

## 6.0 ГЕОМЕТРИЧЕН И КИНЕМАТИЧЕН АНАЛИЗ НА ЛОСТОВИ МЕХАНИЗМИ

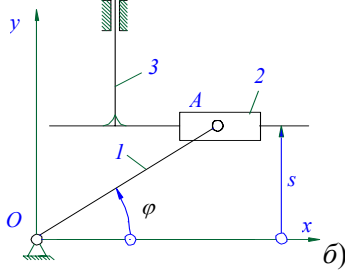
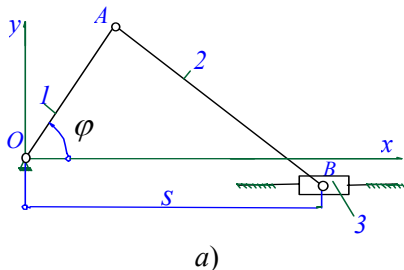
**Геометричният анализ** на механизмите обхваща задачите за изследване на движението на звената чрез функции на структурата и геометрията. Проблемите, засягащи движението като функция само на пространството, са чисто геометрични [1], [2]. Определянето на позициите на звената (чрез линейни и ъглови координати), спрямо равнината на стойката, при зададени положения на началните звена може да се извърши независимо от начина, по който те се изменят във времето. При механизмите с една степен на свобода положенията на звената са функции с аргумент позицията на началното звено. Освен функции за положенията на звената, в геометричния анализ се използват и производни на преместванията спрямо обобщената координата на началното звено. Тези функции са определени геометрично, което означава, че не зависят от времето, а само от положенията на звената и структурата.

Чрез геометричния анализ се решават разнообразни видове задачи по-важните, от които са: 1. Определяне на положенията на изпълнителните звена с просто движение (координати на точка от звено движещо се транслационно или ъглова ориентация на ротиращо звено); 2. Определяне на траектории на точки от звена извършващи общо равнинно движение; 3. Определяне на ориентацията на звена с общо равнинно движение; 4. Определяне на особени положения, за които механизмите притежават специални свойства (например мъртви, гранични положения, нулеви скорости, рогови точки на траектории, екстремни стойности скорости или ускорения); 5. Пресмятане на коефициента на производителност.

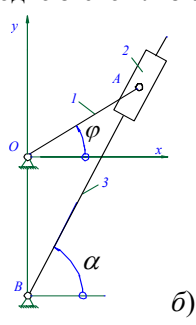
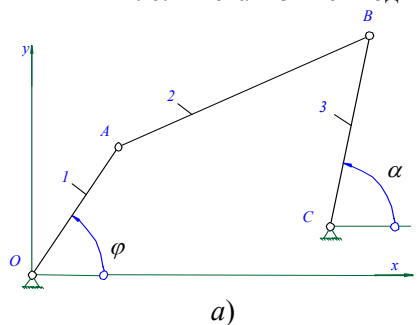
Задачата на **кинематичния анализ** на механизмите се свежда до определяне на скорости и ускорения при зададени кинематични параметри на водещото звено.

### 6.1. ФУНКЦИЯ НА ПОЛОЖЕНИЕТО, ПЪРВА И ВТОРА ПРЕДАВАТЕЛНИ ФУНКЦИИ

Зависимостта на положението на изпълнителното от обобщената координата на водещото звено се нарича **функция на положението**<sup>4</sup>.



Фиг. 6.1 Механизми с вход коляно и изходно звено плъзгач



Фиг. 6.2 Механизми с вход коляно и ротиращо изходно звено

Когато **водещото звено е коляно**, положението му се определя от ъглова координата  $\varphi$ . Ако изпълнителното звено извършва транслация (например при коляномотовилков механизъм фиг. 6.1 а, синусен механизъм фиг. 6.1 б), позицията му се определя от линейна координата  $s$  и функцията на положението има вида

$$s = s(\varphi). \quad (6.1)$$

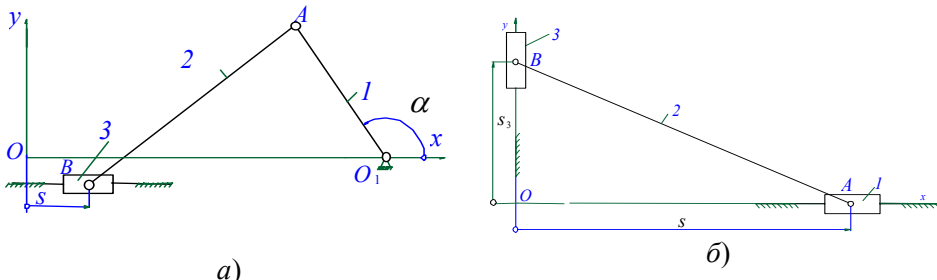
При ротация на изпълнителното звено (четиришарнирен механизъм фиг. 6.2 а, кулисен механизъм фиг. 6.2 б),

