристики: външен диаметър $d_2 = 0,4m$, широчина $b_2 = 0,1m$, изходящ ъгъл на поставяне на

лопатките $\beta_2 = 30^0$. Абсолютната скорост на входа е насочена по радиуса $(u_{u1} = 0)$. Измерени са следните величини: момент върху вала $M_{еф} = 3,9Nm$, ъглова честота $\omega = 150 s^{-1}$, обемен дебит $Q = 0,75 m^3/s$ и плътност на въздуха $\rho = 1,15 kg/m^3$

Решение:



фиг. 3.3

$M = -\rho Q(u_{u1} r_1 - u_{u2} r_2) = \rho Q u_{u2} r_2$

$$u_{u1} = 0; u_{u2} = u_2 - \frac{u_n}{tg\beta_2} = \omega\frac{d_2}{2} - \frac{Q}{\pi d_2 b_2 tg\beta_2} = 150.0,2 - \frac{0,75}{\pi 0,4.0,1.0,5774} = 19,66 m/s$$

$M = 1,15.0,75.19,66.0,2 = 3,39 Nm$

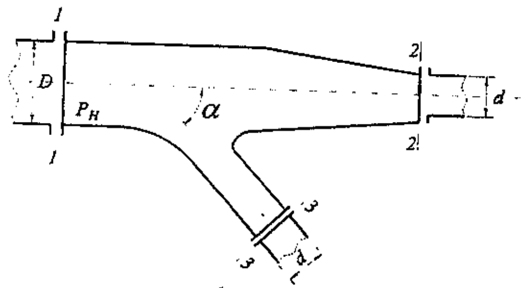
Следователно:

$$\eta = \frac{M}{M_{еф}} = \frac{3,39}{3,9} = 0,87$$

Задача 3.4

Тръбопровод с диаметър $D = 1,2m$ се разклонява в хоризонталната равнина на два клона с равни диаметри $d = 0,85m$. Да се определи хоризонталната реакция в тройника, ако страничното отклонение сключва ъгъл $\alpha = 45^0$ с оста на тръбопровода, а надналягането преди разклонението е $p_H = 5.10^5 Pa$. Общия дебит е $Q_1 = 6m^3/s$. Да се приеме, че дебитът в двата клона се разпределя по равно, а загубите от хидравлични съпротивления да се пренебрегнат.

Решение:



фиг. 3.4

Контролните обеми се избират в началото (1-1) и в края на тройника (2-2). Реакцията има две компоненти съответно по осите x и y.

Всички входящи потоци се записват със знак „+", а всички изходящи със знак „-".

По ос x:

$R_x = p_1 f_1 + q_1 u_1 - p_2 f_2 - q_2 f_2 - p_3 f_3 \cos\alpha - q_3 u_3 \cos\alpha$

$R_y = -p_3 f_3 \sin\alpha - q_3 u_3 \cos\alpha$

Дебитът:

$Q_1 = 2Q_2 = 2Q_3$

Скоростите : $u_1 = \dfrac{Q_1}{f_1}; u_2 = u_3 = \dfrac{Q_2}{f_2} = \dfrac{Q_3}{f_3}$

Налягания p_1 и p_2 се определя от уравнението на Бернули

$$p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho u_2^2}{2} = p_3 + \frac{\rho u_3^2}{2}$$

След пресмятането се получава: $R_x = -22{,}3.10^4 N, R_y = 22{,}3.10^4$. Сумарната реакция е равна на: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 31{,}5.10^4 N$

Задача 3.5

Към противопожарен лафетен струйник с изходящ диаметър $d = 38mm$ се подава вода по гъвкав тръбопровод с диаметър $D = 75mm$ (фиг.3.5). Да се определи реакцията на изтичащото течение от струйника, ако надналягането на водата в тръбопровода е $p_H = 4.10^5 Pa$, а дебитът $Q = 1.10^{-2} m^3/s$.

Решение:

Контролните сечения се избират както следва 1-1 преди дюзата (на прехода от диаметър D) и 2-2 на изхода на дюзата. Уравнението на реакцията има вида:

$\overline{R} = q\left(\overline{V_1} - \overline{V_2}\right) + p_{1H}\overline{f_1} + p_{2H}\overline{f_2} + \overline{G}$

При пренебрегване на силата от собствено тегло, реакцията ще има една проекция по оста на лафетния струйник

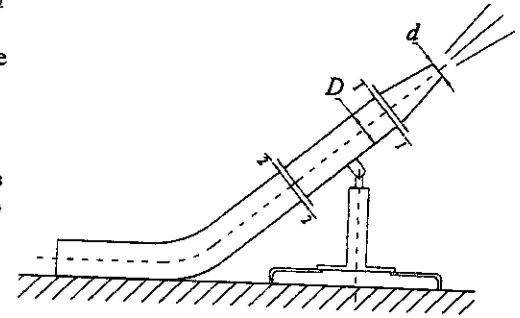
$R = q\left(V_1 - V_2\right) + p_{1H} f_1 + p_{2H} f_2$

Масовия дебит и скоростите се определят с изразите:

$q = \rho Q; V_1 = \dfrac{4Q}{\pi D^2}; V_2 = \dfrac{4Q}{\pi d^2}$

Надналягането в изходящото сечение е равно на нула, тъй като налягането в изтичащата струя е равно на това на околната среда

$p_{2H} = p_2 - p_a = 0$.



фиг. 3.5

При това за реакцията се получава:

$$R = \rho Q\left(\frac{4Q}{\pi D^2} - \frac{4Q}{\pi d^2}\right) + p_{1H}\frac{\pi D^2}{4}$$

или

$$R = \frac{4\rho Q^2}{\pi D^2}\left(1 - \frac{D^2}{d^2}\right) + p_{1H}\frac{\pi D^2}{4} = 1700N$$

Задача 3.6

В резервоара с постоянно ниво $h = 4m$ постъпва вода с дебит $Q = 0{,}4m^3/s$ (фиг.3.6). На тръбопровода, по който се подава водата, е монтиран дифузор с размери $d_1 = 250mm; d_2 = 500mm$ и коефициент на местно съпротивление $\xi_\partial = 0{,}25$. Да се определи осовата реакция, възникваща в дифузора.

Решение:

За да се приложи теоремата за количество на движение е необходимо да се познават стойностите на средните скорости в контролните сечения и големините на манометричните налягания, действащи в тези сечения. По тази причина се избират контролни течения 1-1 в началото и 2-2 – в края на дифузора (фиг. 3.6) и разглеждаме обема, заключен между сеченията и стената на дифузора, (заграден с пунктирана линия на фигурата). Средните скорости V_1 и V_2 се определят от дебита на потока:

$$V_1 = \frac{Q}{f_1} = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4.0,4}{3,14.0,25^2} = 8,149 m/s$$

$$V_2 = \frac{Q}{f_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4.0,4}{3,14.0,5^2} = 2,037 m/s$$

Манометричното налягане в сечение 2-2 (p_{M2}) може да се определи от основното уравнение на хидростатиката:

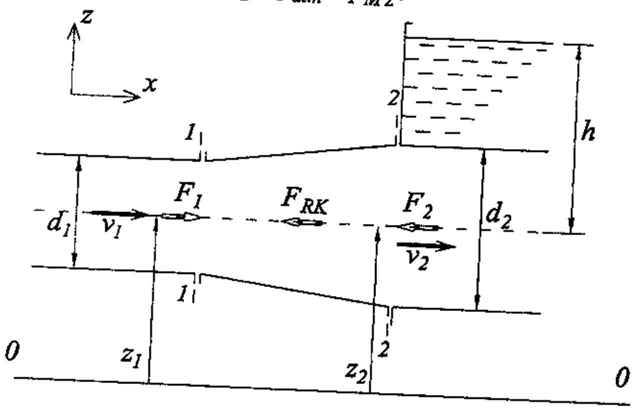
$p_{M2} = \rho g h = 1000.9,81.4 = 39240 Pa$

Манометричното налягане p_{M1} се определя, след като се приложи уравнението на Бернули за сечения 1-1 и 2-2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \chi_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \chi_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_{v\partial}$$

където: $h_{v\partial} = \xi_\partial \frac{V_2^2}{2g}$ са загубите на напор в дифузора.

Тук $z_1 = z_2$, тъй като дифузорът е хоризонтален, $\chi_1 = \chi_2 = 1; p_1 = p_{atm} + p_{M1}; p_2 = p_{atm} + p_{M2}$.



фиг. 3.6

Тогава:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_{M1}}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_{M2}}{\rho g} + \xi_\partial \frac{V_2^2}{2g},$$

и след преработка:

$$p_{M1} = p_{M2} + \frac{\rho}{2}\left[V_2^2(1+\xi_\partial) - V_1^2\right] = 39240 + \frac{1000}{2}\left[2,037^2(1+0,25) - 8,149^2\right]$$

$p_{M1} = 8630,255 Pa$

2. Избор на координатна система и определяне на силите

Координатната система се избира така, че оста може да бъде успоредна на оста на дифузора и положителната и посока да е насочена на дясно (фиг. 3.6).

Силите от налягане F_1 и F_2 се определят съгласно зависимостите:

$$F_1 = p_{M1} f_1 = p_{M1}\frac{\pi d_1^2}{4} = 8630,255.\frac{3,14.0,25^2}{4} = 423,637 N$$

$$F_2 = p_{M2} f_2 = p_{M2}\frac{\pi d_2^2}{4} = 39240.\frac{3,14.0,5^2}{4} = 7704,756 N$$

Теглото на контролния обем действа в направление перпендикулярно на оста x и проекцията му по същата ос е равна на нула.

3. Уравнение за реакцията на потока върху дифузора $\overline{F_{rk}}$

$$\overline{F_{rk}} = \rho Q\left(\alpha_1 \overline{V_1} - \alpha_2 \overline{V_2}\right) + \overline{G} + \overline{F_1} + \overline{F_2}$$

Приема се, че $\chi_1 = \chi_2 = 1$ и се проектира уравнението върху x:

$$-F_{rk} = \rho Q\left(\overline{V_1} - \overline{V_2}\right) + F_1 - F_2 \text{ или } F_{rk} = F_2 - F_1 - \rho Q\left(\overline{V_1} - \overline{V_2}\right)$$

4. Определяне на $\overline{F_{rk}}$

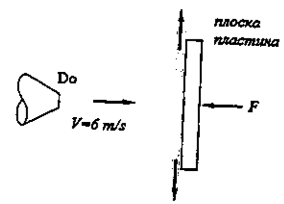
$$F_{rk} = 7704,756 - 423,637 - 1000.0,4.(8,149 - 2,037) = 4836,319 N$$

Стойността на пресметнатата сила $\overline{F_{rk}}$ е с положителна стойност, следователно посоката е избрана правилно.

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Водна струя ($\rho = 1000 kg/m^3$) изтича от отвор с диаметър $D_0 = 10cm$ и скорост $V = 6m/s$, перпендикулярно върху плоска пластина, както е показано на фиг. 1. Като се пренебрегне триенето, определете големината на силата F, необходима да противодейства на изтичащата струя.

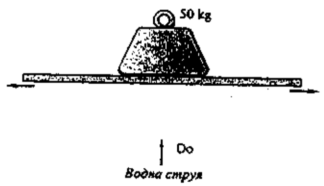


фиг. 1

Отг. $F = 282,86 N$

Задача 2

На фиг. 2 тежест от 50kg и платформа се балансират напълно от изтичаща водна струя с плътност $\rho = 1000 kg/m^3$.



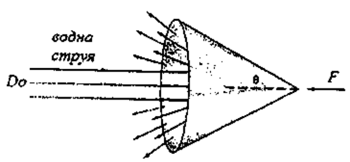
фиг. 2

Ако диаметърът на изтичащата водна струя е $D_0 = 10cm$ каква ще бъде нейната скорост, за да бъде изпълнено горното условие.

Отг. $v = 7,9 m/s$

<u>Задача 3</u>

Водна струя със скорост V и диаметър D_0 се удря в конусообразна неподвижна фуния и се отклонява, следвайки стените на конуса със същата скорост, както е показано на фиг. 3. Определете ъгълът θ при върха на конуса, който ще удовлетвори противодействащата сила $F = \frac{3}{2}\rho A V^2$.

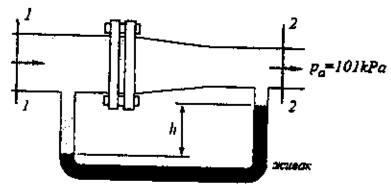


фиг. 3

Отг. $\theta = 60^0$

<u>Задача 4</u>

На фиг. 4 е показана тръба с намаляващо сечение, през която протича вода, като двете секции са свързани с фланцово съединение. Диаметрите на тръбите на двете секции са съответно $D_1 = 8cm$ и $D_2 = 5cm$. Ако скоростта на водата в сечение 1 - $V_1 = 5m/s$ и показанието на U – образния манометър е $h = 60cm$, пресметнете усилието върху фланцовото съединение. Налягането на изхода приемете за атмосферно. Плътността на водата е $\rho_{H_2O} = 1000 kg/m^3$, а на живакът - $\rho_{Hg} = 13600 kg/m^3$.

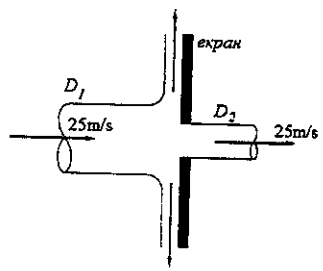


фиг. 4

Отг. $R = 292,14N$

<u>Задача 5</u>

Водна струя с плътност $\rho = 1000 kg/m^3$ с диаметър $D_1 = 6cm$ изтича върху плосък екран, на който е пробит отвор с диаметър $D_2 = 4cm$ (фиг. 5). Част от струята изтича през отвора, а останалата част се отклонява. Пресметнете хоризонталната реакция върху екрана.



фиг. 5

Отг. $R = 981,25N$

ГЛАВА ЧЕТВЪРТА

ПОТЕНЦИАЛНИ ТЕЧЕНИЯ

Потенциални са течения, за които векторите полета на скоростта удовлетворяват условието:

$\nabla \times \overline{V} = 0$

При потенциалните течения се въвеждат скоростния потенциал (потенциална функция) $\varphi(x,y)$, чрез която се определя скорост $\overline{V}$:

4.1. $\overline{V} = grad\varphi$,

респ.

4.2. $u = \frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $v = \frac{\partial\varphi}{\partial y}$,

и токовата функция $\psi(x,y)$. От нея също могат да се определят скоростните компоненти, както следва:

4.3. $u = \frac{\partial\psi}{\partial y}$; $v = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$

От (4.2) и (4.3) следват условията на Коши – Риман относно съществуване на аналитична функция на комплексна променлива $z = x + iy$:

4.4. $\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}$; $\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}$

Тази аналитична функция $F(z)$ има вида:

4.5. $F(z) = \varphi(x,y) + i\psi(x,y)$

Еквипотенциалните $\varphi(x,y) = const.$ и токовите $\psi(x,y) = const.$ линии определят ортогонални потенциални мрежи на течението.

Скоростта V се определя като:

4.6. $V = u + iv$,

имагинерно спрегната и скорост $\overline{V}$ с:

4.7. $\overline{V} = u - iv$

Скоростните компоненти могат да се представят и в тригонометричен вид:

4.8. $u = V\cos\theta$; $v = V\sin\theta$

от което за скоростта V и имагинерно спрегнатата скорост $\overline{V}$ се получава:

4.9. $V = |V|(\cos\theta + i\sin\theta) = |V|e^{i\theta}$; $\overline{V} = |\overline{V}|(\cos\theta - i\sin\theta) = |V|e^{-i\theta}$

Равнинни потенциални течения.

А. Успоредно потенциално течение

4.10. $F(z)=kz=k(x+iy)$

- при k реално число се получава течение успоредно на ос x:

4.11. $F(z)=V_0 z;\quad \varphi=V_0 x;\quad \psi=V_0 y$

- при $k=-ib$ имагинерно число течението се завърта на 90^0 и става успоредно на имагинерната ос y:

4.12. $F(z)=-ibx+by;\quad \varphi=by;\quad \psi=-bx$

- при $k=a-ib$ се получава произволно ориентирано в равнината течение, сключващо с оста x ъгъл α:

4.13. $\alpha=arctg\dfrac{b}{a}$

Б. Източник и падина

Комплексния потенциал има вида:

4.14. $F(z)=\pm\dfrac{Q}{2\pi}\ln z$, като „+" отговаря на източник, „-" отговаря на падина.

В. Потенциален вихър

Комплексния потенциал се получава след умножение на (4.14) по имагинерната единица i и има окончателен вид

4.15. $F(z)=-\dfrac{\Gamma}{2\pi}\ln z$,

където Γ е циркулацията на скоростта.

Комбинирани потенциални течения:

Диполът се получава при комбинация на източник и падина, разположени по реалната ос x и има комплексен потенциал:

4.16. $F(z)=\dfrac{m}{r}e^{-i\theta}=\dfrac{m}{r}\cos\theta-i\dfrac{m}{r}\sin\theta$

Линиите $\varphi(x,y)=const.$ и $\psi(x,y)=const.$ са:

4.17. $x^2+y^2=C_1x; x^2+y^2=C_2y$

Това са взаимнообхващащи се окръжности, минаващи през началото на координатната система. Центровете на линиите $\varphi=const.$ лежат по реалната ос x, а $\psi=const.$ по имагинерната ос y.

Безциркулационното обтичане на кръгов цилиндър има комплексен потенциал.

4.18. $F(z)=V_0 z+\dfrac{m}{z}=V_0re^{i\theta}+\dfrac{m}{ie^{i\theta}}$,

и е сума от комплексните потенциали на успоредно течение на ос x и вграден в цилиндъра дипол.

При циркулационното обтичане функцията $F(z)$ има вида:

4.19. $F(z)=V_0\left(z+\dfrac{R^2}{z}\right)+i\dfrac{\Gamma}{2\pi}\ln z$,

където последния член е потенциалния вихър, а R радиусът на обтечения цилиндър.

От решението на уравн. 4.19 се получава един частен случай на теорема на Жуковски за подемната сила:

4.20. $Y=\rho V_0\Gamma$,

от която следва, че за да се съществува подемна сила е необходимо едновременно обтичане на тялото от успоредно течение скорост и формиране на циркулация от циркулационно течение.

Задачи към глава четвърта

Задача 4.1

Да се докажат формулите на Чаплигин – Блаузиус:

$$R=\frac{\rho i}{2}\oint_L\left(\frac{dF}{dz}\right)^2 dz u,$$

$$M_0=-\frac{\rho}{2}\mathrm{Re}\oint_L\left(\frac{dF}{dz}\right)^2 zdz$$

За резултантната сила R и момента M_0 на силите на налягане по обтеченото тяло (фиг.4.1).

