Спектрален анализ

Основната задача на спек тралния анализ е да даде оценка за амплитудите и фазите на отделните хармоници на изследвания сложен сигнал. Всеки пери одичен сигнал може да бъ де апроксимиран чрез ред на Фурие. Този периодичен сигнал може да бъде предс тавен като сума от постоян на съставка $a_0/2$ и безброй много хармонични съставки с честоти, кратни на ω_0 (честотата на първия хармо ник). Пълната тригономет рична формула се предс тавя с израза:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t \right)$$

където:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T_2}^{T_2} s(t)\, dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos n\omega_0 t dt$$

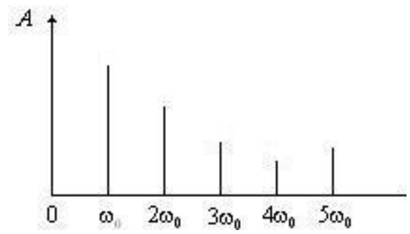
Кратката тригонометрична форма има вида:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{ncos}\left(n\omega_0 t + \varphi_n \right)$$

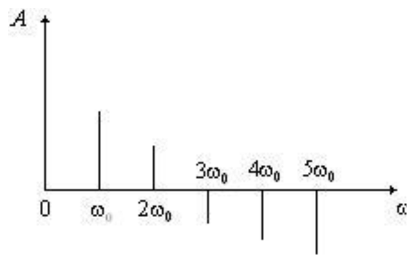
$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\ , \varphi_n = arctg \frac{b_n}{a_n}$$

Всяка хармонична съставка в реда на Фурие се характеризира с амплитуда A_n и фаза φ_n .

Зависимостта на ампли тудите и фазите се нарича спектър на амплитудите и фазите. Амплитудно-честот ната и фазово-честотната спектрална диаграма имат следния вид:



Фазово-честотна диаграма:



Спектралния анализ се свежда до определянето на коефициентите на реда на Фурие, който го описват напълно.

При разлагането на сложни сигнали се използват най-често хармонични функции. Спектрите на периодичните сигнали имат следните свойства:

-Ако s(t) е четна функция, синусоидните съставки $b_n=0$, ако е нечетна, косинусоидните $a_n=0$;

-Ако лицата на фигурите, заключени между абсцисата и стойностите на графиката за положителните и отрицателнит стойност на един период са равни на нула, то постоянната съставка $a_0=0$;

-Транслирането на s(t) по абсциса променя фазата на хармониците, а по ордината – постоянната съставка

Комплексна форма на реда на Фурие:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n| e^{j\varphi_n \omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{C}_n e^{j\omega_0 t}$$

$$\dot{C}_n = C_n \left(\cos\varphi_n + j sin\varphi_n \right) = a_n - b_n$$

В спектралната диаграма от комплексния ред на Фурие участват и честоти с отрицателна стойност, които нямат физически смисъл.

При компютърни изчис ления, когато се налага да се прави спектрален анализ на даден сигнал, се използва БПФ(Бързо Преобразуване на Фурие), което значително намалява броя на изчислителните операции. Един от мето дите за анализ е чрез разделяне по време, когато сигнала се дели рекурсивно на четни и нечетни елементи, докато не останат минимален брой от последните. Често при изследване на даден сигнал за тестов се използва поредица от правоъгълни импулси. Те притежават богат спек трален състав.

