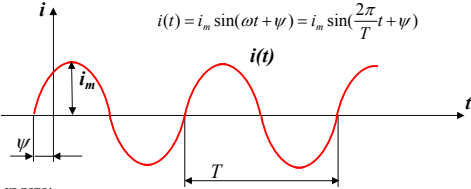


8. Въпрос

Синусоидални режими в линейни електрически вериги. Основни характеристики на синусоидални величини. Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

1. Синусоидален ток. Ток, който се изменя във времето по синусоидален закон:



където:

i_m - амплитуда (максимално значение на функцията);

ω - ъглова честота [ω] = rad/s, $\omega = \frac{2\pi}{T}$;

T - период (време за което се осъществява 1 пълно колебание), [T] = s;

f - честота (брой колебания за 1 секунда), [f] = Hz;

θ - фаза (аргумент на син. функция), $\theta = \omega t + \psi$, [θ] = rad;

ψ - начална фаза (фазата на тока за момента $t=0$), $\psi = \theta_{(t=0)}$, [ψ] = rad;

Извод: Синусоидално изменящите се ток и напрежение се характеризират от три величини: амплитуда, ъглова честота и фаза. Следователно за да познаваме дадена синусоидално изменяща се функция трябва да определим тези три параметъра.

Диапазонът на практически използваните честоти е много широк - от части от Hz (например в геоложките проучвания) до милиарди Hz (в радиотехниката). Сравнително ниските честоти (до няколко kHz) се получават от синхронни генератори, високите от лампови или полупроводникови генератори. Стандартната честота в Европа е 50Hz, а в САЩ - 60Hz.

Ако две синусоидални величини се изменят с една и съща честота се наричат изохронни.

Пример: токът $i(t)$ и напрежението $u(t)$ са изохронни.

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

При изохронни величини фазовата разлика е разлика от началните им фази.

$$\varphi = \theta_u - \theta_i = \psi_u - \psi_i$$

Ако $\varphi > 0$ напрежението изпреварва тока;

при $\varphi < 0$ токът изпреварва напрежението;

при $\varphi = 0$ напрежението и токът съвпадат по фаза - има резонанс

величини с еднакви честоти можем да получим резултантна синусоидална величина чрез действия с вектори като ги разглеждаме за момента $t_0=0$ (във всеки друг момент те биха имали същото разположение).

Пример: Да се определи напрежението: $u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u)$, ако то е сума от две напрежения със същата честота:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t).$$

където:

$$u_1(t) = u_{m1} \sin(\omega t + \psi_1); \quad u_2(t) = u_{m2} \sin(\omega t + \psi_2)$$

Решение

На фиг.3 е представено решението с помощта на векторната диаграма, където напреженията $u_1(t)$, $u_2(t)$ и резултантното напрежение $u(t)$ са представени като вектори за момента $t_0=0$.

Аналитично задачата може да се реши като се използва косинусовата теорема за триъгълника със страни u_{m1} , u_{m2} и u_m . Ако в този триъгълник означим с α ъгълът между u_{m1} и u_{m2} то:

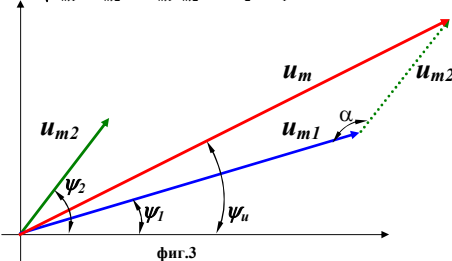
$$\alpha = 180 - (\psi_2 - \psi_1)$$

отчитаме, че $\cos(180 - \alpha) = -\cos(\alpha)$ и получаваме:

$$u_m = \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2} \cos \alpha} =$$

$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2} \cos(180 - (\psi_2 - \psi_1))} =$$

$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 + 2u_{m1}u_{m2} \cos(\psi_2 - \psi_1)}$$



фиг.3

9. Въпрос

Влияние на параметрите R, L и C при синусоидален режим

Съставни елементи на веригите за синусоидален ток са:

- активните съпротивления - резистори със съпротивление R . Посредством резисторите енергията се отделя във вид на топлина.
- реактивните съпротивления - бобини с индуктивност L - кондензатори с капацитет C

В реактивните елементи не се отделя енергия във вид на топлина, но периодически се запасява в електрическо (в C) или магнитно (в L) поле.