Решение:

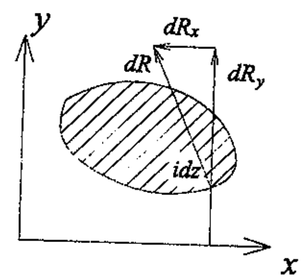
За налягането p от уравнението на Бернули следва:

$$p=p_0-\frac{\rho|V|^2}{2}$$

За $|V|^2$ може да се напише:

$$|V|^2=V\overline{V}=\frac{\overline{dF}}{dz}\frac{dF}{dz}$$

Следователно:



фиг. 4.1

$R = \oint_L ipdz = -\frac{\rho}{2}\oint_L |V|^2 dz$ или $R = \frac{\rho l}{2}\oint_L \frac{dF}{dz}\frac{\overline{dF}}{dz}\overline{dz}$

Ясно е ,че $\frac{\overline{dF}}{dz}\overline{dz} = \frac{dF}{dz}dz$, т.е.

$$\overline{R} = \frac{\rho i}{2}\oint_L \left(\frac{dF}{dz}\right)^2 dz$$

За момента следва:

$dM_0 = xdRy - ydRx$

Ако се използва изразът:

$$iz d\overline{R} = i(x+iy)(dRx - idRy) = i(xdRx + ydRy) + xdRy - ydRx$$

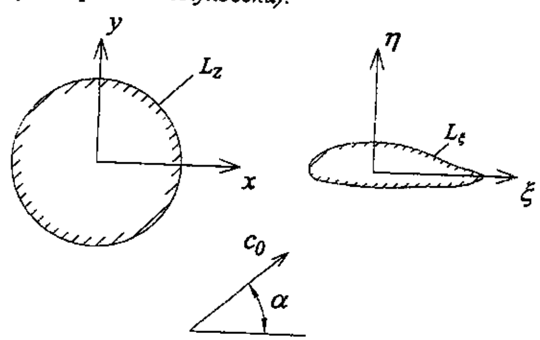
$$dM_0 = \mathrm{Re}\, izd\overline{R} = \mathrm{Re}\, iz\frac{\rho i}{2}\left(\frac{dF}{dz}\right)^2 dz$$

$$dM_0 = -\frac{\rho}{2}\mathrm{Re}\left(\frac{dF}{dz}\right)^2 zdz$$

$$M_0 = -\frac{\rho}{2}\mathrm{Re}\oint_L \left(\frac{dF}{dz}\right)^2 zdz$$

Задача 4.2

Нека функцията $z = f(\xi) = \xi + \frac{a_1}{\xi} + \frac{a_2}{\xi^2} + \ldots + \frac{a_n}{\xi^n}$ *изобразява областта, външна на контура* L_ξ, *в областта на окръжността* L_z *(фиг.4.2). Да се докаже, че силата, действуваща върху плавно обтеченото тяло с контур* L_ξ, *е* $R = -i\rho c_0$ *(теорема на Жуковски).*



фиг. 4.2

Решение:

$$\overline{R} = \frac{i\rho}{2}\oint_{L_\xi}\left[\frac{dF(\xi)}{d\xi}\right]^2 d\xi = -\pi\rho\, res\left(\frac{dF(\xi)}{d\xi}\right)^2$$

$$F^*(z) = V_0\left(z + \frac{R^2}{z}\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{z}{R} = F^*|z(\xi)| = F(\xi)$$

$$\left(\frac{dF}{d\xi}\right)^2 = \left(\frac{dF^*}{dz}\frac{dz}{d\xi}\right)^2 = \left[V_0 - \frac{V_0 R^2}{z^2} - \frac{i\Gamma}{2\pi}\frac{1}{z}\right]^2\left[1 - \frac{a_1}{\xi^2} - \ldots\right]^2$$

Като се използват съотношенията

$$\frac{\xi}{z} = \frac{1}{z/\xi} = 1 + \frac{a_1}{\xi^2} + \frac{a^2}{\xi^3} + \ldots$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{\xi} + \frac{a_1}{\xi^3} + \ldots$$

$$\frac{1}{z^2} = \frac{1}{\xi^2} + \ldots$$

$$\left(\frac{dF}{d\xi}\right)^2 = \left[V_0 - V_0' R^2\left(\frac{1}{\xi^2} + \ldots\right) - \frac{i\Gamma}{2\pi}\left(\frac{1}{\xi} + \frac{a_1}{\xi^3} + \ldots\right)\right]^2\left[1 - \frac{a_1}{\xi^2} - \ldots\right]^2$$

За $F(z)$ се получава:

$$res\left(\frac{dF}{dz}\right)^2 = -2V_0\frac{i\Gamma}{2\pi} - iV_0\frac{\Gamma}{\pi},$$

откъдето:

$\overline{R} = i\rho V_0\Gamma, R = i\rho V_0\Gamma$

адача 4.3

Дадено е течение с комплексен потенциал $F(z) = ae^{-i\alpha}$, *където a и* α *са реални числа. Да се определят потенциалната и токовата функции и разпределението на скоростта.*

Решение:

Комплексния потенциал се представя във вида:

$$F(z) = ae^{-i\alpha}z = are^{-(\alpha-\theta)} = ar\left[\cos(\theta-\alpha) + i\sin(\theta-\alpha)\right]$$

Откъдето за потенциалната и токовата функции следва:

$$\varphi = ar\cos(\theta-\alpha) = a(x\cos\alpha + y\sin\alpha)$$

$$\psi = ar\sin(\theta-\alpha) = a(y\cos\alpha - x\sin\alpha)$$

Лесно се вижда, че $\varphi = const.$ и $\psi = const.$ са прави линии, перпендикулярни помежду си и сключващи с координатните оси ъгъл α. Това значи, че течението е успоредно и наклонено спрямо ос x под ъгъл β.
Скоростта има компоненти:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = a\cos\alpha\,; \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = a\sin\alpha\,.$$

Големината на скоростта се определя съгласно:

$$V = \sqrt{u^2 + v^2} = a$$

Задача 4.4

Да се определи вида на токовите и еквипотенциалните линии на течението, чийто комплексен потенциал е $F(z) = (A + iB)\ln z$. Да се пресметне дебитът Q и циркулацията Γ.

Решение:

Разделя се комплексния потенциал на реална и имагинерна части:

$$F(z) = (A + iB)(\ln r + i\theta) = A\ln r - B\theta + i(B\ln r + A\theta)$$

Откъдето за функциите φ и ψ следва:

$$\varphi = A\ln r - B\theta; \quad \psi = B\ln r + A\theta$$

Еквипотенциалните линии $\varphi = const.$ имат уравнение:

$$\ln r = \frac{B}{A}\theta + const.$$

Това са логаритмични спирали с $r = 1$ от началото на координатната система.

Токовите линии $\psi = const.$ се описват с уравнението

$$\ln r = -\frac{B}{A}\theta + const.$$

Тези линии също представляват логаритмични спирали, ортогонални на първите, т.е. с обратна посока на въртене.

За циркулацията Γ по контур, обхващащ точката 0, се получава:

$$\Gamma = \oint d\varphi = -\int_0^{2\pi} B\,d\theta = -2\pi B$$

За дебита през същия контур следва:

$$Q = \oint d\psi = \int_0^{2\pi} A\,d\theta = 2\pi A$$

Ако са необходими данни за скоростта, скоростното поле и др. се постъпва както в задача 4.1.

Задача 4.5

Комбинация от успоредно течение със скорост V_0 и източник с дебит Q има комплексен потенциал:

$$F(z) = -V_0 z + \frac{Q}{2\pi}\ln z$$

Да се определят токовата и потенциална функция и контурът на обтеченото тяло.

Решение:

Комплексния потенциал се разделя на реална и имагинерна част:

$$F(z) = -V_0 x - iV_0 y + \frac{Q}{2\pi}\ln r + i\frac{Q}{2\pi} =$$

$$= -V_0 x + \frac{Q}{2\pi}\ln r + i\left(\frac{Q}{2\pi}\theta - V_0 y\right)$$

От горното за търсените функции следва:

$$\varphi = -V_0 x + \frac{Q}{2\pi}\ln r$$

$$\psi = -V_0 y + \frac{Q}{2\pi}\theta$$

Контурът на обтеченото тяло съвпада с токовата функция $\psi = 0$, от което се получава:

$$y_k = \frac{Q}{2\pi V_0}\theta$$

Скоростните компоненти са:

$$V_r = -V_0\cos\theta + \frac{Q}{2\pi r}; \quad (x = r.\cos\theta)$$

$$V_\theta = V_0 r\sin\theta$$

Задача 4.6

Комбинирано течение е съставено от успоредно течение имащо скорост V_0, източник и падина с дебит $\pm Q$, разположени по ос x симетрично спрямо началото на разстояние $\pm a$. Да се определи комплексният потенциал, точките на заприщване и контурът на обтеченото тяло.

Решение:

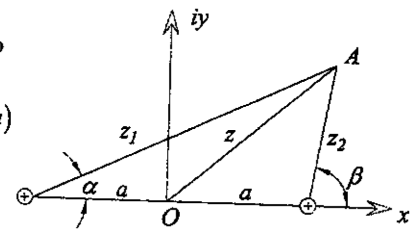
Комплексният потенциал на отделните течения за произволна точка от равнината съгласно фигура (4.6) е:

-*на успоредно течение:*

$F_1 = V_0 z$

-на източник, отместен от началото на разстояние $-a$:

$$F_2(z) = F(z_1) = \frac{Q}{2\pi}\ln(z+a); (z_1 = z+a)$$



фиг. 4.6

-на падина, отместена от началото на разстояние $+a$:

$$F_3(z) = F(z_2) = -\frac{Q}{2\pi}\ln(z-a); (z_2 = z-a)$$

Резултатното течение се описва с функцията:

$$F(z) = V_0 z + \frac{Q}{2\pi}\ln\frac{z+a}{z-a}$$

За определяне на мястото на точките на заприщване се използува изразът за имагинерно спрегната скорост V:

$$V = \frac{dF}{dz} = V_0 + \frac{Q}{2\pi}\frac{(z-a)}{(z+a)}\frac{(z+a-z+a)}{(z-a)^2} = V_0 + \frac{Qa}{\pi(z^2-a^2)},$$

откъдето $V = 0$ при $z_{1,2} = \pm\sqrt{a^2 - \frac{Qa}{\pi V_0}}$

За определяне формата на контура, комплексния потенциал се представя във вида:

$$F(z) = V_0 z + \frac{Q}{2\pi}\ln z_1 - \frac{Q}{2\pi}\ln z_2,$$

където

$z_1 = r_1 e^{i\alpha}; z_2 = r_2 e^{-i\beta}$

За токовата линия следва:

$$\psi = V_0 y + \frac{Q}{2\pi}(\alpha - \beta)$$

При $\psi = 0$ за контура на обтеченото тяло се получава:

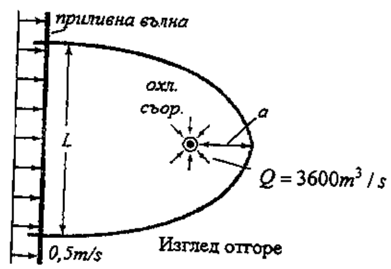
$$y_k = -\frac{Q}{2\pi V_0}(\alpha - \beta)$$

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Офшорно ограждащо съоръжение засмуква студена морска вода с дебит $Q = 3600\ m^3/s$ на дълбочина $15m$, както е показано на фиг. 1. Ако скоростта на приближаващия прилив към ограждащо съоръжение е $0{,}5m/s$, а) на какво разстояние след съоръжението ще се повлияе приливното течение, б) каква ширина от приливното течение ще навлезе в ограждащо съоръжение.

а



фиг. 1

Отг. а) $a = 76{,}43m$ ***б)*** $L = 480m$

Задача 2

Несвиваем флуид притежава скоростен потенциал $\varphi = 2Bxy$, където B е константа. Определете токовата функция и скоростните компоненти на течението. Начертайте токовите линии и интерпретирайте линиите на полето.

Отг. $u = 2By$;

$v = 2Bx$

$\psi = B.(y^2 - x^2)$;

Задача 3

За източник разположен в близост до стената (както е показано на фигурата), скоростта в близост до стената между двата източника е равна на нула и се увеличава до максималната и стойност отдалечавайки се от стената и отново достига стойност нула, далеч от източниците. Ако силата на източника е $8m^2/s$ на какво отстояние от стената е необходимо да бъде поставен източникът, така че да се осигури максимална скорост по продължението на стената от стената $5m/s$?

Отг. $a = 1{,}625m$

ГЛАВА ПЕТА

ДИНАМИКА НА РЕАЛНИТЕ ФЛУИДИ

В тази глава се разглеждат въпросите свързани с представянето, анализ и интерпретация на експериментални данни. Такъв тип данни от инженерна гледна точка е подходящо да бъдат представени в безразмерен вид. Експериментални данни, представени в една или няколко таблици могат чрез подходящ дименсионен анализ да бъдат редуцирани до някакво просто поле от криви или дори до единична такава. По принцип дименсионния анализ е метод, позволяващ да се намали броя и комплексността на експерименталните променливи описваща даден физичен феномен, чрез използване на подходяща компактна техника.

По – долу са представени отделни техники от дименсионния анализ използвани в практиката.

Числата на динамично подобие:

* $Sh = \dfrac{l}{Vt}$ - число на Струхъл
* $Fr = \dfrac{V^2}{gl}$ - число на Фруд
* $Eu = \dfrac{p}{\rho V^2}$ - число на Ойлер
* $\mathrm{Re} = \dfrac{Vl}{\upsilon}$ - число на Рейнолдс
* $Ma = \dfrac{V}{a}$ - число на Max (a - местна звукова скорост)

Ламинарни течения

Ламинарно течение между успоредни плоски стени на разстояние h една от друга, при подвижна горна плоскост, движеща се със скорост V_B:

5.1. $u = \dfrac{V_B z}{h} - \dfrac{1}{2\mu}\dfrac{dp}{dx}\left(hz - z^2\right)$

Средната скорост се определя като:

5.2. $u_m = \dfrac{V_B}{2} - \dfrac{1}{12\mu}\dfrac{dp}{dx}h$

Тангенциалните напрежения по стените се получават съответно за $z=0$ и $z=h$ както следва:

При $z=0$

5.3. $\tau_{zx} = \mu\dfrac{V_B}{h}\left(1 - 3\left(1 - 2\dfrac{u_m}{U_B}\right)\right)$

При $z=h$

5.4. $\tau_{zx} = \mu\dfrac{V_B}{h}\left(1 + 3\left(1 - 2\dfrac{u_m}{U_B}\right)\right)$

При течение в открит канал се получава „течение на Кует", при което:

5.5. $u = \dfrac{V_B}{h}z; \tau_{xz_{z=0}} = \mu\dfrac{V_B}{h}$

При неподвижна горна стена $\left(V_B = 0\right)$ следва течение на Поазьой между успоредни стени:

5.6. $u = -\dfrac{1}{2\mu}\dfrac{dp}{dx}\left(hz - z^2\right); u_{\max} = -\dfrac{h^2}{8\mu}\dfrac{dp}{dx}; u_m = -\dfrac{h^2}{12\mu}\dfrac{dp}{dx}$

При малко разстояние h между стената това течение служи като модел на филтрационно течение с въвеждане на потенциалните функции

5.7.
$$\varphi_{\max} = -\frac{h^2}{8\mu}p \rightarrow u_{\max} = \frac{\partial\varphi_{\max}}{\partial y}$$
$$\varphi_{\mathrm{m}} = -\frac{h^2}{12\mu}p \rightarrow u_{\mathrm{m}} = \frac{\partial\varphi_{\mathrm{m}}}{\partial x}$$

Тангенциалното напрежение по стените се определя с израза:

5.8. $\tau_{zx_{z=0}} = \pm\dfrac{6\mu}{h}u_m$

При ламинарно течение в кръгли тръби скоростта се определя с изразите:

5.9. $u = -\dfrac{1}{4\mu}\dfrac{dp}{dx}\left(R^2 - r^2\right); u_{\max} = -\dfrac{1}{4\mu}\dfrac{dp}{dx}R^2; u_m = -\dfrac{1}{8\mu}\dfrac{dp}{dx}R^2; u_m = 0.5u_{max}$

Интегралното напрежение по стената τ се определя по линеен закон.

5.10. $\tau = \dfrac{1}{2}\dfrac{dp}{dx}r$

Граничен слой.

Интегрални дебелини

• дебелина на изместване - характеризира дефицитът на количеството на движение спрямо течението на идеален флуид:

5.11. $\delta^* = \int\limits_0^b \left(1 - \dfrac{u}{U}\right)dy$

- дебелина на импулсни загуби - характеризира дефицитът на количеството на движение спрямо течението на идеален флуид:

5.12. $\delta^{**} = \int_0^b \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)dy$

- дебелина на загуба на енергия - дебелината на слой от течението, движещ се със скорост и с кинетична енергия, равна на загубите на енергия в граничния слой за преодоляване действието на силите на вътрешно триене

5.13. $\delta^{***} = \int_0^b \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u^2}{U^2}\right)dy$,

където: u - скорост в граничния слой, U - скорост на външното несмутено течение.

Уравнение на Прандтл за граничния слой:

5.14. $$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = U\frac{\partial U}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Съгласно системата уравнения 5.14. и вземайки под внимание зависимостите $(5.11 \div 5.13)$ се записва импулсното уравнение на граничния слой:

5.15. $\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{U'}{U}(2+H)\delta^{**} = \frac{\tau_w}{\rho U^2}$,

където τ_w - тангенциално напрежение на стената; H - формпараметър на граничния слой: $H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}}$

Турбулентни течения

- степен на турбулентност

5.16. $Tu = \frac{1}{\overline{V}}\sqrt{\frac{1}{3}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)}$

$\overline{V} = \sqrt{\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)}$ - осреднена по време скорост

$\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2}$ - средноквадратични стойности на пулсационните съставящи на скоростните компоненти u, v, w

- турбулентна кинетична енергия k:

5.17. $k = \frac{1}{2}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)$

- турбулентни тангенциални напрежения:

5.18. $\tau_T = \rho l^2\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$, където l е пътя на размесване, който при пристенна турбулентност е $l = ay$, а при струйна $l = ab$, където b е широчината на струйния граничен слой. В първия случай $a = 0,4$, а при втория $a = 0,27$.

Турбулентни скоростни профили:

Логаритмичен закон на разпределение

- в ламинарният граничен подслой:

5.19. $\frac{u}{V_*} = \frac{V_x y}{\nu}$ $V_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$

- в турбулентната част от слоя

5.20. $\frac{u}{V_*} = \frac{1}{a}\ln\frac{yV_*}{\nu} + B$

При $a = 0.4$ и $B = 5.5$ (20) приема вида

5.21а. $\frac{u}{V_*} = 2,5\ln\frac{V_* y}{\upsilon} + 5,5$

5.22б. $\frac{u}{V_*} = 5,75\lg\frac{V_* y}{\upsilon} + 5,5$

Степенен закон за разпределение на скоростта

- при течения в тръби

5.23. $\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{R}\right)^n$

- при течение в граничен слой

5.24. $\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n$

където $n = f(\mathrm{Re})$.

Отношението $n = f(\mathrm{Re})$ и на средната към максималната скорост е дадена в таблица 5.1.

Табл. 5.1

Re	4.10^3	$2,3.10^4$	$1,1.10^5$	$1,1.10^6$	$3,2.10^{-6}$
n	1/6	1/6,6	1/7	1/8,8	1/10
$\frac{u_m}{u_{max}}$	0,791	0,806	0,817	0,853	0,865

Задачи към глава пета

Задача 5.1

Вода с температура $5^\circ C$ тече по тръба с диаметър $d = 80mm$. Да се определи дебитът, ако е известно, че течението е турбулентно с $Re = 106000$.

Решение:

Скоростта на течението ще се определи от $Re = \frac{vd}{\upsilon}$.

Кинематичната зависимост при зададена температура може да се пресметне по зависимостта:

$$\upsilon = \frac{0,01775}{1 + 0,0337T + 0,000221T^2} = 0,0151Sc$$

В такъв случай:

$$V = \frac{Re\upsilon}{d} = \frac{106000.0,0151.10^{-4}}{8.10^{-2}} = 2m/s$$

Дебитът е $Q = vf = 0,01m^3/s$.

Задача 5.2

Да се определи падът на налягането на 1km дължина от нефтопровод, ако диаметърът му е $d = 200mm$, а количеството нефт преминаващо за час е $210.10^3 N\left(\gamma = 8600N/m^3, \upsilon = 0,2Sc\right)$.