позицията на въртящото се изпълнително звено се задава чрез ъглова координата  $\alpha$  и функцията на положението е

$$\alpha = \alpha(\varphi). \quad (6.2)$$

По аналогичен начин се представят функциите на положението на механизми с **водещо звено плъзгач**. В тези случаи аргумент на функцията на положението е линейна координата  $s$ , определяща положението на началното звено. Възможни са два варианта: 1. Изпълнителното звено е с

<sup>4</sup> В някои литературни източници [3],[4] се използва термина позиционна функция или функция на преместването.



Фиг. 6.3 Механизми с вход плъзгач: а) въртящо се изходно звено;  
б) транслиращо изходно звено

ротационно движение (например коляно-мотовилков механизъм с водещо звено плъзгач, фиг. 6.3 а). Тогава функция на положението е  $\alpha = \alpha(s)$  (6.3)

2. Изпълнителното звено извършва трансляция (при елипсографния механизъм - фиг. 6.3 б). В този случай функцията на положението има вида

$$s_3 = s_3(s), \quad (6.4)$$

където  $s_3$  е линейната координата, определяща положението на изпълнителното звено 3.

При водещо звено коляно функциите на положението на елементарните механизми с една степен на свобода са периодични функции с период  $2\pi$  и притежават само два екстремума.

**Първа предавателна функция** се нарича производната на функцията на положението спрямо обобщената координата на началното звено. За разгледаните по-горе четири случая съгласно определението, от формули 6.1-6.4 след диференциране са изведени правилата за пресмятане на съответните първи предавателни функции:

$$s' = \frac{ds}{d\varphi}; \quad \alpha' = \frac{d\alpha}{d\varphi}; \quad \alpha' = \frac{d\alpha}{ds}; \quad s_3' = \frac{ds_3}{ds}. \quad (6.5)$$

**Втората предавателна функция** е втората производна на функцията на положението спрямо обобщената координата на началното звено. Отново след диференциране за четирите случая са получени и правилата за извеждане на съответните втори предавателни функции:

$$s'' = \frac{ds'}{d\varphi} = \frac{d^2s}{d\varphi^2}; \quad \alpha'' = \frac{d\alpha'}{d\varphi} = \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2}; \quad \alpha'' = \frac{d\alpha'}{ds} = \frac{d^2\alpha}{ds^2}; \quad s_3'' = \frac{ds_3'}{ds} = \frac{d^2s_3}{ds^2}. \quad (6.6)$$

Понеже в изведените до тук зависимости не фигурира времето  $t$ , следва че функцията на положението, първата и втората предавателни функции са геометрични характеристики на механизмите.

## 6.2 ВРЪЗКА МЕЖДУ ПРЕДАВАТЕЛНИТЕ ФУНКЦИИ И КИНЕМАТИЧНИТЕ ПАРАМЕТРИ НА МЕХАНИЗМИТЕ.

Скоростите и ускоренията се определят чрез диференциране на функцията на положението спрямо времето  $t$ . При това трябва да се има предвид, че обобщената координата е функция на времето, от което следва, че функцията на положението е сложна функция на времето. Съгласно правилото за диференциране на сложна функция, ако изпълнителното звено извършва просто движение - трансляция, за скоростта се получава

$$v = \frac{ds[\varphi(t)]}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} = s' \omega_1, \quad (6.7)$$

където  $\omega_1 = \frac{d\varphi}{dt}$  е ъгловата скорост на водещото звено.

Ако изпълнителното звено извършва ротация, ъгловата му скорост  $\omega$  следва от израза

$$\omega = \frac{d\alpha[\varphi(t)]}{dt} = \frac{d\alpha}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt} = \alpha' \omega_1. \quad (6.8)$$

Чрез повторно диференциране на (6.7) и (6.8) спрямо времето, се получават изразите за ускорението  $a$  на произволна точка на изпълнително звено с транслационно движение

$$a = \frac{d^2s[\varphi(t)]}{dt^2} = \frac{d}{dt} \{s'[\varphi(t)] \omega_1(t)\} = \frac{ds'}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + s' \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = s'' \omega_1^2 + s' \varepsilon_1, \quad (6.9)$$

и за ъгловото ускорение  $\varepsilon$  на изпълнително звено с ротационно движение

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha[\varphi(t)]}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \alpha' \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{d^2\alpha}{d\varphi^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \alpha' \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \alpha'' \cdot \omega_1^2 + \alpha' \varepsilon_1. \quad (6.10)$$

Във формули (6.7) и (6.8)  $\varepsilon_1 = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega_1}{dt}$  е ъгловото ускорение на водещото звено.