2. Ефективна и средна стойност на синусоидална величина

а) Средното значение на една синусоидална функция е нула, затова под средна стойност се разбира средното за полупериод значение на функцията:

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} i_m \sin \omega t dt = \frac{2i_m}{T\omega} (-\cos \omega t) \Big|_0^{T/2} =$$

$$= \frac{2i_m \cdot 2}{T \cdot 2\pi f} = \frac{4i_m \cdot T}{2\pi T} = \frac{2i_m}{\pi} = 0.637i_m \quad \Rightarrow \quad I_{cp} = 0.637i_m$$

б) Ефективна стойност на една синусоидална функция е средно - квадратичната стойност на функцията:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_m^2 \sin^2 \omega t dt} =$$

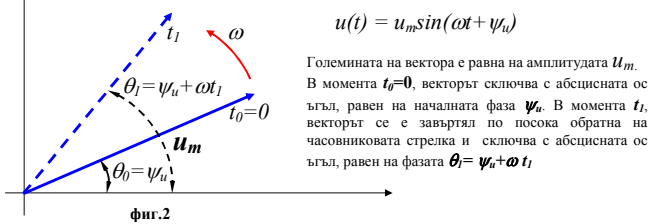
$$= \sqrt{\frac{1}{T} i_m^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} i_m^2 \frac{T}{2}} = \Rightarrow \quad I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{i_m^2}{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707i_m$$

Може да се докаже, че ефективната стойност на синусоидален ток $i(t)$ е числено равна на стойността на постоянен ток I , който за време равно на периода T , отделя същото количество топлина, колкото и синусоидалния ток $i(t)$.

3. Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

Синусоидалната величина може да се представи посредством вектор, с големина равна на амплитудата, който се върти по посока обратна на часовниковата стрелка със скорост ω . Тогава проекцията на този вектор върху ординатната ос съвпада със самата синусоидална функция. На фиг. 2 е представено векторното изображение на напрежението $u(t)$ за моментите t_0 и t_1 .



Векторна диаграма - съвкупност от векторните изображения на токовете и напреженията в една и съща електрическа верига. Ако имаме няколко синусоидални

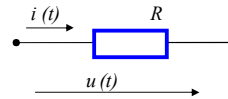
1. Синусоидален ток в активно съпротивление

Нека през R протича синусоидален ток с нулева начална фаза $\psi_i = 0$ (за удобство):

$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

Тогава напрежението $u(t)$ се определя като:

$$u(t) = R \cdot i(t) = R i_m \sin \omega t = u_m \sin \omega t$$



$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

$$u(t) = R i(t) = u_m \sin \omega t,$$

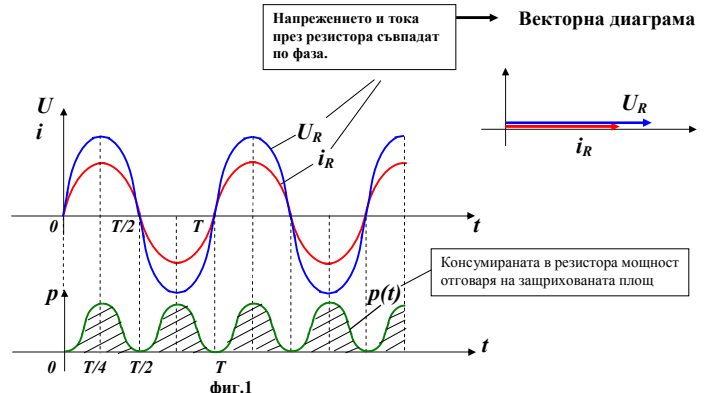
където

$$u_m = R i_m$$

Следователно напрежението $u(t)$ също е синусоидална функция, също има нулева начална фаза ($\psi_u = 0$); а амплитудната му стойност е $u_m = R i_m$. Фазовата разлика φ между напрежението и тока на резистора се определя като:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

Извод: Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза (т.е. заедно минават през минимум, нула и максимум-фиг.1). Това може да се види и от векторната диаграма



Моментната мощност $p(t)$ се определя като:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = u_m \sin \omega t \cdot i_m \sin \omega t = \frac{u_m i_m}{2} (1 - \cos 2\omega t) = U I (1 - \cos 2\omega t)$$