Корелационен анализ

Корелацията между два сигнала се използва, когато трябва да бъдат разпознати сигнали в условията на интензивни шумове или когато са слаби.Корелационните функции изразяват връзката между сигналите,в отделни моменти от времето.Два сигнала са абсолютно независими ако тяхното скаларно произведение е 0:

$$E_{12}=(s_1,s_2)=\int_{-\infty}^{+\infty} s_1(t)\,s_2(t)\,dt=0$$

Има два вида корелационни функции – автокорелационна и взаимнокорелационна.
При АКФ на периодичен или непериодичен сигнал се изследва връзката между сигнала и неговото копие, което е изместено във времето. АКФ се определя от изразите:

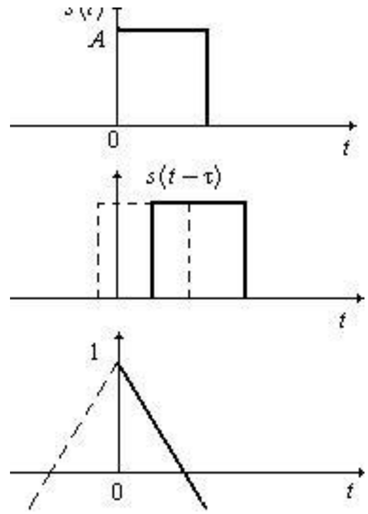
$$\psi(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\,s(t-\tau)\,dt$$

$$\psi(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} s(t)\,s(t-\tau)\,dt$$

Където τ характеризира изместването на копието на сигнала спрямо неговия първообраз. τ=0 е началната стойност на АКФ и е равна на енергията на сигнала на непериодичен или средната мощност на периодичен сигнал. С увеличаването на τ АКФ намалява. Ако копието се измести от оригинала с дължина, по-голяма от сигнала АКФ става нула.Нека разгледаме право ъгълен импулс и неговата нор мирана АКФ с коефициент на корелация :

$$R(\tau)=\frac{\psi(\tau)}{\psi_{\max}(\tau)}$$

Тя има следния графичен вид:



АКФ на правоъгълен сигнал е сигнал с триъгълна форма. Нормирането се използва за да могат да се сравняват АКФ на различни сигнали. Ако връзката между копието и оригинала на сигнала е силна, то $R(\tau)\approx 1$, ако сигналите са не корелирани, то $R(\tau)\approx 0$. АКФ има следните важни свойства: **1)** $\psi(\tau)=\psi(-\tau)$,тоест АКФ е четна функция по отношение на τ **2)** При τ=0 имаме максимална стойност на АКФ($\psi(0)=\psi_{\max}$) **3)** АКФ на един периодичен сигнал е периодична функция по отношение на τ **4)** На даден сигнал отговаря на пълно АКФ. Обратното твърдение не е вярно. **5)** Ако е сигнал е сума от множество съставки, то неговата АКФ е сума от АКФ на тези съставки.

Връзката между енергийния спектър на сигнала $G(\omega)$ и неговата АКФ може да бъде намерена чрез теоремата на **Винер-Хинчин**:

$$\psi(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega)\,e^{j\omega t}\,d\omega$$

$$G(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau)\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau$$

Съществува връзка между АЧ и енергийния спектър:

$$G(j\omega)=|S(j\omega)|^2$$

Ако два сигнала са с различна форма, но имат еднакъв АЧ спектър, то те имат еднакви КФ. Ако ефективната ширина на енергийния спектър и интервалът на корелация са обратнопропорционални. АКФ на дискретните сигнали се дефинира аналогично на АКФ при аналоговите чрез следните действия: **1)** замяна на интегрирането със сумиране **2)**замяна на на непрекъснатата променлива τ с дискретна nT,T-интервал на дискретизация,n-естествено число **3)**замяна на аналоговите сигнали с дискретни.
Взаймнокорелационната функция показва връзка между два сигнала, изместени един спрямо друг във времето с τ. Изразите за ВКФ имат вида:

$$\psi_{12}(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s_1(t)\,s_2(t-\tau)\,dt$$

$$\psi_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)\,s_2(t-\tau)\,dt$$

Аналогично на ДАКФ можем да получим ДВКФ.