Аналогично се извеждат зависимости за другите два случая с транслационно водещо звено.

Връзките между геометричните функции и кинематичните параметри на механизмите опростяват задачата на кинематичния анализ, която се разделя на две части: 1. Определяне на предавателните функции. 2. Умножаване на предавателните функции с ъгловата скорост и ъгловото ускорение на началното звено съгласно формули (6.7) – (6.10).

### 6.3 МЪРТВИ ПОЛОЖЕНИЯ, ХОД И КОЕФИЦИЕНТ НА ПРОИЗВОДИТЕЛНОСТ

В тези положения изпълнителното звено с просто движение сменя посоката на движението си и първите предавателни функции са равни на нула. Позициите на водещото звено, за които функциите на положенията (6.1) - (6.4) имат екстремни стойности, определят така наречените **мъртви**, или **крайни положения** за звената с прости движения.

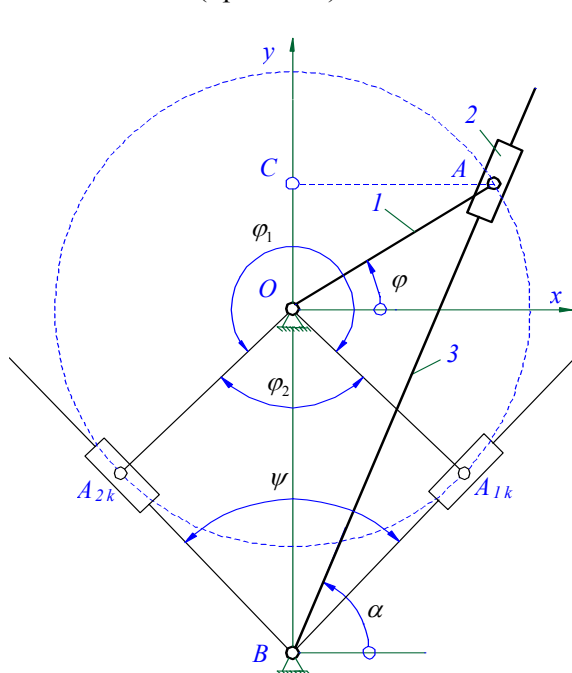
Линейният или ъглов интервал, на който се премества изпълнителното звено между двете мъртви положения

$$h = s_{\max} - s_{\min}, \quad (6.11)$$

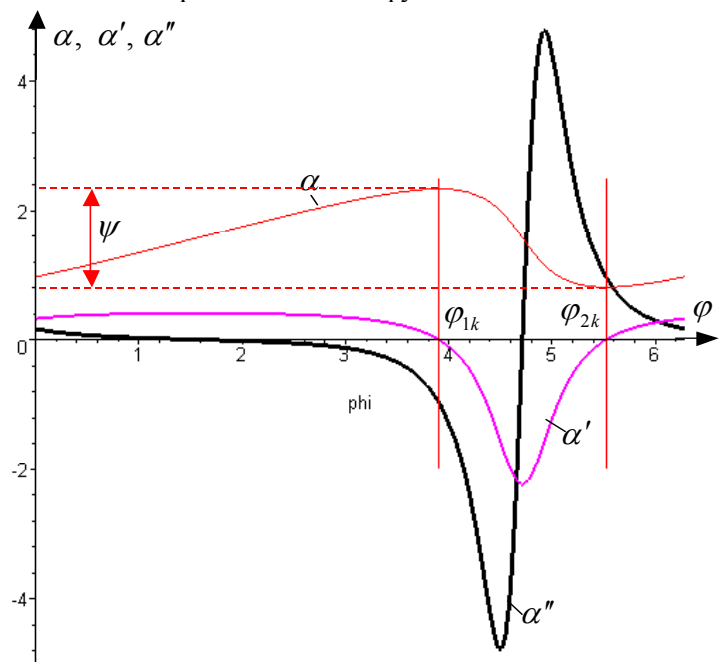
$$\psi = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} \quad (6.12)$$

се нарича **ход на изпълнителното звено**.