$\Rightarrow p(t) = U I (1 - \cos 2\omega t)$ (където U и I са ефективните стойности на напрежението и тока)

Консумираната в резистора мощност е $\int p(t)dt$ - отговаря на зашрихованата площ (фиг.1). Средната за периода T мощност може да се определи като:

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U \cdot I dt - \frac{1}{T} \int_0^T \cos 2\omega t dt$$

но $\frac{1}{T} \int_0^T \cos 2\omega t dt = 0$

$$\Rightarrow P_{cp} = U \cdot I$$

$$\Rightarrow P_{cp} = \frac{1}{T} U \cdot I \cdot T = U \cdot I$$

2. Синусодален ток в бобина

Нека през L преминава синусодален ток с нулева начална фаза $\psi_i = 0$:

$$i(t) = i_m \sin \omega t$$

Въз основа на закона за електромагнитната индукция напрежението $u_L(t)$ се определя като:

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow u_L(t) = \omega L i_m \cos \omega t = \omega L i_m \sin(\omega t + 90) \quad \text{следва от } (\cos \alpha = \sin(\alpha + 90))$$

Произведението:

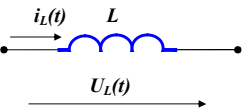
$$X_L = \omega L \text{ се нарича индуктивно съпротивление: } [X_L] = \Omega.$$

Тогава напрежението $u_L(t)$ може да се запише като:

$$u_L(t) = X_L i_m \sin(\omega t + 90) = u_m \sin(\omega t + 90)$$

или окончателно:

$$u_L(t) = u_m \sin(\omega t + 90)$$



$$u_L(t) = L \frac{di}{dt}$$

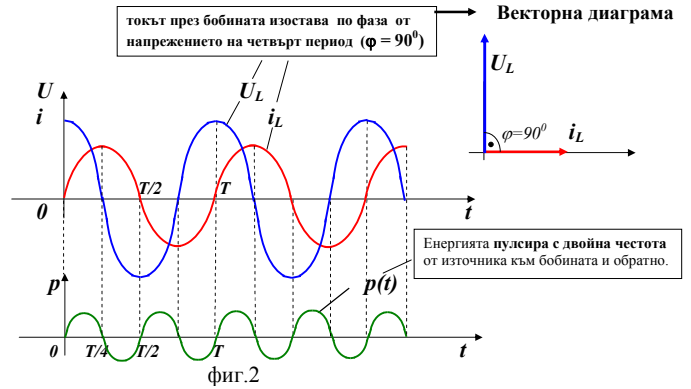
$$i_L(t) = i_m \sin \omega t$$

$$u_L(t) = X_L i_m \sin(\omega t + 90)$$

Следователно напрежението $u_L(t)$ също е синусодална функция с амплитудната стойност $u_m = X_L i_m$ и има начална фаза $\psi_u = 90^\circ$. Фазовата разлика φ между напрежението и тока на бобината се определя като:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90 - 0 = 90$$

Извод: При преминаване през бобина **токът изостава** по фаза от напрежението на четвърт период ($\varphi = 90^\circ$ - фиг.2).



Моментната мощност $p(t)$ се определя като:

$$p(t) = i(t)u_L(t) = i_m \sin \omega t u_m \cos \omega t = \frac{u_m i_m}{2} \sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U \cdot I \sin 2\omega t$$

Следователно **мощността в бобината е хармонична функция с честота 2ω** . Тогава **средната за периода T мощност е нула**:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t) dt = \int_0^T U \cdot I \sin 2\omega t dt = 0$$

т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към бобината и обратно (фиг.2). През първата четвърт на периода ($t = 0 \div \frac{T}{4}$), когато $i_L(t) > 0$ и $u_L(t) > 0$ мощността има положителна стойност: $p(t) > 0$. Площта, ограничена от кривата $p(t)$ и абсцисната ос за това време, съответства на енергията взета от източника, която отива за създаване на енергия на магнитното поле в бобината. През втората четвърт ($t = \frac{T}{4} \div \frac{T}{2}$), моментната мощност е отрицателна ($p(t) < 0$) и енергията на магн. поле се връща към източника.

