

ВЪПРОС 12

МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ

Във въпроса “**Механика на флуидите**” вие ще се запознаете със следните **величини, понятия и закони**, както и с основните единици за измерване:

Флуид

Механика на флуидите

Статика на флуидите

Динамика на флуидите

Хомогенен флуид

Несвиваем (свиваем) флуид

Безтегловен флуид

Идеален флуид

Статика на флуидите

Налягане

Закон на Паскал

Хидростатично налягане

Хидростатичен парадокс

Закон на Архимед

Динамика на флуидите

Токова линия

Токова тръба

Обемен поток на флуида

Масов поток

Поле на скоростта

Стационарно движение

Нестационарно движение

Уравнение за непрекъснатост на струята

Закон на Бернули

Формула на Торичели

Реален флуид

Закон на Нютон за силата на вътрешно триене

Градиент на скоростта

Коефициент на вътрешно триене (вискозитет)

Ламинарно движение

Закон за изменение на скоростта по сечението

Средна скорост

Турбулентно движение на флуид

Число на Рейнолдс

Формула на Поазьой

Закон на Стокс

Единици за измерване

Единица за налягане

Паскал

Единица за поток на флуида

Единица за масов поток

Единица за вискозитет

1. Понятия, използвани в механиката на флуидите

Флуид

Флуид наричаме течност или газ, когато изучаваме техните общи свойства.

Механика на флуидите

Тази част от механиката, която изучава покой (равновесието) на течностите и газовете и тяхното движение, се нарича **механика на флуидите**.

Механиката на флуидите обхваща два големи раздела: **Статика** на флуидите (Хидростатика и Аеростатика) и **Динамика** на флуидите (съответно Хидродинамика и Аеродинамика).

Статика на флуидите

Статиката на флуидите изучава свойствата и законите на флуиди, които са в равновесие (покой),

Динамика на флуидите

Динамиката на флуидите изучава особеностите при движение на флуидите.

От макроскопична гледна точка течностите и газовете представляват непрекъснати среди. Общото между тях е това, че отделните им части (слоеве) могат лесно да се преместват една спрямо друга под действието на съвсем малки сили, т.е. флуидите са лесноподвижни и текат.

Но докато газовете **нямат свой собствен обем**, а заемат обема на съда, в който са поставени, дадена маса течност при определени външни условия (температура и налягане) заема точно определен обем.

Хомогенен флуид

Флуид, чиято **плътност** е еднаква във всички негови точки, се нарича **хомогенен флуид**.

Несвиваем (свиваем) флуид

Флуид, който не променя **плътността** си под действието на външни сили, се нарича **несвиваем**, а ако я променя - **свиваем**.

Безтегловен флуид

Флуид, чието тегло (маса) може да се пренебрегне в условията на дадена задача, се нарича **безтегловен**.

Идеален флуид

Флуид, който е несвиваем и при движение между слоевете му не възникват сили на вътрешно триене, се нарича **идеален флуид**.

2. Статика на флуидите

2.1. Налягане

За разлика от твърдите тела, в състояние на равновесие течностите и газовете не притежават еластичност на формата, т.е. те лесно я променят (изключение прави повърхностният слой на течностите). В такъв случай флуидите се характеризират единствено с обемна еластичност, т.е. това са среди, в които в състояние на равновесие **няма тангенциално напрежение**, а под действието на външни сили възниква само нормално напрежение (перпендикулярно на дадена повърхност). Това напрежение се нарича **налягане** и е една от основните величини в механиката на флуидите.

Налягане

Налягането е числено равно на големината на нормалната сила, която действа на повърхност с лице единица:

$$p = \frac{dF_n}{dS}.$$

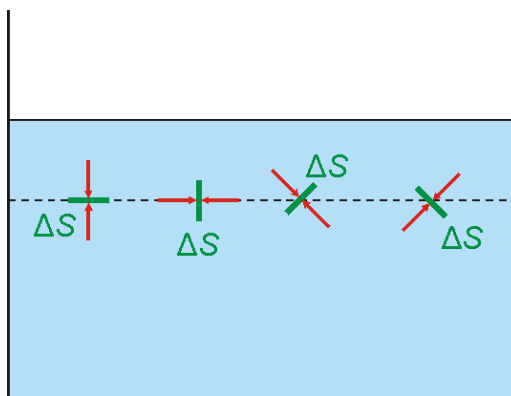
Единица за налягане

В SI единицата за измерване на налягането е нютон на квадратен метър (N/m^2) или паскал: $1 N/m^2 = 1 Pa$).