На фиг. 6.4 мъртвите положения  $A_{1k}$  и  $A_{2k}$  на симетричен кулисен механизъм са определени чрез допирателни от точка  $B$  към окръжността с център точка  $O$  и радиус  $OA$ . За тези положения кобилицата 3 (права  $AB$ ) е най-отдалечена от точка  $O$ . Предавателните функции



Фиг. 6.4 Мъртви положения на симетричен кулисен механизъм



Фиг. 6.5 Предавателни функции на симетричен кулисен механизъм

(фиг. 6.5) са получени чрез зависимостите:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{AC}{CB} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{OA \cos \varphi}{OB + OA \sin \varphi} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\cos \varphi}{v + \sin \varphi}; \quad (6.13)$$

$$\alpha' = \frac{1 + v \sin \varphi}{1 + 2v \sin \varphi + v^2}; \quad (6.14)$$

$$\alpha'' = \frac{(v^2 - 1)v \cos \varphi}{1 + 4v \sin \varphi + 6v^2 - 4v^2 \cos^2 \varphi + 4v^3 \sin \varphi + v^4}, \quad (6.15)$$

където е положено  $v = \frac{OB}{OA}$ .

От фиг. 6.4 се вижда, че при равномерно въртене на коляното ъгловия ход  $\psi$  се изменява в две посоки, като кулисата се върти колебателно с неравномерна скорост. Очевидно е, че когато коляното се завърта на ъгъл  $\varphi_1$  кулисата ще притежава по-ниска средна ъглова скорост от тази при преминаване през фазовия ъгъл  $\varphi_2$ . Това се потвърждава от графиката на  $\alpha'$  (фиг. 6.5), където  $\varphi_2 = \varphi_{2к} - \varphi_{1к}$  и  $\varphi_1 = \varphi_{1к} + 360^\circ - \varphi_{2к}$ . При равномерно въртене функцията  $\alpha'$  е пропорционална на ъгловата скорост, което следва от формула (6.8), а  $\alpha''$  е пропорционална на ъгловото ускорение-формула (6.10). Понеже през фазата  $\varphi_1$  ъгловата скорост на кулисата е близка до постоянна (ускорението е близко до нула), този интервал на завъртане на коляното се използва за извършване на основния технологичен процес, за който е предназначен механизма. Ъгловият интервал  $\varphi_1$  се нарича **работен ход** на коляното. При преминаване през фазовия ъгъл  $\varphi_2$  кулисата се връща бързо без натоварване, поради което интервалът  $\varphi_2$  се нарича **обратен (празен) ход**. Отношението на работния към обратния ход

$$k = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \quad (6.16)$$

се нарича **коэффициент на производителност на механизма**.

За симетричния кулисен механизъм  $\varphi_2 = \pi - \psi$  и  $\varphi_1 = \pi + \psi$ , от където се получава

$$k = \frac{\pi + \psi}{\pi - \psi}. \quad (6.17)$$

След приравняване на нула на формула (6.14) и като се вземе предвид формула (6.12) се изчислява ъгловия ход на симетричния кулисен механизъм

$$\psi = 2 \arcsin \frac{1}{v}. \quad (6.18)$$

**Геометричните характеристики на коляно-мотовилков механизъм с начално звено коляно** (фиг. 6.6) са получени след въвеждане на означенията  $\vec{OA} = \vec{r}$ ,  $\vec{AB} = \vec{l}$ ,  $\vec{B_1B} = \vec{s}$ ,  $\vec{OB_1} = \vec{e}$  и проектиране на векторния контур  $\vec{r} + \vec{l} = \vec{e} + \vec{s}$ . Получена е системата

$$\begin{cases} r \cos \varphi_1 + l \cos \varphi_2 = s \\ r \sin \varphi_1 + l \sin \varphi_2 = -e \end{cases} \quad (6.19)$$

с решение

$$s = r \cos \varphi_1 + \sqrt{l^2 - (r \sin \varphi_1 + e)^2} \quad (6.20)$$

$$\varphi_2 = -\arcsin \frac{e + r \sin \varphi_1}{l}. \quad (6.21)$$

Системата (6.19) е диференцирана спрямо  $\varphi$  и след преобразования са намерени първите предавателни функции

