28 Въпрос

Преходни процеси в линейни ел.вериги. Причини за възникване. Закони на комутацията. Начални условия. Класически метод за анализ

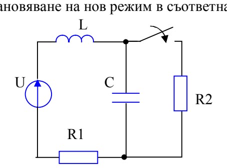
1. Преходни процеси в линейни ел.вериги -общи положения. Причини за възникване

Преходен процес- процес, който възниква и се развива при прехода на ел.верига от едно стационарно състояние в друго. Този преход може да е следствие от:

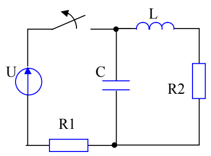
- промяна на параметрите на веригата
- изменение на захранващото напрежение

Комутация - Самият момент на промяна се нарича комутация

Примери: На фиг.1а и фиг.1б са показани примери съответно на промяна на параметрите (фиг.1а) и на промяна на захранването (фиг.1б), които водят до преходен процес и установяване на нов режим в съответната верига.



фиг.1а



фиг.1б

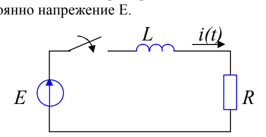
Преходният процес не се извършва мигновено, поради запасената във веригата ел.магнитна енергия. Теоретично този процес продължава безкрайно дълго. Практически протича много бързо - от части от секундата (десети, стотни и дори милионни) и рядко до няколко секунди.

Значение - Въпреки бързото си протичане, преходните процеси имат важно значение:

- По време на преходния процес са възможни **големи пренапрежения** и значителни **увеличения на амплитудите на токовете** в определени участъци на веригата. При наличие на нелинейни елементи във веригата, е възможно по време на преходния процес, токовете и напреженията, макар и за кратко да превишават до 20 пъти стационарните си стойности.
- В някои случаи, след промяната във веригата, е възможно установяването на повече от един режим. Тогава изследването на преходния процес дава отговор на въпроса кой от възможните режими ще се установи.

Анализ на преходния процес - При всички случаи анализът на преходните процеси в линейни ел.вериги със съсредоточени параметри се свежда до решаване на линейни диференциални уравнения с постоянни коефициенти.

Пример: На фиг.2 е показан пример на включване на реална бобина (RL верига) към източник на постоянно напрежение E.



$$\boxed{R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E}$$

фиг.2

Преди комутацията поради липса на захранване не е протичал ток. След приключване на преходния процес във веригата, в зависимост от вида на захранващото напрежение (постоянно или синусоидално), ще се установи стационарен ток (съответно постоянен или синусоидален).

Преходният процес във веригата може да се опише с помощта на уравненията на Кирхоф. За веригата от примера може да се запише едно уравнение по II закон на Кирхоф:

$$u_R(t) + u_L(t) = E$$

Като се отчете, че $u_R(t) = R.i(t)$; $u_L(t) = L\frac{di}{dt}$ се получава диференциалното уравнение (1), описващо преходния процес във веригата:

$$\boxed{R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E} \qquad (1)$$

Решение на уравнението, описващо преходния процес - От математиката е известно, че общия интеграл (решението) на диференциалното уравнение (ДУ) е сума от пълното решение на хомогенното ДУ и частното решение на нехомогенното ДУ:

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

- **Хомогенното ДУ** се получава от уравнението, описващо преходния процес във веригата, ако източниците на енергия се приемат за нула. В разглеждания пример, ако дясната страна на уравнение (1) е нула , получаваме хомогенното ДУ:

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = 0 \qquad (2)$$

Уравнение (2) описва процеса, който се развива в резултат само на предварително запасената енергия (дясна страна равна на нула, означава отсъствие на източници). Този процес се нарича свободен процес и съответно решението на хомогенното ДУ се означава като $i_{св}(t)$.

- **Частното решение на нехомогенното ДУ** отговаря на стационарния процес, който се установява във веригата след като измененията в режима вече са приключили. То се получава от уравнение (1) като производните на токовете и напреженията се приемат за нули. В разглеждания пример от уравнение (1) отпада члена съдържащ производната на тока $L\frac{di}{dt}$:

$$R.i(t) = E \qquad (3)$$

Уравнение (3) описва стационарния процес във веригата и съответно решението му уравнение се означава като $i_{ст}(t)$, където: $i_{ст}(t) = \frac{E}{R}$

2. Закони на комутацията. Начални условия.

