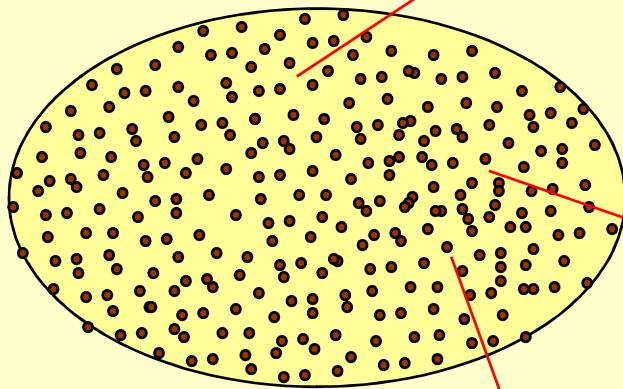


Анализ на ЕМП – примери за приложение

Электромагнитно поле

Число $P(x,y,z)$ -- числово поле



Вектор $A(x,y,z)$ --векторно поле

Физическо свойство –физично поле
(топлинно, на мех. напрежения,
магнитно и т.н)

- Електромагнитно поле е съвкупност от изменящи се във времето, взаимно свързани и взаимно обуславящи се електрическо и магнитно поле.
- То е вид материя и притежава енергия и маса.
- Може да се превръща в други видове материя, както и да съществува самостоятелно във вид на електромагнитни вълни.

**ЕМП се характеризира от
четири вектора:**

E - интензитет на електрическото поле

D - индукция на електрическото поле

H - интензитет на магнитното поле

B - индукция на магнитното поле.

Два от векторите са **основни**:

- интензитет на електрическото поле **E**
- интензитет на магнитното поле **H**.

Другите два вектора:

- индукцията на електрическото поле **D**
- индукцията на магнитното поле **B**

се определят **посредством материалните връзки**:

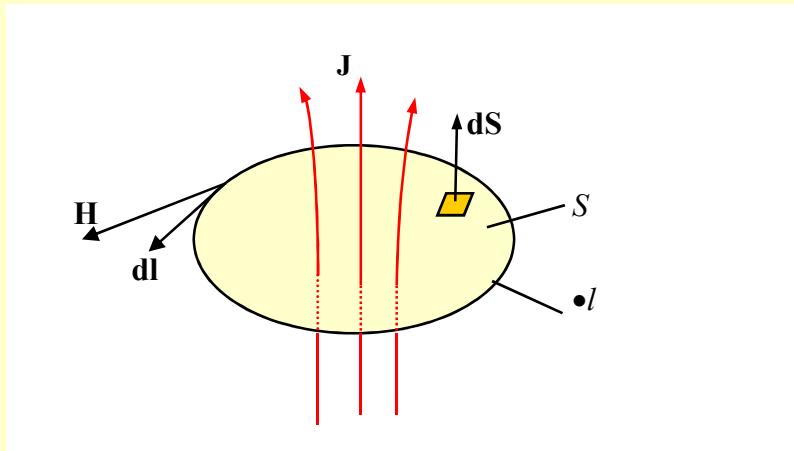
$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Източници на електромагнитното поле

- постоянни или променливи във времето токове $i(t)$ с плътност $\mathbf{J}(t)$
- заряди $q(t)$ с обемна плътност $\rho(t)$.

Система уравнения на електромагнитното поле

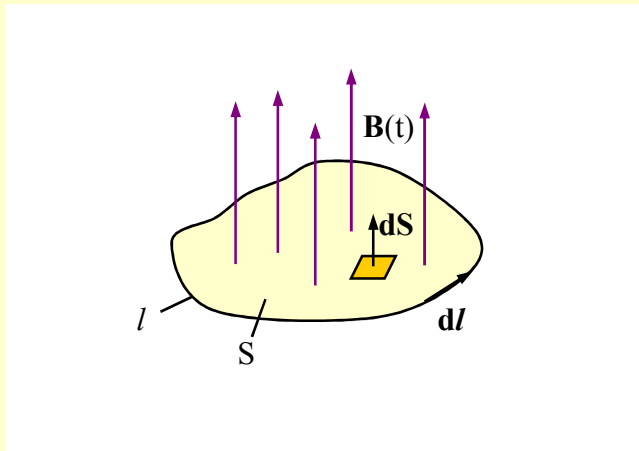


Закон за пълния ток

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i(t) = \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

- Циркулацията (линейния интеграл) на вектора \mathbf{H} по затворен контур l , който обхваща площ S е числено равна на сумата от обхванатите от контура токове.
- Той отразява връзката между интензитета на магнитното поле \mathbf{H} и източника на полето - тока i с плътност \mathbf{J} .

Система уравнения на електромагнитното поле

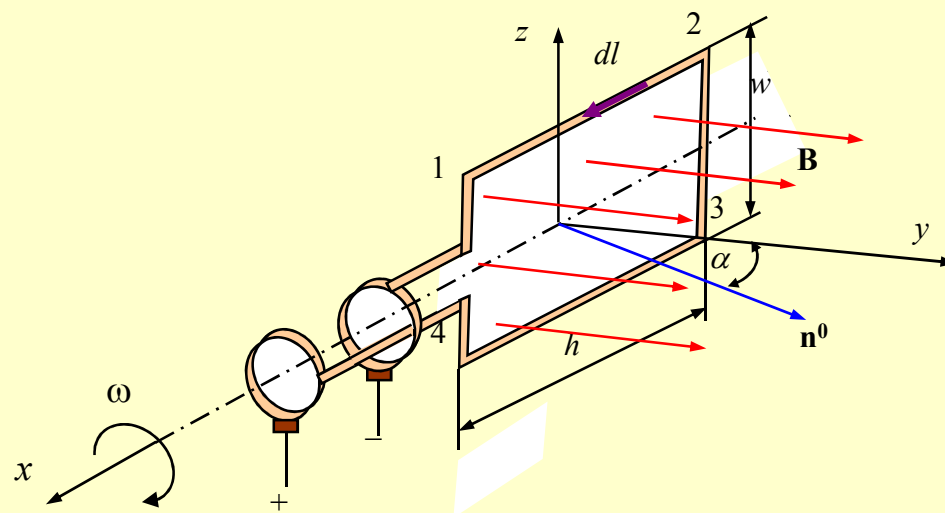


Закон за електромагнитната индукция

$$e = \oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

- Промяната на потока на вектора на магнитното поле \mathbf{B} през площта S , обхваната от контура l води до появата на електродвижещо напрежение e в контура.
- Той отразява връзката между електрическото и магнитното поле

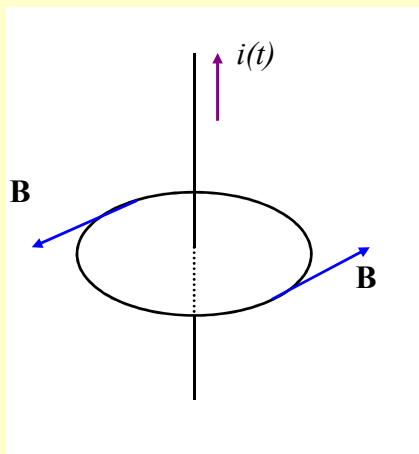
Пример: -- Правоъгълна рамка в променливо магнитно поле



a) неподвижна рамка

b) Рамката се върти около x -оста със скорост ω

Система уравнения на електромагнитното поле

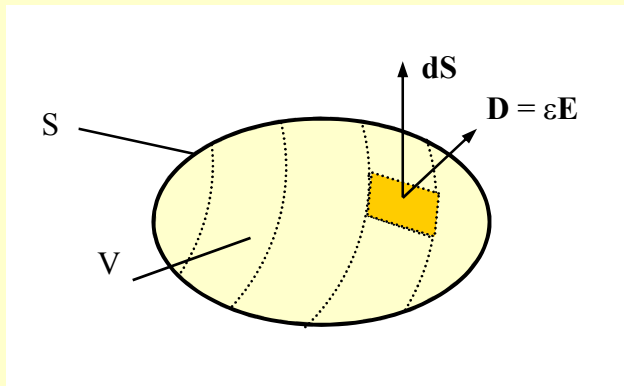


Принцип за непрекъснатост на магнитния поток.

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \oiint_S \mu \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

- Той отразява факта, че магнитните силови линии са затворени криви – **нямат начало и нямат край**. Магнитният поток за произволна затворена област S е нула.