Паскал

Един **паскал** е налягането, при което сила от един нютон действа върху площ от един квадратен метър.

Опитно е установено, че в течностите и в газовете се създава налягане във всички направления и посоки. За дадено ниво неговата стойност не зависи от ориентацията на съответната повърхност, върху която то е приложено (фиг.1).



Фиг.1

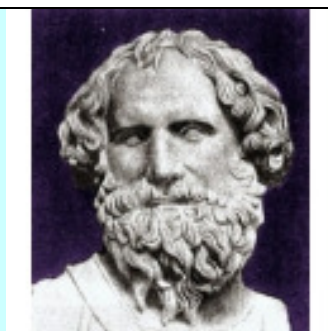
2.2.Закон на Паскал

В състояние на равновесие налягането на един флуид се подчинява на закона, формулиран от френския учен **Блез Паскал** (1623-1662). Това е първият основен закон от статиката на флуидите, който в случая на безтегловен флуид гласи:

Налягането в произволна точка на безтегловен неподвижен флуид, който заема ограничен обем, е еднакво във всички посоки и е равно на външното налягане.



Блез Паскал
(19.06.1623-19.08.1662)



Архимед
(287-212 г.пр.Хр.).



Симон Стевин
(1548-1620)

2.3.Хидростатично налягане

Интерес представлява въпросът как се изменя налягането в една неподвижна несвиваема течност с изменение на дълбочината под свободната повърхност. Ако тази течност **не е безтегловна** (т.е нейното тегло не може да се пренебрегне), в нея се появява допълнително налягане спрямо външното, наречено

Хидростатично налягане

Хидростатичното налягане върху произволна повърхност в даден флуид е пропорционално на плътността ρ на флуида, земното ускорение g и височината h на стълба флуид над нея

$$p = \rho gh.$$

Хидростатичното налягане върху произволна повърхност от течността **зависи единствено от височината** на стълба течност над нея.

Следователно хидростатичното налягане върху дъното на един съд не зависи от формата на съда (т.е. от количеството на течността в него) и от площта на дъното, а зависи само от височината на стълба течност в съда. Този факт е известен още на **Стевин** (1548-1620), холандски майстор по водно строителство, и се нарича **хидростатичен парадокс**.

Хидростатичен парадокс

Хидростатичното налягане върху дъното на един съд **не зависи** от формата на съда и от площта на дъното, а **зависи** само от височината на стълба флуид в съда.

3. Закон на Архимед. Плаване на телата

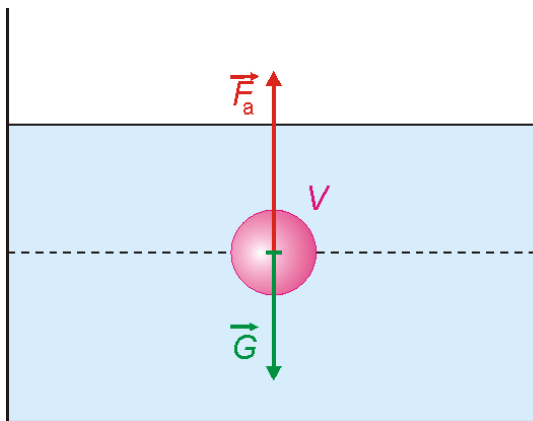
Вторият основен закон в статиката на флуидите е законът на Архимед (287-212 г.пр.Хр.). Този закон е непосредствено следствие от формулата за хидростатичното налягане и от закона на Паскал.

Тази сила се нарича **изтласкваща сила** или **сила на Архимед**. Такава сила действа върху всяко тяло, потопено в течност или газ. Големината на изтласкващата сила зависи от плътността на флуида. Тъй като газовете имат много по-малка плътност от течностите (например за въздуха $\rho = 1,29 \text{ kg/m}^3$, а за водата $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), изтласкващата сила за телата, потопени в газова среда, е много малка и често се пренебрегва.

Закон на Архимед

На всяко тяло, потопено във флуид, действа изтласкваща сила, равна по големина на теглото на изместения от тялото флуид.

