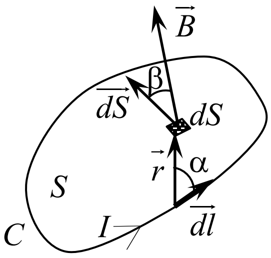
Самоиндукция и взаимна индукция. Енергия на магнитното поле. Ток на отместване. Електромагнитно поле – уравнения на Максуел

Самоиндукция и взаимна индукция

Видяхме, че при всяка промяна на магнитния поток през дадена площ се индуцира ЕДН и ако там се намира затворен контур, по него ще протече ток. Нека да разгледаме един затворен контур ***C***, по който тече ток ***I*** (фиг. 1). В пространството около контура се създава магнитно поле (3 въпрос). Ако променим големината на тока, ще се промени и магнитната индукция на полето около проводника, а оттам и магнитният поток през площта ***S*** на контура. В такъв случай (9 въпрос) в контура трябва да се индуцира ЕДН ε_i, което ще доведе до протичане на допълнителен ток в проводника, посоката на който е съобразена с правилото на Ленц (9 въпрос). Това явление, при което в затворен контур се индуцира ЕДН вследствие на промяната на тока в самия контур, се нарича самоиндукция. Нека да определим от какво зависи това ЕДН.



фиг. 1

Първо ще изразим магнитния поток през площта ***S*** като функция на протичащия ток ***I*** в най-простия случай, когато имаме равнинен контур. В този случай магнитните индукции $\overrightarrow{dB}$ на всички елементи $\overrightarrow{dl}$ от контура са еднопосочни (можем просто да сумираме големините им) и общата индукция $\vec{B}$ е перпендикулярна на площта на контура ($\vec{B} \uparrow\uparrow \overrightarrow{dS}, \cos\beta = 1$ за всеки елемент $\overrightarrow{dS}$ от площта). От закона на Био – Савар – Лаплас (3 въпрос) можем да запишем:

$$B = \oint_C dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} I \oint_C \frac{\sin\alpha}{r^2} dl ,$$

тъй като токът ***I*** е еднакъв през всички елементи $\overrightarrow{dl}$ от контура ***C***, можем да го изнесем пред интеграла. През площта ***S*** на контура преминава магнитен поток:

$$(1) \quad \Phi_B = \int_S \vec{B}.\overrightarrow{dS} = \int_S B\cos\beta dS = \int_S BdS = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} I \int_S \left(\oint_C \frac{\sin\alpha}{r^2} dl \right) dS = \left[\frac{\mu_0\mu}{4\pi} \int_S \left(\oint_C \frac{\sin\alpha}{r^2} dl \right) dS \right] I ,$$

$$\Phi_B = LI$$

където с ***L*** сме означили величината:

$$(2) \quad L = \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \int_S \left(\oint_C \frac{\sin\alpha}{r^2} dl \right) dS ,$$

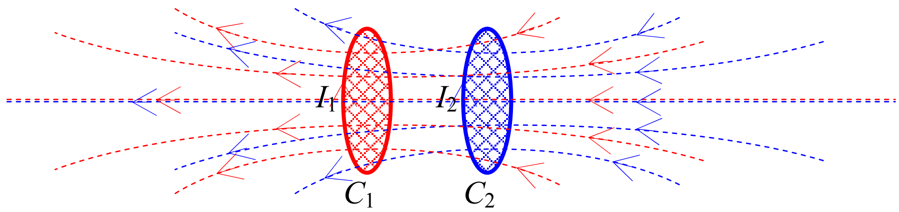
която се нарича индуктивност на контура. Както се вижда от (2), индуктивността ***L*** на даден контур зависи само от размерите и формата на контура (разстоянието от елемента от контура $\overrightarrow{dl}$ до елемента от площта $\overrightarrow{dS}$ – ***r*** и ъгълът между векторите $\overrightarrow{dl}$ и $\vec{r}$ – α) и магнитната проницаемост μ на средата. Ако контурът не изменя геометричните си характеристики, индуктивността му е константа и е една от основните му характеристики (също както напр. електричното съпротивление или електричният капацитет). Тогава от закона на Фарадей (9 въпрос) и (1) за индуцираното в контура ЕДН получаваме (ако контурът не се деформира, ***L*=const**):

$$(3) \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt} ,$$

т.е. индуцираното ЕДН зависи само от скоростта на промяна на тока в контура. От (3) можем да определим и мерната единица за индуктивност – [V.s/A], която е наречена хенри [H] на името на американския физик Дж. Хенри.