Система уравнения на електромагнитното поле



Постулат на Максвел:

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q(t) = \iiint_V \rho dV$$

Закон на Гаус:

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q(t)}{\epsilon}$$

- циркулацията на вектора \mathbf{D} по затворената повърхност S , обхващаща обема V е числено равна на сумата от обхванатите от повърхността заряди.
- определя връзката между електрическото поле (индукцията \mathbf{D}) и неговия източник (електрически заряд q с плътност ρ)

Система уравнения на електромагнитното поле в диференциален вид

Системата уравнения на електромагнитното поле в диференциален вид се получава като следствие на тази в интегрален вид при при условие, че съответният закон се прилага за област с безкрайно малки размери, т.е. изследваната област се свежда до точка.

Закон за пълния ток в диференциална форма

Отразява връзката между вихровото магнитното поле \mathbf{H} и източника на полето - токовата плътност \mathbf{J} .

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J}_e + \mathbf{J}$$
$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E} + \rho\mathbf{v} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}$$

С \mathbf{J}_e е означен тока на външни източници. Токовата плътност \mathbf{J} се състои от три компоненти:

$\mathbf{J}_\sigma = \sigma\mathbf{E}$ – ток в проводяща среда, с проводимост σ ;

$\mathbf{J}_\rho = \rho\mathbf{v}$ – ток на свободно пренасяни заряди ρ със скорост \mathbf{v} ;

$\mathbf{J}_D = \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$ – ток на електрическата индукция

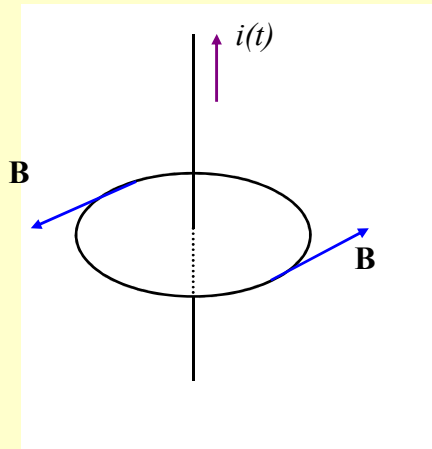
Третата компонента - тока на електрическата индукция е израз на взаимната връзка между двете страни на електромагнитното поле, а именно – промяната на електрическата индукция в дадена точка води до поява в тази точка на вихрово магнитно поле.

Закон за електромагнитната индукция в диференциална форма

Той показва, че всяко изменение $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ на магнитното поле във времето в дадена точка възбужда вихрово електрическо поле в същата точка.

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

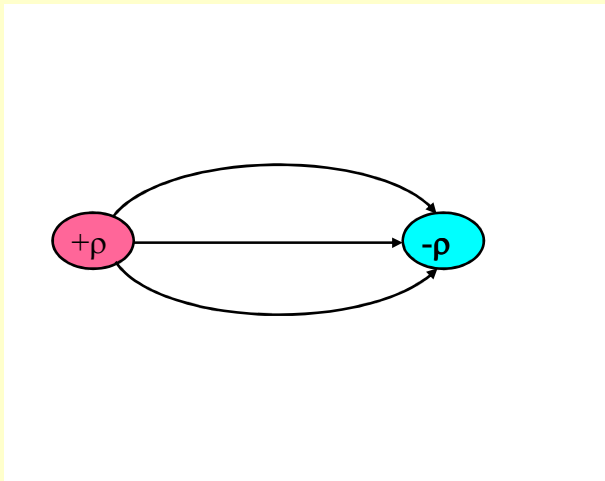
Принцип за непрекъснатост на магнитния поток в диференциална форма



$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$$

Той показва, че магнитните силови линии са затворени криви – **нямат начало и нямат край.**

Постулат на Максвел в диференциална форма



$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho(t)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{\rho(t)}{\varepsilon}$$

- Той показва връзката между електрическото поле (индукцията \mathbf{D}) и източника на полето (електрически заряд с плътност ρ).
- Линиите на полето започват от положителните и завършват в отрицателните заряди.

Уравнения за анализ на електромагнитно поле относно електромагнитни потенциали

В редица случаи, при анализа на електромагнитните процеси е удобно да се използват уравнения относно помощни електромагнитни потенциали.

Въвеждат се двойки електромагнитни потенциали:

- магнитен вектор потенциал \mathbf{A}_μ
- скаларен електрически потенциал V_ϵ
- електрически вектор потенциал \mathbf{A}_ϵ
- скаларен магнитен потенциал V_μ .

Те се дефинират посредством зависимостите:

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \text{rot} \mathbf{A}_\mu \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A}_\mu \\ \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{A}_\mu}{\partial t} - \text{grad} V_\epsilon\end{aligned}$$

Нехомогенно уравнение на дифузията относно вектор потенциала \mathbf{A}_μ

$$\nabla^2 \mathbf{A}_\mu - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{A}_\mu}{\partial t} = -\mu \mathbf{J}e$$

За еднозначност на решението е необходимо добавянето на второ уравнение. (наречено калибровъчно условие) от вида :

$$\mathit{div} \mathbf{A}_\mu + \sigma\mu V = 0$$

Уравнения относно скаларния електрически потенциал V_ε

$$\nabla^2 V_\varepsilon - \sigma\mu \frac{\partial V_\varepsilon}{\partial t} = -\frac{\rho(t)}{\varepsilon}$$

За областите, в които липсва външен възбудител ($\rho(t) = 0$), уравнението се трансформира в хомогенно:

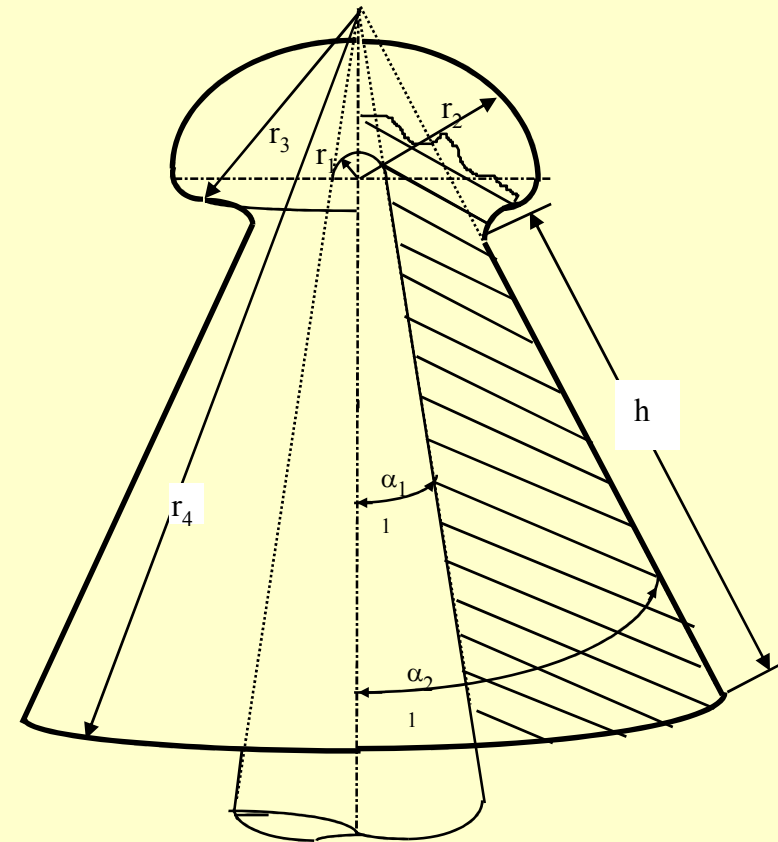
$$\nabla^2 V_\varepsilon - \sigma\mu \frac{\partial V_\varepsilon}{\partial t} = 0$$

Уравнения за анализ на квазистационарно електромагнитно поле при използване на комплексни образи