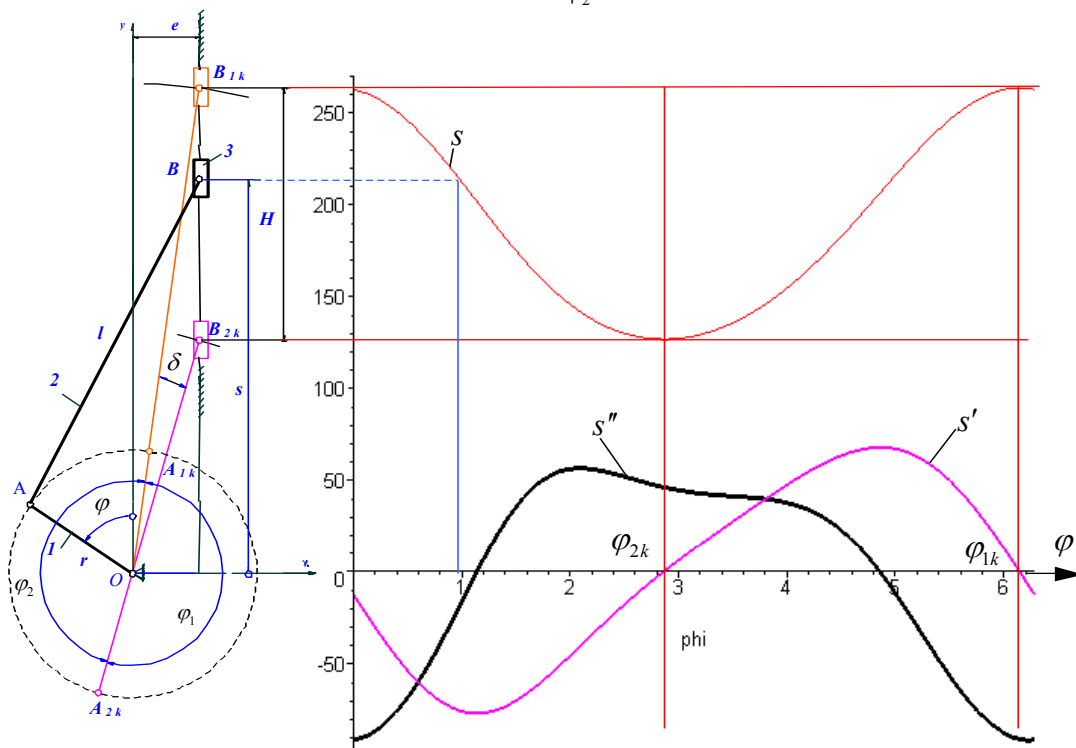
$$s' = \frac{r \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_2} \quad (6.22)$$

$$\varphi_2' = -\frac{r \cos \varphi_1}{l \cos \varphi_2}. \quad (6.23)$$

Чрез повторно диференциране на (6.19) са получени вторите предавателни функции

$$s'' = \frac{r \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + l \varphi_2'^2}{\cos^2 \varphi_2} \quad (6.24)$$

$$\varphi_2'' = \frac{r \sin \varphi_1 + l \varphi_1' \sin \varphi_2}{l \cos \varphi_2} \quad (6.25)$$



Фиг. 6.6 Мъртви положения и предавателни функции на коляно-мотовилков механизъм

Мъртвите положения на плъзгача 3 са построени геометрично, като е търсено най-отдалеченото и най-близкото място на точка  $B$  спрямо точка  $O$ . Най-отдалеченото положение  $B_{1k}$  е пресечната точка на окръжност с център точка  $O$ , радиус  $r+l$  и правата  $x=x_B$ , по която се премества плъзгача. За това положение коляното 1 и мотовилката 2 лежат на една права -  $OB_{1k}$ . Най-близкото положение на точка  $B$  спрямо точка  $O$  е построено чрез пресечната точка на окръжност с център точка  $O$ , радиус  $l-r$  и правата  $x=x_B$ . В това положение коляното и мотовилката също лежат на една права, но коляното “припокрива” мотовилката между точките  $O$  и  $A_{1k}$ . Ходът на плъзгача 3 е  $h = y_{B_{1k}} - y_{B_{2k}}$ , където  $y_{B_{1k}}$  и  $y_{B_{2k}}$  са ординатите на двете мъртви положения. Коефициентът на производителност е

$$k = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\pi + \delta}{\pi - \delta}, \quad (6.26)$$

където  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  са съответно фазите на работния и празния ход, а  $\delta = \angle B_{1k}OB_{2k}$ .

**Шарнирният четиризвънен механизъм** (фиг. 6.7) е съставен от коляно 1, мотовилка 2 и кобилица (или коляно) 3. Подобно на предишният случай, тук е положено  $\vec{OA} = \vec{l}_1$ ,  $\vec{AB} = \vec{l}_2$ ,  $\vec{BC} = \vec{l}_3$ ,  $\vec{CO} = \vec{l}_0$   $\varphi_0 = \left( \hat{Ox}, l_0 \right) = \pi$  и е проектирано векторното равенство  $\vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \vec{l}_0 = 0$ , от което следва системата:

$$\begin{cases} l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \varphi_3 + l_0 \cos \varphi_0 = 0 \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin \varphi_3 + l_0 \sin \varphi_0 = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

Получено е решението

$$\varphi_3 = \arccos \left[ -\frac{B}{2A} \pm \sqrt{\left( \frac{B}{2A} \right)^2 - \frac{C}{A}} \right] \quad (6.28)$$

$$\varphi_2 = \arcsin \left[ -\frac{1}{l_2} (l_3 \sin \varphi_3 + l_1 \sin \varphi_1) \right], \quad (6.29)$$