От зависимостта (3) могат да се направят няколко извода. Ако индуктивността ***L*** на контура е голяма (напр. намотка), дори и малки промени на тока могат да предизвикат индуциране на големи ЕДН, съответно протичане на големи индуцирани токове през контура. Ако индуктивността на контура е малка, големи ЕДН могат да възникнат при бърза промяна на големината на тока – напр. при включване или изключване на електрическа верига – индуцираните токове, които протичат в този случай, се наричат съответно екстраток на включване и изключване. Те могат да бъдат причина за повредата на електроуреди, особено екстратокът на изключване, който, по правилото на Ленц, е в същата посока, както токът във веригата и следователно общият ток, който протича, може да бъде много по-голям от допустимия за съответния уред (напр. електрическа крушка). Затова, вместо обикновени ключ-прекъсвачи, понякога се използват потенциометрични ключове – така напрежението и токът във веригата се увеличават и намаляват плавно и се намаляват екстратоковете на включване и изключване.

Ще разгледаме по-подробно още един случай, в който възниква индуцирано ЕДН – това е последният експеримент на Фарадей с двете намотки (фиг. 3, 7 въпрос), като пак ще разгледаме опростен вариант, с два контура $\boldsymbol{C_1}$ и $\boldsymbol{C_2}$ вместо намотки, разположени близо един до друг (фиг. 2). Нека по контура $\boldsymbol{C_1}$ тече ток $\boldsymbol{I_1}$. Около проводника се създава магнитно поле и неговите силови линии ще пронизват площта на контура $\boldsymbol{C_2}$. Ако променим големината на тока $\boldsymbol{I_1}$, магнитният поток $\boldsymbol{\Phi_{12}}$ през площта на $\boldsymbol{C_2}$ също ще се промени – в контура $\boldsymbol{C_2}$ ще възникне индуцирано ЕДН, пропорционално на промяната на потока $\boldsymbol{\Phi_{12}}$, и ще протече ток. Точно това е наблюдавал Фарадей в последната серия експерименти. ЕДН $\boldsymbol{\varepsilon_{i2}}$, което се индуцира в контура $\boldsymbol{C_2}$ при промяна на тока $\boldsymbol{I_1}$ в контура $\boldsymbol{C_1}$, можем да определим аналогично на самоиндуцираното ЕДН (3):



фиг. 2

(4) $\varepsilon_{i2} = -\dfrac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\dfrac{dI_1}{dt}$.

Явлението, при което в единия от два токови контура, разположени на близко разстояние един от друг, възниква ЕДН вследствие изменението на големината на тока в другия контур наричаме взаимна индукция. Коефициентът $\boldsymbol{M_{12}}$ се нарича индуктивност на контура $\boldsymbol{C_2}$ спрямо контура $\boldsymbol{C_1}$ и зависи от формата и размерите на двата контура, взаимното им разположение и магнитната проницаемост $\boldsymbol{\mu}$ на средата. Ако по контура $\boldsymbol{C_2}$ тече ток $\boldsymbol{I_2}$, промяната на този ток ще предизвика промяна на магнитния поток $\boldsymbol{\Phi_{21}}$ през контура $\boldsymbol{C_1}$ и също както в горния случай ще се индуцира ЕДН $\boldsymbol{\varepsilon_{i1}}$ в контура $\boldsymbol{C_1}$:

(5) $\varepsilon_{i1} = -\dfrac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\dfrac{dI_2}{dt}$.