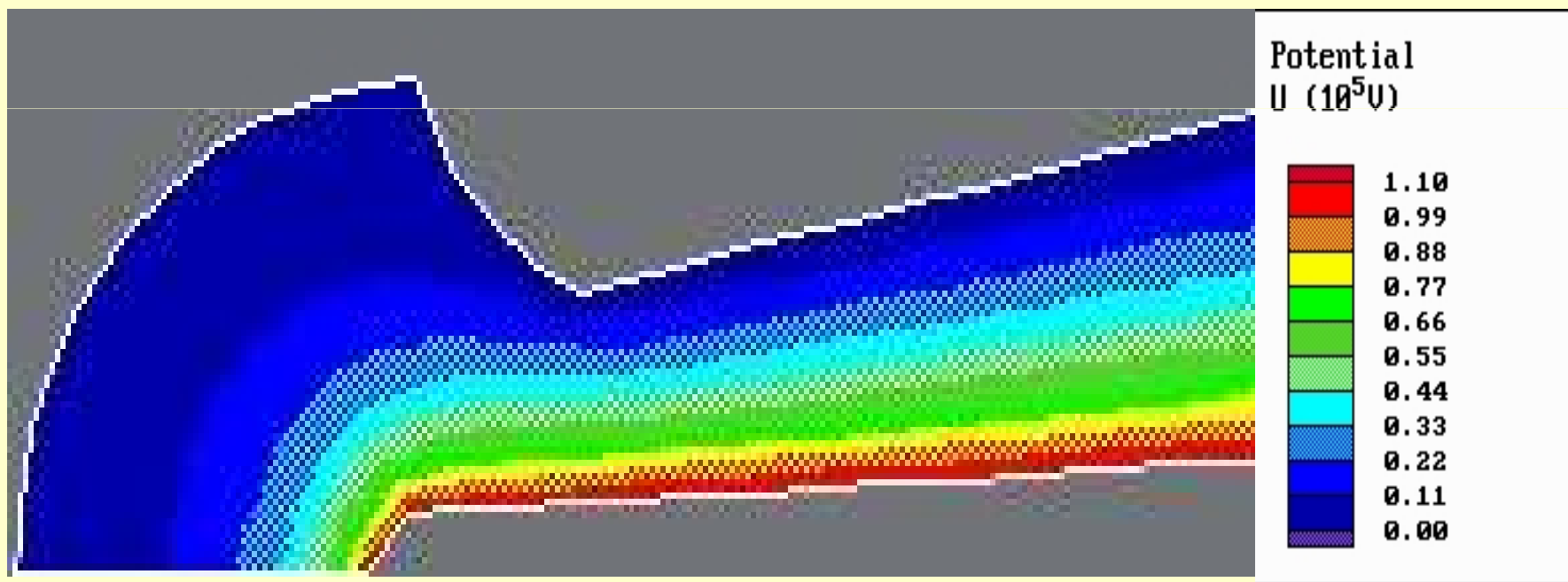
При синусоидално изменящи се източници и разпространение на полето в линейна среда уравненията за анализ могат да се запишат относно комплексните образи на търсените синусо-идално изменящи се вектори на полето $\dot{\mathbf{H}}, \dot{\mathbf{B}}, \dot{\mathbf{E}}, \dot{\mathbf{D}}$ и електромагнитните потенциали $\dot{A}_\mu, \dot{V}_\epsilon, \dot{A}_\epsilon,$ и \dot{V}_μ .

Анализ на електростатично поле

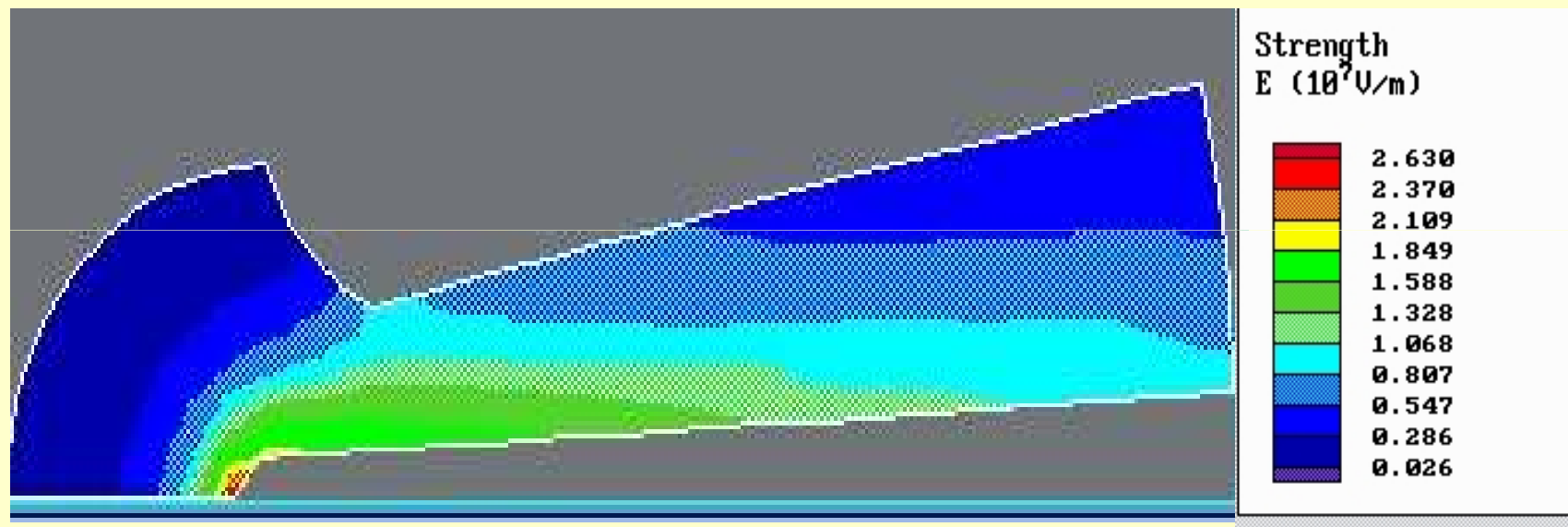
- Даден е порцеланов изолатор с $\epsilon_r = 5$, и известни геометрични размери.
- При дъжд порцелановата повърхност се покрива с проводящ слой, който заедно с металната подпорна кука се разглеждат като електроди на кондензатор с капацитет C .
- Да се анализира картината на електрическото поле в изолатора, ако той се намира под напрежение 110kV .
- Да се определи в кой участък интензитета E достига максимални стойности и дали ще се получи пробив, ако пробивния интензитет е $E_{пр} = 200\text{kV/cm}$.
- Да се изчисли стойността на капацитета C .



