

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон. Работа при адиабатни процеси

Адиабатни процеси. Уравнение на Поасон

Ще разгледаме още един вид процеси с голямо приложение в техниката – адиабатните процеси. Тези процеси протичат при отсъствие на топлообмен между термодинамичната система и околната среда, т.е. $dQ=0$. Адиабатните процеси също са изопроцеси – при тях не се променя една величина, с която ще се запознаем по-късно – ентропията на системата. Ако запишем първият принцип на термодинамиката за адиабатен процес:

$$(1) dQ = dU + dA = 0,$$

виждаме, че при адиабатните процеси всяко изменение на вътрешната енергия е свързано с извършване на работа от разглежданата система. Ако системата, в която протича процесът, извършва работа, вътрешната ѝ енергия намалява. Когато върху системата се извършва работа, вътрешната ѝ енергия се увеличава. За да бъде един процес адиабатен, той трябва да протича толкова бързо, че да не може да се осъществи топлообмен с околната среда. Строго адиабатни процеси в природата няма. Примери за адиабатни процеси са разширяването и свиването на горещите газове в цилиндрите на двигателите с вътрешно горене, разпространението на звуковите вълни във въздуха и др.

За адиабатните процеси, също както за другите изопроцеси, може да се получи проста зависимост между основните термодинамични параметри, подобна на законите на Бойл – Мариот, Гей-Люсак и Шарл. Нека да разгледаме адиабатен процес от състояние **1** с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние **2** с параметри P_2, V_2, T_2 . Ако заместим в (1) изразите за работата и вътрешната енергия, изведени в 18 въпрос, ще получим:

$$(2) \frac{m}{\mu} C_V dT + PdV = 0.$$

Промяната на вътрешната енергия на **1 mol** газ е $dU = C_V dT$, а за произволно количество трябва да умножим по броя на молекулите m/μ . Можем да изразим налягането P от закона на Клапейрон – Менделеев и да го заместим в (2):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow P = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

$$\frac{m}{\mu} C_V dT + \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = 0$$

$$C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R}{C_V} \frac{dV}{V}$$

Ако интегрираме последното равенство от състояние **1** до състояние **2** ще получим връзка между обема V и температурата T :

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = -\frac{R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\frac{C_P - C_V}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \left(1 - \frac{C_P}{C_V}\right) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad \left(\gamma = \frac{C_P}{C_V}\right)$$

$$\ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = (1 - \gamma) \ln V \Big|_{V_1}^{V_2}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = (1 - \gamma) \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

Отношението на специфичните топлинни капацитети на газа при постоянно налягане C_P и при постоянен обем C_V ($\gamma = C_P/C_V$) се нарича константа на Поасон. Последното равенство е записано за две произволно избрани състояния на системата при адиабатния процес. Следователно произведението $TV^{\gamma-1}$ остава постоянно през целия процес т.е.:

$$(3) TV^{\gamma-1} = \text{const}.$$

Това е търсената връзка между основните параметри на газа т.е. един от записите на уравнението на адиабатния процес. Тъй като повечето процеси се изобразяват в $P-V$ диаграма, по-удобно е да записваме уравнението чрез връзка между налягането P и обема V . Такава връзка можем да намерим лесно, ако изразим температурата от закона на Клапейрон – Менделеев и я заместим в (3):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{\mu}{mR} PV$$

$$TV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PVV^{\gamma-1} = \frac{\mu}{mR} PV^{\gamma} = \text{const}$$

(4) $PV^{\gamma} = \text{const}$.

Получената зависимост (4) между налягането и обема на газа при адиабатен процес се нарича уравнение на Поасон за адиабатните процеси. Трябва да се има предвид, че константите в (3) и (4) са различни!

Графиката на адиабатния процес, представена на $P-V$ диаграма е подобна на изотермата, но е по-стръмна от нея (фиг. 1). Нека една термодинамична система преминава от състояние 1 с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние 2' с параметри $P_2', V_2=nV_1, T_1$ чрез изотермен процес. Ако системата претърпи адиабатен процес от същото начално състояние 1 до състояние 2 със същия краен обем $V_2=nV_1$, както при изотермния процес, нейните крайни температура T_2 и налягане P_2 ще бъдат различни. Тъй като двете криви започват от една и съща точка на диаграмата (имат еднакви начални параметри), можем да преценим коя е по-стръмна като сравним крайните налягания P_2 и P_2' . От уравненията на двата процеса (закона на Бойл – Мариот, 16 въпрос и (4)) получаваме:

$$PV = \text{const}$$

$$P_1V_1 = P_2'V_2 = P_2'nV_1,$$

$$P_2' = \frac{P_1}{n}$$

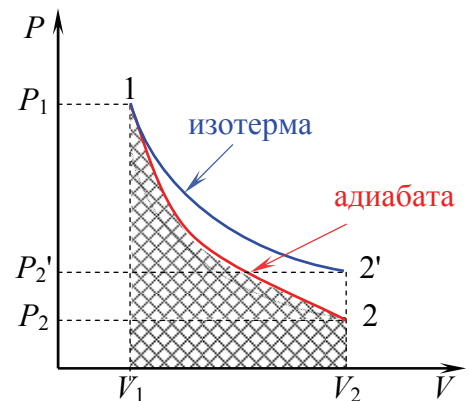
за изотермния процес и:

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} = P_2n^{\gamma}V_1^{\gamma}$$

$$P_2 = \frac{P_1}{n^{\gamma}}$$

за адиабатния процес. Тъй като $n > 1$ и $\gamma > 1$, $P_2 < P_2'$. Следователно адиабатата е по стръмна от изотермата.



фиг. 1

Работа при адиабатни процеси

От графиката на фиг. 1 може да се направи и извода, че при адиабатно разширение ($V_2 > V_1$) температурата на газа намалява. Това не е неочакван резултат, тъй като газът при разширяване върши положителна работа и от (1) следва, че вътрешната му енергия (а оттам и температурата) намалява. Още в началото казахме, че при адиабатните процеси винаги се извършва работа за сметка на вътрешната енергия на системата. Тази работа, както и при другите изопроцеси, е равна на заштрихованата площ под графиката (адиабатата) на $P-V$ диаграмата (фиг. 1). Можем да определим работата, която извършва термодинамичната система при адиабатното разширение от състояние 1 с параметри P_1, V_1, T_1 до състояние 2 с параметри P_2, V_2, T_2 , представено на фиг. 1, като използваме (1) и израза за промяната на вътрешната енергия чрез моларния топлинен капацитет при постоянен обем C_V :

$$dA = -dU = -\frac{m}{\mu} C_V dT$$

$$A = \int_1^2 dA = -\int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_V dT = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{m}{\mu} C_V T \Big|_{T_1}^{T_2} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1).$$

Виждаме, че за да бъде извършената работа A положителна, трябва $T_2 < T_1$.