Решение:

Дебитът $Q = \frac{G}{\gamma 3600} = \frac{21}{0,86.3600} = 0,0068m^3/s$

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_{нафта}}{\gamma_{вода}}$$

Средната скорост $V_{cp} = \frac{Q}{f} = \frac{0,0068.4}{3,14.0,2^2} = 0,216m/s$

Числото на Рейнолдс: $Re = \frac{V_{cp}d}{\upsilon} = \frac{0,216.0,2}{0,2.10^{-4}} = 2160 < 2320$, т.е. течението е ламинарно. Коефициента на динамичен вискозитет $\mu = \upsilon\rho = 0,2.10^{-4}(8680/9,81) = 15,5.10^{-3} Pa.s$

Падът на налягането на единица дължина се определя по уравнението:

$$\Delta p = \frac{V_{cp} 8\mu l}{r_0^2} = \frac{0,216.8.15,5.10^{-4}.1000}{0,1^2} = 3000Pa$$

Задача 5.3

Да се изразят мащабите на подобие (преносните коефициенти) за геометрическите, кинематичните и динамичните величини, характеризиращи движението на две системи, в зависимост от трите основни мащаба на подобието: мащаба на времето C_t, геометричния линеен мащаб C_l и мащаба на плътността C_ρ.

Упътване:

Основните мащаби на подобие са независими една от друга величини и с тяхната помощ, като се използуват математическите зависимости, които свързващи в определени съотношения физическите величини и на базата на природните закони може да се определи мащабът на подобие за всяка друга величина.

Величини и мащаб на подобие	*Изразяване чрез основните мащаби*	*Величина и мащаб на подобие*	*Изразяване чрез основните мащаби*
Площ (C_f)	C_l^2	Сила C_F	$C_\rho C_l^4 C_t^{-2}$
Обем (C_W)	C_l^3	Налягане C_p	$C_\rho C_l^2 C_t^{-2}$
Скорост (C_V)	$C_l C_t^{-1}$	Работна енергия C_A	$C_\rho C_l^5 C_t^{-2}$
Ъглова скорост (C_ω)	C_t^{-1}	Мощност C_N	$C_\rho C_l^5 C_t^{-3}$
Ускорение (C_a)	$C_l C_t^{-2}$	Количество на движение C_J	$C_\rho C_l^4 C_t^{-1}$
Обемен дебит (C_Q)	$C_l^3 C_t^{-1}$		

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

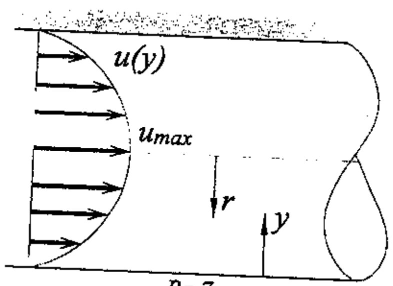
Въздух с температура $t = 20°C$ протича през тръба с диаметър $d = 14cm$, като течението се приема за напълно развито (фиг. 1). Максималната (централната) скорост е $u_0 = 5m/s$.

От показаното на фигурата определете:

а) динамичната скорост V_*;

б) тангенциалните напрежения на триене τ_w;

Упътване: *Динамичната скорост се определя, като се използва логаритмичния закон* $\frac{u}{V_*} = \frac{1}{k}\ln\frac{yV_*}{\upsilon} + B$ *(където константите* $k \approx 0,41$ *и* $B \approx 5,0$*). Тангенциалните напрежения се определят като функция на динамичната скорост* $\tau_w = \rho V_*^2$.



фиг. 1

Отг. а) $0,16m/s$ ***б)*** $0,031Pa$

Задача 2

Въздух при стандартни условия обтича крилен профил със скорост V. Крилото е с дължина на хордата $b = 2m$. Определете: а) числото на Re при скорост на обтичане на крилния профил $V = 250m/s$ б) ако крилото е прикачено към самолет, движещ се със същата скорост на височина $h = 3000m$, какво би било числото на Re?

Отг. а) $\mathrm{Re} = 33,3.10^6$

б) $\mathrm{Re} = 26,6.10^6$

Задача 3

Кои от представените по-долу комбинации на някой от основните величини в механиката на флуидите са безразмерни: а) $\frac{Q^2}{gl^2}$ б) $\frac{\rho Q}{\mu l}$ в) $\frac{gl^5}{Q^2}$

Отг. *б и в*

Задача 4

Водна струя изтича от язовирна стена, която е в мащаб 1:10 спрямо оригинала, със скорост на струята $V = 5m/s$. Каква ще бъде скоростта в оригинала, ако подобието е по отношение на числото на Фруд?

Отг. $V = 15,81\ m/s$

*ГЛАВА **Ш**ЕСТА*

ХИДРАВЛИЧНИ СЪПРОТИВЛЕНИЯ. ХАРАКТЕРИСТИКА НА ТРЪБОПРОВОДИ. СЪВМЕСТНА РАБОТА НА ТРЪБОПРОВОД С ХИДРАВЛИЧНА МАШИНА.

В тази глава се разглежда един много важен въпрос от приложната механика на флуидите, а именно движение на вискозен, несвиваем флуид в тръби и канали. Приложението на този тип течения в практиката е огромно – от естествените системи от „тръби", транспортиращи кръв в човешкия организъм до големите индустриални тръбни системи, транспортиращи флуиди, необходими за работата на определени системи и машини.

Линейни съпротивления

При движение на флуид в хоризонтална тръба, за всяко сечение от тръбата, налягането се запазва относително постоянно, въпреки че по продължение на тръбата то се изменя. При движението на реален вискозен флуид се губи енергия, необходима за преодоляване на силите на триене между него и каналната стена. Най общо напълно развитото флуидно течение в хоризонтална тръба представлява баланс между налягането и вискозните сили. Разликата в наляганията за всяко течение на тръбата се явява силата, действаща върху всички сечения, докато тангенциалните напрежения действат върху околната повърхност на цилиндъра.

Загубите от линейни хидравлични съпротивления възникват при движение на флуид в правите участъци на тръбната мрежа и се определят по зависимостта:

6.1. $\Delta p_{злс} = \lambda \frac{l}{d} \rho \frac{u_m^2}{2}$,

където l и d са дължината и диаметърът на съответния участък, $\rho\frac{u_m^2}{2}$ - динамичното налягане, $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{d}{k}\right)$ - коефициент на линейно съпротивление.

Отношението $\frac{d}{k}$ е относителна гладкост на стената, k - еквивалентната височина на грапавостта на стената.

Основен елемент при задачата е определянето на коефициентът λ. Това може да се направи приблизително по изложената методика:

➢ Пресмята се $\mathrm{Re} = \frac{du_m}{\upsilon}$ и се определя вида на течението

- *при ламинарно течение* $(\mathrm{Re} < 2320)$ λ е функция на (Re) и се определя по израза:

6.2. $\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$

- *при турбулентно течение* λ е функция на $\left(\mathrm{Re}; \frac{d}{k}\right)$.

Най напред се определя дебелината на ламинарния граничния подслой :

6.3. $\delta_0 = 68,4r\,\mathrm{Re}^{-0,815}$,

и се сравнява с височината на грапавините k.

При $k < \delta_0$ турбулентното течение е в *хидравлически гладки тръби* и $\lambda = f(\mathrm{Re})$, като:

6.4. $\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}}$ за $2,3.10^3 \le \mathrm{Re} \le 5,10^4$ по Блазиус

6.5. $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\left(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}\right) - 0,8$ по Прандтл

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{dV_*}{2\nu} + 0,5$$

$$\lambda = 0,0032 + \frac{0,221}{(\mathrm{Re})^{0,237}}$$ По Никурадзе

$$\lambda = \frac{1}{(1,8\lg\mathrm{Re} - 1,5)^2}$$ По Конаков.

При $\delta_0 < k$ се наблюдава течение в *хидравлично грапави тръби* и се определя само като функция на $\frac{d}{k} \to \lambda = f\left(\frac{d}{k}\right)$.

6.6.
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{d}{2k} + 1,7$$
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\lg\frac{d}{2k} + 1,74$$

При приблизително равенство на $\delta_0 \approx k$ течението е в *преходната област*, където $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{d}{k}\right)$ и най-подходяща се явява формулата на Калеброк:

6.7. $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left[\frac{2k}{7,4d} + \frac{2,51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right]$

При течения в некръгли канали загубите от линейни съпротивления се пресмятат по израза:

6.8. $\Delta p_{злс} = \lambda \frac{l}{d_h} \rho \frac{u_m^2}{2}$,

където $d_h = \frac{4f}{\Pi}$ е хидравлически диаметър, f - площта на сечението, Π - периметърът.

При ламинарните течения е необходимо да се внесе корекция за λ:

6.9. $\lambda = n\frac{64}{\mathrm{Re}}$

За правоъгълно сечение със страни a и b корекционния коефициент е даден в таблица 6.1.

Табл. 6.1

a/b	1	1,25	1,5	2	3	4	4	10
n	0,889	0,898	0,9191	0,971	1,066	1,14	1,19	1,3

Местни съпротивления

Загубите от местни съпротивления възникват в резултат на нарушаване на праволинейността и равномерността на флуидния поток извън правите участъци от тръбната мрежа се определят по формулата на Вайсбах:

6.10. $\Delta p_{змс} = \xi \rho \frac{u_m^2}{2}$,

където ξ е коефициент на местно съпротивление. Той зависи твърде слабо от ... и $\frac{d}{k}$ и определяща за него е геометрията на съответния елемент.

Стойности за ξ за различните видове елементи са представени в цитираната ... сборника литература.

При пресмятане на тръбопроводи често пъти се налага загубите от местни ...ротивления да се заменят с еквивалентни на тях по големина загуби от ...ейни съпротивления чрез т. нар. еквивалентна дължина на местно ...ротивление.

6.11. $l_{екв} = \frac{\xi}{\lambda} d$

Пълно съпротивление на тръбопроводи.

Основната задача при проектиране на тръбопроводни системи се свежда до транспортирането на определен дебит флуид при съответно осигуряване на крайно налягане с минимален разход на енергия. Това налага пресмятанията на пълното съпротивление на даден тръбопровод по израза:

$$p_{заг.об} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^{n} \xi_i \right) \rho \frac{u_m^2}{2}$$

6.12. $p_{заг.об} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^{n} \xi_i \right) \rho \frac{u_m^2}{2}$ в $[Pa]$

или

$$h_{заг.об} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^{n} \xi_i \right) \frac{u_m^2}{2g} \text{ в } [m]$$

Ако заменим $\sum \xi_i$ с $\sum l_{екв,i}$ се получава:

$$p_{заг.об} = \lambda \frac{l + \sum_{i=1}^{n} l_{екв,i}}{d} \rho \frac{u_m^2}{2} \text{ в } [Pa]$$

6.13.

$$h_{заг.об} = \lambda \frac{l + \sum_{i=1}^{n} l_{екв,i}}{d} \frac{u_m^2}{2g} \text{ в } [m]$$

Ако се изрази средната скорост чрез дебита Q - $u_m = \frac{4Q}{\pi d^2}$ се получават изразите:

6.14. $p_{заг.об} = 0,81 \left(\lambda \frac{l}{d^5} + \frac{\sum \xi_i}{d^4} \right) \rho Q^2 = kQ^2$ в $[Pa]$,

или

$$h_{заг.об} = 0,81 \left(\lambda \frac{l}{d^5} + \frac{\sum \xi_i}{d^4} \right) \frac{1}{g} Q^2 = kQ^2 \text{ в } [m],$$

респ. при замяна на $\sum \xi_i$ с $\sum l_{екв,i}$

6.15. $p_{заг.об} = 0,81 \left(\lambda \frac{l + \sum l_{екв,i}}{d^5} \right) \rho Q^2 = kQ^2$, $[Pa]$,

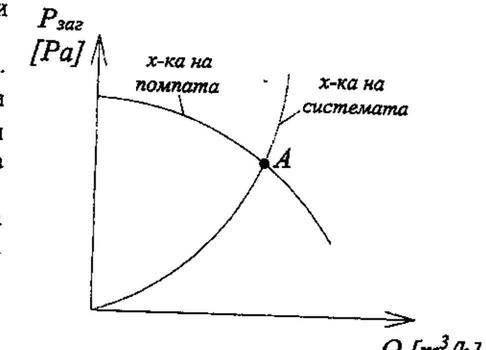
или

$$h_{заг.об} = 0,81 \left(\lambda \frac{l + \sum l_{екв,i}}{d^5} \right) \frac{1}{g} Q^2 = kQ^2 \text{ в } [m]$$

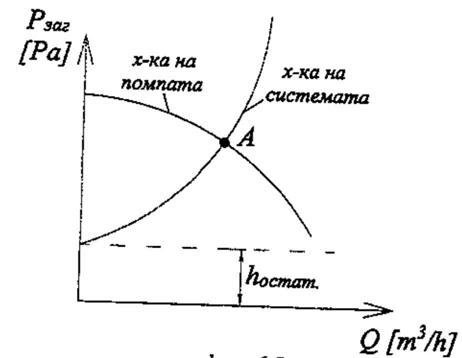
Получените изрази (6.14) и (6.15)представляват характеристика на тръбопровода. Величините пред Q^2 са постоянни за даден тръбопровод и флуид и могат да бъдат обединени в една константа.

Характеристиката на тръбопровода е необходима за избор на подходяща работна машина, която да „покрива" съответните и характеристики.

За целта в един и същ мащаб се нанасят върху една графика $p_{заг.об} = kQ^2$ и характеристиката на машината $p_{хм} = f(Q)$ (фиг. 6.1). Пресечната им точка определя параметрите на съвместната им работа и се нарича работна точка на системата (т. А). В този случай цялото налягане създадено от хидравличната машина се изразходва за покриване на загубите от хидравлични съпротивления.



фиг. 6.1



фиг. 6.2

Когато е необходимо на края на тръбопровода да се осигури някакво остатъчно налягане , то характеристиката на тръбопровода се строи над нея (фиг. 6.2). Това означава, че накрая на тръбопровода ще се осигури желаното от технологични нужди налягане.

По изложената методика относно пълни загуби от хидравлични съпротивления се изчисляват т. нар. прости тръбопроводи. При тях дебитът не се разделя по клонове, т.е. няма разклонения. Диаметрите им обаче може да са различни, като може да има включени и определен брой местни съпротивления.

Задачи към глава шеста

Задача 6.1

Да се определят загубите от триене при транспортиране на вода $\left(\rho=999{,}1kg/m^3, \upsilon=1{,}14.10^{-6}m^2/s\right)$ *с дебит* $Q=0{,}005m^3/s$ *по тръбопровод с диаметър* $d=100mm$*, дължина* $l=100m$ *и абсолютна грапавост на стената* $k=0{,}02mm$.

Решение:

Понеже всички геометрични параметри на тръбната система са известни, решението на задачата се свежда до определянето на коефициента на линейно съпротивление. За тази цел се постъпва по следния начин:

Средната скорост на водата в тръбопровода е:

$$u_m=\frac{Q}{f}=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4.0{,}005}{3{,}14.(0{,}1)^2}=0{,}6366m/s,$$

откъдето за режима на течението се получава:

$$\mathrm{Re}=\frac{u_m d}{\upsilon}=\frac{0{,}6366.0{,}1}{1{,}14.10^{-6}}=55842{,}1$$

Понеже $\mathrm{Re}>\mathrm{Re}_{кр}$, течението е турбулентно. Необходимо е да се определи видът на стената на тръбата, т. е. трябва да се съпостави k с дебелината на ламинарния граничен подслой δ, който се пресмята по формулата

$$\delta=68.4r\,\mathrm{Re}^{-0.815}=68{,}4.0{,}05.(55842{,}1)^{-0{,}815}=0{,}463.10^{-3}m$$

Стената е хидравлически гладка, тъй като $\delta>k$ и λ може да се определи напр. по формулата на Блазиус:

$$\lambda=0{,}316\,\mathrm{Re}^{-0{,}25}=0{,}316(55842{,}1)^{-0{,}25}=0{,}02056$$

Така за загубите от триене се получава:

$$\Delta p=\lambda\frac{l}{d}\rho\frac{u_m^2}{2}=0{,}02056.\frac{100}{0{,}1}.999{,}1.\frac{(0{,}6366)^2}{2}=4{,}2kPa$$

Задача 6.2

В тръбопровод с диаметър $D=50mm$ *има внезапно стеснение до диаметър* $d=25mm$*. Да се определи загубата на налягане от внезапното стеснение, ако в тръбопровода се движи вода* $\left(\rho=1000kg/m^3, \upsilon=1{,}307.10^{-6}m^2/s\right)$ *с дебит* $Q=0{,}003m^3/s$.

Решение:

Режимът на течението в тръбопровода е турбулентен, тъй като

$$\mathrm{Re}=\frac{4Q}{\pi D\upsilon}=\frac{4.0{,}003}{3{,}14.0{,}05.1{,}307.10^{-6}}=58450{,}17>\mathrm{Re}_{кр}$$

В този случай коефициентът на местно съпротивление се определя по формулата:

$$\xi=0{,}5\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^2\right]^{0{,}75}=0{,}403$$

За загубата на налягане $\Delta p_{зм}$ в резултат на внезапното стеснение се получава:

$$\Delta p_{зм}=\xi\rho\frac{8Q^2}{\pi^2 d^4}=7526{,}2Pa$$

Задача 6.3

Да се пресметнат загубите на налягане от триене в тръбопровод с дължина $l=100m$ *и диаметър* $d=60mm$*, ако дебитът е* $Q=10l/s$*, а течността е:*

А) вода (плътност $\rho=1000kg/m^3$ *и динамичен коефициент на вискозитета* $\mu=0{,}001Pa.s$ *);*

Б) минерално масло с кинематичен вискозитет $\upsilon=32.10^{-6}m^2/s$.

Тръбопроводът е изпълнен от стоманени заварени тръби с незначителна корозия ($k=0{,}06mm$*).*

Решение:

И в двата случая средната скорост в тръбопровода е

$$V=\frac{4Q}{\pi d^2}=\frac{4.0{,}010}{3{,}14.0{,}06^2}=3{,}54m/s$$

Средната еквивалентна грапавост на стените за стоманен заварен тръбопровод с незначителна корозия $k=0{,}06mm$.

Границите на преходната област са:

$$10\frac{d}{k}=10\frac{60}{0{,}06}=10000 \text{ и } 500\frac{d}{k}=500\frac{60}{0{,}06}=500000$$

А) в случай, когато по тръбопровода се движи вода

Числото на Рейнолдс е: $\mathrm{Re}=\dfrac{Vd\rho}{\mu}=\dfrac{3{,}54.0{,}06.1000}{0{,}001}=212400>\mathrm{Re}_{кр}$

Тъй като $10000 < \text{Re} = 212400 < 500\frac{d}{k} = 500000$ следва, че изменението на коефициента на триене е в преходната област и зависи както от режима на движение, така и от относителната грапавост. За този случай се използва формулата:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{68}{\text{Re}} + \frac{k}{d}\right)^{0,25} = 0{,}11\left(\frac{68}{212400} + \frac{0{,}06}{60}\right)^{0,25} = 0{,}021$$

За необходимия разполагаем напор при движение на вода по тръбопровода се получава:

$$h_{V,TP} = \lambda\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}021\frac{100}{0{,}06}\frac{3{,}54^2}{2.9{,}81} = 22{,}36mH_2O$$

Б) В случая, когато по тръбопровода се движи минерално масло

Числото на Рейнолдс е: $\text{Re} = \frac{Vd}{\upsilon} = \frac{3{,}54.0{,}06}{32.10^{-6}} = 6638$

Тъй като $4000 < \text{Re} = 6638 < 10\frac{d}{k} = 10000$ следва,че режимът на движение на минералното масло е при хидравлично гладки тръби. За този случай се използва формулата (6.4):

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\text{Re}^{0,25}} = \frac{0{,}3164}{6638^{0,25}} = 0{,}035$$

Падът на налягане в метри воден стълб е:

$$h_{V,TP} = \lambda\frac{l}{d}\frac{V^2}{2g} = 0{,}035\frac{100}{0{,}06}\frac{3{,}54^2}{2.9{,}81} = 37{,}26m$$

Задача 6.4

След почистването на смукателния тръбопровод на центробежна помпа с $l = 10m$ и $d = 0{,}2m$ еквивалентната грапавост на стената и се е променила от $k_1 = 1mm$ на $k_2 = 0{,}1mm$, а коефициента на местно съпротивление на филтъра – от $\xi_1 = 40$ на $\xi_2 = 10$. Дебитът на водата е $Q = 70dm^3/s$. Температурата на въздуха е 20^0C.