3. Синусодален ток в кондензатор

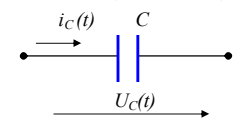
Нека към кондензатора C е приложено синусодално напрежение с нулева начална фаза $\psi_u = 0$.

$$u_C(t) = u_m \sin \omega t$$

Токът през кондензатора $i(t)$ се определя като:

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow i(t) = \omega C u_m \cos \omega t = \omega C u_m \sin(\omega t + 90)$$



$$i_C(t) = C \frac{du_C}{dt} \quad \text{използва се и } u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

$$u_C(t) = u_m \sin \omega t$$

$$i_C(t) = \frac{u_m}{X_C} \sin(\omega t + 90)$$

Величината $X_C = \frac{1}{\omega C}$ се нарича **капацитивно съпротивление**: $[X_C] = \Omega$.

Тогава токът $i_C(t)$ може да се запише като:

$$i_C(t) = \frac{u_m}{X_C} \sin(\omega t + 90) = i_m \sin(\omega t + 90)$$

или окончателно:

$$i_C(t) = i_m \sin(\omega t + 90)$$

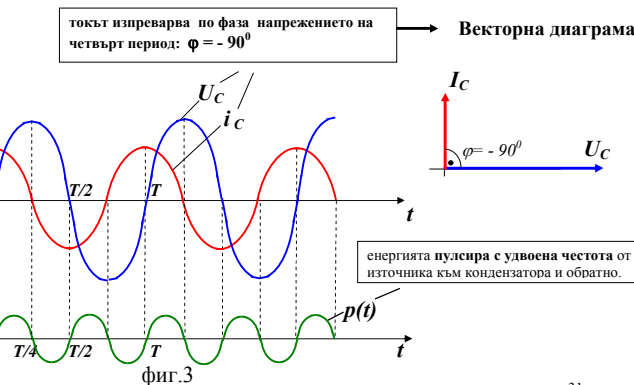
Следователно токът $i_C(t)$ също е синусодална функция с амплитудната стойност

$$i_m = \frac{u_m}{X_C} \text{ и има начална фаза } \psi_i = 90^\circ. \text{ Фазовата разлика } \varphi \text{ между напрежението и}$$

тока на кондензатора се определя като:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 90 = -90$$

Извод: При преминаване през кондензатор **токът изпреварва** по фаза напрежението на четвърт период ($\varphi = -90^\circ$ - фиг.3):



Моментната мощност $p(t)$ се определя като:

$$p(t) = i_C(t)u_C(t) = i_m \cos \omega t u_m \sin \omega t = \frac{u_m i_m}{2} \sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U \cdot I \sin 2\omega t$$

Следователно **мощността в кондензатора е хармонична функция с честота 2ω** . Тогава **средната за периода T мощност е нула**:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t) dt = \int_0^T U \cdot I \sin 2\omega t dt = 0$$

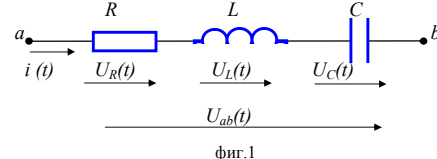
т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към кондензатора и обратно (фиг.3). През първата четвърт на периода ($t = 0 \div \frac{T}{4}$), когато $i_C(t) > 0$ и $u_C(t) > 0$ мощността има положителна стойност: $p(t) > 0$. Площта, ограничена от кривата $p(t)$ и абсцисната ос за това време, съответства на енергията взета от източника, която отива за създаване на енергия на електрическото поле в кондензатора. През втората четвърт ($t = \frac{T}{4} \div \frac{T}{2}$), моментната мощност е отрицателна ($p(t) < 0$) и енергията на електрическото поле се връща към източника.

10. Въпрос

Синусодален режим в пасивен R, L, C двуполносик от последователен тип. Векторна диаграма. Синусодален режим в пасивен G, L, C двуполносик от паралелен тип. Векторна диаграма.

1. Синусодален режим в пасивен R, L, C двуполносик от последователен тип.