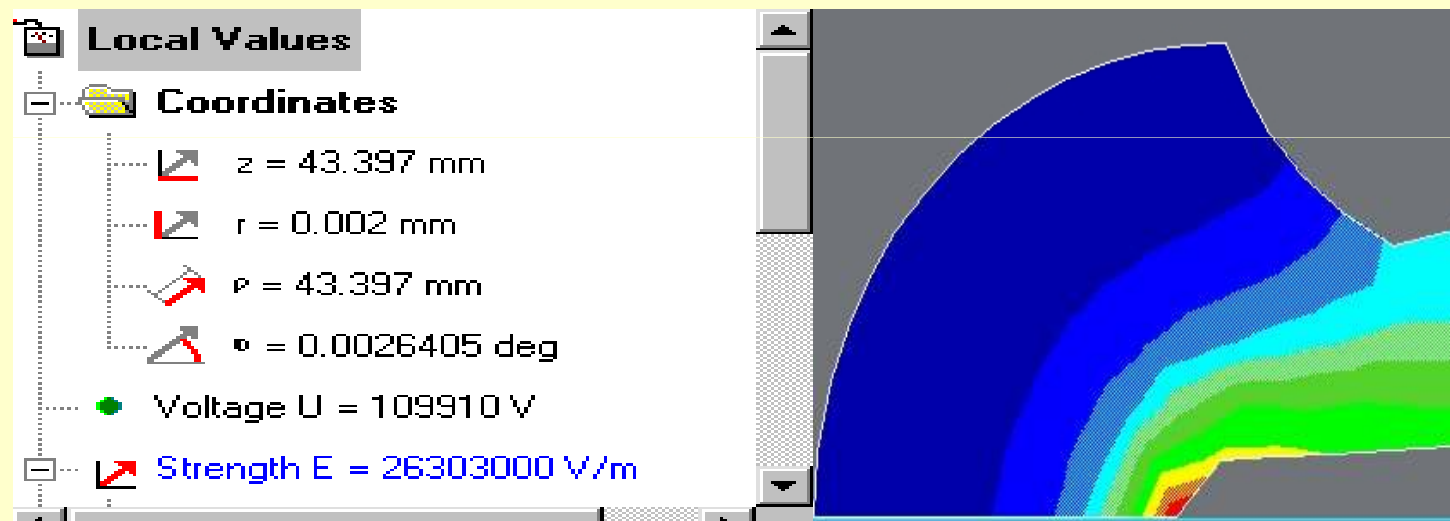
Разпределение на потенциала



Разпределение на интензитета



Определяне на областта с максимален интензитет



В областта с най-високи стойности на интензитета

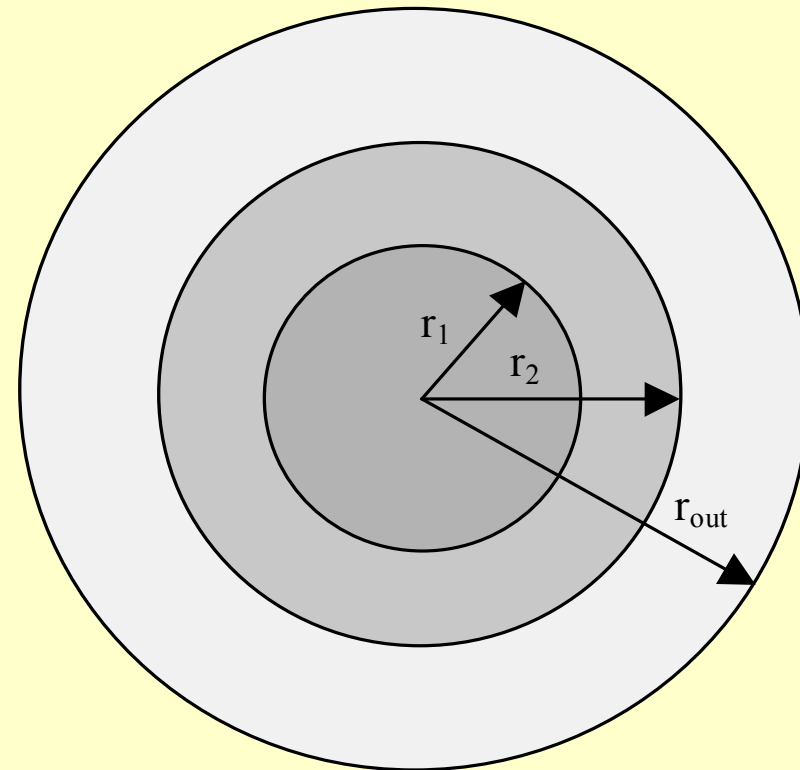
$$E_{\max} = 263 \text{ kV/cm}$$

Тази стойност на интензитета е по-голяма от пробивния интензитет $E_{\text{пр}}=200 \text{ kV/cm}$, т.е. ако изолатор с тези данни се използва при напрежение 110 kV , **ще настъпи пробив.**

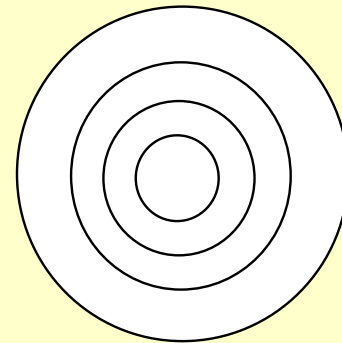
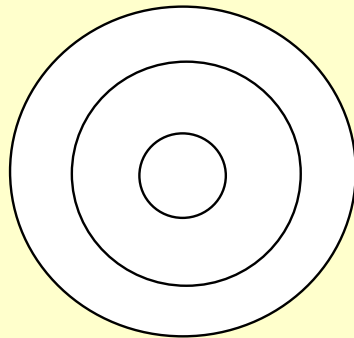
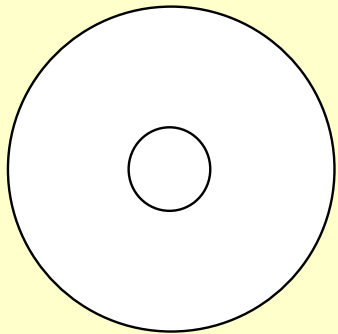
- При определяне на капацитета се получава:
- капацитет получен чрез заряда $C=15.9 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 15.9 \text{ pF}$;
- капацитет, получен чрез енергията $C=15.3 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 15.3 \text{ pF}$.

Анализ на електростатично поле

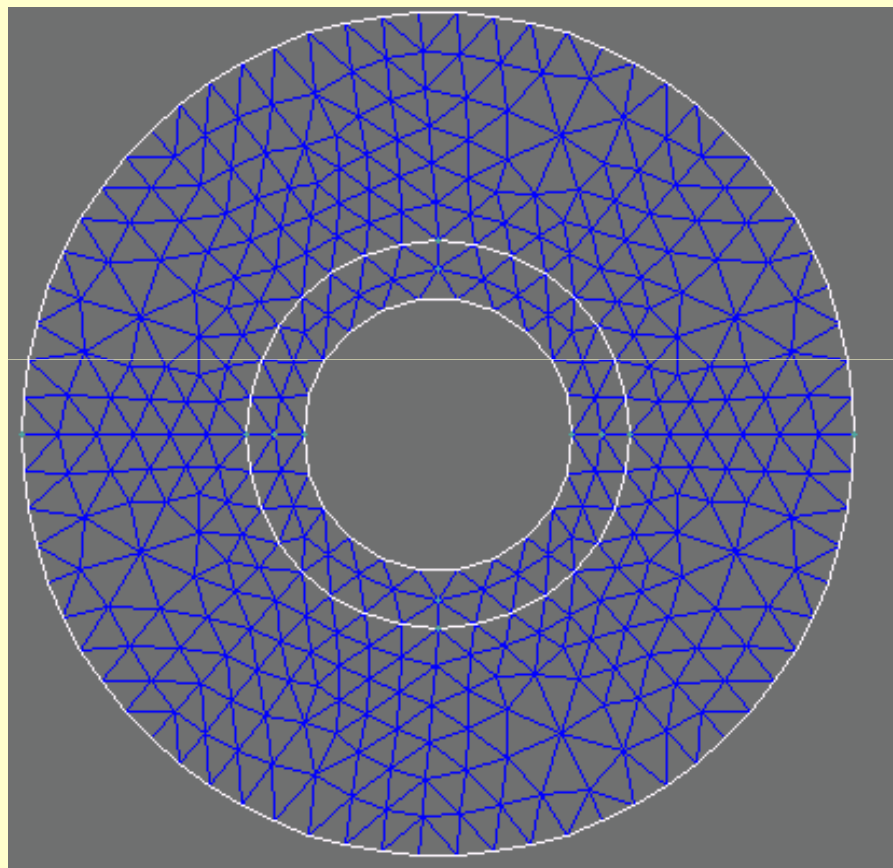
- Зададен е проводник с радиус $r_1=0.55\text{cm}$ и външен радиус на изолацията $r_{\text{out}}=1.7\text{cm}$ при напрежение $U=25\text{kV}$.
- Да се избере най подходяща изолация при коефициент на сигурност $K = 3$. Възможни са варианти:
 - **Еднослойна** хартиена изолация с $\epsilon_r = 2.4$ и пробивен интензитет $E_b = 147 \text{ kV/cm}$;
 - **двуслойна** изолация , вътрешна с $\epsilon_r = 5$ и $E_b = 200\text{kV/cm}$, външна с $\epsilon_r = 4$ и $E_b = 175\text{kV/cm}$.
 - **Трислойна** от трите диелектрика.



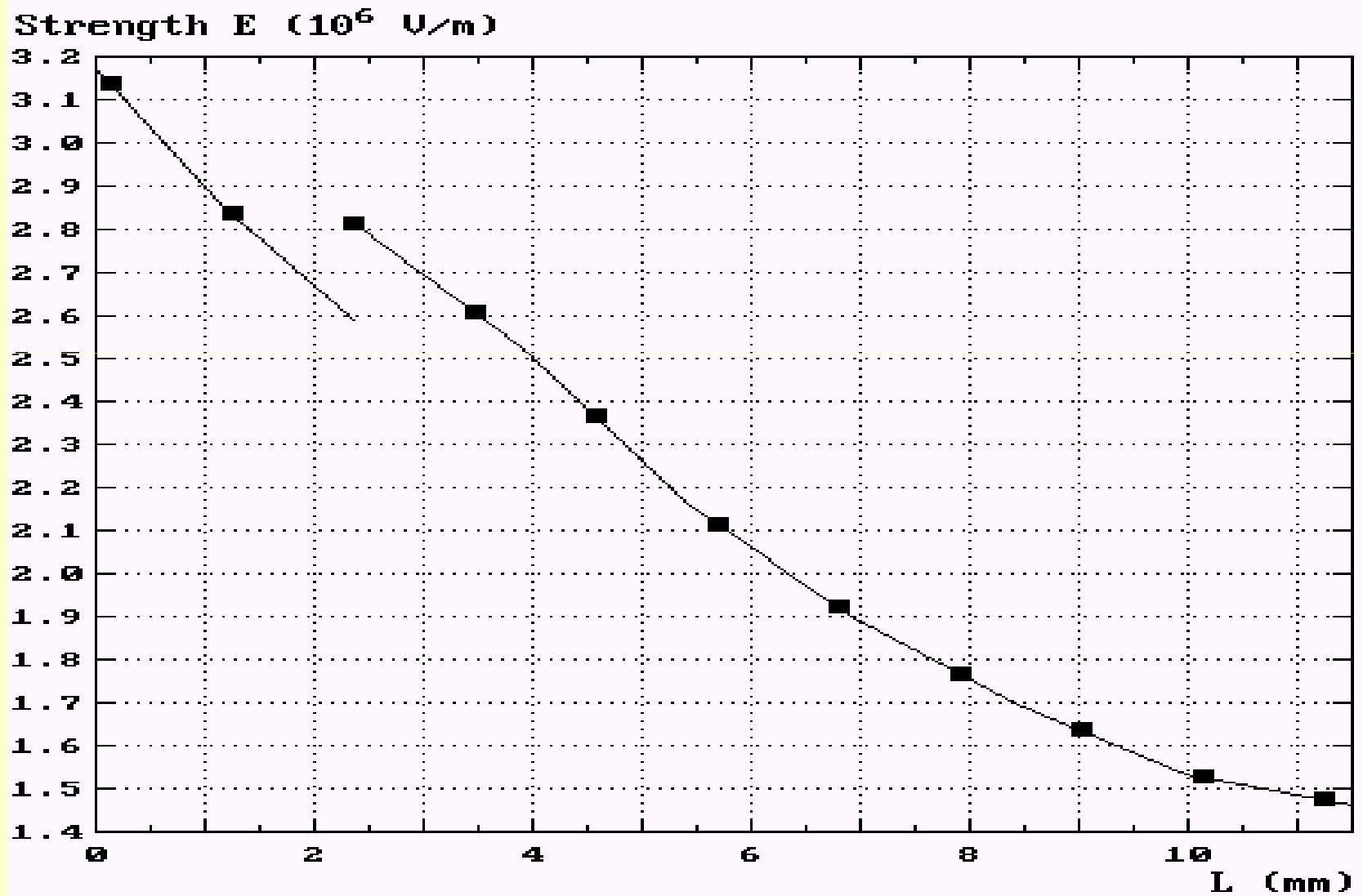
Анализ на полето – определя се интензитета на електрическото поле за трите варианта