Да се определят намалението на хидравличните загуби и на изразходваната мощност за преодоляване на съпротивленията вследствие почистването.

Решение:

Загубите преди и след почистването са съответно:

$$\Delta p_{зо_1} = \left(\lambda_1\frac{l_1}{d_1^5} + \xi_1.\frac{1}{d_1^4}\right)8\rho\frac{Q^2}{\pi^2}$$

$$\Delta p_{зо_2} = \left(\lambda_2\frac{l_2}{d_2^5} + \xi_2.\frac{1}{d_2^4}\right)8\rho\frac{Q^2}{\pi^2}$$

Намалението на загубите е:

$$\Delta p_{зо_1} - \Delta p_{зо_2} = \left[(\lambda_1 - \lambda_2)\frac{l}{d} + (\xi_1 - \xi_2)\right]8\rho\frac{Q^2}{\pi^2 d^4}$$

Намалението на изразходваната мощност следствие почистването е:

$$N_{зо} = N_1 - N_2 = \left(\Delta p_{зо_1} - \Delta p_{зо_2}\right)Q$$

Изчисляването на λ_1 и λ_2 се извършва по формули в зависимост от стойността на числото на Рейнолдс:

$$\text{Re} = \frac{V.d}{\upsilon} = 446.10^3$$

$$\text{Re}\frac{k}{d} = 2$$

Предвид получените съотношения, за коефициентите на линейно съпротивление се използват зависимостите:

$$\lambda_1 = 0{,}11\left(\frac{k_1}{d}\right)^{0,25}$$

$$\lambda_2 = 0{,}11\left(\frac{k_2}{d} + \frac{68}{\text{Re}}\right)^{0,25}$$

За промяна на хидравлични загуби се получава:

$\Delta p_{зо_1} - \Delta p_{зо_2} = 76{,}2Pa$

Намалението на мощността е:

$\Delta N = 76{,}2.10^3.70.10^{-3} = 5{,}34kW$

Задача 6.5

Падът на налягането в краищата на хоризонтален водопровод ($l = 100m$, $d = 0{,}1m$ и $k = 0{,}5mm$) е $\Delta p_{зо} = 27{,}6kPa$. Сумата от коефициентите на местните съпротивления е $\sum\xi = 5$.

Да се определи дебитът Q.

Решение:

Определяне на режима на течението:

$\Delta p_{kP} = \frac{32\rho v^2 l}{d^5}\text{Re}_{KP} = 860Pa < \Delta p_{зо}$ - турбулентно течение.

Приема се $\lambda = 0{,}03$ и за Q_1 се получава:

$$Q_I = \sqrt{\frac{\Delta p_{зо}\pi^2 d^5}{8\lambda L\rho}} = 9,75dm^3/s$$

Изчислява се Re_I:

$$\mathrm{Re}_I = \frac{4.9,75.10^{-3}}{\pi.0,1.1.10^6} = 124.10^3$$

$$\mathrm{Re}_I \frac{k}{d} = 620 > 500$$

От последното съотношение се вижда, че течението е в хидравлически грапава област и λ_I се определя зависимостта:

$$\lambda_I = 0,11.(0,5/100)^{0.25} = 0,0292$$

За стойността на дебита с второ приближение лесно се получава:

$$Q_{II} = \sqrt{\frac{\Delta d_{зо}\pi^2 d^5}{8\lambda_I L\rho}} = 9,95dm^3/s$$

Решението е завършено, тъй като по-нататъшното уточнение на Re няма да повлияе върху избора на нова зависимост за λ.

Задача 6.6

По тръбопровод с $l = 120m$ се транспортира мазут $(\rho = 970kg/m^3; \upsilon = 4.10^{-4}m^2/s)$ с дебит $Q = 28dm^3/s$. Разликата между височините на входа и на изхода е $z_1 - z_u = -5m$. Налягането на входа е $p_1 = 95kPa$. Еквивалентната дължина на местните съпротивления е 5% от l.

Да се определи диаметъра на тръбата.

Решение:

Определя се режима на течението:

$$\Delta p_{кр} = \frac{\pi^3 \rho v^5 L}{2Q^3}\mathrm{Re}_{кр}^4 = 73MPa$$

$$\Delta p_{раб} = p_1 - p + \rho g \Delta z$$

$$\Delta p_{раб} < \Delta p_{кр}$$

Диаметъра се изчислява въз основа на Поазьой:

$$d = \sqrt{\frac{128\rho v L Q}{\pi \Delta p_{раб}}} = 0,1m$$

Задача 6.7

По хоризонтален тръбопровод се транспортира нефт $(\rho = 810kg/m^3; \upsilon = 3.10^{-5}m^2/s)$ с дебит $Q = 60dm^3/s$. Налягането на входа е $p_1 = 600Pa$. Еквивалентната дължина на местните съпротивления е 2,5 % от l.

Да се определи диаметърът на тръбата.

Решение:

Определя се режима на течението:

$$\Delta p_{кр} = 840Pa$$

$$\Delta p_{раб} = 600 - 150 = 450 > \Delta p_{кр}$$

Приема се стойност на $\lambda = 0,025$ и от формулата на Дарси – Вайсбах за диаметъра се получава:

$$d_I = \sqrt[5]{\frac{8\lambda L\rho Q^2}{\pi^2 \Delta p_{раб}}} = 0,192m$$

Изчислява се Re_I:

$$\mathrm{Re}_I = \frac{4.60.10^{-3}}{\pi d_I.3.10^{-3}} = 13100$$

За изчисляване на λ_I се използва зависимостта:

$$\lambda_I = 0,316.\mathrm{Re}_I^{0,25} = 0,0297$$

Изчислява се диаметъра с второ приближение:

$$d_{II} = d_I \sqrt[5]{\frac{\lambda_I}{\lambda}} = 0,201m$$

Следват:

$$\mathrm{Re}_{II} = \mathrm{Re}_I \frac{d_I}{d_{II}} = 12660$$

$$\lambda_{II} = \sqrt{\frac{\mathrm{Re}_I}{\mathrm{Re}_{II}}} = 0,03$$

$$d_{III} = d_{II} \sqrt[5]{\frac{\lambda_{II}}{\lambda_I}} = 0,201m$$

Изчисленият диаметър е $201mm$

Проверка на резултата:

$$\Delta p_{зо} = \lambda_{II} \frac{l}{d^5} 8\rho \frac{Q_0^2}{\pi^3} = 455kPa$$

$$\delta = \frac{455-450}{450}.100 = 1{,}1\%$$

Задача 6.8

Да се определят загубите от триене при движението на нафти $(\gamma = 8500N/m^2)$ по тръба с диаметър $d = 50mm$ и дължина $l = 100m$, ако скоростта е $v = 0{,}3m/s$. Коефициента на кинематичният коефициент на вискозитета е $\upsilon = 0{,}2Sc$.

Решение:

Определя се характера на течението:

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon} = \frac{0{,}3.0{,}05}{0{,}2.10^{-4}} = 750 < \mathrm{Re}_{кр}$$

Течението е ламинарно, следователно:

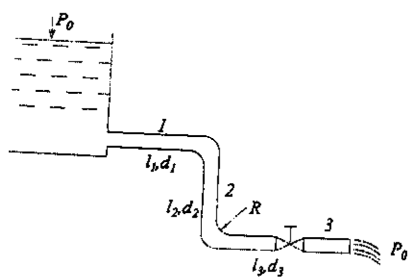
$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} = \frac{64}{750} = 0{,}0855$$

Загубата от налягане е:

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}0855\frac{100.0{,}3^2}{0{,}05.2.9{,}81}.8500 = 6600N/m^2 = 6{,}6kPa$$

Задача 6.9

От отворен резервоар A (фиг.6.9) изтича вода в атмосферата през водопровод съставен от два хоризонтални и един вертикален участъци с дължини $l_1 = l_2 = l_3 = 10m$ и постоянен диаметър $d = 0{,}050m$. В участъка 3 е монтиран наклонен вентил. Колената имат радиус на кривина $R = 0{,}1m$. При напълно отворен вентил и температура на водата $t = 15^0C$ да се определи необходимата височина H, при която дебитът на изтичащата вода за установено течение ще бъде $Q = 0{,}004m^3/s$.



фиг. 6.9

Коефициентите на местно съпротивление на вход и изход са съответно $\xi_{вход} = 0{,}5; \xi_{изход} = 1$.

Решение:

Определя се режимът на течението.

При $t = 15^0C$: $\upsilon = 1{,}14.10^{-6}m^2/s$

$$\mathrm{Re} = \frac{vd}{\upsilon} = \frac{4Q}{\pi d\upsilon} = 89350$$

Течението е турбулентно: $\mathrm{Re} < 10^5$. може да се използва формулата на Блаузиус за пресмятане на λ:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}} = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{89350}} = 0{,}0183$$

Стойностите на коефициентите за местни съпротивления се взимат от таблица от фиг. Б3 и табл. Б2 на приложение Б:

$\xi_{вентил} = 2{,}5; \xi_{вход} = 0{,}5; \xi_{коляно} = 0{,}148; \xi_{изход} = 1$

$$\Delta p_{за.} = \frac{0{,}81\rho}{d^4}\left(\lambda\frac{l}{d} + \xi_{коляно} + \xi_{вентил} + \xi_{вход} + \xi_{изход}\right)Q^2 =$$

$$= \frac{0{,}81.10^3}{0{,}05^4}\left(0{,}0183\frac{30}{0{,}05} + 2.0{,}148 + 2{,}5 + 0{,}5 + 1\right)0{,}004^2 = 31300Pa$$

Тъй като разликата между наляганията и свободната повърхност на водата в резервоара и изходящото сечение е нула, то общата загуба на енергия е:

$$\Delta p_{заг} = \gamma H; H = \frac{\Delta p_{заг}}{\gamma} = \frac{31300}{9{,}81.1000} = 3{,}19m$$

Задача 6.10

По бензинопровод с размери $l_1 = 5m, d_1 = 0{,}02m$ и $l_2 = 5m; d_2 = 0{,}04m$ протича бензин $(\rho = 750kg/m^3; \upsilon = 0{,}5.10^{-6}m^2/s)$ от резервоар A с надналягане над свободната повърхност на бензина $p_H = 9.10^4Pa$ се транспортира бензин към разположения по – високо резервоар B, в който е създаден вакуум $p_B = 30000Pa$ (фиг. 6.10). Грапавината на стените и бензинопровода са $k = 0{,}1.10^{-3}m$. За регулиране на дебита в него е монтиран прав вентил, който е напълно отворен $(\xi_B = 4)$. а двете колена са с $\frac{d}{R} = 0{,}8$ и $\delta = 90^0$. При каква постоянна разлика h между свободните нива на бензина в резервоара дебитът ще има стойност $Q = 1{,}2.10^{-3}m^3/s$.

Решение:

Записва се уравнението на Бернули са двете повърхнини на резервоарите A и B. От това, че височината h по условие се запазва постоянна, скоростите на флуидът за двете сечения е равен на нула. От тук уравнението на Бернули добива вида:

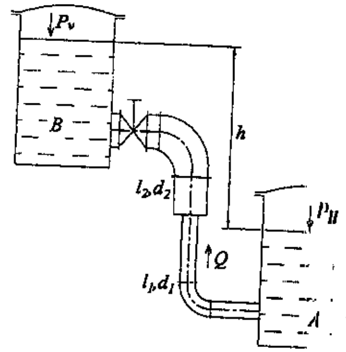
$$\Delta p_{\text{н.}} = p_1 - p_2 - \gamma h; h = \frac{p_1 - p_2 - \Delta p_{\text{заг}}}{\gamma};$$

Загубите от линейни и местни съпротивления се записват във вида:

$$\Delta p_{\text{заг}} = 0,81\rho\left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1^5} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2^5} + \frac{\xi_1 - \xi_2}{d_1^4} + \frac{\xi_3 + \xi_4 + \xi_5 + \xi_6}{d_2^4}\right)Q^2;$$

$$\text{Re}_1 = \frac{4Q}{\pi d_1 \upsilon} = \frac{4.1,2.10^{-3}}{3,14.0,02.0,5.10^{-6}} = 1,528.10^5$$

$$\delta_{01} = \frac{68,4.0,01}{\left(1,53.10^5\right)^{0,815}} = 0,016.10^{-3}m; \delta_{01} = k$$ - преходна област.



фиг. 6.10

От графиката на Мурин (приложение Б2 фиг. Б1) следва:

$$\lambda_1 = f\left(\text{Re}_1, \frac{d_1}{k}\right) = 0,033;$$

$$\text{Re}_2 = \frac{4Q}{\pi d_2 \upsilon} = \frac{4.1,2.10^{-3}}{3,14.0,04.0,5.10^{-6}} = 7,639.10^4$$

$$\delta_{02} = \frac{68,4.0,02}{\left(7,64.10^4\right)^{0,815}} = 0,14.10^{-3}m$$

$\delta_{02} > k$ - хидравлически гладка тръба

По Блаузиус $\lambda_2 = \frac{0,316}{\sqrt[4]{7,64.10^4}} = 0,019$

Коефициентите на местните съпротивления са определени от таблици, представени в Приложение Б:

$\xi_{1(вход)} = 0,5$; $\xi_{2(кол)} = 0,21$; $\xi_{3(разш)} = 9$;

$\xi_{4(кол)} = 0,5$; $\xi_{5(вентил)} = 0,21$; $\xi_{6(изх)} = 9$;

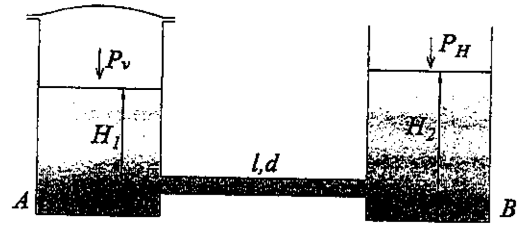
$$\Delta p_{\text{заг}} = 0,81.750\left(0,033\frac{5}{0,02^5} + 0,019\frac{5}{0,04^5} + \frac{0,71}{0,02^4} + \frac{14,21}{0,04^4}\right).1,2^2.10^{-6} = 54660Pa$$

$$h = \frac{1,9 - 0,7 - 0,5466}{9,81.750}.10^5 = 8,88m$$

Задача 6.11

Вода с температура $t = 20^0C$ изтича от резервоар A в резервоар B през хоризонтална тръба с диаметър $d = 0,025m$ и дължина $l = 20m$ (фиг. 6.11). Надналягането в резервоара A е $p_1 = 10^5 Pa$, а по свободната повърхност в резервоар B действува атмосферно налягане. Тръбата е стоманена с грапавост $k = 0,1.10^{-3}m$. Да се определи дебитът Q през тръбата при установено течение - $H_1 = 1,5m$; $H_2 = 2,52m$.

Решение:



фиг. 6.11

Разполагаемо налягане се дава с:

$$\Delta p_{\text{н.}} = p_1 - p_0 + \gamma\left(H_1 - H_2\right) = 10^5 + 9,81.10^3\left(1,5 - 2,52\right) = 90000Pa$$

Използва се уравнението за дебита Q, като в първото приближение тръбата се приема за хидравлически грапава

Тогава: $\lambda = \lambda\left(\frac{d}{k}\right) = \lambda(250) = 0,0283$

Коефициентите на местните съпротивления са определени от таблици, представени в Приложение Б:

$\xi_{вх} = 0,5$; $\xi_{изх} = 1$

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta p_{\text{заг}} d^4}{0,81\rho\left(\lambda\frac{l}{d} + \xi_{вх} + \xi_{изх}\right)}} = \sqrt{\frac{9.10^4.2,5^4.10^{-8}}{0,81.10^3\left(0,0283\frac{20}{0,025} + 1,5\right)}} = 1,34.10^{-3}m^3/s$$

$$\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4.1,34.10^{-3}}{3,14.0,025.1,01.10^{-6}} = 6,78.10^4$$

$$\delta_0 = \frac{68,4.r}{(\text{Re})^{0,815}} = \frac{68,4.1,25.10^{-2}}{\left(6,78.10^4\right)^{0,815}} = \frac{0,855}{\left(6,78.10^4\right)^{0,815}};$$

$$\ln\delta_0 = \ln 0,855 - 0,815\left(\ln 6,78 + 4\ln 10\right) = -9,227;$$

$$\delta_0 = 0,098.10^{-3}m; \delta_0 < k$$

Тъй като $\delta_0 < k$, λ трябва да се търси в преходната област.

По графиката Мурин от приложение Б се определя:

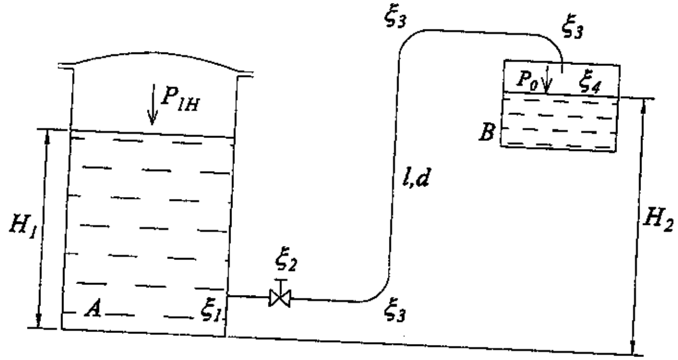
$$\lambda = \lambda\left(\mathrm{Re}, \frac{d}{k}\right) = 0,0286$$

$$Q = \sqrt{\frac{9.10^4.2,5^4.10^{-3}}{0,81.10^3\left(0,0286\frac{20}{0,025}+1,5\right)}} = 1,335.10^{-3} m^3/s$$

Задача 6.12

От резервоар А тече вода към резервоар В по водопровод, който има дължина $l = 10m$ и диаметър $d = 0,0250m$ се транспортира вода (фиг. 6.12). Надналягането по свободната повърхност на водата в резервоара А е $p_{1H} = 10^5 Pa$, а в резервоара В - $p_{2H} = 0$. Колената на водопровода са с ъгъл $\delta = 90^0$ и $\frac{R}{d} = 1$, а вентилът е прав, напълно отворен $(\xi = 4)$. Да се определи дебитът, като се има предвид, че течението е установено $(H_1 = 1m;\ H_2 = 5m)$, а водата е с температура $10^0 C$.

Решение:



фиг. 6.12

Разполагаемото налягане се пресмята по зависимостта:

$$\Delta p_{заг} = p_1 - p_0 + \gamma(H_1 - H_2) = 1.10^5 + 9,81.1000(-4) = 0,6076.10^5 Pa$$

Коефициентите на местни съпротивления са: $\xi_1 = 0,5; \xi_2 = 4; \xi_3 = 0,3$ (за $R/d = 1$ и $\delta = 90^0$); $\xi_4 = 1$.