Изтласкващата сила е насочена в противоположна посока на съответната сила на тежестта за разглежданото тяло и затова се нарича още **подемна сила** (фиг.2).



Фиг.2

\vec{F}_a - сила на Архимед, $F_a = m_0g = \rho_0gV$

\vec{G} - сила на тежестта, $G = mg = \rho gV$

ρ - плътност на тялото

ρ_0 - плътност на течността

Когато плътността на едно твърдо тяло е по-голяма от плътността на дадена течност ($\rho > \rho_0$), **тялото потъва в течността**. Ако плътността на тялото е по-малка от плътността на течността ($\rho < \rho_0$), в равновесно състояние то е потопено частично. Този резултат лежи в основата на **теорията на корабоплаването**, разработена от Ойлер, Крилов и др. Когато $\rho = \rho_0$, тялото е в равновесие вътре в течността.

4. Модел на идеален флуид. Токова линия и токова тръба

Динамика на флуидите

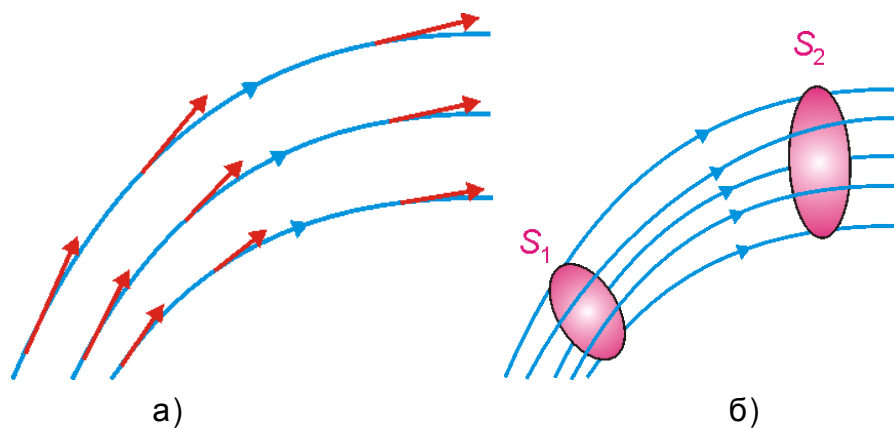
Динамиката на флуидите изучава законите за движението на течностите и газовете и взаимодействието им с твърди тела, които се движат в тях.

За графично изобразяване на течението на един флуид, както и в редица теоретични разглеждания, се използва понятието **токова линия** (фиг.3).

Токова линия

Токова линия се нарича мислената линия, във всяка точка от която скоростта на флуида съвпада с допирателната към нея.

Посоката на токовите линии съвпада с посоката на скоростта. Гъстотата на токовите линии на дадено място (т.е. броят на линиите, които преминават през повърхност с лице единица, перпендикулярна на скоростта) е пропорционална на големината на скоростта на това място.



Фиг.3

Токова тръба

Частта от флуида, ограничена от токовите линии, прекарани през всички точки на даден затворен контур, се нарича **токова тръба**.

Токовата тръба е изобразена на фиг.3.б

Обемен поток на флуида

Обемът флуид, който преминава през напречното сечение на токовата тръба за единица време, се нарича **обемен поток на флуида**

$$\Phi = \frac{dV}{dt}$$

Единица за поток на флуида

Потокът на флуида се измерва в кубичен метър за секунда (m^3/s).

Масов поток

Масата флуид, която преминава през напречното сечение на токовата тръба за единица време, се нарича **масов поток**.

$$Q = \rho\Phi = \rho \frac{dV}{dt}$$

Масовият поток се представя с формула $Q = \rho\Phi = \rho \frac{dV}{dt}$, където ρ е плътност на течността.

Единица за масов поток

Масовият поток се измерва в килограм за секунда (kg/s).

5. Стационарно и нестационарно движение на флуидите

Поле на скоростта

Моментната графична картина, образувана от векторите на скоростта на флуида за всяка точка от пространството, в което той се движи, се нарича поле на скоростта.

Стационарно движение

Ако векторното поле на скоростта на един флуид **не се изменя** с времето, движението на флуида се нарича **стационарно**.

Тогава за дадена точка от пространството скоростта на флуида остава постоянна за всеки момент, т.е. всяка частица флуид, която преминава през тази точка, има една и съща скорост.