Амплитудна модулация

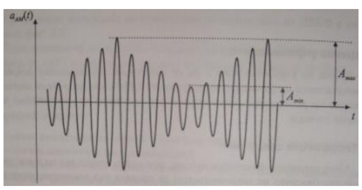
Модулацията е физически про цес, при който спектърът на НЧ сигнал се пренася във висо кочестотната област. Това да ва възможност за пренасянето на сигнала на големи разстоя ния. Така модулирания сигнал придобива информацията, коя то първоначално се е съдържа ла в s(t). Носещият сигнал има обикновено има вида:

$$\alpha(t) = A_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right)$$

Когато се изменя само ампли тудата на сигнала се получава амплитудно-модулиран сиг нал.Той има вида:

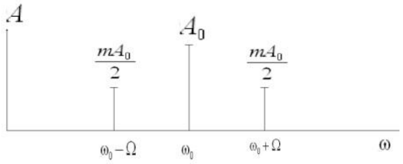
$$\alpha_{AM}(t) = A_0\left[1 + ms(t)\right]\cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right.$$

където m е коефициент на мо дулация. Когато модулиращи ят сигнал е хармонично трепте не се получава еднотонална АМ :



$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}$$

Коефициента се отчита отдел но за положителната и отрица телната полувълна. При малки стойности на m, относителното изменение на обвиващата кри е малко. Ако $m \approx 1$имаме дълбока АМ. След кратки мате матически преобразувания сиг нала може да бъде представен като сума от хармонични треп тения, които съставят спектъра на АМ сигнал, чиято АЧ спект рална диаграма има вида:



Амплитудната модулация притежава недостатъци в енер гийно отношение, тъй като в ре жим на отсъствие на модули ращ сигнал се излъчва мощ ност, което значително нама лява к.п.д. на системата. За на маляване на загубите в АМ се използва т.нар. балансна амп литудна модулация. При нея от спектъра на модулирания сигнал се премахва съставка та с честотата на носещия сиг нал.При този метод не се отде ля енергияв режим на отсъст вие на модулиращ сигнал. По ради техническите усложне ния в приемните устройства(по родени от необходимостта за възстановяването на носещия сигнал) БАМ не е широко раз пространен. Модификация на АМ е т. нар. Еднолентова амплитудна модулация (ЕЛАМ), по известна в запад ната литература като като SSB(Single Side Band). Тя нами ра широко приложение, тъй ка то е по-изгодна в енергийно от ношение.

Ъглова модулация

Модулацията е физически про цес, при който спектърът на НЧ сигнал се пренася във висо кочестотната област. Това да ва възможност за пренасянето на сигнала на големи разстоя ния. ЪМ се характеризира с измене ние на фазовия ъгъл на носе щото трептение в зависимост от управляващият сигнал. Сиг нала има следния вид:

$$\alpha(t) = A_0 \cos\left[\omega_0 t + kS(t)\right]$$

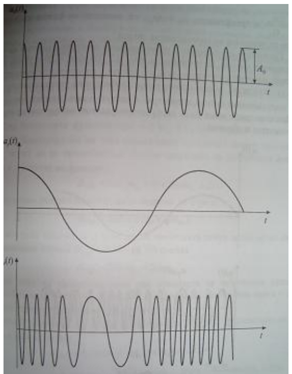
където: $A_0 \cos\psi$ описва но сещото трептение, ω_0 е чест тотата на носещото трептение, к е коф. За изравняване на раз мерностите, а S(t) описва изме ненията на управляващия сиг нал. Ъгловата модулация е по-изгодна от АМ освен в енергий но отношение, а и поради фак та, че е по-устойчива на смуще ния. Тя обаче заема по-широка честотна лента при еднакъв спектър, затова се използва самоза разпръскване в УКВ обхвата. Съществува връз ката между фазата и момент ната честота: $\psi(t) = \int \omega(t)\,dt$

Честотна модулация

Модулацията е физически про цес, при който спектърът на НЧ сигнал се пренася във висо кочестотната област. Това да ва възможност за пренасянето на сигнала на големи разстоя ния. Сигналите са честотно моду лирани, когато честотата на но сещото трептение се изменя взависимост от управляващия сигнал. Ако управляващия сиг нал има вида: $\alpha(t) = A cos\Omega t$ то честотата на модулирания сигнал е:

$$\omega(t) = \Delta\omega_m \cos\Omega t + \omega_0$$

Носещото,управляващото треп тение и модулирания сигнал имат следния графичн вид:


Фиг. 4.1

Фазова модулация
Модулацията е физически про цес, при който спектърът на НЧ сигнал се пренася във висо кочестотната област. Това да ва възможност за пренасянето на сигнала на големи разстоя ния. Сигналите с фазова модула ция се получават, при измене ние на фазата на носещото трептение в зависимост от управляващия сигнал. Носещото трептение се се описва с израза: $\alpha_0(t) = A_0 \cos\omega_0 t = A_0 \cos\psi(t)$, където ω_0 е честотата на но сещото трептение. При фазо ва модулация не се изменя ам плитудата на сигнала, а само фазовия ъгъл. Индекс на фазо ва модулация наричаме изме нението на фазовия ъгъл - $m\varphi = k_2 A$. В този смисъл фазово-модулирано трептение се описва с израза: $\alpha(t) = A_0 \cos\left(\omega_0 t + m_\varphi \cos\Omega t\right)$. Индексът на фазова модула ция не зависи от честотата на управляващия сигнал. Носещо то трептение и фазово-модули рания сигнал имат следния гра фичен вид:

От графиката забелязваме, че при положителни стойности на управляващото трептение, мо дулираният сигнал изпреварва носещия, а при отрицателни – изостава. Фазовата модулация се съпровожда с честотна и об ратно.

Импулсна модулация Импулс ната модулация намира широ ко приложение в редица облас ти на обработката и пренасяне то на сигнали. Носещото треп тение при този вид модулация обикновено е периодична поре дица от импулси. Има различ ни видове ИМ – амплитудно-импусна, фазово-импулсна, честотно-импулсна и широчин ноимпулсна модулация. Вида на модулацията се определя от това, кой от параметрите на импулсната поредица се изменя в зависимост от управ ляващия сигнал. В ре зултат от модулацията получе ния сигнал съдържа информа цията, носена от управлява щия сигнал. Периодът на полу чената поредица от импулси трябва да отговаря на усло вието от теоремата на Най куист: $T \leq \frac{1}{2F_m}$, F_m е най-високата честота в спектъра на управляващия сигнал. Ако изискването е спазено, при де модулация управляващия сиг нал ще се възстанови точно.

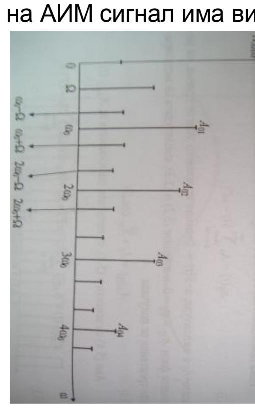
Амплитудно-импулсна модулация (АИМ)
При АИМ се изменя амплитуда та на импулсите взависимост от управляващия сигнал, който в нашия случай има вида: $\alpha_M(t) = A_M \cos\Omega t$. Пос ледователността от импулсите на носещото трептение можем да изразим като:

$$\alpha_0(t) = A_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(t-kT)$$

Където A_0 – амплитуда, S(t)- функция на времето. Ако прие мем началните фази за нула, получаваме: $A = A_0 + A_M \cos\Omega t$. В крайна сметка се получава:

$$\alpha(t) = A_0(1 + m\cos\Omega t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(t-kT)$$