В първото приближение се приема ориентировъчно $\lambda = 0,025$. Тогава имаме:

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta p_{заг} d^4}{0,81\rho\left(\lambda\frac{l}{d}+\sum\xi\right)}} = \sqrt{\frac{0,6076.10^5.0,025^4}{0,81.10^3\left(0,025\frac{10}{0,025}+6,4\right)}} = 1,34.10^{-3} m^2/s$$

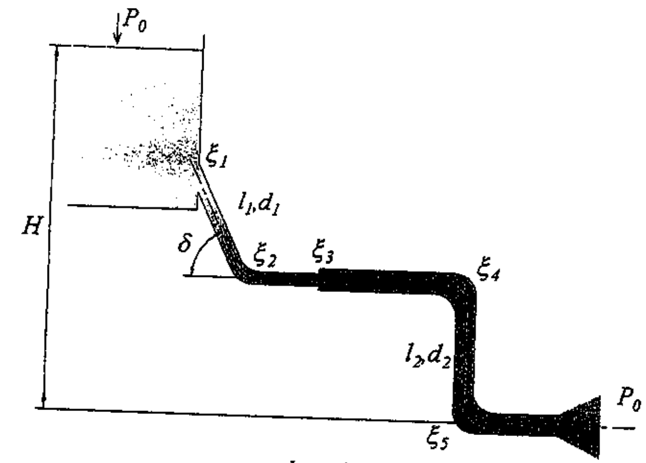
Следователно:

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi d\nu} = \frac{4.1,34.10^{-3}}{3,14.0,025.1,31.10^{-6}} = 5,2.10^4$$

Задача 6.13

От резервоар (фиг. 6.13) през водопровод изтича вода в атмосферата. Водопроводът има два участъка с дължина $l_1 = 20m$ и $l_2 = 50m$, като съотношението на диаметрите е $d_2 = 1,2d_1$. Дебитът на изтичащата вода е $Q = 0,001m^3/s$. Височината $H = 5m$. Радиусите на кривината на колената са равни на съответните диаметри, като ъгълът на първото коляно е $\delta = 60^0$, а другите са по 90^0. Температурата на водата е $10^0 C$. Да се определят диаметрите d_1 и d_2.

Решение:



фиг. 6.14

Общият разполагаем напор се дава с:

$\Delta p_{заг} = \gamma H = 9,81.1000.5 = 49,05.10^3 Pa$

При $t = 10^0 C \rightarrow \upsilon = 1,31.10^{-6} m^2/s$

Задачата може да се реши по графичен път, като за намиране на ориентировъчните стойности на диаметрите d_1 и d_2 се приемат някакви стойности на λ_1 и λ_2 и се смята, че липсват загуби от местни съпротивления. В такъв случай, ако d_1 се изрази чрез d_2 се получава:

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0,81\rho(\lambda_1 l_1 2,488 + \lambda_2 l_2)Q^2}{\Delta p_{заг}}} =$$

$$= \left(\frac{0,81.10^3(0,025.20.2,488 + 0,020.50).1.10^{-6}}{4,905.10^4}\right)^{0,2} = 0,03265m$$

Тогава: $d_1 = 0,02721m$;

Построява се $\Delta p_{заг} = f(d)$ като d се изменя в околността на ориентировъчното определените стойности d_1 и d_2.

$$\Delta p_{заг} = 0,81\rho\left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1^5} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2^5} + \frac{\xi_1 + \xi_2}{d_1^4} + \frac{\xi_3 + \xi_4 + \xi_5 + \xi_6}{d_2^4}\right)Q^2$$

Стойностите на коефициентите на местни съпротивления са:

$\xi_1 = 0,91(\delta = 30^0); \xi_2 = 0,196(\delta = 60^0)$;

$\xi_3 = 0,16\left(\frac{d_2^2}{d_1^2} = 1,44\right); \xi_4 = \xi_5 = 0,294$

$\xi_6 = 1$

Тогава:

$$\Delta p_{заг} = 0,81.10^{-3}\left(\lambda_1 \frac{20}{d_1^5} + \lambda_2 \frac{50}{d_2^5} + \frac{1,1}{d_1^4} + \frac{1,76}{d_2^4}\right)Q^2$$

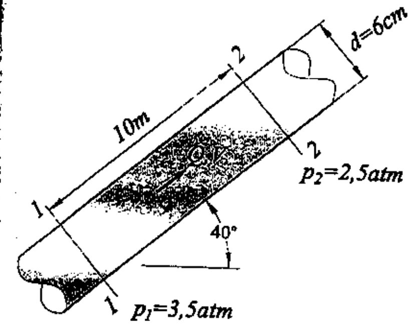
Упътване: На основата на тези уравненията решенията могат да бъдат направени графично или чрез аналитично пресмятане на системата. Тъй като $Re < 10^5, \lambda$ се пресмята по формулата на Блазиус.

$d_1 = 2,755.10^{-2} m; d_1 = 3,33.10^{-2} m$

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Масло с плътност $\rho = 900kg/m^3$ и вискозитет $\upsilon = 0,0002m^2/s$ се транспортира по наклонена тръба, съгласно фиг.1. Наляганията и елевациите за двете сечения са съгласно фигурата.



фиг. 1

Приемайки течението за установено, а режимът на движение ламинарен, определете:

а) напорната височина h между двете сечения;

б) скоростта и дебитът на протичащата течност;

в) Режимът на движение (респ. числото на Re);

Забележка: *Падът на налягане в метри воден стълб може да се определи по зависимостта:* $h = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g}$

Отг. а) $h = 4,9m$

б) $V = 2,7m/s; Q = 0,0076m^3/s$

в) $Re = 811,27$ - ламинарно

Задача 2

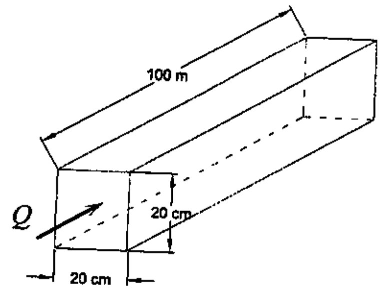
Масло с плътност $\rho = 900kg/m^3$ и вискозитет $\upsilon = 0,00001m^2/s$ протича в отлята стоманена тръба с диаметър $d = 200mm$ и дължина $l = 500m$. Дебитът на протичащата течност е $Q = 0,2m^3/s$. Определете падът на налягането в тръбата при условие, че по направление на движението на флуида тръбата е наклонена на 10^o надолу. Коефициентът на грапавост на тръбата е $k = 0,26mm$.

Отг. $\lambda = 0,017$;

$\Delta p = 7,8.10^5 Pa$

Задача 3

Въздух с плътност $\rho_{в/х} = 1,205kg/m^3$ и вискозитет $\upsilon = 14,86.10^{-6} m^2/s$ се транспортира през въздуховод с размери, показани на фиг. 3.



фиг. 3

Пресметнете падът на налягането във въздуховода, ако дебитът на въздуха е $Q = 0,785m^3/s$. Коефициентът на грапавост на стената на въздуховода е $k = 0,03mm$.

Отг. $\lambda = 0,014$; $\Delta P = 2,661\ kPa$

<u>Задача 4</u>

Въздух при нормални условия протича в тръба. Дебитът на въздуха е $Q = 0,01m^3/s$, вискозитетът $\upsilon = 14,86.10^{-6} m^2/s$, а плътността $\rho = 1,19kg/m^3$.

Определете диаметърът на въздуховода, така че режимът на движение в тръбата да бъде турбулентен.

Отг. $d > 0,092m$

<u>Задача 5</u>

Въздух при стандартни условия протича в тръба с диаметър $d = 25,4mm$. Ако скоростта на въздуха е $1m/s$, определете за каква дължина от тръбата падът на налягане ще бъде равен на този в коляно с ъгъл 90^o и същият диаметър като тръбата. Коефициентът на местно съпротивление на коляното е $\xi = 1,5$.

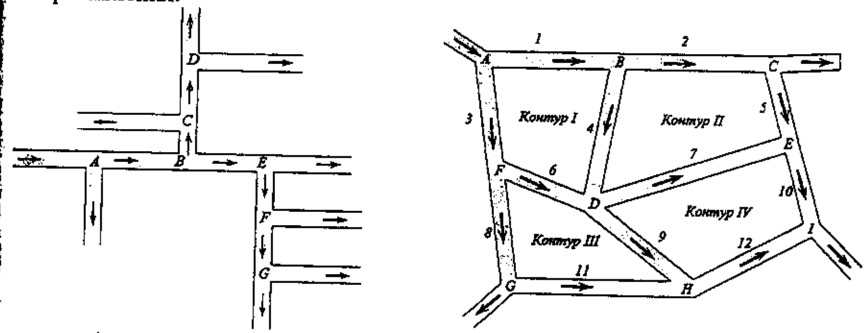
Отг. $L = 1,02m$; $\lambda = 0,0374$

ГЛАВА СЕДМА

СЛОЖНИ ТРЪБНИ МРЕЖИ

Сложните тръбни мрежи захранват с флуид в течно или газообразно състояние голям брой консуматори. Тук спадат системите за газо- и водоснабдяване на населени места, промишлени предприятия, битови и жилищни сгради и др. В най – общия случай това са тръбопроводи с разклонения, по които протича флуида. Основното изискване е захранването на консуматори с флуид с определени параметри (дебит и налягане) при възможно най – малки енергийни загуби от съпротивления.

Задачата се решава с използване на аналози на първия и на втория закон на Кирхоф за електрически мрежи. Сложните тръбни мрежи се разделят преди всичко на лъчеви и контурни (фиг.7.1а и б). При лъчевите мрежи по система от лъчеобразно разположени тръбопроводи се захранват съответните консуматори. При контурните мрежи има един или няколко контура от тръбопроводи, прекарани с цел повишаване сигурността при захранване с флуид на консуматорите, преразпределение на дебита и намаляване загубите от съпротивления.



а) б)

фиг. 7.1

Основните елементи на сложните тръбни мрежи са: *клонове* – простите тръбопроводи включени в мрежата – 1; 2; 3 и др. (фиг. 7.1б); *възел* – местата където се връзват повече от два тръбопровода – A; B; C; D и др. (фиг. 7.1а и б); *лъчи* – системата клонове между източника на флуид и даден консуматор; *контури* – обособени от определен брой затварящи дадена верига клонове – FGHD, DECB и др. (фиг.7.1б)

Вида на уравненията на Кирхоф при сложни тръбни мрежи е следният:

А. За лъчева тръбна мрежа (фиг. 7.1а):

7.1. $\sum_{i=1}^{n} Q_i = 0$ за всеки възел

7.2. $\sum_{j=1}^{m} \Delta p_{заг,i} = \Delta p$ за всеки контур

Б. За контурна тръбна мрежа (фиг. 7.1б):

7.3. $\sum_{i=1}^{n} Q_i = 0$ за всеки възел

7.4. $\sum_{j=1}^{m} \Delta p_{заг,i} = 0$ за всеки контур.

Уравн. 7.1 и 7.3 означават, че сумата от постъпващия и напускащ даден възел дебит е равна на нула. В уравн. 7.2 и 7.4 $\Delta p_{заг,j}$ представлява загубите от хидравлични съпротивления в j - тия клон на мрежата. Δp е зададен по технологични съображения пад на налягането между даден източник на флуид (помпена станция, резервоар и пр.) и съответен консуматор.

Уравн. $7.1 \div 7.2$, респ. $7.3 \div 7.4$ се решават съвместно при което се получава една алгебрична система от втора степен по отношение на дебита . Често пъти се налага да се изследва тръбна система от смесен тип – лъчева и контурна, при което се решават съвместно уравнение 7.1, 7.2 и 7.4.

Задачи към глава седма

Задача 7.1.

В края на прав тръбопровод $(l = 10m, d = 50mm)$, по който тече вода, са направени отклонения към три резервоара, в които наляганията са $p_1 = 3,5kPa, p_2 = 5kPa$ и $p_3 = 6kPa$. Входът и краищата на отклоненията са на една височина. Размерите на тръбите са $l_1 = l_2 = l_3 = 10m$, включително и еквивалентните дължини, а $d_1 = d_2 = d_3 = 30mm$. Налягането на входа на е $p_0 = 10kPa$. Да се определят дебитите на входа към всеки резервоар.

Решение:

Определя се посоката на течението в трето и второ отклонение. За целта се полага $Q_2 = Q_3 = 0$ и $Q_1 = Q_0$ и се решава системата уравнения:

$$p_0 - p_a = \lambda \frac{l}{d^5} 8\rho \frac{Q_0^2}{\pi^2}$$

$$p_a - p_1 = \lambda_1 \frac{l_1}{d^5} 8\rho \frac{Q_0^2}{\pi^2}$$

Тук p_2 е налягането в точката на разклонението.

Като се елиминира Q_0 за p_a се получава $p_a = 9,15kPa$. Следователно, от т.А течението е към резервоарите, тъй като:

$p_a > p_2; p_a > p_3$

Системата уравнения, която съответствуват на това условие са:

$$p_0 - p_a = \lambda \frac{l}{d^5} 8\rho \frac{Q_0^2}{\pi^2}; \qquad p_a - p_1 = \lambda_1 \frac{l_1}{d_1^5} 8\rho \frac{Q_1^2}{\pi^2};$$

$$p_a - p_2 = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2^5} 8\rho \frac{Q_2^2}{\pi^2}; \qquad p_a = p_3 = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3^5} 8\rho \frac{Q_3^2}{\pi^2};$$

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Полага се $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda = 0,03$ и се решава спрямо Q_0, Q_1, Q_2, Q_3.

Изчисляват се стойности на числото на Рейнолдс:

$$\text{Re}_{1,l} = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \lambda}; \text{Re}_{2,l} = \frac{4Q_2}{\pi d_2 \upsilon}; \text{Re}_{3,l} = \frac{4Q_3}{\pi d_3 \upsilon}; \text{Re}_l = \frac{4Q_{0dv}}{\pi d \upsilon}$$

Избират се съответните формули за изчисляване на λ_1, λ_2 и λ_3 съгласно съответните режими.

Отново се решава системата и се намират дебитите с второ приближение. При необходимост, по посочения ред се прави ново уточнение на параметрите.

Задача 7.2

Водопровод има участък с два успоредни клона с размери $l_1 = 500m; d_1 = 0,1m; l_2 = 1000m; d_2 = 0,16m$ и височина на грапавините $k = 0,4.10^{-3}m$ (фиг.7.2). Ако загубата на енергия от точка А до точка В е $\Delta p_{AB} = 7.10^4 Pa$ и водата има температура $t = 10^0C$, да се намерят дебитите Q_1, Q_2 и общия дебит Q.

Решение:

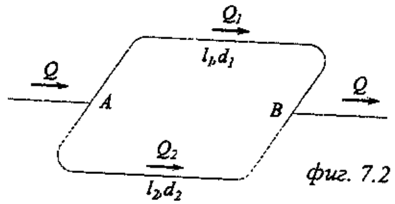
Тъй като загубите в двата клона са еднакви и равни на , то

$\Delta p_{заг,1} = \Delta p_{заг,2} = \Delta p_{AB}$ (съгласно Кирхоф)

Падът на налягане за всеки един от клоновете се дава със зависимостите:

$$\Delta p_{AB}=\frac{0,81\rho}{d_1^5}\lambda_1 l_1 Q_1^2 \text{ и,}$$

$$\Delta p_{AB}=\frac{0,81\rho}{d_2^5}\lambda_2 l_2 Q_2^2$$



фиг. 7.2

В първото приближение може да се приеме, че тръбата е хидравлически грапава, т.е. $\lambda_1=f\left(\frac{d_1}{k}\right)\approx 0,028$ и $\lambda_2=f\left(\frac{d_2}{k}\right)\approx 0,025$ - по графиката на Мурин. В такъв случай:

$$Q_1=\sqrt{\frac{\Delta p_{AB}d_1^5}{0,81\rho\lambda_1 l_1}}=\sqrt{\frac{7.10^4.0,1^5}{0,81.10^3.0,028.500}}=7,86.10^{-3}m^3/s$$

$$Q_2=\sqrt{\frac{\Delta p_{AB}d_2^5}{0,81\rho\lambda_2 l_2}}=\sqrt{\frac{7.10^4.0,16^5}{0,81.10^3.0,025.1000}}=19,04.10^{-3}m^3/s$$

Съответно:

$$\mathrm{Re}_1=\frac{4Q_1}{\pi d_1\upsilon}=\frac{4.7,86.10^{-3}}{3,14.0,1.1,31.10^{-6}}=7,64.10^4$$

$$\mathrm{Re}_2=\frac{4Q_2}{\pi d_2\upsilon}=\frac{4.19,04.10^{-3}}{3,14.0,16.1,31.10^{-6}}=1,16.10^5$$

От тук λ_1 и λ_2 се определят съгласно графиката на Мурин:

$$\lambda_1=f\left(\mathrm{Re}_1,\frac{d_1}{k}\right)=0,0285$$

$$\lambda_2=f\left(\mathrm{Re}_2,\frac{d_2}{k}\right)=0,0251$$

С новите λ_1 и λ_2 дебитите Q_1 и Q_2 придобиват стойности:

$Q_1=7,79.10^{-3}m^3/s; Q_2=19,00.10^{-3}m^3/s$

$Q=26,79.10^{-3}m^3/s$

Задача 7.3

От резервоар изтича бензин с температура $t=20^0C$ $\left(\rho=700kg/m^3;\upsilon=0,8.10^{-6}m^2/s\right)$. *Бензинопроводът се разклонява на три успоредни клона, които се намират в равнина, стояща под свободното ниво на разстояние* $H=20m$. *Размерите на тръбите*

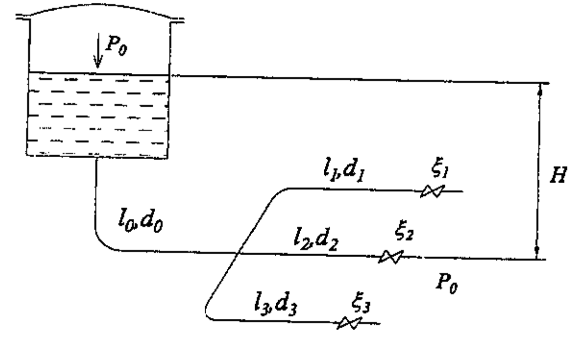
са: $l_0=60m, d_0=0,03m, l_1=80m, l_2=60m; l_3=100m, d_1=d_2=d_3=0,02m$ *(фиг.7.3). Като се пренебрегнат загубите в колената да се определят:*

А)дебитите Q_1, Q_2 *и* Q_3 *в съответните клонове при напълно отворени шибри;*

Б)дебитите Q_1 *и* Q_3 *при напълно отворени шибъри в клонове 1 и 3 и напълно затворен шибър в клон 2;*

И в двата случая изтичането става при атмосферно налягане, което действа и по свободната повърхнина на бензина в резервоара.

Решение:



фиг. 7.3

Упътване:

Загубата на енергия в трите клона е еднаква:

$\Delta p_{заг.1}=\Delta p_{заг.2}=\Delta p_{заг.3}=\Delta p_{заг.}$

Клоновете се представят със зависимостите представени по долу:

$$\Delta p_{заг.}=\Delta p_{заг.1}=\frac{0,81\rho}{d_1^5}\lambda_1 l_1 Q_1^2=\frac{0,81.700}{0,02^5}.80.\lambda_1 Q_1^2=141,75.10^{11}\lambda_1 Q_1^2$$

$$\Delta p_{заг.}=\Delta p_{заг.2}=\frac{0,81\rho}{d_2^5}\lambda_2 l_2 Q_2^2=\frac{0,81.700}{0,02^5}.60.\lambda_2 Q_2^2=106,31.10^{11}.\lambda_2 Q_2^2$$

$$\Delta p_{заг.}=\Delta p_{заг.3}=\frac{0,81\rho}{d_3^5}\lambda_3 l_3 Q_3^2=\frac{0,81.700}{0,02^5}.100.\lambda_2 Q_2^2=177,19.10^{11}\lambda_3 Q_3^2$$

Загубите в общата тръба, ако се пренебрегнат местните съпротивления, са:

$$\Delta p_{заг.о}=\frac{0,81\rho}{d_0^5}\lambda_0 l_0 Q_0^2=\frac{0,81.700}{0,03^5}.60.\lambda_0 Q_0^2=1,4.10^{12}.\lambda_0 Q_0^2$$

За дебитите може да се напише $Q_0=Q_1+Q_2+Q_3$, а за общите загуби в целия бензинопровод:

$\gamma H=\Delta p_{заг.о}+\Delta p_{заг.}$

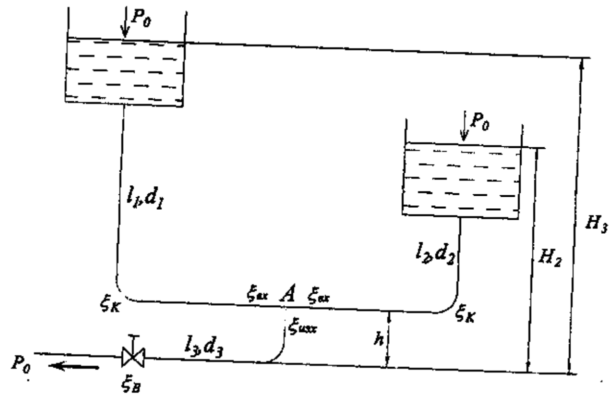
На основата на тези уравнения решенията могат да бъдат направени графично или чрез аналитично пресмятане на системата.
Стойностите на λ_0 и λ_i се пресмятат по формулата на Блаузиус.