Нестационарно движение

Когато векторното поле на скоростта на един флуид се **изменя** с времето, движението на флуида е **нестационарно**.

6. Уравнение за непрекъснатост на струята

За стационарно течащ идеален флуид произведението от лицето на напречното сечение и скоростта на флуида остава постоянна величина по цялата дължина на дадена токова тръба.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \dots \text{ или } vS = \text{const.}$$

Това твърдение е известно като **уравнение за непрекъснатост на струята**.

Произведението от скоростта на флуида за дадено сечение на тръбата и площта на това сечение е равно на обемния поток на флуида, т.е. $\Phi = vS$. Тогава масовият поток на флуида е $Q = \rho vS$. Следователно уравнението за непрекъснатост на струята показва, че масовият и обемният поток на идеален флуид остава постоянен по дължината на тръбата, по която се движи флуидът.

7. Закон на Бернули. Приложения

Закон на Бернули

За идеален флуид, който се движи стационарно и ламинарно, сумата от статичното, динамичното и хидростатичното налягане остава постоянна величина по цялата дължина на токовата тръба.

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = \text{const},$$

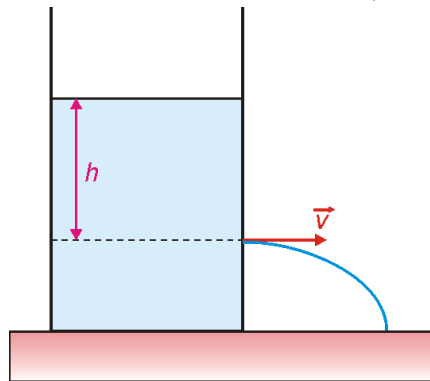
където p е статичното налягане, $\frac{\rho v^2}{2}$ – динамичното налягане (кинетичната енергия в единица обем), ρgh – хидростатичното налягане (гравитационната потенциална енергия в единица обем).

Изразът е получен за пръв път през 1738 г. от **Даниел Бернули** (1700-1782) и е публикуван в труда му "Хидродинамика". Той се нарича **уравнение на Бернули**. Уравнението на Бернули е следствие от закона за запазване на енергията.

Формула на Торичели

Скоростта, с която изтича една течност от отвор, който се намира на разстояние h под нивото на течността в даден съд, е

$$v = \sqrt{2gh}.$$



Фиг.4



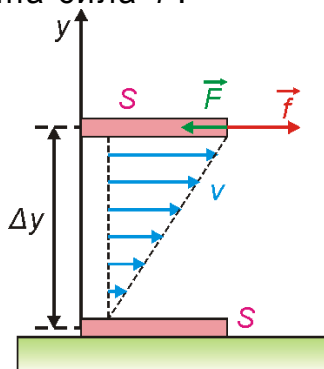
8. Закон на Нютон за силата на вътрешно триене. Вискозитет

Реален флуид

Флуид, при чието движение между слоевете му възникват сили на вътрешно триене, се нарича **реален флуид**.

Силите на вътрешно триене са резултат от междумолекулните взаимодействия. Те са тангенциални към хлъзгащите се слоеве и се стремят да забавят слоя, който се движи с по-голяма скорост, и да ускорят слоя, който се движи с по-малка скорост.

На фиг.5 са показани две еднакви успоредни пластинки, всяка с площ S , които са разделени от тънък слой флуид. Върху горната пластинка действа външна сила \vec{f} .



Фиг.5

Долната пластинка е неподвижна ($v=0$), а горната се движи със скорост v . Разликата в големината на скоростите на двете пластинки е $\Delta v = v - 0 = v$.

Опитът показва, че за такова движение на горната пластинка е необходимо от страна на най-близкия до нея слой да и действа сила с големина $F = f$, която е **правопропорционална на площта на пластинките и на разликата Δv в техните скорости, но е обратнопропорционална на разстоянието Δy между двете пластинки:**

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta y}.$$

Силата F се нарича **сила на вътрешно триене**, а уравнението представлява **законът на Нютон за силата на вътрешно триене**.

Закон на Нютон за силата на вътрешно триене

Силата F на вътрешно триене е правопропорционална на площта на пластинките и на разликата Δv в техните скорости, но е обратнопропорционална на разстоянието Δy между двете пластинки:

$$F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta y}.$$

Коефициентът на пропорционалност η се нарича **коэффициент на**

вътрешно триене (вискозитет) на флуида. Той зависи от вида на флуида и от неговата температура. Например маслата имат голям вискозитет, а водата - малък. Газовете имат много малък вискозитет. При повишаване на температурата вискозитетът η на течностите намалява, докато този на газовете нараства.