Както вече беше отбелязано, анализа на преходните процеси е свързан с решаване на ДУ. В решението на ДУ участват интеграционни константи, които се определят на базата на началните условия.

Начални условия - стойностите на токовете и напреженията в момента на комутацията t =0. Те се означават с $i(0)$, $u(0)$ и се определят въз основа на законите на комутацията.

Основни закони на комутацията: Законите на комутацията са формулирани при условие, че във веригата не съществуват условия, при които енергийните източници да доставят безкрайно голяма мощност.

- **I закон на комутацията:** Токът през бобината не може да се изменя със скок в момента на комутацията (т.е. токът през бобината $i_L(t)$ е непрекъсната функция във времето- фиг.3). Това означава, че при анализа на преходния процес се отчита, че:

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0) \qquad (4)$$

Доказателство

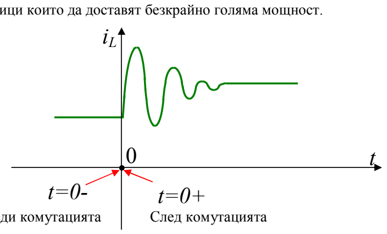
Ако допуснем обратното, че токът $i_L(t)$ се променя в момента на комутация:

$$i_L(0-) \neq i_L(0+)$$

$$\Rightarrow \left.\frac{di_L}{dt}\right|_{t=0} \to \infty \text{ тогава и напрежението } u_L = L\frac{di_L}{dt} \to \infty$$

Мощността на бобинната се определя като: $p_L = u_L.i_L = L\frac{di_L}{dt}.i_L$.

Следователно мощността на бобината в момента на комутация също ще е безкрайно голяма ($p_L \to \infty$), а това е невъзможно, тъй като във веригата няма енергийни източници които да доставят безкрайно голяма мощност.



фиг.3

- **II закон на комутацията:** Напрежението на кондензатора не може да се изменя със скок в момента на комутацията (т.е. напрежението на кондензатора $u_C(t)$ е непрекъсната функция във времето - фиг.4). Това означава, че при анализа на преходния процес се отчита, че:

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0) \qquad (5)$$

Доказателството е аналогично на това за I закон

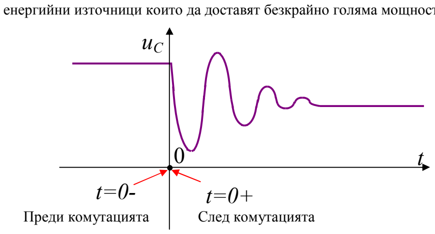
Ако допуснем обратното, че токът $u_C(t)$ се променя в момента на комутация:

$$u_C(0-) \neq u_C(0+)$$

$$\Rightarrow \left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0} \to \infty \text{ тогава и тока } i_C = C\frac{du_C}{dt} \to \infty$$

Мощността на кондензатора се определя като: $p_C = u_C.i_C = u_C.C\frac{du_C}{dt}$.

Следователно мощността на кондензатора в момента на комутация също ще е безкрайно голяма ($p_L \to \infty$), а това е невъзможно, тъй като във веригата няма енергийни източници които да доставят безкрайно голяма мощност.



фиг.4

Условията (4) и (5) се наричат **независими** начални условия (ННУ). Те не зависят от структурата на веригата след комутацията, а се определят от веригата преди комутацията за момента t = **0-**.

Останалите начални условия (всички останали токове и напрежения в момента нула) се наричат **зависими** начални условия (ЗНУ). Те се определят чрез независимите начални условия на базата на системата ДУ записана за веригата след комутация в момента t = **0+**.