Нека разгледаме участък от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.1), в който протича синусодален ток (за удобство с нулева начална фаза $\psi_i = 0$): $i(t) = i_m \sin \omega t$



Тогава напрежението на участъка $u_{ab}(t)$ се определя като сума от напреженията върху трите елемента R, L и C :

$$u_{ab}(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt dt$$

$$= R i_m \sin \omega t + \omega L i_m \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{1}{\omega C} i_m \sin(\omega t - 90^\circ)$$

но като се отчете, че $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\sin(\alpha + 90^\circ)$ и че съпротивления на бобината и кондензатора са съответно: $X_L = \omega L$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$ за напрежението $u_{ab}(t)$ се получава:

$$u_{ab}(t) = Ri_m \sin \omega t + (X_L - X_C)i_m \sin(\omega t + 90^\circ) =$$

$$= Ri_m \sin \omega t + X i_m \sin(\omega t + 90^\circ) = u_m \sin(\omega t + \psi_u) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$$

В последния израз с **X** е означено **реактивното съпротивление** на участъка:

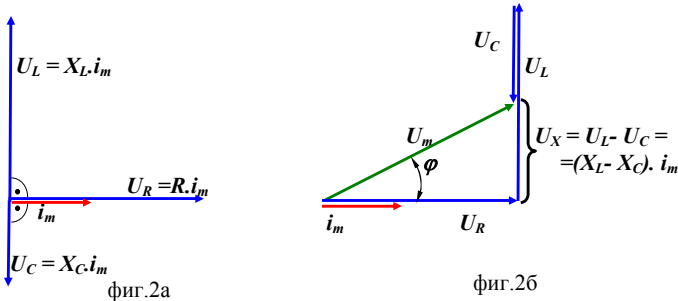
Извод: Във веригата участват два вида съпротивления:

- активно **R**
- реактивно **X = X_L - X_C**
 - ако $X_L > X_C$ съпротивлението има **индуктивен** характер (фиг.2)
 - ако $X_L < X_C$ съпротивлението има **капацитивен** характер (фиг.3)
 - ако $X_L = X_C$ съпротивлението е чисто активно (има **резонанс**-фиг.4)

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$\text{но } \psi_i = 0 \Rightarrow \varphi = \psi_u$$

Векторна диаграма: $U = U_R + U_L + U_C$



На фиг. 2 е показана векторната диаграма на напреженията върху елементите R, L, и C от схемата на фиг.1, за случая когато $X_L > X_C$ (т.е. съпротивлението има **индуктивен** характер). Вижда се, че общото напрежение е **геометрична, а не алгебрична сума** от напреженията на отделните елементи:

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$$

Или още може да се запише:

$$U_m^2 = i_m^2 R^2 + i_m^2 (X_L - X_C)^2 = i_m^2 z^2$$

където съпротивлението **Z** се нарича **импеданс** и се определя като:

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

33

1. Определят се реактивното съпротивление на веригата $X = X_L - X_C$ където X_L и X_C са съпротивленията на бобината и кондензатора. Те зависят от ъловата честота $\omega = 2\pi f$ и са съответно:

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

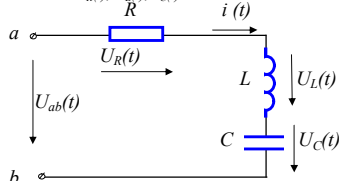
2. Определя се импедансът на веригата $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

3. Определя се амплитудната стойност на тока $i_m = \frac{U_m}{z}$, фазовата разлика φ между напрежението и тока $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$, както и началната фаза на тока $\psi_i = \psi_u - \varphi$

4. Определя се тока $i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$

Пример за анализ на проста верига при протичане на синусоидален ток

Входното напрежение на участък от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.5а) $U_{ab}(t) = 100 \sin \omega t$. Параметрите на веригата са съответно $R = 3\Omega$, $L = 15\text{mH}$, $C = 100\mu\text{F}$, $f = 160\text{Hz}$. Да се определи тока във веригата $i(t)$ и напреженията върху отделните елементи $U_R(t)$, $U_L(t)$, $U_C(t)$.