Задача 7.4

От два открити резервоара изтича вода в атмосферата през общ тръбопровод (фиг. 7.4). Отделните участъци на водопровода имат следните размери: $l_1 = 200m$; $d_1 = 0,1m$; $l_2 = 80m$; $d_2 = 0,085m$; $l_3 = 150m$; $d_3 = 0,12m$. *Височините от оста на крайното сечение на водопровода до двете нива на водата в резервоарите и възловата точка A са съответно:* $H_1 = 12m; H_2 = 8m, h = 5m$. *Стойността на коефициента на линейно съпротивление във всички тръби е* $\lambda = 0,025$. *Коефициентите на местни съпротивления имат следните стойности: на вентила* $\xi_{вен} = 2$, *на колената* $\xi_к = 0,3$.

Да се определят общия дебит Q_3, *дебитите* Q_1 *и* Q_2 *и налягането във възловата точка A.*

Решение:



фиг. 7.4

Упътване:

Използват се системата уравнения 6.14 и 6.15:

$$p_{AH} = \gamma(H_1 - h) - \frac{0,81\rho}{d_1^4}\left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \xi_{вх} + \xi_к + 1\right)Q_1^2$$

$$p_{AH} = \gamma(H_1 - h) - \frac{0,81\rho}{d_1^4}\left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \xi_{вх} + \xi_к + 1\right)Q_1^2$$

$$p_{AH} = \gamma(H_1 - h) - \frac{0,81\rho}{d_1^4}\left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \xi_{вх} + \xi_к + 1\right)Q_1^2$$

$$p_{AH} = \gamma(H_2 - h) - \frac{0,81\rho}{d_2^4}\left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \xi_{вх} + \xi_к + 1\right)Q_2^2$$

$$p_{AH} = -\gamma H + \frac{0,81\rho}{d_3^4}\left(\lambda_3 \frac{l_3}{d_3} + \xi_{вх} + \xi_в + \xi_к - 1\right)Q_3^2$$

$Q_3 = Q_1 + Q_2$

Ако в тези уравнения се въведат съответните стойности на величините при $\xi_{вх} = 0,5$ и $\xi_{изх} = 1$ се получава:

$p_{AH} = 6,876.10^4 - 419.6.10^6.Q_1^2$

$p_{AH} = 2,943.10^4 - 393.10^6.Q_2^2$

$p_{AH} = -4.905.10^4 + 131.6.10^6.Q_3^2$

На основата на тези уравненията решенията могат да бъдат направени графично или чрез аналитично пресмятане на системата.

$Q_3 = 20,3.10^{-3} m^3/s$; $Q_1 = 12,4.10^{-3} m^3/s$; $Q_2 = 7,9.10^{-3} m^3/s$; $p_{AH} = 4,75.10^3 Pa$

Задача 7.5

Да се определи дебитът на протичащата между два резервоара вода (фиг.7.5), ако разликата в нивата им е $h = 24m$. *Дължините на участъците са* $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 100m$, *а диаметрите им -* $d_1 = d_2 = d_4 = 100mm$ *и* $d_3 = 200mm$. *Коефициентите на линейни съпротивления са* $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4 = 0,025$ *и* $\lambda_3 = 0,02$. *Вентилът, включен в участък 3, има коефициент на местно съпротивление* $\xi_B = 30$. *Останалите местни съпротивления да се пренебрегнат. Какъв ще бъде дебитът на протичащата вода при напълно затворен вентил?*

Решение

Случай 1: $\xi_B = 30$

За възела A-B е в сила равенството

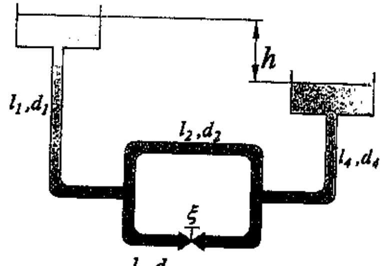
$Q = Q_2 + Q_3$

Загубите на налягане в успоредните участъци 2 и 3 между двата възела са равни на:

$$\frac{8\rho\lambda_2 l_2}{\pi^2 d_2^5}Q_2 = \frac{8\rho}{\pi^2 d_3^4}\left(\lambda_3\frac{l_3}{d_3}+\xi_B\right)Q_3^2$$

Общите загуби на енергия между двата резервоара са равни на разполагаемия напор, т.е.

$$\rho g h = \frac{8\rho}{\pi^2}\left(\lambda_1\frac{l_1}{d_1^5}+\lambda_4\frac{l_4}{d_4^5}\right)Q^2 + \frac{8\rho\lambda_2 l_2}{\pi^2 d_2^5}Q_2^2$$



фиг. 7.5

След заместване на известните величини, горните уравнения придобиват вида:

$Q = Q_2 + Q_3$

$Q_3^2 = 10.Q_2^2$

$Q_3 = 3.1622776Q_2$

$2Q^2 + Q_2^2 = 1.1614.10^{-3}$

Откъдето окончателно се получава:

$Q_2 = 5,7079 l/s$

$Q = 23,7578 l/s$

Случай 2: $\xi_B \to \infty$

В този случай през участък 3 не протича вода. Дебитът на протичащата между двата резервоара вода, според написаните по – горе уравнения за общите загуби, се определя от израза:

$$gh = 3\frac{8\lambda_1 l_1}{\pi^2 d_1^5}Q^2,$$

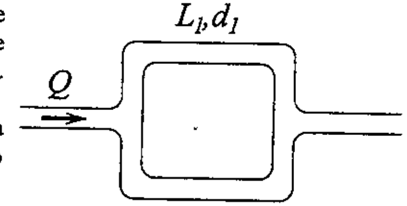
или

$$Q = \left(\frac{\pi^2 d_1^5 gh}{24\lambda_1 l_1}\right)0,5 = 19,6761 l/s$$

Задача 7.6

Намерете как се разпределя дебита Q на течност между две паралелни тръби с диаметри d_1 и d_2 и дължини /приведени/ L_1 и L_2 за стойности на абсолютна грапавост на тръбите k_1 и k_2 (фиг. 7.6).

Решение



фиг. 7.6

За търсените величини е целесъобразно да се избере графически метод на решение (фиг. 7.6.1).

Построява се характеристиката на първия тръбен клон съгласно уравнението (фиг. 7.6.1):

$$h_{n1} = 0,0827\lambda_1\frac{L_1}{d_1^5}Q_1^2$$

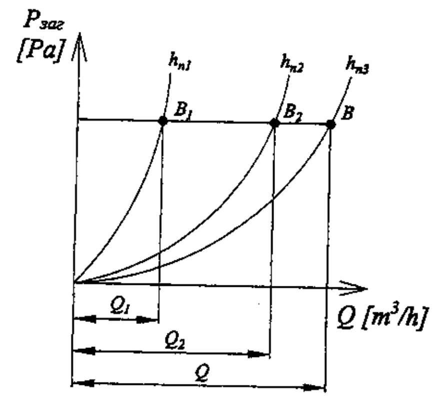
Чрез задаване на няколко стойности на Q се изчислява h_{n1}. Коефициента на линейно съпротивление λ_1 се определя от зададена относителната грапавост $\frac{k_1}{d_1}$ и стойността на числото на Рейнолдс ($\mathrm{Re} = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \upsilon}$).

Аналогично се построява характеристиката на втория тръбен клон тръба h_{n2}.

$$h_{n2} = 0,0827\lambda_2\frac{L_2}{d_2^5}Q_2^2$$

Натрупването на построените криви по правилото на сумиране на характеристиките на паралелни тръби се получава характеристиката на разклонения участък.

По-нататък по оста на дебита се намира точка, съответстваща на сумарния дебит Q, като през нея се прекарва вертикална линия до пресичането й с характеристиката на разклонения участък. През получената точка В се прекарва хоризонтала до пресичане с характеристиките на първата /т.B_1/ и втората /т.B_2/ тръбни клона. Абсцисите на получените пресечни точки показват търсените разходи Q_1 в първия и Q_2 във втория тръбни клонове.

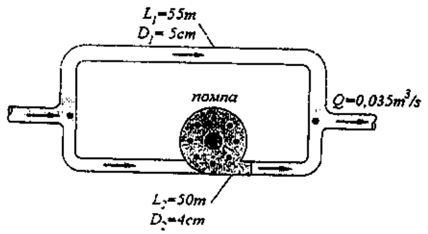


фиг. 7.6.1

Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Тръбна система е съставена от два успоредни клона, доставящи бензин при нормални условия. Дебитът на бензинът в общия клон е $Q = 0,035 m^3/s$. Плътността на бензина е $\rho = 700 kg/m^3$.



фиг. 1

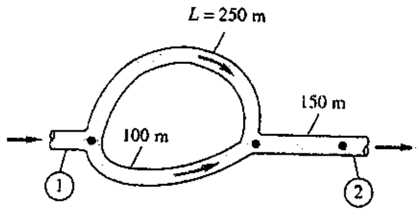
Ако помпата не работи и бензинът свободно преминава през нея, коефициентът и на местно съпротивление е $\xi = 1,5$. Коефициента на линейно съпротивление $\lambda = 0,03$.

В този случай определете дебитът на бензинът във всеки един от двата клона, както и падът на налягане, а вискозитет $\mu = 2,92.10^{-4} Pa.s$

Отг. $Q_1 = 0,022 m^3/s$; $Q_2 = 0,0130 m^3/s$

Задача 2

За показаната на схемата паралелна система от тръби (фиг. 2), всички тръби са с диаметър $d = 8cm$ и са изработени от отлята стомана. Ако падът на налягането в двете точки $p_1 - p_2 = 750 kPa$, определето резултантния дебит на протичащата вода. Загубите от местни съпротивления да се пренебрегнат. Коефициентът на линейно съпротивление $\lambda = 0,025$.

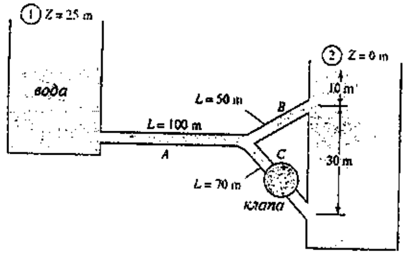


фиг. 2

Отг. $Q = 0,027 m^3/s$

Задача 3

На фиг. 3 всички тръби са стоманени с диаметър $d = 8cm$. Пресметнете дебитът, протичащ от резервоар 1 към резервоар 2, ако клапата C е: а) напълно затворена и б) отворена, при коефициент на местно съпротивление $\xi = 0,5$



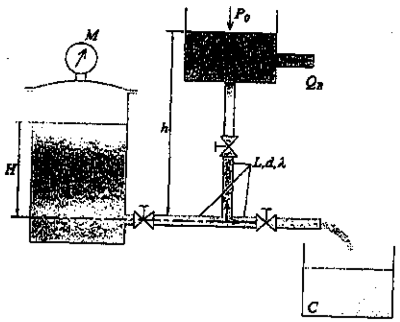
фиг. 3

Отг. а) $Q = 0,005 m^3/s$

б) $Q = 0,009 m^3/s$

Задача 4

Резервоар A с постоянно ниво на водата $H = 3m$ и надналягане над свободната повърхност $P = 0,4 MPa$ захранва водна кула B и басейн C по система, състояща се от три еднакви тръби с дължина $L = 210m$ и диаметър $d = 100mm$ всяка (фиг. 4). Определете дебита Q, постъпващ в басейна C и височината h, на която ще се издигне нивото на водата във водната кула, ако от нея се изтича дебит $Q_B = 5 l/s$. Коефициентът на линейно съпротивление λ за всички тръби в системата е $0,025$. Местните съпротивления да се пренебрегнат.



фиг. 4

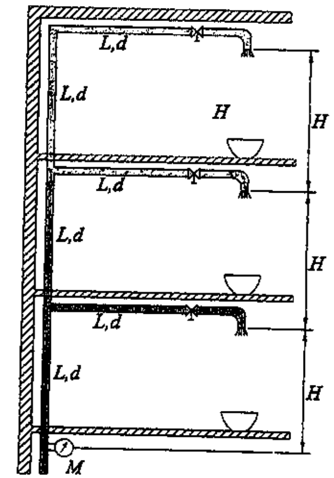
Отг. $Q = 0,0036 m^3/s$; $h = 6m$

Задача 5

В три апартамента, разположени на различни етажи $/H = 3,5m/$, водата се доставя от главен тръбопровод по вертикална тръба и хоризонтално отклонение, размерите на които са $L = 4m$, $d = 60mm$ (фиг. 5).

Определете показанието на манометъра M, така че дебитът, необходим за всеки апартамент при напълно отворен вентил, да е $Q = 3 l/s$?

Коефициентът на съпротивление на тръбата се приема $\lambda = 0,03$, а коефициента на местно съпротивление на вентилите е $\xi = 3$. Загубите в тройниците не се отчитат.



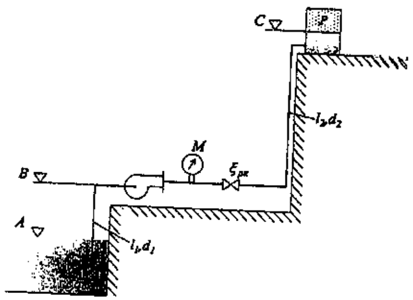
фиг. 5

Отг. $p_M = 170,793 kPa$

Задача 6

Центробежна помпа, разположена на кота $\nabla B = 4m$ качва вода от резервоар на кота $\nabla A = 2m$ в резервоар на кота $\nabla C = 14m$ (фиг. 6). Надналягането в резервоара C е $p = 120 kPa$.

Определете дебитът, напора и мощността на помпата, ако манометърът, който се намира на изхода на помпата показва $M = 250 kPa$. Дължините на тръбите и диаметрите им показани на фиг. 6 са съответно $l_1 = 6m$ и $l_2 = 60m$, $d_1 = 100mm$ и $d_2 = 80mm$. Коефициентите на линейни съпротивления са $\lambda_1 = 0,025$ и $\lambda_2 = 0,028$. Коефициентите на местни съпротивления са съответно $\xi_{вх} = 7$ и $\xi_{рк} = 7$.



фиг. 6

$Q = 0,0163\ m^3/s$;
Отг. $H = 28,32\ m$;
$P = 4,53\ kN$

ГЛАВА ОСМА

СЪВМЕСТНА РАБОТА НА ХИДРАВЛИЧНА МАШИНА С ТРЪБНА МРЕЖА

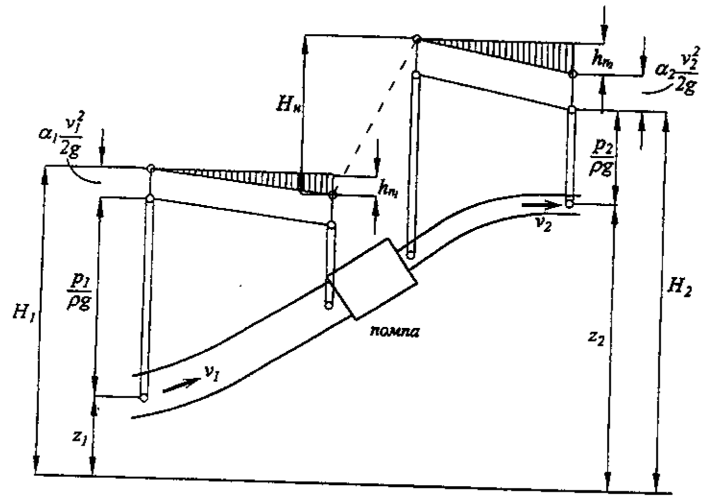
При разглеждането в тази глава хидравличните машини (помпи, вентилатори и пр.) се разглеждат като елемент от съответната хидросистема. Те придават на флуида допълнителна енергия. В дисциплината „Механика на флуидите" те не са обект за изучаване и работния процес при тях да бъде разглеждан.

Всеки тръбопровод притежава собствени характеристики, която дава общите (линейни и местни) съпротивления в зависимост от дебита:

$$8.1.\quad \Delta p_з = \frac{8}{\pi^2}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\lambda l}{d^5} + \frac{1}{d^4}\sum_{j=1}^{k}\xi_j\right)_i\right]\rho Q^2 = kQ^2 \ \ [Pa]$$

$$8.2.\quad \Delta h_з = \frac{8}{g\pi^2}\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\lambda l}{d^5} + \frac{1}{d^4}\sum_{j=1}^{k}\xi_j\right)_i\right]Q^2 = k'Q^2 \ \ [m]$$

При турбулентни течения, каквито най-често се срещат в инженерната практика, характеристиката на тръбопровода е квадратична зависимост на дебита. Познаването и е необходимо условие при решаване на съвместната работа на хидравлична машина с тръбопровод.



фиг. 8.1

Изходно условие при решаване на тази задача е балансът на наляганията в течението на тръбопровода при наличие на включена в него машина. Един прост пример при установено течение на флуида в тръбопровода е даден на фиг. 8.1. За нея следва зависимостта:

8.3. $p_{1n} + p_{xм} = p_{2n} + \sum \Delta p_з$,

където:

$p_{1n} = \rho \frac{V_{1m}^2}{2} + p_1 + \rho g z_1$ - сумарни загуби в смукателната и нагнетателната страна на тръбопровода, а

$p_{2n} = \rho \frac{V_{2m}^2}{2} + p_2 + \rho g z_2$ - налягане създадено от хидравличната машина

От (8.3) следва:

8.4. $p_{xм} = \left(\rho \frac{V_{2m}^2}{2} + p_2 + \rho g z_2\right) - \left(\rho \frac{V_{1m}^2}{2} + p_1 + \rho g z_1\right) + \sum \Delta p_з$

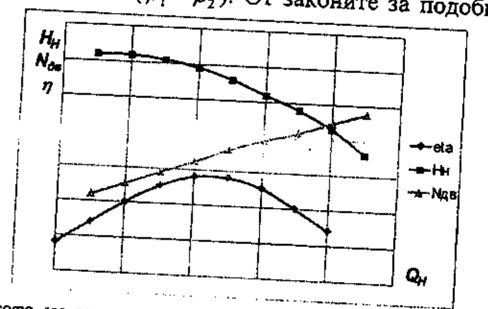
От (8.4) се вижда, че налягането респ. напора създадено от хидравличната машина води до увеличаване на налягането в системата и до преодоляване загубите от хидравличните съпротивления в нея.