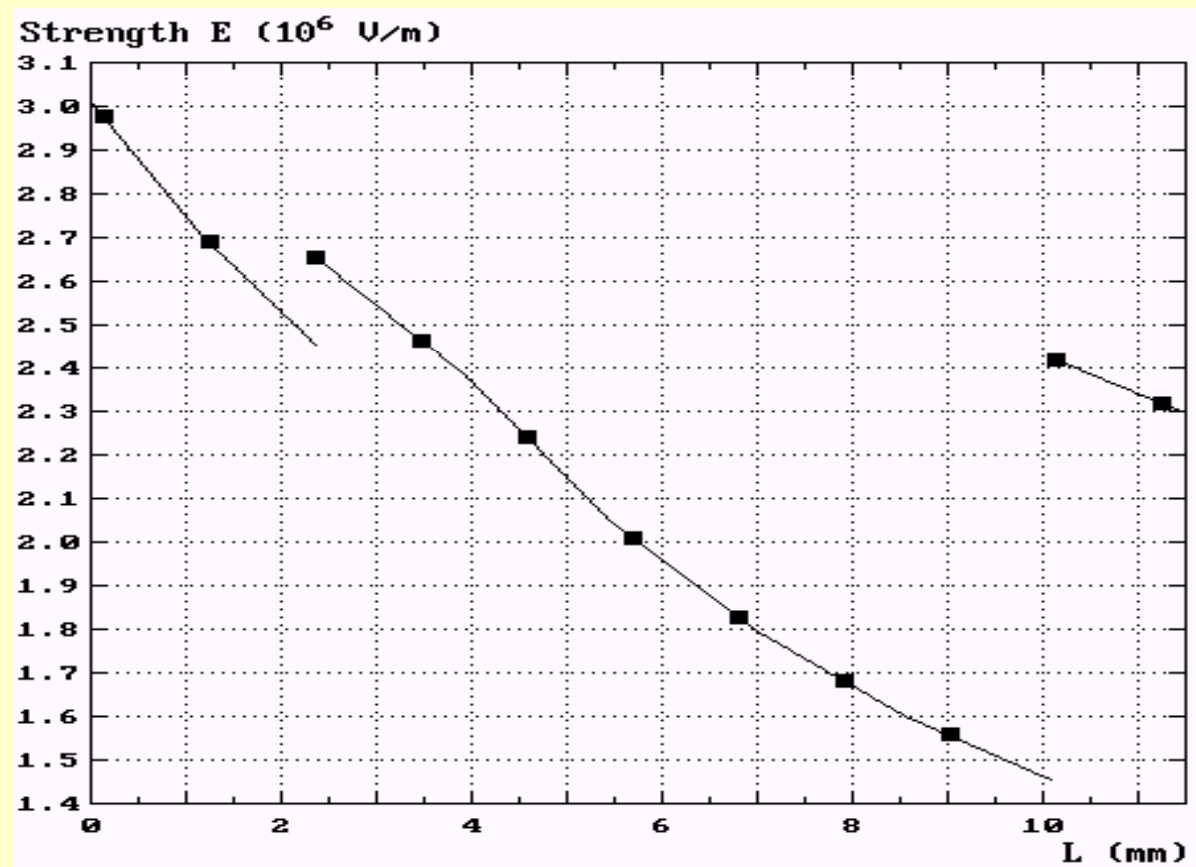
Анализ по МКЕ



За случая на двуслойна изолация максималната стойност на интензитета е $E_{\max} = 31.6 \text{ kV/cm}$, а коефициентът на запас е $K = 6.32$.



За трислойна изолация коефициента $K = 4.08$



**Електрически най-изгоден е
вариантът
с двуслойна изолация.**

Анализ на стационарно магнитно поле

За магнитопровода от Fig. 6 да се определи:

- Разпределението на магнитната индукция
- Индуктивността на намотката.