Може да се покаже, че ако средата не е феромагнитна, коефициентите $\boldsymbol{M_{21}}$ и $\boldsymbol{M_{12}}$ в (4) и (5) са равни $\boldsymbol{M_{21}=M_{12}=M}$. Коефициентът $\boldsymbol{M}$ се нарича взаимна индуктивност на двата контура и зависи само от геометричните им характеристики и взаимното им разположение, както и от магнитната проницаемост на средата. От (5) се вижда, че мерната ѝ единица е същата както за $\boldsymbol{L}$ – хенри [H].

Явлението взаимна индукция също намира голямо приложение в техниката. На този принцип работят много машини и апарати, напр. трансформаторите.

Енергия на магнитното поле

Около всеки проводник, по който протича електричен ток, се създава магнитно поле. Опитът показва, че това поле се появява и изчезва едновременно с включването и изключването на източника на ЕДН, който осигурява протичането на електричен ток във веригата. Следователно част от работата, която извършват страничните сили в източника на ЕДН, трябва да се превръща в енергия на магнитното поле (друга част се превръща в топлина, закон на Джаул – Ленц, 29 въпрос, Физика 1). Тази енергия трябва да е равна на работата, която може да извърши магнитното поле напр. за преместване на проводника от силата на Ампер ($dA = Id\Phi$, 4 въпрос). Ако разгледаме един токов контур с индуктивност $\boldsymbol{L}$ и вземем предвид (1), ще получим:

(6) $dA = Id\Phi = ILdI$.

Магнитното поле се създава за времето, за което токът $\boldsymbol{I}$ нараства от $\mathbf{0}$ до максималната си стойност $\boldsymbol{I}$. Затова, за да получим цялата извършена работа за създаване на магнитното поле около контура, която се е превърнала в енергия на магнитното поле $\boldsymbol{W}$, трябва да интегрираме (6) в граници от $\mathbf{0}$ до максималния ток $\boldsymbol{I}$:

$$W = A = \int_0^t dA = L\int_0^I IdI = \frac{1}{2}LI^2\Big|_0^I = \frac{1}{2}LI^2 .$$

Ток на отместване. Електромагнитно поле – уравнения на Максуел

Установихме (9 въпрос), че променливото магнитно поле поражда електрично поле. Максуел предполага, че променливото електрично поле също така може да породи магнитно поле. Тъй като магнитното поле се създава от токове, променливото електрично поле трябва да е свързано с промяна на зарядите в някаква област от пространството, а тази промяна на заряда е еквивалентна на протичане на някакъв ток. Този ток, породен от промяната на електричното поле, Максуел нарича ток на отместване $\boldsymbol{I_d}$, за разлика от тока на проводимост $\boldsymbol{I_c}$, който разглеждахме досега. Ток на отместване се създава винаги, когато имаме промяна на електричния заряд в дадена област – например при зареждане на кондензатор. Зарядът върху плочите му се изменя непрекъснато при зареждането, което е еквивалентно на протичане на ток:

$$I_d = \frac{dq}{dt}.$$

Във всички случаи, когато в дадена област се променя електричния заряд, това е свързано с промяна на интензитета $\vec{E}$ на електричното поле, а оттам и с потока на интензитета $\boldsymbol{\Phi_E}$ през дадена повърхност, през която протича тока. На базата на такива разсъждения можем да получим по обща формула за тока на отместване, която не е свързана с конкретен случай:

$$(7)\ I_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

и има подобен вид на закона на Фарадей за електромагнитната индукция (9 въпрос) т.е. промяната на потока на интензитета на електричното поле поражда ток на отместване, който създава магнитно поле (също както промяната на потока на магнитната индукция поражда индуцирано ЕДН, което създава електрично поле). Ток на отместване $\boldsymbol{I_d}$ (7) се поражда винаги, когато има промяна на електричното поле, но той е много по-малък от тока на проводимост $\boldsymbol{I_c}$ (породен от насоченото движение на електрични заряди), затова неговото действие може да се прояви там където отсъства ток на проводимост (напр. между плочите на кондензатор).