Работна характеристика на хидравличната машина.
Дава зависимост от дебита и налягането (напора), коефициентът на полезно действие и мощността на двигателя заснета при дадена честота на въртене. Примерна характеристика на една помпа е показана на фиг.8.2. Често пъти се налага преизчисляване характеристиките на дадена центробежна хидравлична машина чрез честота на въртене. Приема се подобие на режимите и равенствата на к.п.д. ($\eta_1 = \eta_2$) и на плътностите ($\rho_1 = \rho_2$). От законите за подобие следват зависимостите:

8.5. $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1}{n_2}$

8.6. $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$

8.7. $\frac{N_{дв1}}{N_{дв2}} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3$



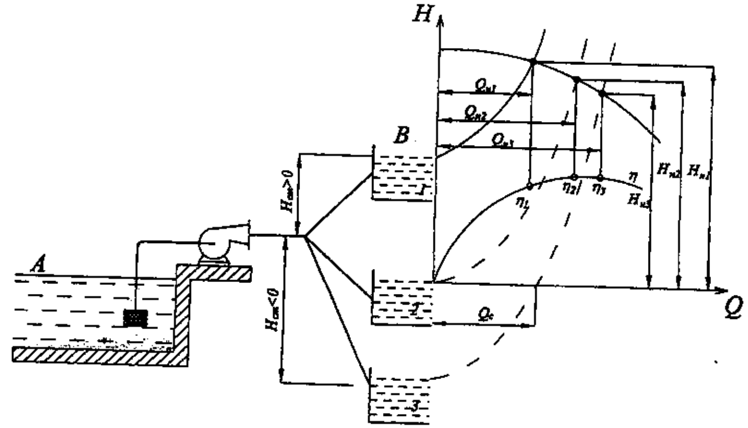
фиг. 8.2

Задачите относно работата на хидравличните машини с тръбна мрежа могат да се сведат до следното:

А. Избор на хидравлични машини за дадена тръбна мрежа при необходим дебит $Q_{x.м}$. Изчислява се разполагаемия напор (налягане) $H_{x.м}$, като по $Q_{x.м}$ и $H_{x.м}$ се определя удовлетворяващата ни машина (помпа или вентилатор).

Б. Определяне режима на съвместна работа на хидравлични машини с мрежата.

Един пример за съвместна работа на центробежни помпи с тръбна мрежа е даден на фиг. 8.3. Разликата в геодезичните височини е означено с $z_2 - z_1 = H_{cm}$, като са дадени три възможни случая: $H_{cm} > 0$; $H_{cm} = 0$ и $H_{cm} < 0$.



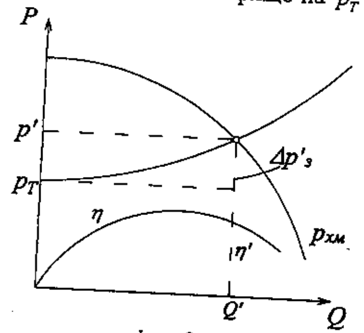
фиг. 8.3

При решение на задачата се построяват в един и същ мащаб на координатна система „$H - Q$" работната характеристика на помпата $H_n = f(Q_n)$ и характеристика на тръбната мрежа $H_з = f(Q)$. Пресечната точка на двете характеристики определя работната точка на системата, хидравличната машина и тръбопровода. Препоръчва се за нагледност графиките да се строят съвместно със схемата на съответната система.

При $H_{cm} = 0$, характеристиката на мрежата започва от началото на координатната система и целия напор на помпата се изразходва за преодоляване на хидравличните съпротивления.

При $H_{cm} < 0$, при ниво в резервоара В по – ниско от това в А, от който се черпи вода, тя може да тече на самотек с количество Q_C. Използването на помпата е необходимо за получаване на по – голям дебит $Q_{н.з} > Q_C$.

В много случаи, освен за преодоляване на загубите от хидравлични съпротивления и разликата в геодезичните височини за определени технологични цели е необходимо допълнително налягане p_T. Тогава при съвместното изчерпване на характеристиките, тази на тръбната мрежа се измества по ординатата на разстояние отговарящо на p_T (фиг.8.4)



фиг. 8.4

В този случай системата ще работи с параметри p', Q' и η', като разполагаемото налягане се изразходва както следва:

8.8. $p' = p_T + \sum \Delta p'$,

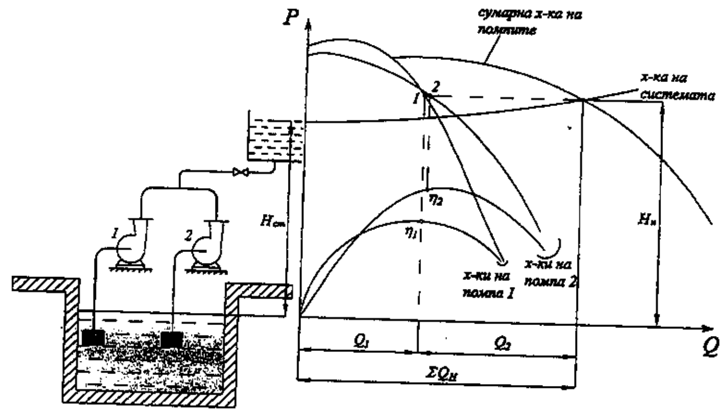
В редица случаи на практика дадена хидравлична машина не може да подсигури или необходимия дебит или нужното налягане (напор). Това налага в първия случай две или няколко хидравлични машини да бъдат включени в паралелна работа, а във втория случай последователно. При това е необходимо да бъдат построени предварително сумарната им характеристика, а след това да се определи работната точка на системата хидравлична машина тръбопровод.

Паралелната работа на помпи с тръбопровод е показана на фиг. 8.5. В случая характеристиките се сумират в хоризонтално направление по абсцисата, по която е нанесен дебита Q.

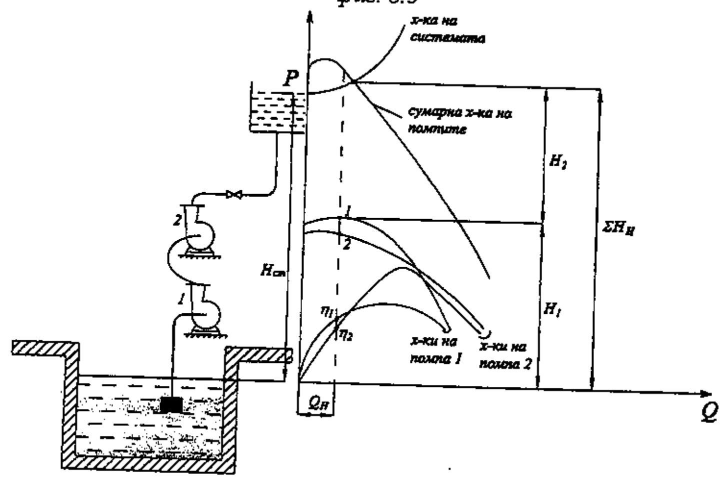
При последователна работа на помпи с цел повишаване на необходимото налягане (напор) сумирането на характеристиките се прави по ординатната ос, на която е нанесен напорът H или налягането p. Такъв режим на работа е даден на фиг. 8.6.

Мощността на хидравличните машини се определя по зависимостта:

8.9. $N_{XM} = p_{XM} Q_{XM}$



фиг. 8.5



фиг. 8.6

При помпи зависимостта има вида:

8.10. $p_{XM} = \rho g h_n$

Коефициентът на полезно действие се определя с израза:

8.11. $\eta = \frac{N_{XM}}{N_{дв}}$,

където N_{XM} е енергия подадена на флуида, $N_{дв}$ - енергията изразходвана от двигателя захранващ машината.

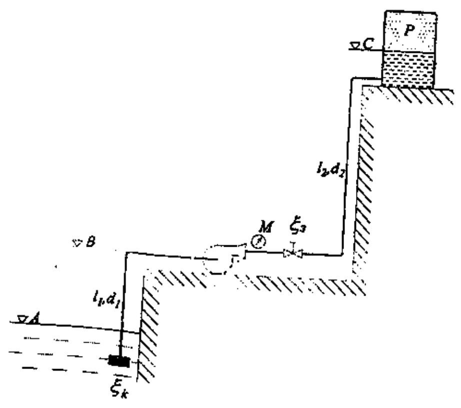
Задачи за самостоятелна подготовка

Задача 1

Центробежна помпа, разположена на кота $\nabla B = 4m$, изпомпва вода от открит резервоар на кота $\nabla A = 2m$ в резервоар на кота $\nabla C = 14m$ и надналягането на повърхността е $p = 120kPa$ (фиг. 1).

Определете дебита, налягането и мощността на помпата, ако манометъра, инсталиран на изхода на помпата, показва $M = 250kPa$. Засмукващите и нагнетателните тръбопроводи са с дължина $l_1 = 6m, l_2 = 60m$ и диаметри $d_1 = 100mm, d_2 = 80mm$.

Коефициенти на линейно съпротивление на тръбопроводи са съответно $\lambda_1 = 0,025; \lambda_2 = 0,028$. Коефициента на местно съпротивление на клапана $\xi_k = 7$, а на вентила $\xi_в = 8$.



фиг. 1

Отг. $Q_H = 0,00735m^3/s$; $H_H = 27,7m$; $N_H = 2kW$

Задача 2

Центробежна помпа подава в кондензатора на парна турбина за охлаждане морска вода ($\upsilon = 10.10^{-6}m^2/s; \rho = 1025kg/m^3$) с дебит $Q = 1800m^3/h$ (фиг. 2).

Определете мощността на двигателя, консумирана от помпата при следните данни:

1) обща дължина на медния тръбопровод $l = 20m$ и диаметър $d = 500mm$;

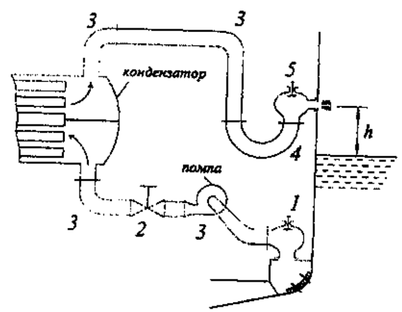
2) стойности на коефициентите на местните съпротивления са:

Дънен клапан	$\xi_1 = 3$
Шибър	$\xi_2 = 0,3$
Коляно под ъгъл 90	$\xi_3 = 0,3$
Коляно под ъгъл 180	$\xi_4 = 0,5$
Извънбордови клапан	$\xi_5 = 7$
Кондензатор	$\xi_6 = 8$

3) коефициент на полезно действие на помпата $\eta = 0,8$;

Клапанът 5 е на 1m от повърхността.

Как ще се измени $N_{дв}$ ако при внезапно спиране на кораба и същия дебит на помпата извънбордовият клапан се окаже под повърхността? Тръбопроводът се счита за хидравлически гладък.



фиг. 2

Отг. $N_{дв} = 50,2kW$; $N_{дв} = 44,1kW$.

Задача 3

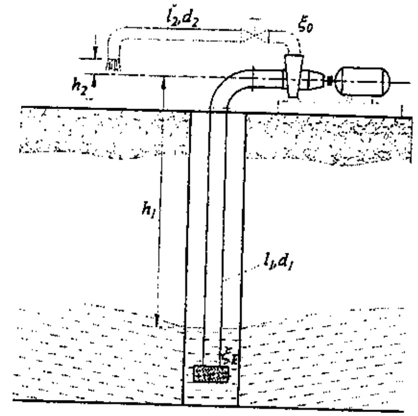
Центробежна помпа изпомпва подпочвени води от кладенец с дебит $Q = 40l/s$ (фиг. 3). Разстоянието между помпата и мястото на изпомпване на водата е $h_1 = 5m$.

Определете:

1) диаметъра d_1 на смукателната тръба на помпата ако дължината е $l_1 = 8m$, така, че вакуумметричната височина на входа на помпата не надвишава 7m.

2) консумираната от помпата мощност при напълно отворен шибър на нагнетателната тръба, имаща дължина $l_2 = 5m$ и диаметър $d_2 = 150mm$, ако нейното изходно сечение е разположено на $h_2 = 0,6m$ по-високо от оста на помпата; к.п.д. на помпата е $\eta = 0,7$.

Коефициентът на съпротивление на триене на тръбопроводите е $\lambda = 0,03$, коефициентът на съпротивление на всяко коляно $\xi_0 = 0,4$, а коефициент на съпротивление на обратеният клапан $\xi_K = 5$.



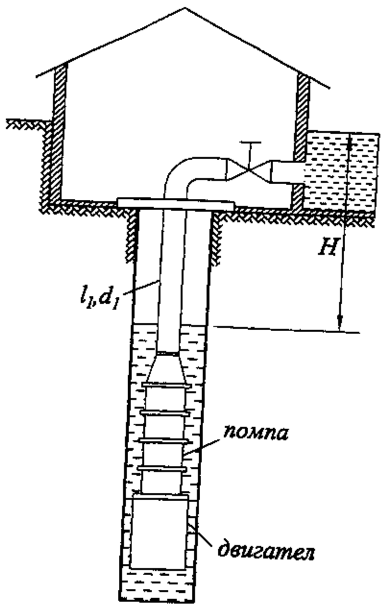
фиг. 3

Отг. $d_1 = 150mm$; $N_{дв} = 4,55kW$

Задача 4

Потопена помпа, консумираща мощност $N_{дв} = 37kW$ при к.п.д. $\eta = 80\%$, изпомпва вода от шахта по тръбопровод с диаметър $d = 150mm$ и дължина $l = 120m$ и я издига на височина $H = 100m$ (фиг. 4).

Определете дебита на помпата на помпата, приемайки коефициента на съпротивление от триене в тръбопровода, равен $\lambda = 0,03$ и сумарен коефициент от местни съпротивления $\xi = 3$.



фиг. 4

Отг. $Q = 0{,}0286 m^3/s$

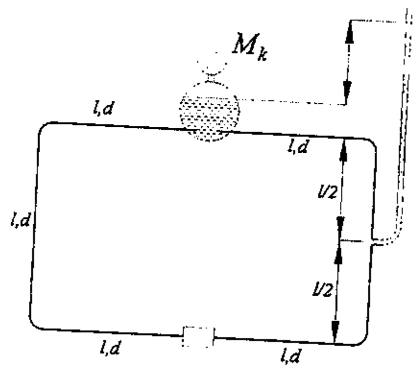
Задача 5

Затворена циркулационна система се състои от помпа, котел, работещи при надналягане $M_K = 0{,}11 MPa$, и шест еднакви участъка от тръбопровода с диаметри $d = 50mm$ и дължина $l = 12{,}5m$.

При работа на помпата нивото на водата в пиезометъра, поставен в средата на правия вертикален участък на системата, се разполага на височина $h = 5m$ над нивото на водата в системата.

Определете дебита, напора и мощността на помпата, пренебрегвайки местните съпротивления и приемайки коефициент на линейно съпротивление $\lambda = 0{,}025$.

Определете надналягането на входа и изхода на помпата.



фиг. 5

Отг. $Q = 0{,}007 m^3/s; H = 25m;$
$N = 1{,}72 kW; p = 0{,}125 MPa;$
$p = 0{,}37 MPa$

Приложение А
Физически свойства на някои флуиди

Таблица А1. *Вискозитет и плътност на водата при атмосферно налягане*

T	ρ	μ	ν
°C	kg/m³	Pa.s	m²/s
0	1000	1.788E-03	1.788E-06
10	1000	1.307E-03	1.307E-06
20	998	1.003E-03	1.003E-06
30	996	7.990E-04	8.020E-07
40	992	6.570E-04	6.620E-07
50	988	5.480E-04	5.550E-07
60	983	4.670E-04	4.750E-07
70	978	4.050E-04	4.140E-07
80	972	3.550E-04	3.650E-07
90	965	3.160E-04	3.270E-07
100	958	2.830E-04	2.950E-07

Таблица А2. *Вискозитет и плътност на въздух при атмосферно налягане*

T	ρ	μ	ν
°C	kg/m³	Pa.s	m²/s
-40	1.52	1.51E-05	9.90E-06
0	1.29	1.71E-05	1.33E-05
20	1.2	1.80E-05	1.50E-05
50	1.09	1.95E-05	1.79E-05
100	0.946	2.17E-05	2.30E-05
150	0.835	2.38E-05	2.85E-05
200	0.746	2.57E-05	3.45E-05
250	0.765	2.75E-05	4.08E-05
300	0.616	2.93E-05	4.75E-05
400	0.525	3.25E-05	6.20E-05
500	0.457	3.55E-05	7.77E-05

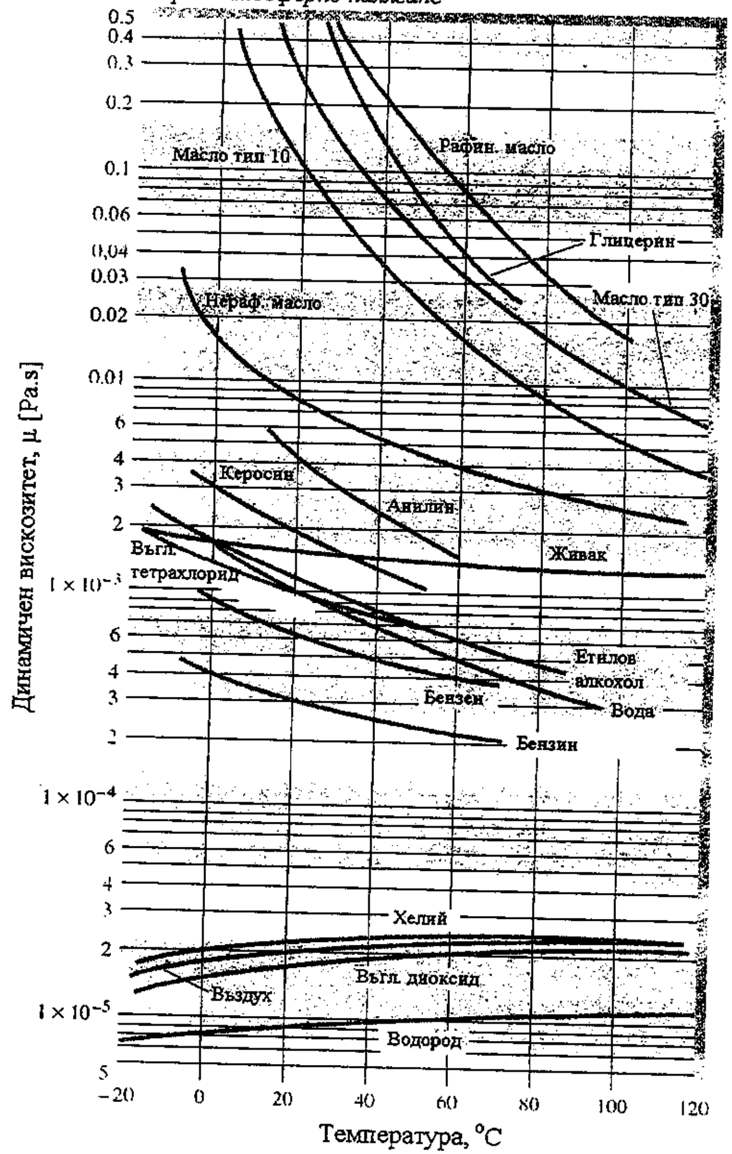
Таблица А3. *Вискозитет и плътност на някои течности при атмосферно налягане и $t = 20°C$*

флуид	ρ kg/m^3	μ Pa.s
ам. вода	608	2.20E-04
бензен	881	6.51E-04
въгл. тетрахлорид	1590	9.67E-04
етанол	789	1.20E-03
етилен гликол	1117	2.14E-02
бензин	680	2.92E-04
глицерин	1260	1.49E+00
керосин	804	1.92E-03
живак	13550	1.56E-03
метанол	791	5.98E-04
масло тип 10	870	1.04E-01
масло тип 30	891	2.09E-01
вода	998	1.00E-03
морска вода	1025	1.00E-03