Класически метод за анализ на преходни процеси - алгоритъм

1. Определят се $i_L(0-)$ и $u_C(0-)$ - независими начални условия (ННУ) от веригата **преди комутацията**:
2. Съставя се система ДУ, които описват преходните процеси във веригата като се използват законите на Кирхоф или някои друг от познатите методи. В тази система за напреженията или токовете на бобините и кондензаторите се записва съответно:

$$\left|\begin{array}{l} u_L = L\frac{di_L}{dt} \\ u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt \end{array}\right. \quad \text{или} \quad \left|\begin{array}{l} i_L = \frac{1}{L}\int u_L dt \\ i_C = C\frac{du_c}{dt} \end{array}\right.$$

3. Търси се общия интеграл на хомогенното ДУ, като се решава характеристичното уравнение:

$$P(k) = 0$$

4. Определя се свободната съставка на търсеният ток или напрежение въз основа на получените корени

За верига от първи ред (верига с един реактивен елемент) се получава един реален **отрицателен** корен $\boldsymbol{k}$:

$$x_{св}(t) = A.e^{kt}$$

За верига от втори ред (верига с два реактивни елемента) се получават:

а) два различни реални **отрицателни** корена k_1 и k_2. Тогава:

$$x_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

б) два равни реални **отрицателни** корена $k_1 = k_2 = k$. Тогава:

$$x_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

в) два комплексно спрегнати корена с **отрицателна** реална част $k_{12} = \alpha \pm j\beta$. Тогава:

$$x_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

5. Определя се $x_{cm}(t)$ - частния интеграл на нехомогенното ДУ, като се анализира стационарния режим за веригата **дълго след комутацията** $(t \to \infty)$.
6. Определя се търсената величина:

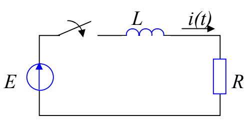
$$x(t) = x_{cm}(t) + x_{св}(t)$$

7. Определят се интеграционните константи A_1 и A_2 на базата на началните условия.

29 Въпрос

Преходни процеси в последователен RL двуполюсник. Включване към източник на постоянно напрежение. Включване към източник на синусоидално напрежение

Включване на RL двуполюсник към източник на постоянно напрежение



Съгласно описания алгоритъм определяме:

1.**ННУ**- определят се от веригата преди комутацията, т.е. когато ключът е още отворен и веригата не е включена към източника. Следователно преди комутацията ток в бобината не е протичал и:

$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0A$$

2. Записваме системата ДУ (в случая е само едно уравнение) за веригата след комутацията.

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

3. Хомогенното ДУ има вида:

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = 0,$$

а характеристичното уравнение:

$$R + L.k = 0$$

Тогава характеристичното уравнение има един отрицателен реален корен:

$$\boxed{k = \frac{-R}{L}}$$

4. Определяме свободният ток във веригата: $i_{св}(t) = A.e^{\frac{-R}{L}t}$

5. Определяме стационарният ток във веригата: $i_{cm}(t) = \frac{E}{R}$

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата:

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{cm}(t)$$

Следователно решението е: $\boxed{i(t) = \frac{E}{R} + A.e^{\frac{-R}{L}t}}$

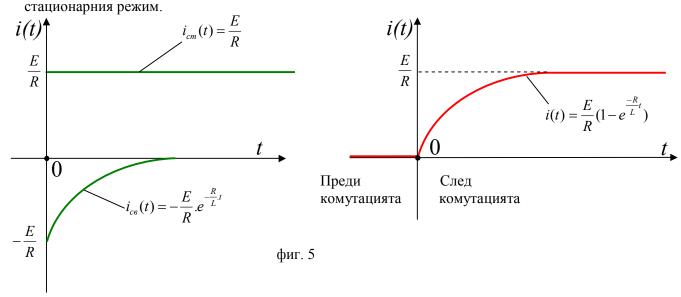
7.Определяме неизвестната интеграционна константа $\boldsymbol{A}$ на базата на ННУ:

$$i(0) = 0 = \frac{E}{R} + A.e^0 = \frac{E}{R} + A \quad \Rightarrow \boxed{A = -\frac{E}{R}}$$

Така окончателно за тока по време на преходния процес получаваме:

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}.e^{\frac{-R}{L}t} \quad \text{или:} \quad \boxed{i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{\frac{-R}{L}t})}$$

На фиг.5 е показано получаването на тази графика от наслагването на свободния и стационарния режим.