фиг.5а

Решение

Определяне на тока във веригата

1. Определяме реактивните съпротивления т.е. съпротивленията на бобината и кондензатора. Те зависят от ъловата честота $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 160 \approx 1000 \text{ rad/s}$ и са съответно:

$$X_L = \omega L = 1000 \cdot 14 \cdot 10^{-3} = 14\Omega; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 10\Omega$$

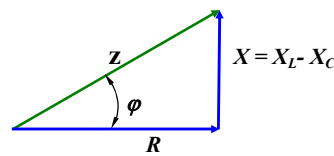
2. Така импедансът на веригата се определя като:

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (14 - 10)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\Omega$$

3. Следователно амплитудната стойност на тока е $i_m = \frac{U_m}{z} = \frac{100}{5} = 20\text{A}$, а фазовата разлика φ между напрежението и тока $\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{4}{3} = 71.56^\circ$. Началната фаза на

35

Ако разделим трите страни на на триъгълника от векторната диаграма на фиг.2б/ на i_m ще получим подобен триъгълник на съпротивленията(фиг.2в).



фиг.2в

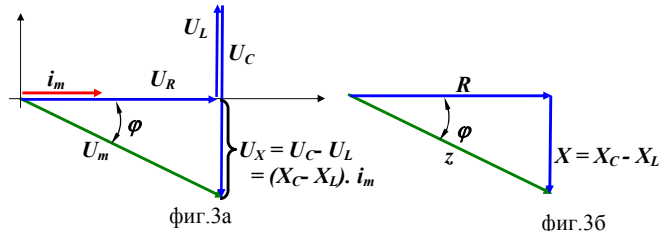
На фиг.3а е показана векторната диаграма на напреженията върху елементите R, L, и C и на фиг.3б триъгълника на съпротивленията, за случая когато $X_L < X_C$ и $\varphi < 0$ (т.е. съпротивлението има **капацитивен** характер), а на фиг.4а и фиг.4б векторната диаграма и съответно на съпротивленията за случая, когато $X_L = X_C$ и $\varphi = 0$ (т.е. съпротивлението е чисто активно $z = R$)

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

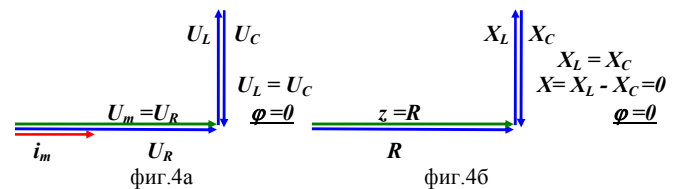
и съответно:

$$R = z \cdot \cos \varphi; \quad X = z \cdot \sin \varphi$$



фиг.3а

фиг.3б



фиг.4а

фиг.4б

Разгледаните съотношения могат да се използват при анализ на съвсем прости вериги (последователно свързани към синусоидално напрежение $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, бобина резистор и кондензатор) по следния начин:

34

входното напрежение е $\psi_u = 0$, следователно началната фаза на тока $\psi_i = \psi_u - \varphi = -\varphi = -71.56^\circ$

4. Тогава токът във веригата се определя като:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \varphi) = 20 \sin(\omega t - 71.56^\circ) \text{ A}$$

Определяне на напреженията върху отделните елементи във веригата

1. **Напрежението върху резистора $U_R(t)$**

- Амплитудната стойност на напрежението върху резистора се определя като: $U_{mR} = i_m R = 20 \cdot 3 = 60\text{V}$

- Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза, следователно $\psi_{UR} = \psi_i = -71.56^\circ$

- Така:

$$U_R(t) = U_{mR} \sin(\omega t + \psi_{UR}) = 60 \sin(1000t - 71.56^\circ) \text{ V}$$

2. **Напрежението върху бобината $U_L(t)$**

- Амплитудната стойност на напрежението върху бобината се определя като: $U_{mL} = i_m X_L = 20 \cdot 14 = 280\text{V}$

- Напрежението изпреварва тока през бобината с 90° , следователно $\psi_{UL} = \psi_i + 90^\circ = -71.56^\circ + 90^\circ = 18.44^\circ$

- Така:

$$U_L(t) = U_{mL} \sin(\omega t + \psi_{UL}) = 280 \sin(1000t + 18.44^\circ) \text{ V}$$

3. **Напрежението върху кондензатора $U_C(t)$**

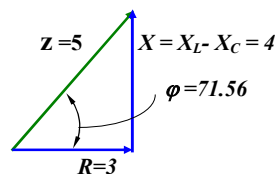
- Амплитудната стойност на напрежението върху кондензатора се определя като: $U_{mC} = i_m X_C = 20 \cdot 10 = 200\text{V}$

- Напрежението изостава от тока през кондензатора с 90° , следователно $\psi_{UC} = \psi_i - 90^\circ = -71.56^\circ - 90^\circ = -161.56^\circ$

- Така:

$$U_C(t) = U_{mC} \sin(\omega t + \psi_{UC}) = 280 \sin(1000t - 161.56^\circ) \text{ V}$$

На фиг.5б е показан триъгълника на съпротивленията в разгледаната верига, а на фиг.5в векторната диаграма на напреженията върху елементите R, L, и C.