,където $m = \frac{A_M}{A_0}$ е индексът на модулация, като трябва да се спазва условието m<1 за да няма нелинейни изкривявания. Амплитудно-честотната спек трална характеристика на периодичната поредица от правоъгълни импулси съдържа безброй много съставки. Спек търът на АИМ сигнал има ня колко групи компоненти: **1)**спек тралните съставки на носещия сигнал $n\omega_0$,**2)**Странични със таквки с честоти, симетрично разположени около $n\omega_0$,**3)** постоянна съставка;**4)** състав ка с честотата на управляващо то трептение Ω. Приемаме, че разглеждаме случай, при който управляващият сигнал е хармонияно трептение. Висшите хармоници могат да се пренебрегнат, тъй като амплитудите на спектралните съставки бързо намаляват с на растването на техния пореден номер. Благодарение на това, техническите съоръжения мо гат да се опростят. Спектърът на АИМ сигнал има вида:



Детектирането на АИМ сигнала се извършва с помощта на интегрираща верига. Върху резистора R_2 се създава пад на напрежение от постоянната съставка и тази, с честотата на управляващия сигнал. Постоянната съставка може да се премахне с помощта на разделителен кондензатор.

Широчинно-импулсна модулация(ШИМ)

При ШИМ модулацията импулсите на носещия сигнал изменят широчината си в зависимост от управляващия сигнал, като тяхната амплитуда остава постоянна. Графиката на функцията на ШИМ има вида:

Както се вижда от графиката по време на положителната полувълна на управляващия сигнал, широчината на импулсите се увеличава, а по време на отрицателните – намалява. ШИМ има две разновидности– едностранна и двустранна. При едностранната ШИМ (ЕШИМ) единият от фронтовете на импулсите се измества под влияние на управляващия сигнал, а другия не променя положението си. Едностранното изменение на широчината се отразява на положението на импулсите, което се определя от тяхната средна точка върху абсцисната ос, откъдето следва, че се изменя фазата на импулсите взависимост от управляващия сигнал. Двустранна ШИМ(ДШИМ).В този случай двата фронта се изместват симетрично в зависимост от управляващия сигнал. Нека продължителността на импулса τ е функция на времето t посредством управляващия сигнал:

$$\tau(t)=\tau\left[S_y(t)\right]$$

$$\tau(t)=\tau_0+\triangledown\tau Sy(t)$$

$$Sy(t)=\sin\Omega t$$

$$=>\tau(t)=\tau_0+\triangledown\tau\sin\Omega t$$

Отношението $m_\tau=\frac{\triangledown\tau}{\tau_0}$ има смисъл на индекс на ШИМ и показва отклонението от средната продължителност на импулсите. Той се изменя пропорционално на амплитудата на управляващия сигнал и $0<m_\tau<1$. За описание на ШИМ, когато управляващия сигнал е хармонично трептение се разглежда уравнение на немодулирана импулсна поредица :

$$\alpha_0(t)=U_0\chi+U_0\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{2}{k\pi}\right)\sin\left(k\chi\pi\right)cosk\omega t$$

$\chi=\frac{\tau}{T}$ - коефициент на запълване на импулсите. Когато управляващия сигнал е хармонично трептение, спектърът на ШИМ съдържа постоянна съставка, съставка с честота на управляващия сигнал и съставки с честоти $n\omega_0$.

Ширината на честотната лента при пренасянето на сигналите с ШИМ обикновено се приема след като се вземе под внимание продължителността на импулсите t_u и е равна на:

$$B\approx\frac{2\pi}{t_u}$$

Детектирането на ШИМ сигнали се извършва с помощта на интегрираща верига. Върху резистора R_2 се създава пад на напрежение от постоянната съставка и тази, с честотата на управляващия сигнал. Постоянната съставка може да се премахне с помощта на разделителен кондензатор.

Честотно-импулсна модулация (ЧИМ)

При ЧИМ се изменя честотата на повторение на импулсите в зависимост от управляващия сигнал. С нарастване на амплитудата на управляващия сигнал честотата на носещия сигнал нараства, а с намаляване – намалява. Съставът на спектъра на ЧИМ сигнала е аналогичен на спектъра на ШИМ сигналите и може да се изследва с помощта на беселови функции. Както е известно от спектралната характеристика на ЧМ сигнал, амплитудата на страничните съставки зависи от честотата на управляващия сигнал. От това можем да съдим, че се създават затруднения при демодулирането на ЧИМ сигнала. За да се избегне този проблем, трябва да се извърши преобразуване на този вид модулация в АИМ или ШИМ, които да бъдат демодулирани в последствие.