където:

$$A = 4l_3^2(l_0^2 + l_1^2 + 2l_0l_1 \cos \varphi_1) \quad (6.30)$$

$$B = 4l_3(l_0 + l_1 \cos \varphi_1)(D^2 + 2l_0l_1 \cos \varphi_1) \quad (6.31)$$

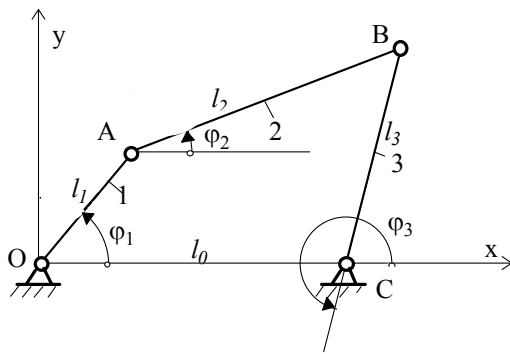
$$C = D^2(D^2 + 4l_0l_1 \cos \varphi_1) + 4l_1^2(l_0^2 \cos^2 \varphi_1 - l_3^2 \sin^2 \varphi_1) \quad (6.32)$$

$$D^2 = l_0^2 + l_1^2 + l_3^2 - l_2^2 \quad (6.33)$$

Първите предавателни функции са:

$$\varphi_2' = \frac{l_1 \sin(\varphi_3 - \varphi_1)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (6.34)$$

$$\varphi_3' = \frac{l_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{l_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \quad (6.35)$$

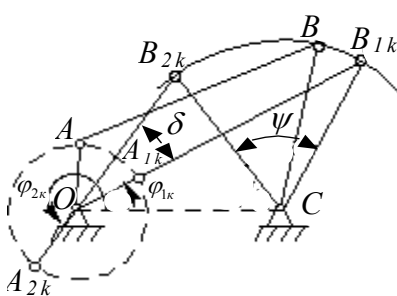


Фиг. 6.7 Шарнирен четиризвенник

След диференциране на (6.34) и (6.35) спрямо  $\varphi_1$  са получени вторите предавателни функции

$$\varphi_2'' = \frac{l_1}{l_2} \left[ \frac{\cos(\varphi_3 - \varphi_1)(\varphi_3' - 1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)} - \frac{\sin(\varphi_3 - \varphi_1)\cos(\varphi_2 - \varphi_3)(\varphi_2' - \varphi_3')}{\sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)} \right] \quad (6.36)$$

$$\varphi_3'' = \frac{l_1}{l_3} \left[ \frac{\cos(\varphi_2 - \varphi_1)(\varphi_2' - 1)}{\sin(\varphi_2 - \varphi_3)} - \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)\cos(\varphi_2 - \varphi_3)(\varphi_2' - \varphi_3')}{\sin^2(\varphi_2 - \varphi_3)} \right] \quad (6.37)$$



Фиг. 6.8 Мъртви положения на шарнирен четиризвенник

Мъртвите положения на шарнирния четиризвенник (фиг. 6.8) се построяват аналогично на колянотомовилковия механизъм, но тук трябва да се вземе предвид, че точка  $B$  се движи по дъга от окръжност. Ъгловият ход на кобилицата  $CB$  е  $\psi = \angle B_{1k}CB_{2k}$ .

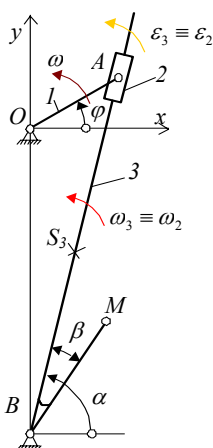
Коефициентът на производителност се изразява както при колянотомовилковия механизъм

$$k = \frac{\varphi_{2k} - \varphi_{1k}}{2\pi - (\varphi_{2k} - \varphi_{1k})} = \frac{\pi + \delta}{\pi - \delta}$$

(6.38)

където  $\delta = \angle B_{1k}OB_{2k}$ .

Методите за геометричен анализ на механизмите намират приложение при компютърното моделиране и изследване на механизмите.



Фиг. 6.9 Към пример 6.1

**Дадено:**

Кин. сх.

$OA=30$  mm

$OB=90$  mm

$BS=55$  mm

$BM=40$  mm

$\beta = 20^\circ$

$\omega = 45$

$\varphi = 30^\circ$

**Търси се:**

$\vec{v}_M, \vec{v}_S, \omega_2, \omega_3$

$\vec{a}_M, \vec{a}_S, \varepsilon_2, \varepsilon_3$

$k, \varphi_{1k}, \varphi_{2k}$

**Пример 6.1.** Да се реши задачата за кулисия механизъм от пример 5.1 (фиг.6.9), аналитично чрез предавателни функции. Да се пресметне коефициента на производителност и да се определят ъглите на началното звено, за които кулисата има мъртви положения.