фиг.5б

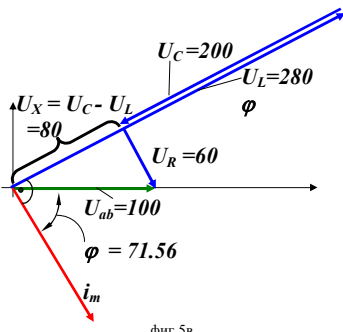
$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$

и съответно:

$$R = z \cdot \cos \varphi; \quad X = z \cdot \sin \varphi$$

36

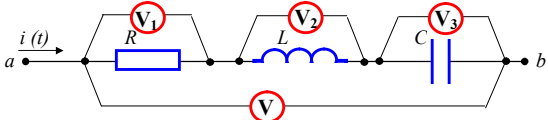


фиг.5в

За сравнително прости вериги е възможно определянето и на показанията на уреди (амперметри и волтметри) с помощта на векторни диаграми.

Пример: Да се определи показанието на волтметра V, ако показанията на волтметрите V₁, V₂ и V₃ са съответно 40V, 60V и 30V.

Примерът илюстрира това, че общото напрежение е **геометрична, а не алгебрична сума** от напреженията на отделните елементи.



Решение на базата на векторна диаграма

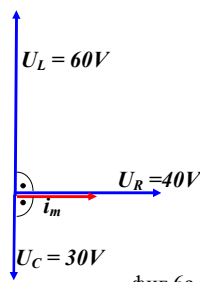
В участъка от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор протича един и същи синусоидален ток (за удобство приемаме, че е с нулева начална фаза $\psi_i = 0$):

$i(t) = i_m \sin \omega t$. Напрежението на резистора съвпада по фаза с тока, а на бобината и кондензатора съответно изкъзва или изостава с 90° (фиг.6а). От правоъгълния триъгълник на фиг.6б определяме:

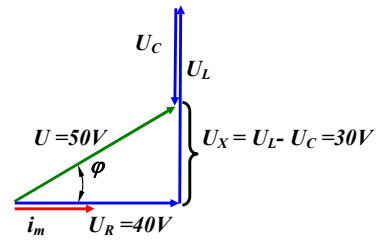
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50V$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_X}{U_R} = \arctg \frac{30}{40} = 36,8^\circ$$

Следователно напрежението на волтметра V е 50V.



фиг.6а



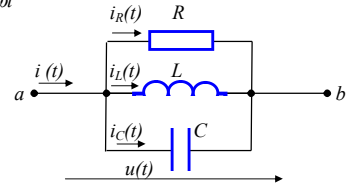
фиг.6б

2. Синусоидален режим в пасивен R, L, C двуполосник от паралелен тип.

Векторна диаграма

Нека разгледаме участък от паралелно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.7). Към трите елемента е приложено едно и също синусоидално напрежение (за удобство с нулева начална фаза $\psi_u = 0$):

$$u(t) = u_m \sin \omega t$$



фиг.7

Тогава общият ток $i(t)$ се определя като сума от токовете през трите елемента R, L, и C:

$$\begin{aligned} i(t) &= i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = \\ &= \frac{1}{R}u(t) + \frac{1}{L} \int u(t) dt + C \frac{du(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{R}u_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega L}u_m \sin(\omega t - 90^\circ) + \omega C u_m \sin(\omega t + 90^\circ) \end{aligned}$$

но като се отчете, че $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\sin(\alpha + 90^\circ)$ и че проводимостите на резистора, бобината и кондензатора са съответно: $G = \frac{1}{R}$, $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$, $B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$, за тока

$i(t)$ се получава:

$$\begin{aligned} i(t) &= G u_m \sin \omega t + (B_L - B_C) u_m \sin(\omega t - 90^\circ) = \\ &= G u_m \sin \omega t + B u_m \sin(\omega t - 90^\circ) = i_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_m \sin(\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