Фазово-импулсна модулация(ФИМ) При ФИМ в зависимост от управляващия сигнал се изменя фазата на импулсната поредица. С нарастването на амплитудата на управляващия сигнал фазата на носещия нараства, а с намаляване – намалява. В случая променящият се параметър е фазата, т.е разположението на импулса във времевия интервал.

ФИМ е по-устойчива на шумови въздействия от АИМ и ШИМ, тъй като амплитудата и продължителността на импулса са постоянно. Спектърът на ФИМ е аналогичен на спектъра на ЧИМ. ФИМ съдържа същите съставки както ЧИМ.

Цифрови филтри

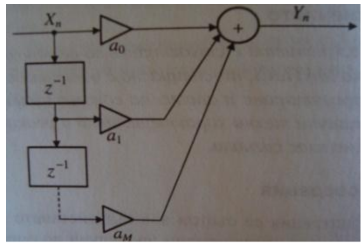
Цифровите филтри се използват за филтрирацията на дискретни сигнали. Ако сигнала е аналогов и трябва да бъде филтриран с ЦФ, то първо този сигнал трябва да премине през аналогово-цифрово преобразуване(АЦП). Цифровите филтри имат предимства пред аналоговите,а именно: -по-висока точност;-по-добри характеристики;-малки размери;-висока надеждност при апаратно изпълнение; Основните недостатъци на ЦФ са техните шумове, вследствие от дискретизацията на аналоговия сигнал, както и проблеми, свързани с работата им в реално време при много високи честоти. За структурата и свойствата на един ЦФ може да се съди от неговата предавателна функция. Има два вида цифрови филтри – рекурсивни и нерекурсивни.

Нерекурсивни цифрови филтри(НЦФ)

Ако изходният сигнал Y_n зависи от настоящия и минали моменти на входния сигнал X_n, то дадения ЦФ е нерекурсивен. Друг критерий за това дали филтърът е нерекурсивен е неговата импулсна характеристика – тя трябва да е сходяща редица. ХЦФ се описва със следното диференчно уравнение:

$$Y_n = a_0 X_n + a_1 X_{n-1} + \dots$$
$$+ a_M X_{n-M} = \sum_{m=0}^{M} a_m X_{n-m}$$

където $a_0, a_1 \dots a_M$ са коефициенти. Редът на ЦФ се определя от броя М. ЦФ има следната структурна схема:



Предавателната функция на дадения НЦФ може да се получи чрез прилагане на z-преобразуване спрямо лявата и дясната част на диференчното уравнение

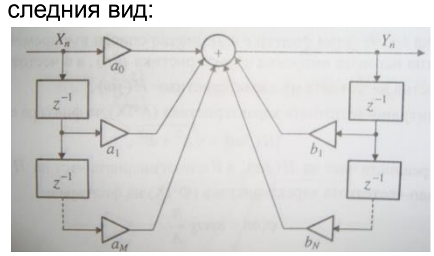
$$Y(z) = a_0 X(z) + a_1 X(z) z^{-1} + \dots$$
$$+ a_M X(z) z^{-M} => H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} =$$
$$\sum_{m=0}^{M} a_m z^{-m}$$