**Решение:**

Изчислено е отношението  $\nu = \frac{OB}{OA} = \frac{90}{30} = 3$  и за дадената

стойност на началния ъгъл  $\varphi = 30^\circ$  са пресметнати предавателните функции:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\cos \varphi}{\nu + \sin \varphi} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\cos 30^\circ}{3 + \sin 30^\circ} = 1,3282 \text{ rad} = 76,1^\circ;$$

$$\alpha' = \frac{1 + \nu \sin \varphi}{1 + 2\nu \sin \varphi + \nu^2}$$

$$= \frac{1 + 3 \sin 30^\circ}{1 + 2 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ + 3^2} = 0,1923;$$

$$\alpha'' = \frac{(v^2 - 1)v \cos \varphi}{1 + 4v \sin \varphi + 6v^2 - 4v^2 \cos^2 \varphi + 4v^3 \sin \varphi + v^4} =$$

$$= \frac{(3^2 - 1)3 \cos 30^\circ}{1 + 4 \cdot 3 \sin 30^\circ + 6 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3^2 \cos^2 30^\circ + 4 \cdot 3^3 \sin 30^\circ + 3^4} = 0.1229.$$

Чрез стойностите на първата и втората предавателни функции за звена 2 и 3 са изчислени съответно ъгловите скорости

$$\omega_2 = \omega_3 = \alpha' \omega = 0,1923.45 = 8,6534 \text{ s}^{-1}$$

и ъгловите ускорения

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \alpha'' \omega^2 = 0,1229.45^2 = 249,0463 \text{ s}^{-2}.$$

Скоростта на точка  $S_3$  се намира чрез проекциите ѝ върху координатните оси

$$S_{3,x} = BS_3 \cos \alpha = 0,55 \cdot \cos 76,1^\circ = 0,0132 \text{ m}, \quad (6.39)$$

$$S_{3,y} = BS_3 \sin \alpha = 0,55 \cdot \sin 76,1^\circ = 0,0533 \text{ m}, \quad (6.40)$$

чиито производни спрямо времето дават скоростите и ускоренията на точка  $S_3$ . За проекциите на скоростта е получено

$$v_{S_{3,x}} = -BS_3 \sin \alpha \cdot \alpha' \cdot \omega = -0,055 \cdot \sin(1,3282) \cdot 0,1923.45 = -0,4620 \text{ m/s}$$

$$v_{S_{3,y}} = BS_3 \cos \alpha \cdot \alpha' \cdot \omega = 0,055 \cdot \cos(1,3282) \cdot 0,1923.45 = 0,11432 \text{ m/s}.$$

Скоростта на точка  $S_3$  по модул е

$$v_{S_3} = \sqrt{v_{S_{3,x}}^2 + v_{S_{3,y}}^2} = \sqrt{(-0,4620)^2 + 0,11432^2} = 0,4759 \text{ m/s}.$$

Ъгълът  $\alpha_{vx}$  между абсцисата  $x$  и скоростта  $v_{S_3}$  се дефинира от направлението на правата  $BS_3$ , защото  $v_{S_3} \perp BS_3$ . Като се вземат предвид знаците на проекциите следва

$$\alpha_{vx} = \alpha + \frac{\pi}{2} = 1,3282 + \frac{\pi}{2} = 2,899 \text{ rad} = 166,1^\circ.$$

Чрез повторно диференциране на формули (6.39) и (6.40), след като по условие ъгловото ускорение на звено 1  $\varepsilon = 0$ , са получени проекциите на ускорението на точка  $S_3$

$$a_{S_{3,x}} = -BS_3 (\cos \alpha \cdot \alpha'^2 + \sin \alpha \cdot \alpha'') \cdot \omega^2 - BS_3 \sin \alpha \cdot \alpha' \cdot \varepsilon =$$

$$= -0,055 \cdot [\cos(1,32) \cdot 0,192^2 + \sin(1,32) \cdot 0,12] \cdot 45^2 - 0 = -14,2858 \text{ m/s}^2,$$

$$a_{S_{3,y}} = -BS_3 (\sin \alpha \cdot \alpha'^2 - \cos \alpha \cdot \alpha'') \cdot \omega^2 - BS_3 \cos \alpha \cdot \alpha' \cdot \varepsilon =$$

$$= -0,055 [\sin(1,32) \cdot 0,192^2 + \cos(1,32) \cdot 0,12] \cdot 45^2 - 0 = -0,7082 \text{ m/s}^2.$$