фиг. 5

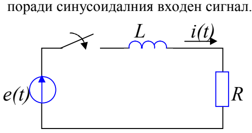
Включване на RL двуполюсник към източник на синусоидално напрежение

Нека разгледаме случай на включване на RL двуполюсник към източник на синусоидално напрежение $e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$ (фиг.6).

Трябва да се подчертае, че:

Системата ДУ, описваща преходния процес, характеристичното уравнение, корените му и вида на свободния процес **не зависят от вида на източниците**. Те са **едни и същи** за постоянно, за синусоидално или произволно изменящо се напрежение.

Различен е стационарният режим, който в разглежданата верига е синусоидален поради синусоидалния входен сигнал.



фиг.6

Съгласно описания алгоритъм определяме:

1. **ННУ**- определят се **от веригата преди комутацията**, т.е. когато ключът е още отворен и веригата не е включена към източника. Следователно преди комутацията ток в бобината не е протичал и:

$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0A$$

2. Записваме **ДУ за веригата след комутацията**. То е аналогично на уравнението, описващо преходния процес при постоянен източник:

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

3. Хомогенното ДУ също има вид аналогичен на този при постоянен източник :

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = 0,$$

а характеристичното уравнение:

$$R + L.k = 0$$

Съответно коренът на характеристичното уравнение е:

$$\boxed{k = \frac{-R}{L}}$$

4. Определяме свободният ток във веригата: $i_{св}(t) = A.e^{\frac{-R}{L}t}$

5. Определяме стационарният ток във веригата. При синусоидален източник на напрежение във веригата ще се установи синусоидален ток:

$$i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$$

с амплитуда $i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$. Снусоидалният ток ще изостава по фаза от напрежението с ъгъл $\varphi = arctg\frac{\omega L}{R}$.

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата: $i(t) = i_{св}(t) + i_{cm}(t)$

Следователно решението е: $\boxed{i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A.e^{\frac{-R}{L}t}}$

7. Определяме неизвестната интеграционна константа $\boldsymbol{A}$ на базата на ННУ:

$$i(0) = 0 = i_m \sin(\omega.0 + \psi_u - \varphi) + A.e^0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A \quad \Rightarrow A = -i_m \sin(\psi_u - \varphi).$$

Тогава свободният ток е $\boxed{i_{св}(t) = -i_m \sin(\psi_u - \varphi)e^{\frac{-R}{L}t}}$

Така окончателно за тока по време на преходния процес получаваме:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - i_m \sin(\psi_u - \varphi).e^{\frac{-R}{L}t}$$

или: $\boxed{i(t) = i_m[\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \sin(\psi_u - \varphi)].e^{\frac{-R}{L}t}}$

От получения израз може да се направи извод, че в зависимост от момента на включване, който определя разликата $(\psi_u - \varphi)$:

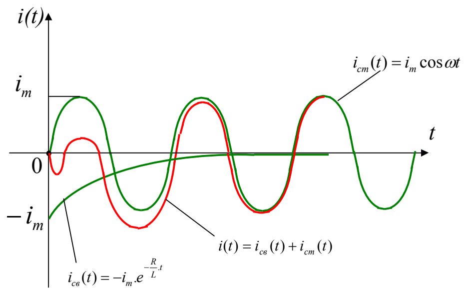
а) при $\psi_u - \varphi = 0$, няма да има преходен процес $(i_{св} = 0)$- веригата ще влезе направо в стационарен режим.

б) при $\psi_u - \varphi = \frac{\pi}{2}$, ще има преходен процес, при който свободния ток ще бъде максимален $i_{св}(t) = -i_m e^{\frac{-R}{L}t}$. Тогава токът по време на преходния процес ще се изменя по следния начин:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) - i_m \sin(\frac{\pi}{2}).e^{\frac{-R}{L}t}$$

или $\quad i(t) = i_m \cos\omega t - i_m.e^{\frac{-R}{L}t}$

На фиг.7 е показано получаването на графиката на тока от наслагването на свободния и стационарния режим.