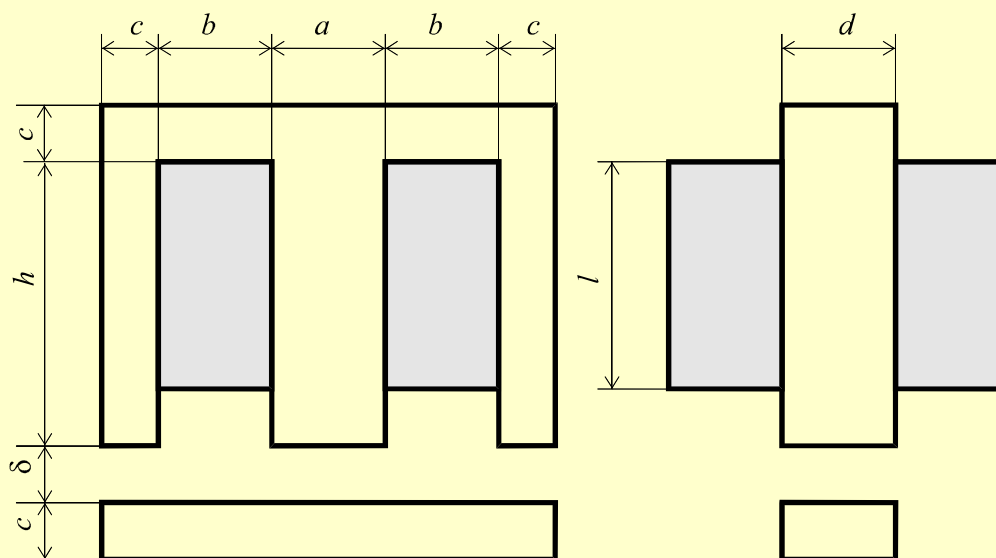
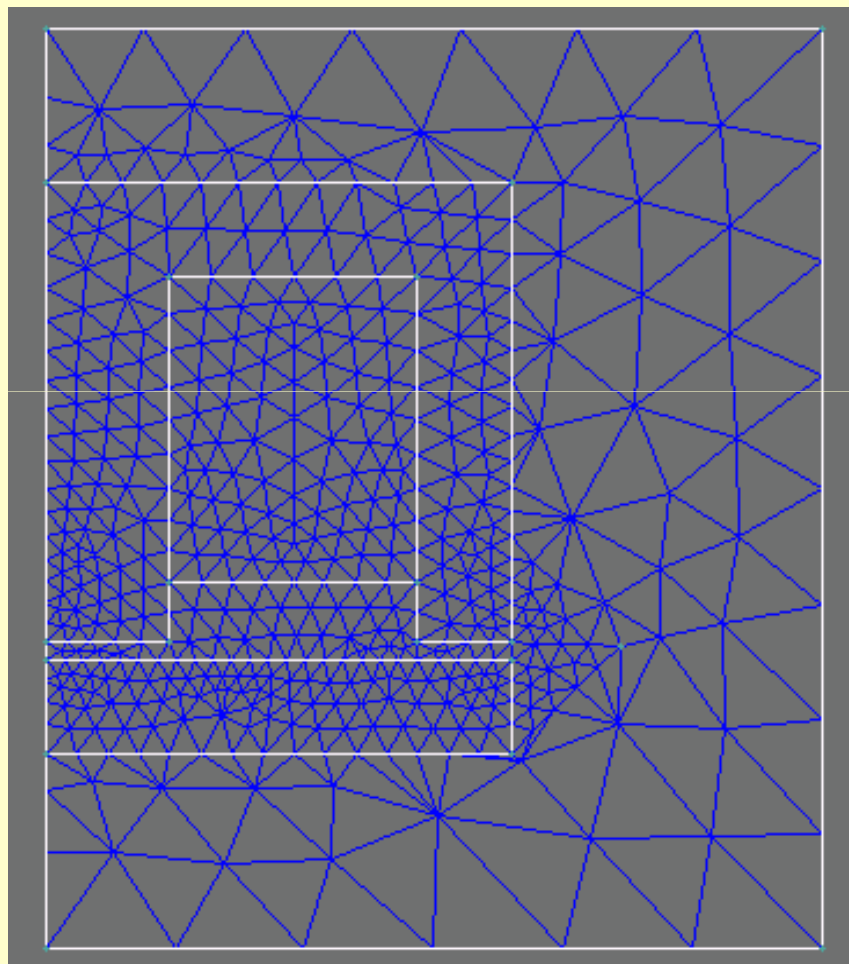
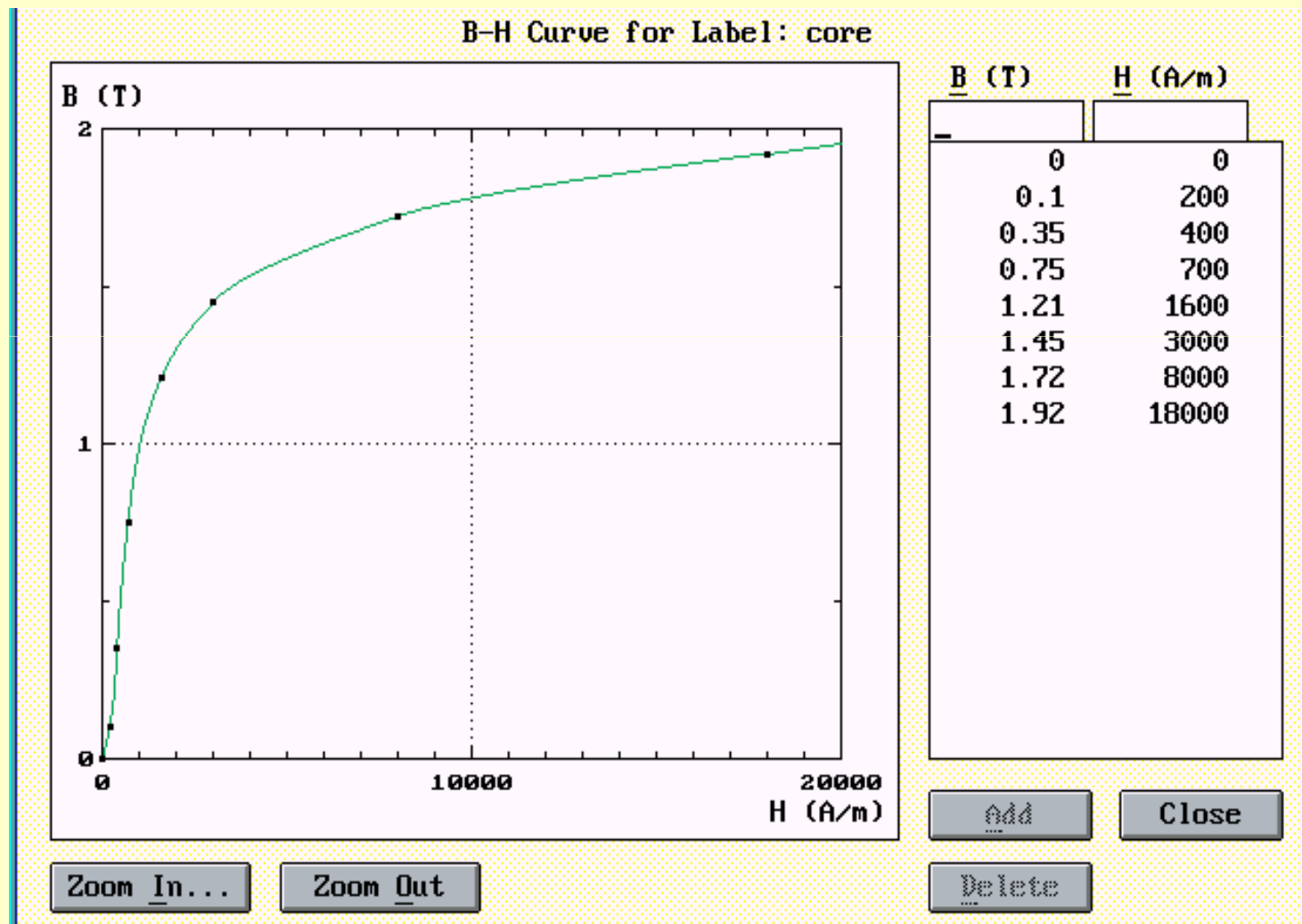


Fig. 6.

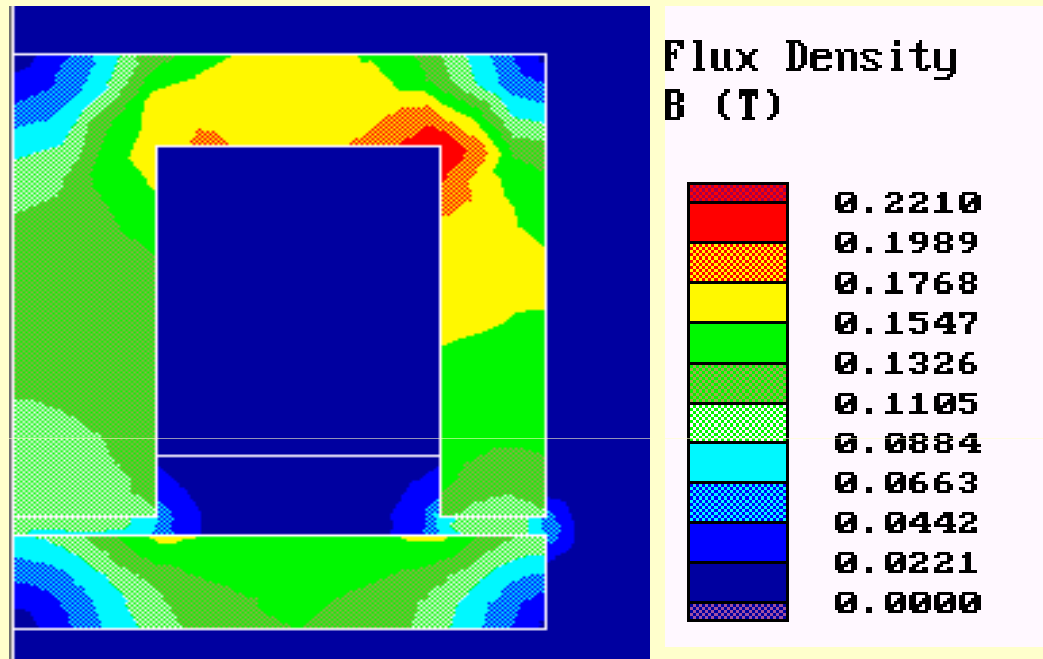
Анализ по МКЭ



При анализа се отчитат нелинейните свойства на магнитопровода



Разпределение на магнитното поле

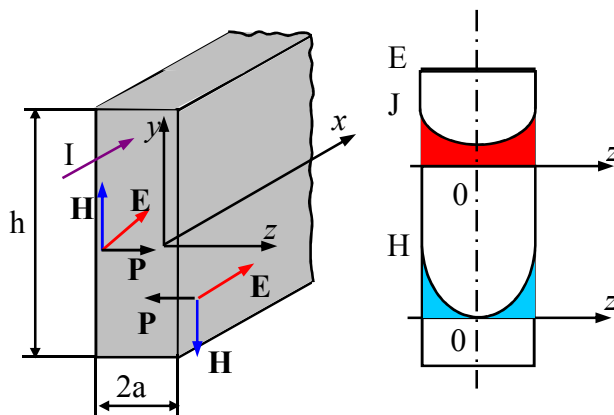


Индуктивност $L = \frac{w \Psi}{i}$ $L = 3.8 \text{ mH}$.