Въвеждането на тока на отместване от една страна възстановява симетрията между електричното и магнитното поле (електрично поле може да се породи от заряди или от промяна на магнитното поле, а магнитно – от токове или промяна на електричното поле), а от друга – дава възможност да се дефинира един нов обект – електромагнитно поле, който показва неразривната връзка между електричното и магнитното поле. Променливото магнитно поле поражда променливо електрично поле, то, от своя страна, поражда променливо магнитно поле и т.н. – следователно в пространството се поражда електромагнитно поле, което се характеризира с интензитета $\vec{E}$ на електричното поле и индукцията $\vec{B}$ (или интензитета $\vec{H}$) на магнитното поле, които, както показахме в 9 въпрос, са взаимно перпендикулярни. При този процес се извършва напрекъснато преобразуване на енергията не електричното поле в енергия на магнитното поле и обратно. Електромагнитното поле може да се опише с четири основни уравнения, наречени уравнения на Максуел, които по същество представляват обобщение на теоремите за циркулацията на електричното и магнитното поле и законите на Гаус за електричното и магнитното поле.

Ще получим уравненията на Максуел в интегрална форма за вакуум. В 9 въпрос показахме, че циркулацията на вихровото електрично поле по затворен контур $\boldsymbol{L}$ е:

$$\oint_L \vec{E_i}.\vec{dl} = \varepsilon_i = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

(взели сме частна производна по времето, защото потокът $\boldsymbol{\Phi_B}$ в общия случай може да зависи и от координатите), а от 25 въпрос, Физика 1 знаем, че циркулацията на електростатичното поле по затворен контур е **0**:

$$\oint_L \vec{E_s}.\vec{dl} = 0$$

(означили сме интензитета на електростатичното поле с $\vec{E_s}$). Ако в дадена област от пространството имаме и постоянни електрични полета ($\vec{E_s}$) и променливи ($\vec{E_i}$), резултантното поле ще се характеризира с интензитет $\vec{E}$, който съгласно принципа на суперпозицията (4 и 23 въпроси, Физика 1) ще бъде $\vec{E} = \vec{E_s} + \vec{E_i}$, а циркулацията му по произволен затворен контур:

$$\oint_L \vec{E}.\vec{dl} = \oint_L \left(\vec{E_s} + \vec{E_i}\right).\vec{dl} = \oint_L \vec{E_s}.\vec{dl} + \oint_L \vec{E_i}.\vec{dl} = 0 - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

$$(8)\ \oint_L \vec{E}.\vec{dl} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}.$$

Полученото уравнение (8) е първото уравнение на Максуел.

Като използваме (7) можем да обобщим теоремата на Ампер за циркулацията на магнитното поле (5 въпрос), която дефинирахме за тока на проводимост $\boldsymbol{I_c}$:

$$\oint_L \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i = \mu_0 I_c .$$

В общия случай трябва да отчетем и тока на отместване $\boldsymbol{I_d}$ (7) и тогава пълният ток през дадения затворен контур ще бъде $\boldsymbol{I_t = I_c + I_d}$, а теоремата на Ампер ще придобие вида:

$$\oint_L \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_t = \mu_0 I_c + \mu_0 I_d$$

(9) $$\oint_L \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_c + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} .$$

Обобщената теорема за циркулацията на магнитното поле (9) е второто уравнение на Максуел.

Третото и четвъртото уравнение на Максуел са законите на Гаус за потока на интензитета на електричното поле (23 въпрос, Физика 1) и потока на магнитната индукция (5 въпрос) през затворена повърхност ***S***, които и за нестационарния случай (когато имаме променливи електрични и магнитни полета) имат същия вид:

(10) $$\oint_S \vec{E}.\vec{dS} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

(11) $$\oint_S \vec{B}.\vec{dS} = 0 .$$

Четирите основни уравнения на Максуел (8), (9), (10) и (11), заедно с някои помощни уравнения (напр. законът на Ом $\vec{j} = \sigma \vec{E}$) са напълно достатъчни за описание на електромагнитното поле и имат същото значение в електродинамиката, каквото имат трите принципа на Нютон в механиката.