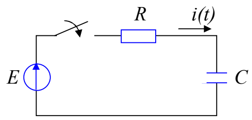
фиг. 7

30 Въпрос

Преходни процеси в последователен RC двуполюсник. Включване към източник на постоянно напрежение. Включване към източник на синусоидално напрежение

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение

На фиг.8 е показана схема при включване на източник на постоянно напрежение към последователно свързани резистор и кондензатор. Необходимо е да се определи напрежението на кондензатора и тока във веригата.



E = const

$u_C(t)$=?

$i(t)$=?

фиг.8

1. **ННУ**- определят се от веригата преди комутацията, т.е. когато ключът е още отворен и веригата не е включена към източника. Следователно преди комутацията кондензаторът още не е зареден и:

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. Записваме системата ДУ (в случая е само едно уравнение) за веригата след комутацията, като отчитаме, че токът през кондензатора се определя като $i_C(t) = C\dfrac{du_C}{dt}$.

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

3. Хомогенното ДУ има вида:

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0,$$

и съответно записваме характеристичното уравнение:

$$RC.k + 1 = 0$$

Тогава характеристичното уравнение има един отрицателен реален корен:

$$\boxed{k = -\frac{1}{RC}}$$

4. Определяме свободнията съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{Cсв}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5. Определяме стационарното напрежение: $u_{C\,cm} = E$

6. Търсеното напрежение по време на преходния процес се определя от сумата:

$$u_C(t) = u_{C\,cm}(t) + u_{Cсв}(t)$$

Следователно решението е: $\boxed{u_C(t) = E + A.e^{-\frac{t}{RC}}}$

7.Определяме неизвестната интеграционна константа ***A*** на базата на ННУ:

$$u_C(0) = 0 = E + A.e^0 = E + A \quad \Rightarrow \boxed{A = -E}$$

Така окончателно за напрежението на кондензатора по време на преходния процес получаваме:

$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

или: $\boxed{u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$

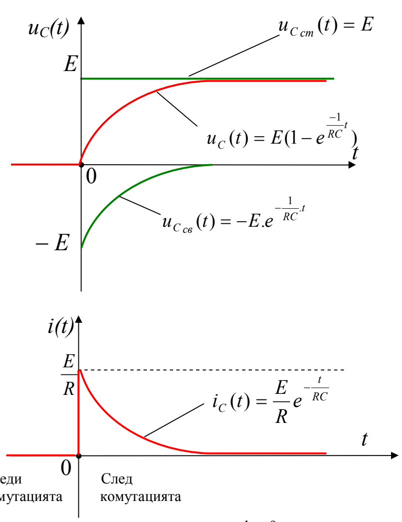
Можем да определим и тока във веригата:

$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} =$$

$$C\frac{d}{dt}(E - E.e^{-\frac{t}{RC}}) = CE\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow \boxed{i_C(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}}$$

На фиг.9 са показани графиката на изменение на напрежението и тока на кондензатора във изследваната верига по време на преходния процес .



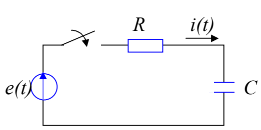
фиг.9

Включване на RC двуполюсник към източник на синусоидално напрежение

Нека разгледаме случай на включване на RC двуполюсник към източник на синусоидално напрежение $e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$ (фиг.10). Припомняме, че:

Системата ДУ, описваща преходния процес, характеристичното уравнение, корените му и вида на свободния процес **не зависят от вида на източниците**. Те са **едни и същи** за постоянно, за синусоидално или произволно изменящо се напрежение.

Различен е стационарният режим, който в разглежданата верига е синусоидален поради синусоидалния входен сигнал.