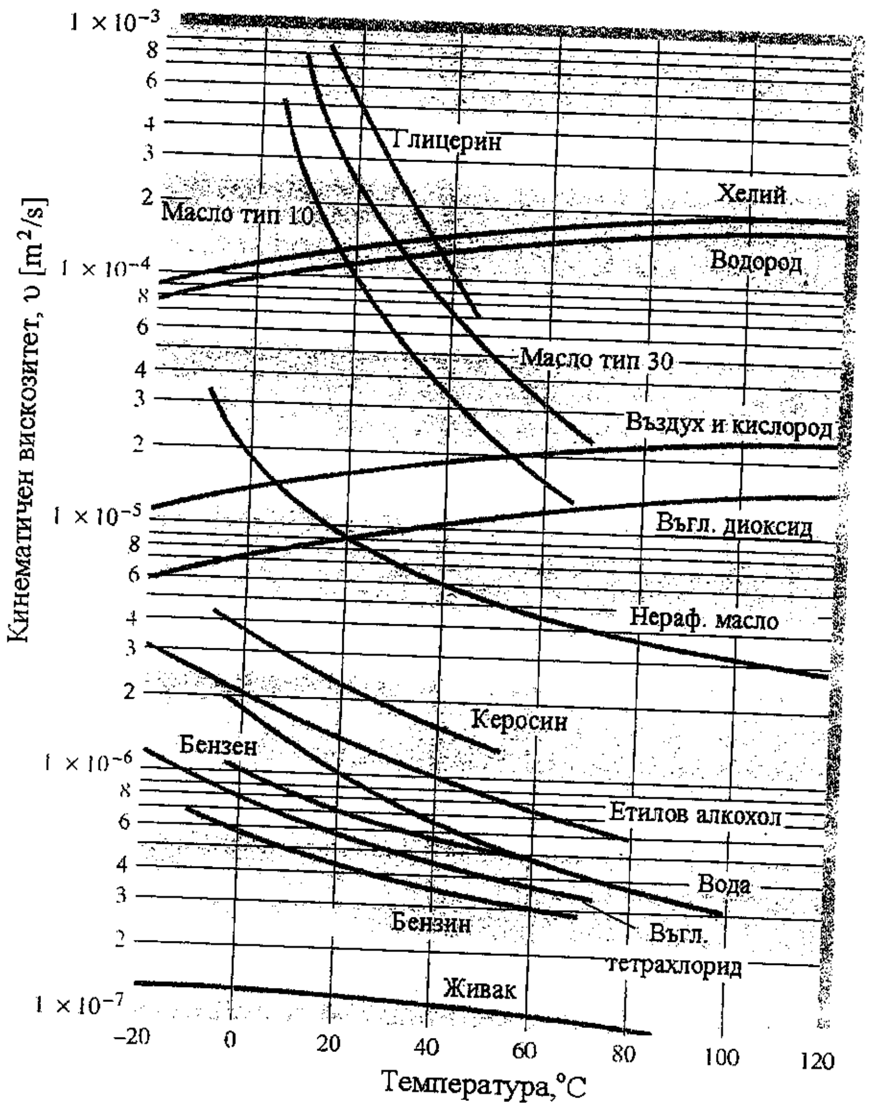
Таблица А4. *Молекулно тегло и вискозитет на някои газове при атмосферно налягане и $t = 20°C$*

газ	Мол. тегло	μ Pa.s
H_2	2,016	9.05E-06
He	4,003	1.97E-06
H_2O	18,02	1.02E-06
Ar	39,944	2.24E-05
сух въздух	28,96	1.80E-05
CO_2	44,01	1.48E-05
CO	28,01	1.82E-05
N_2	28,02	1.76E-05
O_2	32,00	2.00E-05
NO	30,01	1.90E-05
N_2O	44,02	1.45E-05
Cl_2	70,91	1.03E-05
CH_4	16,04	1.34E-05

Фиг. А1. *Стойности на коефициента на динамичен вискозитет на някои течности при атмосферно налягане*



Фиг. А2. *Стойности на коефициент на кинематичния вискозитет на някои течности при атмосферно налягане*



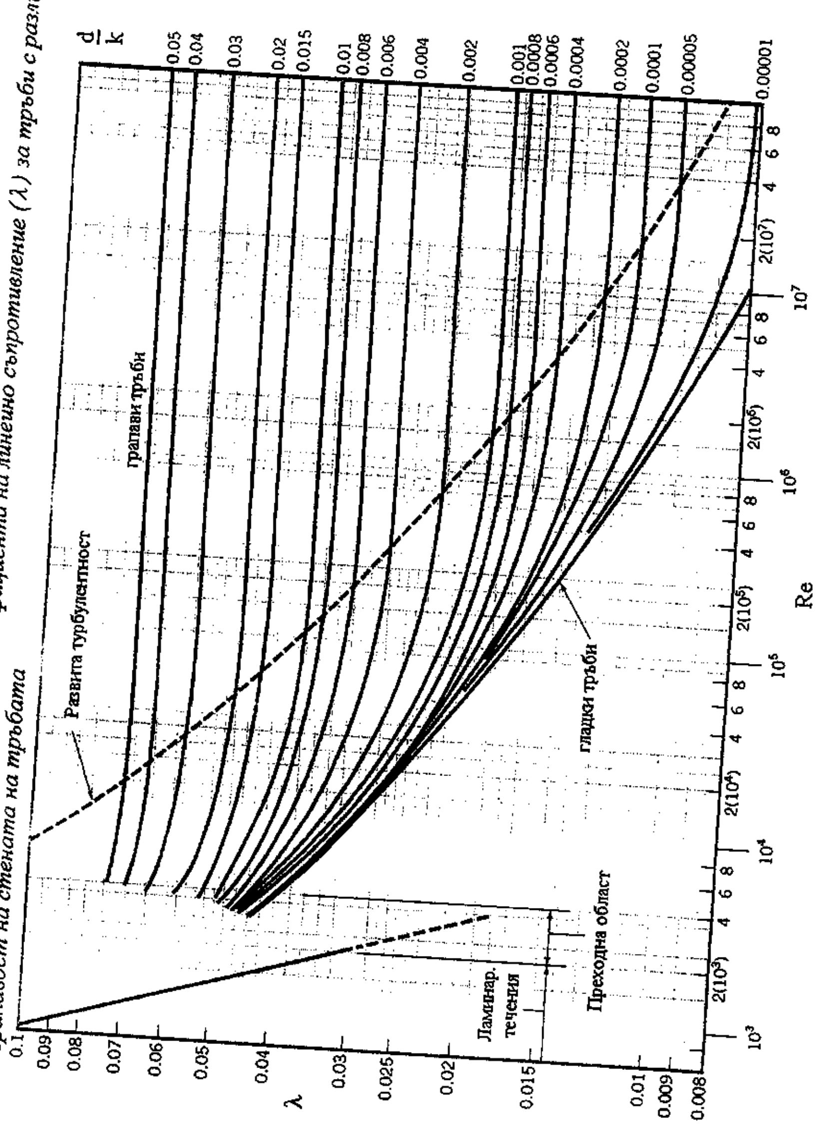
Приложение Б

Стойности на коефициентите на линейно и местно съпротивление

Коефициенти на грапавост на тръби

Таблица Б1. *Препоръчителни стойности за коефициента на грапавост на някои търговски марки тръби*

Материал	Състояние	Диапазон на грапавост mm	Препоръчително mm
месинг, мед, неръждаема стомана	нови	0,0015-0,01	0,002
търговска стомана	нови	0,02-0,1	0,045
железни	слабо ръждиви	0,15-1,0	0,3
	средно ръждиви	1,0-3,0	2,0
	ковани, нови	0,045	0,045
	отляти	0,25-1,0	0,30
	галванизирани	0,025-0,15	0,15
	с асфалтово покритие	0,1-1,0	0,15
листов метал	гладко свързани	0,02-0,1	0,03
бетонни	много гладки	0,025-0,18	0,04
дървени	грубо полирани	0,2-0,8	0,3
	груби, видими грапавини	0,8-2,5	2,0
	използвани	0,25-1,0	0,5
Стъклени или пластични	използвани	0,0015-0,01	0,002
гумени, каучукови	гладки тръби	0,006-0,08	0,02
	подсилени с нишки	0,3-4,0	1,0



Фиг. Б1. *Диаграма на Мурин за определяне на коефициента на линейно съпротивление (λ) за тръби с различна грапавост на стената на тръбата*

Фиг. Б2. *Стойности на коефициента на местно съпротивление (ξ) за някои видове вентили: а) шибър; б) прав клапан; в) ъглов клапан; в) възвратен клапан*

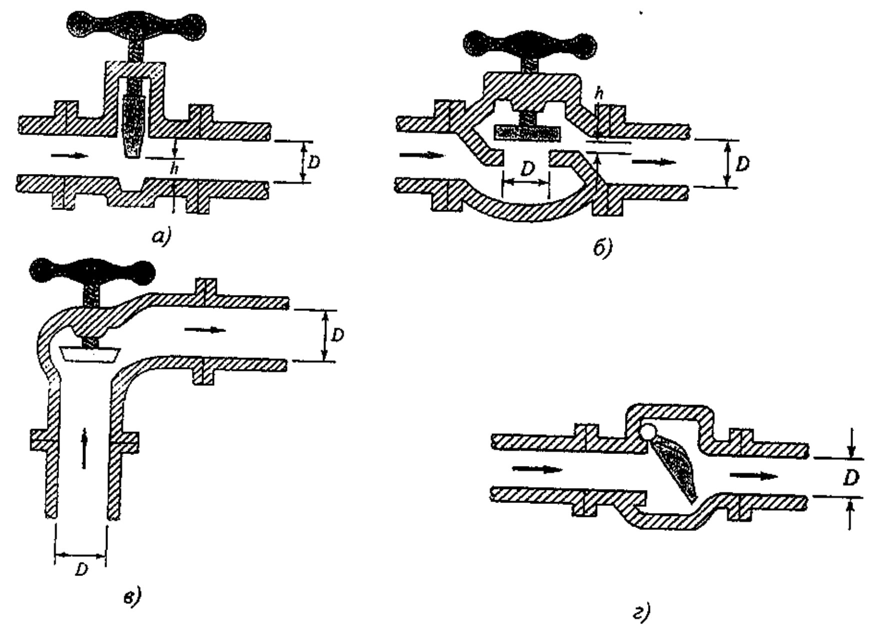


Таблица. Б2. *Стойности на коефициента на местно съпротивление (ξ) за горепоказаните: шибър; прав клапан; ъглов клапан и възвратен клапан*

Тип на регул. елемент	Номинален диаметър			
	1/2"	1"	2"	4"
Клапан (напълно отворен)				
прав	14	8.2	6.9	5.7
шибър	0.3	0.24	0.16	0.11
възвратен	5.1	2.9	2.1	2
ъглов	9	4.7	2	1
Колена				
45° 45° с удължен радиус	0.39	0.32	0.3	0.29
90°	2	1.5	0.95	0.64
90° с удължен радиус	1	0.72	0.41	0.23
180° 180° с удължен радиус	2	1.5	0.95	0.64

Таблица. Б3. *Стойности на коефициента на местно съпротивление (ξ) за някои типове колена*

				Единично коляно					
α	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°
ξ	0.04	0.14	0.364	0.74	0.984	1.26	1.86	2.43	2.85
				Двойно коляно					
a/d		0.71	0.943	1.174	1.42	1.86	2.56	3.72	6.23
Гладки стени ξ		0.507	0.35	0.333	0.261	0.289	0.356	0.356	0.399
Грапави стени ξ		0.51	0.415	0.384	0.377	0.39	0.429	0.46	0.444
				Тройно коляно					
a/d		1.23	1.44	1.67	1.7	1.91	2.37	2.96	4.11
Гладки стени ξ		0.195	0.196	0.15	0.149	0.154	0.167	0.172	0.19
Грапави стени ξ		0.347	0.32	0.3	0.299	0.312	0.377	0.342	0.354

Фиг. Б3. *Стойности за коефициента на местно съпротивление (ξ) за коляно 90°.*

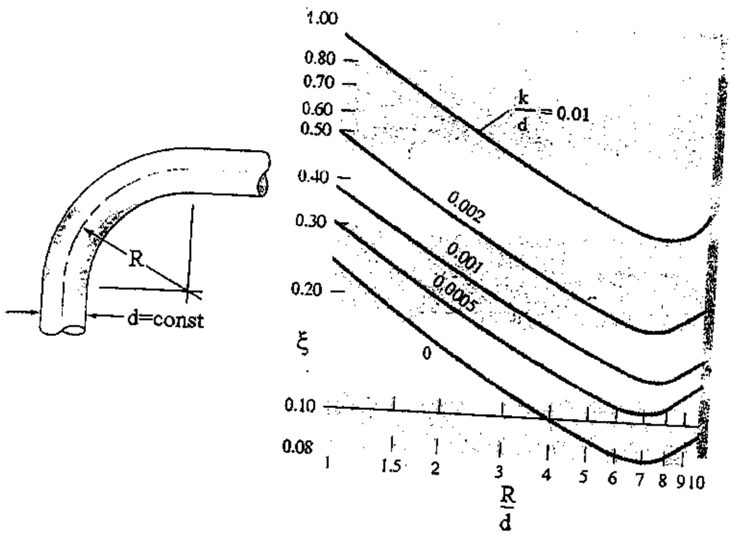
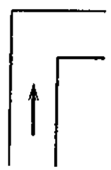
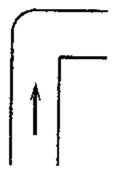
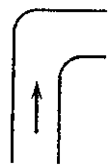
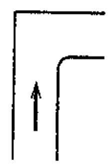
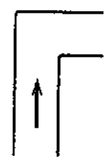
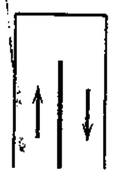
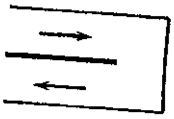
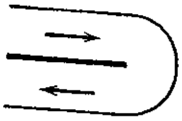
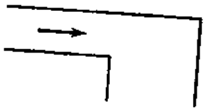
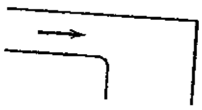
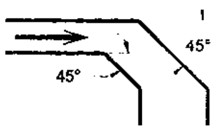
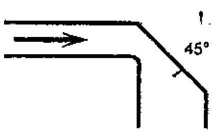
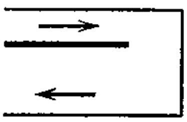
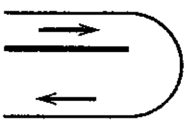
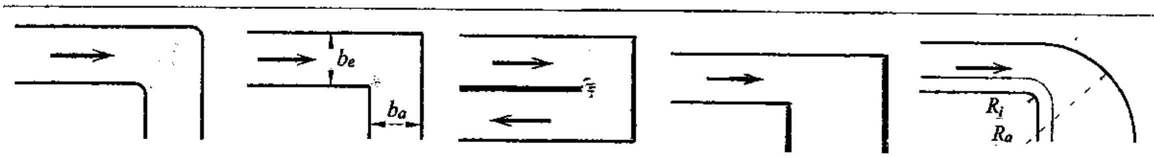


Таблица. Б4. *Стойности на коефициента на местно съпротивление (ξ) за някои типове колена*

Модел на колената	b_a/b_e	$R_i/b_a(\alpha_e)$	$R_a/b_a(\alpha_a)$	Тип на лопатките	Без лопатки	С лопатки	$[(\xi-\xi_2)/\xi].100$
	1	0	0	б	1.647	0.358	78.3
	1	0	1	б	2.705	0.56	79.3
	1	0.25	1	б	1.374	0.179	86
	1	0.25	0	б	0.966	0.216	78.3
	1	0.0834	0.0834	б а	1.485	0.307 0.405	79.3 72.7
	1	0	0	в	4.01	0.702	82.5

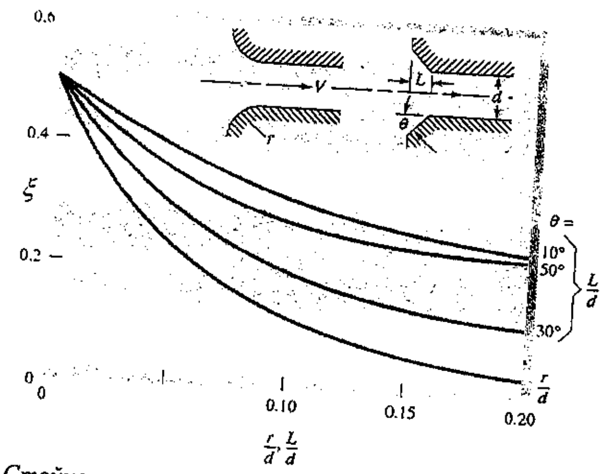
	1	0	0	*в*	4.25	0.653	84.6
	1	0	0	*в*	4.51	0.783	82.6
	1.5	0	1	*г*	2.5	0.547	78.1
	1.5	0.25	1	*г*	1.92	0.36	81.3
	2	0	0	*г*	1.44	0.634	56.5
	2	0.25	0	*г*	1.22	0.603	50.5
	2	0	1	*г*	1.84	0.463	74.8

	2	0.25	1	*г*	1.42	0.369	74.1
				д	1.44	0.821	43.1
	2	(45°)	(45°)	*г*	1.89	0.403	78.6
	2	0.25	(45°)	*г*	1.9	0.426	77.6
	2	0	0	*г*	2.91	1.09	62.5
	2	0	0.75	*г*	3.36	1.253	62.7

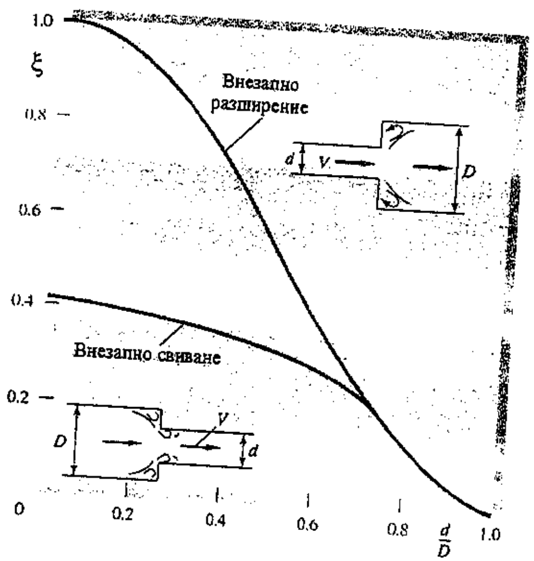


а *б* *в* *г* *д*

Фиг. Б4. *Стойности за коефициента на местно съпротивление (ξ) на входа при плавно навлизане и за отвори с фаска. За изхода и при двата случая $\xi = 1$*



Фиг. Б5. *Стойности за коефициента на местно съпротивление (ξ) при внезапно свиване и разширение.*



ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов И., А.Терзиев, Р.Величкова, Сборник с решени задачи по „Механика на флуидите", София 2010
2. Бутаев Д.А., и колектив, Сборник задач по машиностроительной гидравлике, Москва, Машиностроение, 1972
3. Генчев Г., и Г. Влайковски, К. Варсамов, К. Кузов, Т. Чакъров, Ръководство за упражнения по хидравлика, хидравлични машини и хидродинамика, Техника, София 1971
4. Желева И., и колектив, Ръководство за упражнения по механика на флуидите, Русе 2006
5. Станков П., И. Антонов, Д. Марков, Ръководство за упражнения и сборник задачи по механика на флуидите, Технически университет - София 1992
6. Янков В., И. Антонов, Методическо ръководство за упражнения по механика на флуидите, София 1991
7. Munson B., Young D., Okiishi T., Fundamentals of fluid mechanics, forth edition , 2006
8. White F., Fluid mechanics, forth edition, 2001

СБОРНИК С РЕШЕНИ ЗАДАЧИ ПО *„МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ"*

Автори:
© проф. дтн инж. Иван Славейков Антонов
© гл. ас. д-р инж. Ангел Костадинов Терзиев
© ас. инж. Росица Тодорова Величкова

Рецензент:
© проф. д-р инж. Милчо Стоянов Ангелов

Даден за печат: м. октомври 2010 г.
Излязъл от печат: м. октомври 2010 г.
Поръчка № 158
Тираж 130 броя
Формат 60/84/16
ISBN : 978-954-438-860-7

Издателство на Техническия университет - София