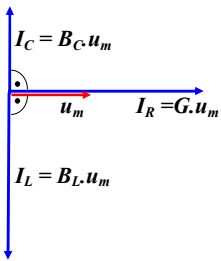
$$\begin{aligned} \varphi &= \psi_u - \psi_i \\ \text{но } \psi_u &= 0 \Rightarrow \varphi = -\psi_i \end{aligned}$$

В последния израз с **B** е означена **реактивната проводимост** на участъка:

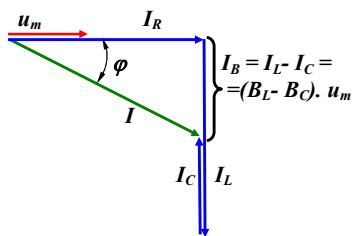
Извод: Във веригата има два вида проводимост:

- активна G
- реактивна $B = B_L - B_C$
 - ако $B_L > B_C$ проводимостта има **индуктивен** характер (фиг.8)
 - ако $B_L < B_C$ проводимостта има **капацитивен** характер
 - ако $B_L = B_C$ проводимостта е чисто активна (има **резонанс** $B=0$)

Векторна диаграма: $I = I_R + I_L + I_C$



фиг.8а



фиг.8б

На фиг.8 е показана векторната диаграма на токовете през елементите R, L, и C за случая когато $X_L > X_C$ (т.е. проводимостта има **индуктивен** характер). Вижда се, че общият ток е **геометрична, а не алгебрична сума** от токовете на отделните елементи:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_B^2}$$

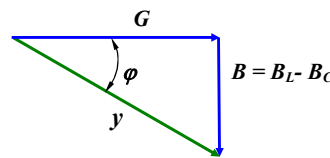
Или още може да се запише:

$$I^2 = u_m^2 G^2 + u_m^2 (B_L - B_C)^2 = u_m^2 y^2$$

където с **y** е означена **проводимостта** на участъка. Тя се определя като:

$$y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

Ако разделим трите страни на на триъгълника от векторната диаграма на фиг.8б на u_m ще получим подобен триъгълник на проводимостите (фиг.8в).



фиг.8в

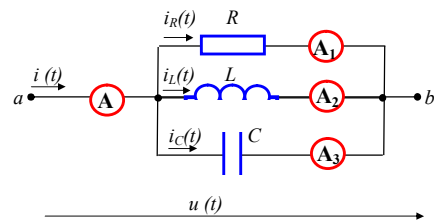
$$y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{B}{G} = \arctg \frac{B_L - B_C}{G}$$

и съответно:
 $G = y \cdot \cos \varphi$, $B = y \cdot \sin \varphi$

Пример: Да се определи показанието на амперметра A, ако показанията на амперметрите A₁, A₂ и A₃ са съответно 3A, 4A и 8A.

Примерът илюстрира това, че общият ток е **геометрична, а не алгебрична сума** от токовете на трите елемента.



фиг.9

Решение на базата на векторна диаграма

Към участъка от паралелно свързани резистор, бобина и кондензатор е приложено едно и също синусоидално напрежение (за удобство приемаме, че е с нулева начална фаза $\psi_u = 0$):

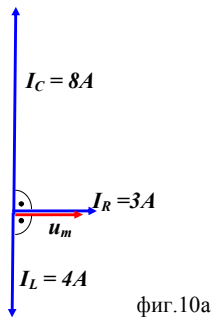
$$u(t) = u_m \sin \omega t$$

Токът през резистора съвпада по фаза с напрежението, а през бобината и кондензатора съответно изостава или изкъзва с 90° (фиг.10а). От правоъгълния триъгълник на фиг.10б определяме:

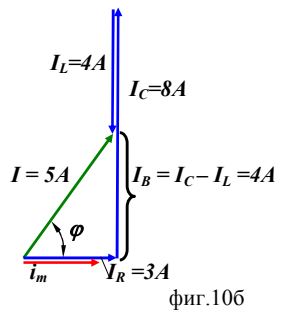
$$I = \sqrt{I_R^2 + I_B^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5A$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_B}{I_R} = \arctg \frac{4}{3} = 53,1^\circ$$

Следователно токът през амперметра A е 5A.



фиг.10а



фиг.10б