фиг.10

Съгласно алгоритъма за анализ на преходни процеси определяме:

1. **ННУ**- определят се **от веригата преди комутацията**, т.е. когато ключът е още отворен и веригата не е включена към източника. Следователно преди комутацията кондензаторът още не е зареден и:

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. Записваме **ДУ за веригата след комутацията**. То е аналогично на уравнението, описващо преходния процес при постоянен източник. Отчитаме, че токът през кондензатора се определя като $i_C(t) = C\dfrac{du_C}{dt}$ и тогава:

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

3. Хомогенното ДУ има вида:

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0,$$

и съответно записваме характеристичното уравнение:

$$RC.k + 1 = 0$$

Така характеристичното уравнение има един отрицателен реален корен:

$$\boxed{k = -\frac{1}{RC}}$$

4. Определяме свободнията съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{Cсв}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5. Определяме стационарното напрежение $u_{C\,cm}(t)$

При синусоидален източник на напрежение във веригата ще се установи синусоидален ток: $i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi)$ с амплитуда $i_m = \dfrac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}$.

Снусоидалният ток ще изпреварва входното напрежение с ъгъл $\varphi = arctg\dfrac{\frac{1}{\omega C}}{R}$, а напрежението $u_{C\,cm}(t)$ ще изостава от тока с $\dfrac{\pi}{2}$. Тогава напрежението на кондензатора ще бъде: $u_{C\,cm}(t) = \dfrac{1}{\omega C}i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi - \dfrac{\pi}{2}) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$

6. Търсеното напрежение на кондензатора по време на преходния процес се определя от сумата: $u_C(t) = u_{Cсв}(t) + u_{C\,cm}(t)$

Следователно решението е: $\boxed{u_C(t) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi) + A.e^{-\frac{t}{RC}}}$

7. Определяме неизвестната интеграционна константа ***A*** на базата на ННУ:

$$u_C(0) = 0 = -u_{C\,m}\cos(\omega.0 + \psi_u + \varphi) + A.e^0 = -u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi) + A$$

$$\Rightarrow A = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi)$$

Тогава свободната съставка на напрежението върху кондензатора е:

$$\boxed{u_{св}(t) = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Така окончателно за напрежението на кондензатора по време на преходния процес получаваме:

$$u_C(t) = -u_{C_m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi) + u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}$$

или: $$\boxed{u_C(t) = u_{C\,m}[-\cos(\omega t + \psi_u + \varphi) + \cos(\psi_u + \varphi)].e^{-\frac{t}{RC}}}$$

От получения израз може да се направи извод, че в зависимост от момента на включване, който определя сумата $(\psi_u + \varphi)$:

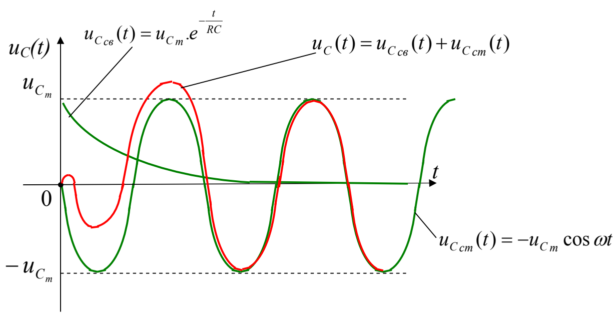
а) при $\psi_u + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$, няма да има преходен процес $(u_{C\,св} = 0)$ - веригата ще влезе направо в стационарен режим.

б) при $\psi_u + \varphi = 0$, ще има преходен процес, при който свободната съставка на напрежението върху кондензатора ще бъде максимална $u_{св}(t) = u_{C\,m}e^{-\frac{t}{RC}}$

Тогава напрежението върху кондензатора по време на преходния процес ще се изменя по следния начин:

$$u_C(t) = -u_{C\,m}\cos\omega t + u_{C\,m}.e^{-\frac{t}{RC}}$$

На фиг.10 е показани графиката на изменение на напрежението на кондензатора във изследваната верига по време на преходния процес, при $\psi_u + \varphi = 0$

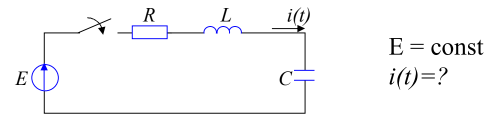


фиг.10

31 Въпрос

Преходни процеси в последователен RLC двуполюсник. Включване към източник на постоянно напрежение.