Ако положим $z = e^{j\omega T}$ ще получим комплексния честотен коефициент на предаване. Честотната характеристика на ЦФ има периодичен характер. Ако е известна импулсната характеристика на ЦФ h(t), то филтъра е еднозначно описан във времевата област. За да бъде еднозначно описан в честотна област, трябва да е известна неговата честотна характеристика $H(j\omega)$. АЧХ на ЦФ представлява модула на $H(j\omega)$: $|H(j\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2}$, където A и B са съответно реалната и имагинерната част на $H(j\omega)$. ФЧХ на ЦФ представлява аргумента на : $H(j\omega)$ $\varphi(\omega) = arctg \frac{B}{A}$ ИХ на ЦФ:

$$h(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{jn\omega} d\omega$$

Предимства на НЦФ спрямо РЦФ: -проста структура;-винаги са физически реализуеми;-винаги са устойчиви;линейна ФЧХ. Недостатък на НЦФ в сравнение с РЦФ е че е необходим по-висок ред при еднакво входно задание, което води до необходимостта от използване на повече ресурс. Също така изходния сигнал на НЦФ е по-неточен, тъй като се определя само от стойностите на входния сигнал.

Рекурсивни цифрови филтри(РЦФ) Изходния сигнал на РЦФ зависи от настоящия и минали моменти както на входния, така и на изходния сигнал. РЦФ са познати също като филтри с обратна връзка. Тяхната структурна схема има следния вид:



Диференчното уравнение на РЦФ има вида:

$$Y_n = \sum_{m=0}^{M} a_M X_{n-m} + \sum_{m=1}^{N} b_m Y_{n-m}$$

Комплексния честотен коефициент на предаване се получава чрез полагане $z = e^{j\omega T}$

$$H(j\omega) = \frac{\sum_{m=0}^{M} a_m^{-jm\omega T}}{1 - \sum_{m=1}^{N} b_m^{-jm\omega T}}$$

АЧХ на РЦФ:

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}}$$

,където А и С са реалните, а B и D имагинерните части на

$H\left(j\omega\right)$. ИХ на РЦФ е безкрайна редица. За да е физически реализуем РЦФ трябва полюсите на предава телната функция да са вътре в единичната окръжност, тоест $|z| = r<1$ на z-равнината. РЦФ имат следните предимс тва спрямо НЦФ: -по-стръмна характеристика при един и съ щи ред, откъдето следва, че се извършват по-малко математи чески операции;-по-голямо бързодействие при използва не на канонична структурна форма;-по-голяма точност на изходния сигнал.
Основния недостатък на РЦФ е, че не се гарантира линейна ФЧХ. РЦФ от по-висок ред може да се окаже нестабилен.

Теорема на Винер-Хинчин дава връзка между енергийния спектър и корелационната форма на сигнала.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau).e^{-jw\tau}.d\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} S(t).S(t-\tau).e^{-jw\tau}.d\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} S(t).S(t-\tau).e^{-jw\tau} dtd\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} S(t).S(t-\tau).e^{jwt}.e^{-jwt}.e^{-jw\tau} dtd\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} S(t).e^{-jwt}dt.S(t-\tau).e^{jw(t-\tau)}d\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{0}^{\infty} S(t).S(t-\tau).e^{jw(t-\tau)}.e^{-jwt}dtd\tau =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S(w).S(t-\tau).e^{jw(t-\tau)}d\tau =$$

полагаме $t - \tau$ = v и

dv = - $d\tau$

$$= S(w)\int_{\infty}^{-\infty} S(v).e^{jwv}.dv =$$

$$= S(w).S^*(w) = S^2(w) = G(w)$$

(1) $G(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau).e^{-jw\tau}.d\tau$

(прав интеграл на Фурие)

Ако съществува правото , съществува и обратното преобразуване на Фурие

=> (2) $\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(w).e^{jw\tau}dw$

(1) и (2) дават връзката м/у G(w) и φ(т) и са известни като Теоремата на Винер-Хинчин

Ако знаем φ(т) чрез Теоремата можем да пресметнем G(w) . За сигнали, за които знаем спектралната ф-я , можем да пресметнем G(w) по 2 начина . Теоремата важи за всички сигнали.

Ако сигнала е случаен , не можем да напишем неговата спектрална функция s(w) . Той ще се наслагва към информ. Сигнал и ще им пречи . За него можем да изберем само G(w) чрез теоремата на Винер – Хинчин.