Тъй като частиците на флуида, които са в непосредствена близост до пластинките, прилепват към тях, законът на Нютон всъщност изразява тангенциалната сила на взаимодействие между два съседни слоя на флуида, които се движат с различни скорости. Профилът на тези скорости е линеен (фиг.5).

Когато **разстоянието между слоевете е безкрайно малко** (dy), тангенциалната сила на вътрешно триене между тях е

$$F = \eta S \frac{dv}{dy}.$$

Величината $\frac{dv}{dy}$ се нарича **градиент на скоростта на флуида**.

Градиент на скоростта

Градиентът характеризира бързината, с която се изменя скоростта в дадено направление. За оста y градиентът е равен на $\frac{dv}{dy}$.

Флуидите, чиито вискозитет η не зависи от градиента на скоростта $\frac{dv}{dy}$, се наричат **НЮТОНОВИ**.

Коефициент на вътрешно триене (вискозитет)

Вискозитетът на един флуид числено е равен на силата на вътрешно триене, която действа на единица площ от триещите се слоеве при единичен градиент на скоростта в направление, перпендикулярно на направлението на движение на флуида.

$$\eta = \frac{F}{S \frac{dv}{dy}}$$

Единицата за вискозитет се въвежда от закона на Нютон за силата на вътрешно триене $\eta = \frac{F}{S \frac{dv}{dy}}$:

Оттук за единицата на вискозитета се получава $[\eta] = \frac{\text{N.m}}{\text{m}^2.\text{m/s}} = \text{Pa.s}$

(паскал по секунда)

Единица за вискозитет

Единицата за вискозитет с международната система (SI) е $[\eta] = \text{Pa.s}$ (паскал по секунда)

9. Ламинарно и турбулентно движение на флуид. Число на Рейнолдс

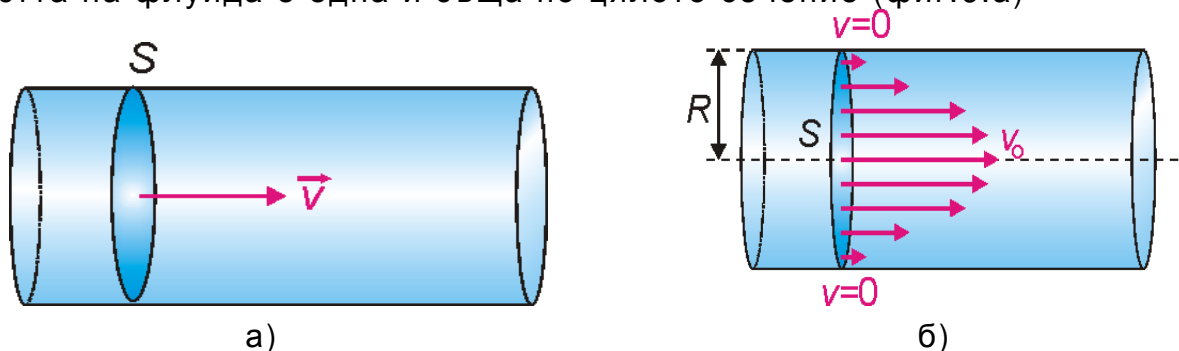
При определено съотношение между скоростта на флуида и размерите на тръбата движението на флуида се извършва в отделни слоеве. Такова движение се нарича **ламинарно**.

9.1. Ламинарно движение

Движение, при което частиците на флуида остават в отделни слоеве, които не се смесват помежду си, се нарича **ламинарно движение**.

Името произлиза от латинската дума **lamina**, която означава «пластинка, плоскост, слой». За да се наблюдава ламинарно движение скоростта на флуида в дадена тръба трябва да е малка.

Когато идеален флуид се движи по тръба с постоянно сечение, скоростта на флуида е една и съща по цялото сечение (фиг.6.а)



Фиг.6

Когато вискозен флуид тече по цилиндрична тръба, частиците на флуида, които са в контакт със стените на тръбата, полепват по нея и са неподвижни. Ако мислено разделим флуида на тънки цилиндрични слоеве, те ще се хлъзгат един спрямо друг, движейки се с различни скорости.