На фиг.11 е показана схема при включване на източник на постоянно напрежение към последователно свързани резистор, бобина и кондензатор. Необходимо е да се определи тока във веригата.



фиг.11

1. **ННУ**- определят се от веригата преди комутацията, т.е. когато ключът е още отворен и веригата не е включена към източника. Следователно преди комутацията във веригата не е протичал ток, а кондензаторът още не е зареден:

$$i(0-) = i(0+) = 0\,A$$
$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. Система ДУ

В случая отново има само едно уравнение за веригата след комутацията:

$$u_R + u_L + u_C = E$$

Отчитаме,че:

$$u_R = i(t).R;\quad u_L = L\frac{di}{dt};\quad u_C = \frac{1}{C}\int i(t)dt\,.$$

Следователно получаваме: $i(t).R + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\int i(t)dt = E\,.$

Ако диференцираме това уравнениеще получим ДУ

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

3. Хомогенното ДУ има същия вид:

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = 0\,,$$

и съответно записваме характеристичното уравнение:

$$R.k + L.k^2 + \frac{1}{C} = 0$$

То е от втора степен и има съответно два корена:

$$\boxed{k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}\,,}$$

където $\Delta = (\dfrac{R}{2L})^2 - \dfrac{1}{LC}$

4. Определяне свободнията съставка на тока

Както вече беше отбелязано за веригата от втори ред в зависимост от стойностите на параметрите R, L и C са възможни три случая:

а) два различни реални **отрицателни** корена k_1 и k_2. Тогава:

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

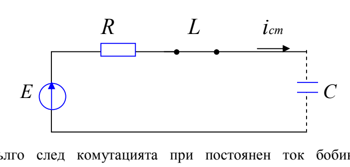
б) два равни реални **отрицателни** корена $k_1 = k_2 = k$. Тогава:

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

в) два комплексно спрегнати корена с **отрицателна** реална част $k_{12} = \alpha \pm j\beta$. Тогава:

$$i_{св}(t) = (A_1\cos\beta t + A_2\sin\beta t).e^{\alpha t}$$

5.Определяме стационарният ток от веригата дълго след комутацията ($t\to\infty$):



Дълго след комутацията при постоянен ток бобината има нулево съпротивление, а кондензаторът прекъсва веригата. Следователно $i_{cm} = 0$

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата:

$$i(t) = i_{cm}(t) + i_{св}(t)$$

Ще се спрем на варианта „а" от точка 4 на алгоритъма:

$$k_1 \neq k_1;$$
$$k_1 < 0;\quad k_2 < 0$$
$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

Следователно решението е: $$\boxed{i(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}}$$

7.Определяне на неизвестните интеграционни константи A_1 и A_2

Определянето на неизвестните интеграционни константи A_1 и A_2 е на базата на началните условия (НУ) в момента $t = 0+$, а именно стойността на тока $i(0+) = 0$ и стойността на първата производна на тока $\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+}$.

- Стойността на тока $i(0+)$ е известна от ННУ: $i(0+) = 0$
- Стойността на първата производна на тока $\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+}$ е зависимо НУ и се определя от системата уравнения за веригата след комутация, като в нея се включат ННУ. В случая записваме уравнението от т.2 за момента $t = 0+$

$$R.i(0+) + L\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} + u_C(0+) = E$$

Следователно:

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E - R.\overset{0}{i(0+)} - \overset{0}{u_C(0+)}}{L} = \frac{E}{L}$$

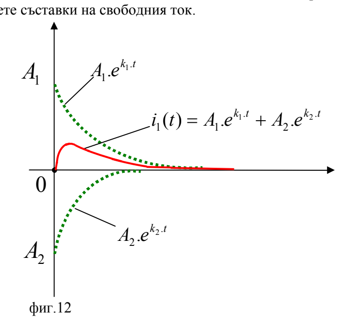
Така получаваме система от две уравнения с две неизвестни- константите A_1 и A_2:

$$\left|\begin{array}{l} i(0+) = 0 = A_1.e^{k_1 0} + A_2.e^{k_2 0} = A_1 + A_2 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} = k_1 A_1.e^{k_1 0} + k_2 A_2.e^{k_2 0} = k_1 A_1 + k_2 A_2. \end{array}\right.$$

От тази система получаваме:

$$A_1 = -A_2$$
$$\Rightarrow \frac{E}{L} = -k_1 A_1 + k_2 A_1 = A_1(k_2 - k_1)$$
$$\Rightarrow A_1 = \frac{E}{L(k_2 - k_1)};\quad A_2 = -A_1 = \frac{E}{L(k_1 - k_2)}$$

На фиг.12 са показани графиката на изменение на тока във изследваната верига по време на преходния процес, както и двете съставки на свободния ток.