Модулът на ускорението на точка  $S_3$  е

$$a_{S_3} = \sqrt{a_{S_{3,x}}^2 + a_{S_{3,y}}^2} = \sqrt{(-14,2858)^2 + (-0,7082)^2} = 14,3034 \text{ m/s}^2.$$

Ъгълът между абсцисата  $x$  и ускорението  $a_{S_3}$  е

$$\alpha_{ax} = \pi - \arcsin \frac{a_{S_{3,y}}}{a_{S_3}} = \pi - \arcsin \frac{-0,7082}{14,3034} = 3,1911 \text{ rad} = 182,83^\circ.$$

Скоростта и ускорението на точка  $M$  от кулисата се намират по аналогичен начин, чрез проекциите на точката по двете координатни оси, които имат вида

$$M_x = BM \cos(\alpha - \beta) = 0,04 \cdot \cos(76,1^\circ - 20^\circ) = 0,02231 \text{ m}, \quad (6.41)$$

$$M_y = BM \sin(\alpha - \beta) = 0,04 \cdot \sin(76,1^\circ - 20^\circ) = 0,0332 \text{ m}. \quad (6.42)$$

От първите производни спрямо времето на формули (6.41) и (6.42) са получени проекциите на скоростите на точка  $M$

$$v_{Mx} = -BM \sin(\alpha - \beta) \cdot \alpha' \cdot \omega = -0,04 \cdot \sin(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1923 \cdot 45 = -0,2873 \text{ m/s},$$

$$v_{My} = BM \cos(\alpha - \beta) \cdot \alpha' \cdot \omega = 0,04 \cdot \cos(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1923 \cdot 45 = 0,1930 \text{ m/s}.$$

Модулът на скоростта на точка  $M$  е

$$v_M = \sqrt{v_{Mx}^2 + v_{My}^2} = \sqrt{(-0,2873)^2 + 0,1930^2} = 0,34615.$$

Ъгълът, който скоростта  $\vec{v}_M$  сключва с абсцисата е

$$\alpha_{v_{Mx}} = \alpha - \beta + 90^\circ = 76,1^\circ - 20^\circ + 90^\circ = 146,1^\circ.$$

Проекциите на ускорението на точка  $M$

$$\begin{aligned} a_{Mx} &= -BM[\cos(\alpha - \beta) \cdot \alpha'^2 + \sin(\alpha - \beta) \cdot \alpha''] \cdot \omega^2 - BM \sin(\alpha - \beta) \cdot \alpha' \cdot \varepsilon = \\ &= -0,4 \cdot [\cos(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1923^2 + \sin(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1229] \cdot 45^2 - 0 = -9,9393 \text{ m/s}^2, \\ a_{My} &= -BM[\sin(\alpha - \beta) \cdot \alpha'^2 - \cos(\alpha - \beta) \cdot \alpha''] \cdot \omega^2 - BM \cos(\alpha - \beta) \cdot \alpha' \cdot \varepsilon = \\ &= -0,4 \cdot [\sin(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1923^2 - \cos(76,1^\circ - 20^\circ) \cdot 0,1229] \cdot 45^2 - 0 = 3,0694 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

са получени след двукратно диференциране спрямо времето на изразите (6.41) и (6.42). Модулът на ускорението на точка  $M$  е

$$a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = \sqrt{(-9,9393)^2 + 3,0694^2} = 10,4024 \text{ m/s}^2.$$

Ъгълът между абсцисата и ускорението  $\vec{a}_M$  е намерен чрез

$$\alpha_{a_{Mx}} = \pi - \arcsin \frac{a_{My}}{a_M} = \pi - \arcsin \frac{3,0694}{10,4024} = 0,2999 \text{ rad} = 162,83^\circ.$$

Чрез формула (6.18) е пресметнат ъгловия ход на кулисата  $\psi = 2 \arcsin \frac{1}{\nu} = 0,6796 \text{ rad} = 38,95^\circ$ ,

а за коефициента на производителност е получено  $k = \frac{\pi + \psi}{\pi - \psi} = k = \frac{\pi + 0,6796}{\pi - 0,6796} = 1,55$ .

Ъглите на коляното, за които кулисата е в мъртво положение са  $\varphi_{1k} = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{1}{\nu} = -19,47^\circ$ ,

$$\varphi_{2k} = \pi - \varphi_{1k} = 199,47^\circ.$$

Сравненията с пример 5.1 потвърждават резултатите, но при метода с предавателните функции се постига по-висока точност. При метода на плановете на скоростите и ускоренията точността може да се повиши чрез използване на CAD продукти за изчертаване.