Колкото по-далече е от стените на тръбата е един слой, толкова по-голяма е неговата скорост. Максимална е скоростта на частиците, които се движат в слой по оста на тръбата (фиг.6.б).

Закон за изменение на скоростта по сечението

При ламинарно движение по дълга цилиндрична тръба скоростта на флуида на разстояние r от оста на тръбата се изменя по закона

$$v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

където R е радиусът на тръбата, а v_0 е скоростта на частиците, които се движат по оста на тръбата (максималната скорост, т.е. $v_0 = v_{\max}$).

От фиг.6.б се вижда параболичният профил на скоростта, съответстващ на последното уравнение.

Важна характеристика на течението на флуида е неговата

Средна скорост

Средната скорост \bar{v} е равна на такава постоянна скорост, еднаква за всички частици на флуида, при която за единица време през напречното сечение на тръбата би преминал същият обем флуид, както при реалното движение на флуид, за което отделните слоеве се движат с различни скорости.

Доказва се: когато разпределението на скоростта се описва с уравнението $v = v_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$, средната скорост е

$$\bar{v} = \frac{v_0}{2}.$$

9.2. Турбулентно движение на флуид

Движение, при което частиците на флуида описват сложни, пресичащи се траектории, които непрекъснато се изменят, се нарича **турбулентно движение**.

Името произлиза от латинската дума **turbulentus**, което означава «неспокоен».

9.3. Число на Рейнолдс

За да се наблюдава турбулентно движение, скоростта на флуида трябва да стане по-голяма от дадена стойност, която се нарича **критична скорост**.

Оказва се, че наличието на ламинарно течение с произволно голяма скорост не противоречи на законите на хидродинамиката. На практика обаче са устойчиви само ламинарни течения с малки скорости.

Като критерий за устойчивостта на течението на един флуид се използва безразмерната величина

$$Re = \frac{\rho \bar{v} R}{\eta},$$

която се нарича **число на Рейнолдс** (ирландски физик и инженер).

Числото на Рейнолдс зависи от плътността ρ на флуида, от неговата средна скорост \bar{v} , от радиуса R на тръбата (когато тя е цилиндрична) и от вискозитета η на флуида.

За всяко конкретно движение съществува определена **критична стойност** Re^* **на числото на Рейнолдс**.

Когато $Re < Re^*$, ламинарното движение е устойчиво и се реализира на практика.

Когато $Re > Re^*$, движението става турболентно.

Критичната стойност на числото на Рейнолдс обикновено се определя експериментално. За течение на вода по кръгла цилиндрична тръба $Re^* \approx 2200$.



Осборн Рейнолдс
(23.08.1842-21.02.1912)



Жак Луи Мари Поазьой
(22.04.1799-26.12.1869)



Джордж Стокс
(13.08.1819-01.02.1903)

9.4. Формула на Поазьой

Формулата на Поазьой е в сила при ламинарно течение на флуида. Тя се отнася за **обемния поток** Φ на вискозен флуид, преминаващ през напречното сечение на цилиндрична тръба:

$$\Phi = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L},$$

където R е радиусът на тръбата, L е нейната дължина, η е вискозитетът на флуида, а Δp е разликата в налягането в двата края на тръбата.

Или:

Формула на Поазьой

Обемният поток вискозен флуид, преминаващ през напречното сечение на цилиндрична тръба, е правопрпорционален на разликата в налягането в краищата на тръбата и на четвъртата степен на нейния радиус, и е обратнопрпорционален на дължината на тръбата и на нейния вискозитет

$$\Phi = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L}.$$

С приближение формулата на Поазьой може да се прилага и за някои турбулентни движения на флуид, например за движението на кръвта в кръвоносната система на човека и животните.

9.5. Закон на Стокс

При малки скорости $Re < 1$, вискозитетът на флуида се проявява непосредствено чрез тангенциалните сили на вътрешно триене, които се стремят да забавят тялото. Стокс установява следната зависимост, наречена

Закон на Стокс

Големината на силата на вътрешно триене е правопрпорционална на скоростта на тялото и на вискозитета на флуида и зависи от размерите и формата на тялото.

За сферично тяло с радиус r , което се движи със скорост v във флуид с вискозитет η , силата на вътрешно триене е равна на

$$F_C = 6\pi\eta r v.$$