Квазистационарно електромагнитно поле в проводяща среда

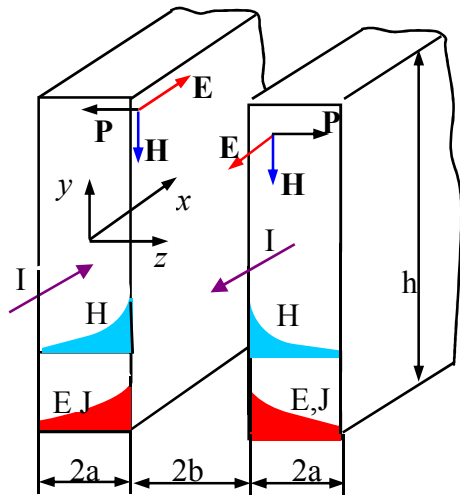
- Част от електромагнитното поле около проводник с променлив ток прониква откъм диелектрика към проводника. Съразмерно с дълбочината на проникването, енергията на електромагнитното поле се превръща постепенно в топлина и полето затихва.
- Амплитудите на векторите на интензитета на електрическото и магнитното полета \mathbf{E} и \mathbf{H} затихват по посока от периферията към вътрешността на проводника.

Квазистационарно електромагнитно поле в проводяща среда



- Явлението на неравномерно разпределение на полето по сечението на проводящо тяло, предизвикано от затихването на електромагнитната вълна при разпространението и в проводяща среда се нарича **повърхностен (скин) ефект**.
- То се изразява в изместване на тока към повърхността на проводящата среда.

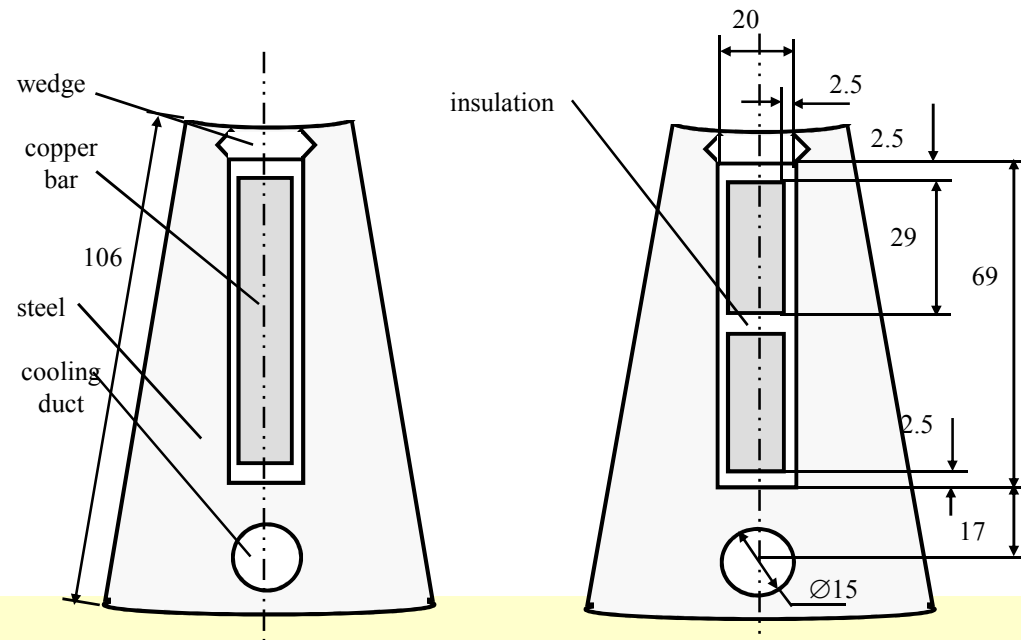
Квазистационарно електромагнитно поле в проводяща среда



- В общ случай източникът на електромагнитното поле може да отстои на различни разстояния спрямо различни гранични повърхности на проводника.
 - Тогава се наблюдава токово преразпределение, при което токът се измества към най-близката до възбудителя повърхност. Подобен характер има и явлението **ефект на близост**. Той се наблюдава в случаите, когато няколко проводника с променлив ток са разположени в непосредствена близост.
-
- При него, върху всеки от проводниците влияе не само собственото, но и променливото магнитно поле на другите проводници.
 - Тогава в зависимост от посоките на токовете в близко разположените проводници се наблюдава токово изместване към най-близко или най-далеч разположените им повърхности.

Анализ на смесена задача – електромагнитно и топлинно поле

Разглежда се сегмент от зъбната зона на синхронна машина



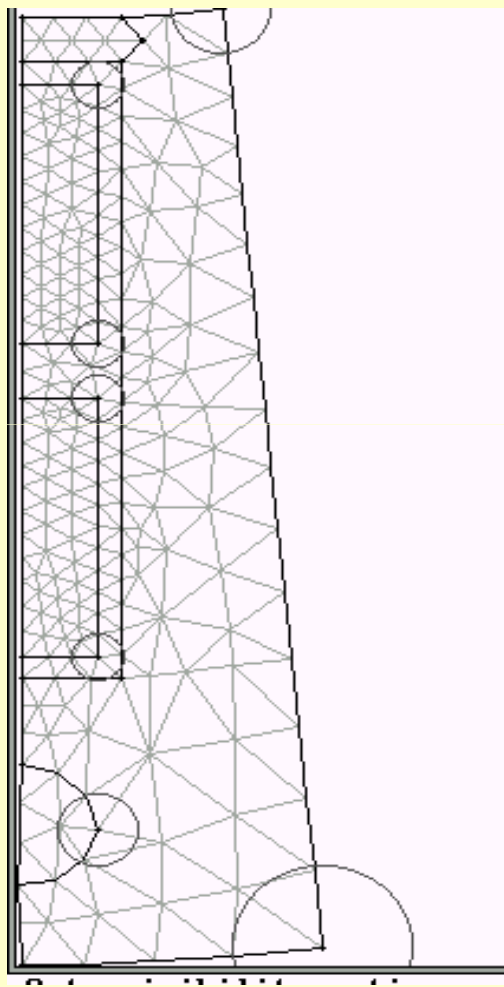
Загубите от вихрови токове в медните шини водят до нагряване

- Да се определи:
- 1) разпределението на тока в проводниците
 - 2) разпределението на топлинното поле в областта

Данни:

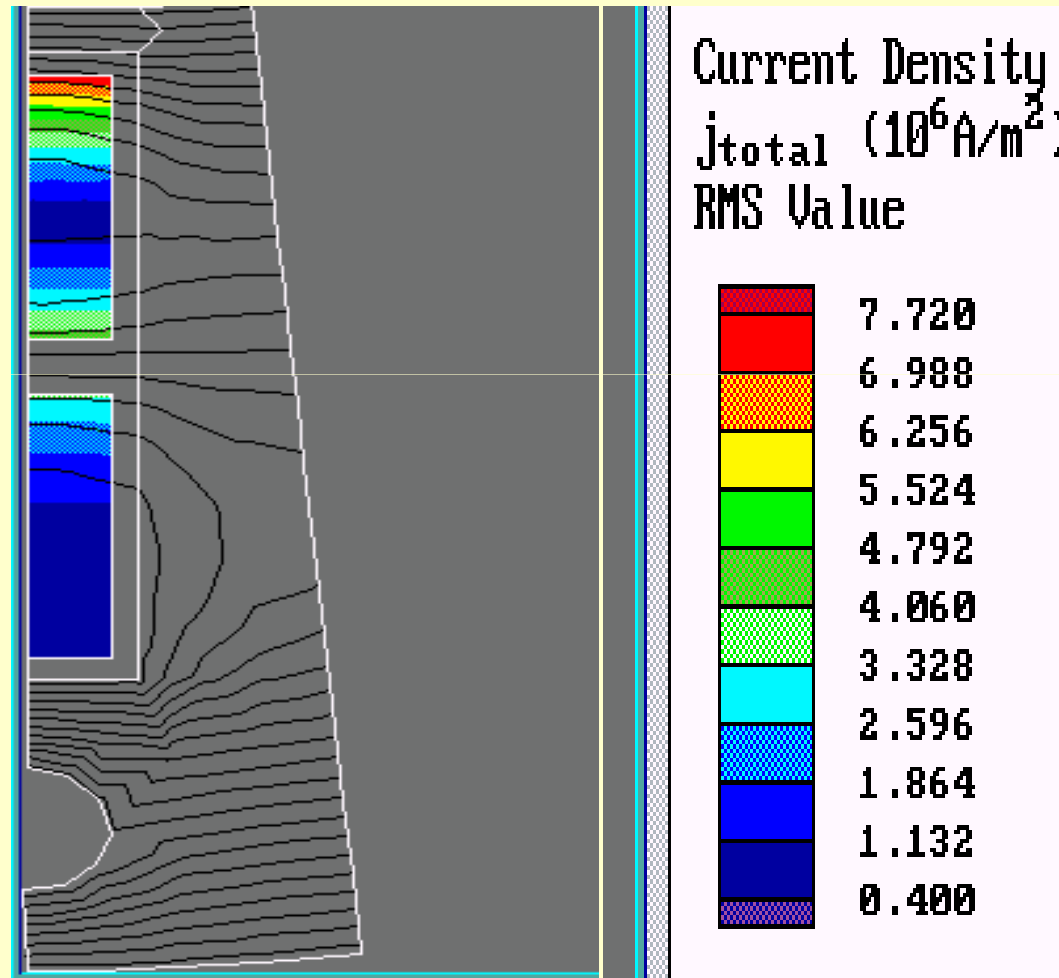
- **Разгледани са два варианта:**
 - а) с една шина в канала
 - б) с две шини в канала
- **Данни за ЕМП** : токове, честота, относителна магн. проницаемост и проводимост за отделните материали
- **Данни за топлинното поле** : топлопроводност, коеф. на конвекция за разл. материали, температура на околния въздух.