фиг.12

Вариант „б” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_1 = k_1 = k;$$
$$k < 0$$
$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

Следователно в този случай решението е: $\boxed{i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}}$

Определяне на неизвестните интеграционни константи $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$

Определянето на неизвестните интеграционни константи $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$ е на базата на началните условия (НУ) в момента $t = 0+$

- Стойността на тока $i(0+)$ е известна от ННУ: $i(0+) = 0$
- Стойността на първата производна на тока $\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L}$

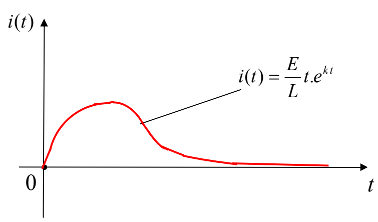
Така получаваме система от две уравнения с две неизвестни- константите $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$:

$$\left| \begin{array}{l} i(0+) = 0 = (A_1 + A_2 t).e^{0t} = A_1 \quad \Rightarrow i(t) = A_2 t.e^{kt} \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} = A_2.e^{kt} + kA_2.t.e^{kt} = A_2.e^0 + kA_2.0.e^0 = A_2 \end{array} \right.$$

От тази система получаваме:

$$A_1 = 0$$
$$A_2 = \frac{E}{L}$$
$$\Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{L} t.e^{kt}}$$

На фиг.13 е показана графиката на изменение на тока по време на преходния процес.



фиг.13

Вариант „в” от точка 4 на алгоритъма:

два комплексно спрегнати корена с **отрицателна** реална част $k_{12} = \alpha \pm j\beta$. Тогава:

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

Следователно в този случай решението е: $\boxed{i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}}$

Определяне на неизвестните интеграционни константи $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$

Определянето на неизвестните интеграционни константи $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$ е на базата на началните условия (НУ) в момента $t = 0+$

- Стойността на тока $i(0+)$ е известна от ННУ: $i(0+) = 0$
- Стойността на първата производна на тока $\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L}$

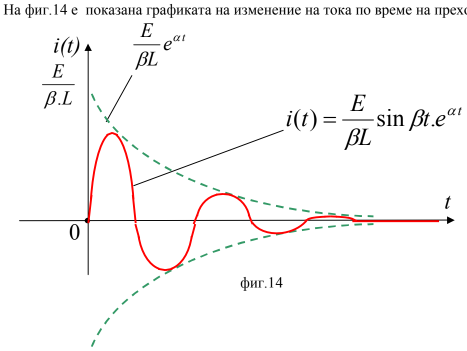
Така получаваме система от две уравнения с две неизвестни- константите $\boldsymbol{A_1}$ и $\boldsymbol{A_2}$:

$$\left| \begin{array}{l} i(0+) = 0 = (A_1 \cos 0 + A_2 \cancelto{0}{\sin 0}).e^0 = A_1 \quad \Rightarrow A_1 = 0 \quad \text{и} \quad i(t) = A_2 \sin\beta t.e^{\alpha t} \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} = A_2.(\beta \cos 0.e^0 + \alpha.\cancelto{0}{\sin 0}e^0) = A_2.\beta \quad \Rightarrow A_2 = \dfrac{E}{\beta.L} \end{array} \right.$$

От тази система получаваме:

$$A_1 = 0$$
$$A_2 = \frac{E}{\beta L}$$
$$\Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{\beta L} \sin\beta t.e^{\alpha t}}$$

На фиг.14 е показана графиката на изменение на тока по време на преходния процес.



фиг.14