Анализ на ЕМП по МКЕ

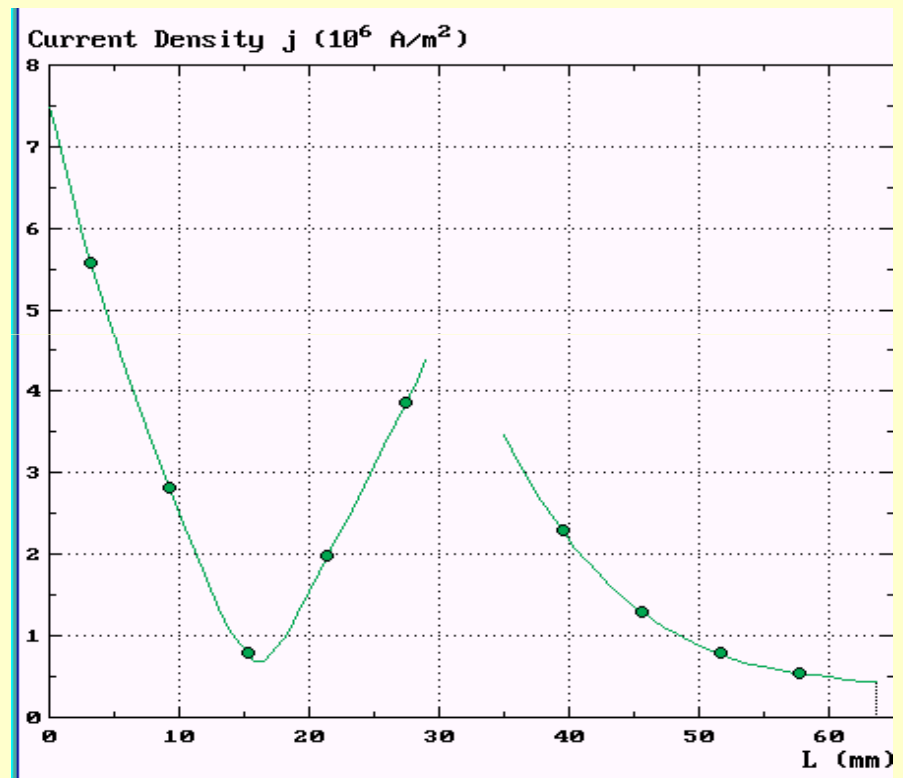
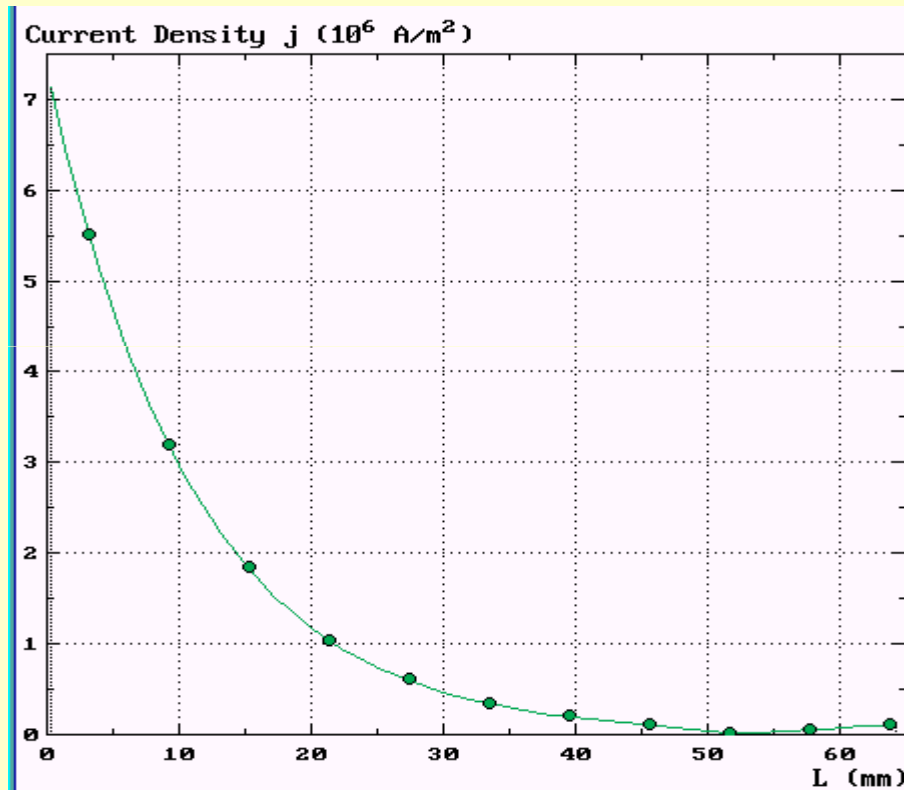


Разпределение на токовата

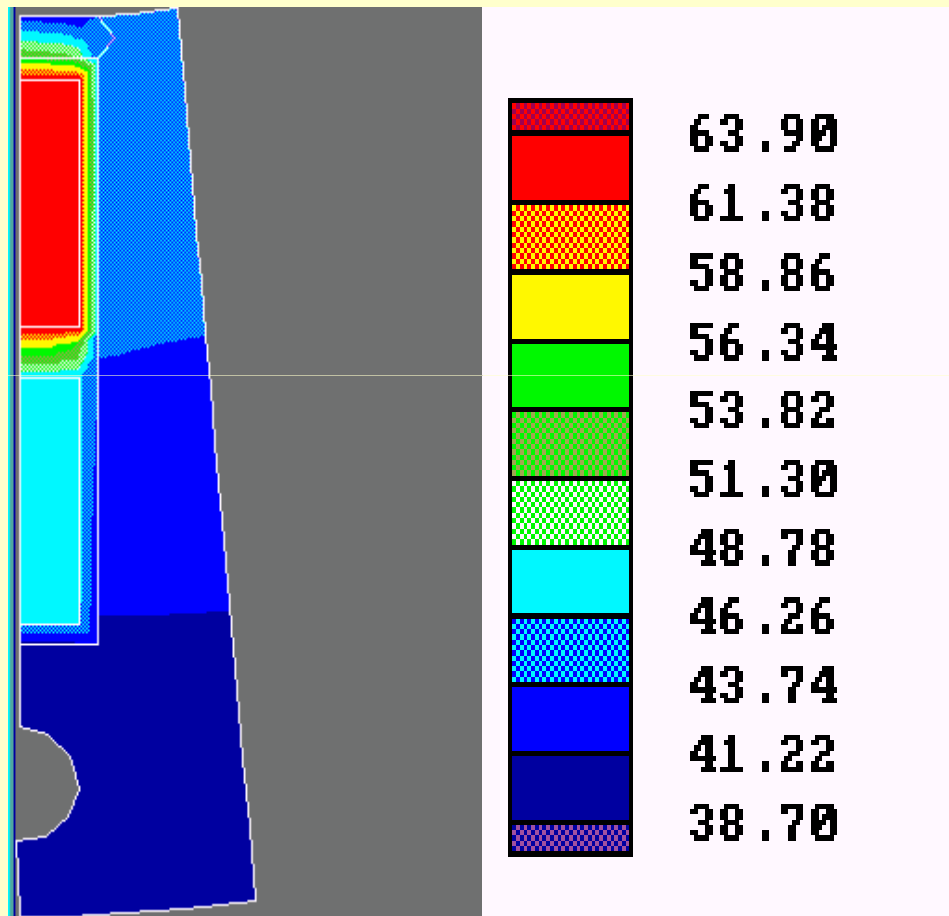
ПЛЪТНОСТ



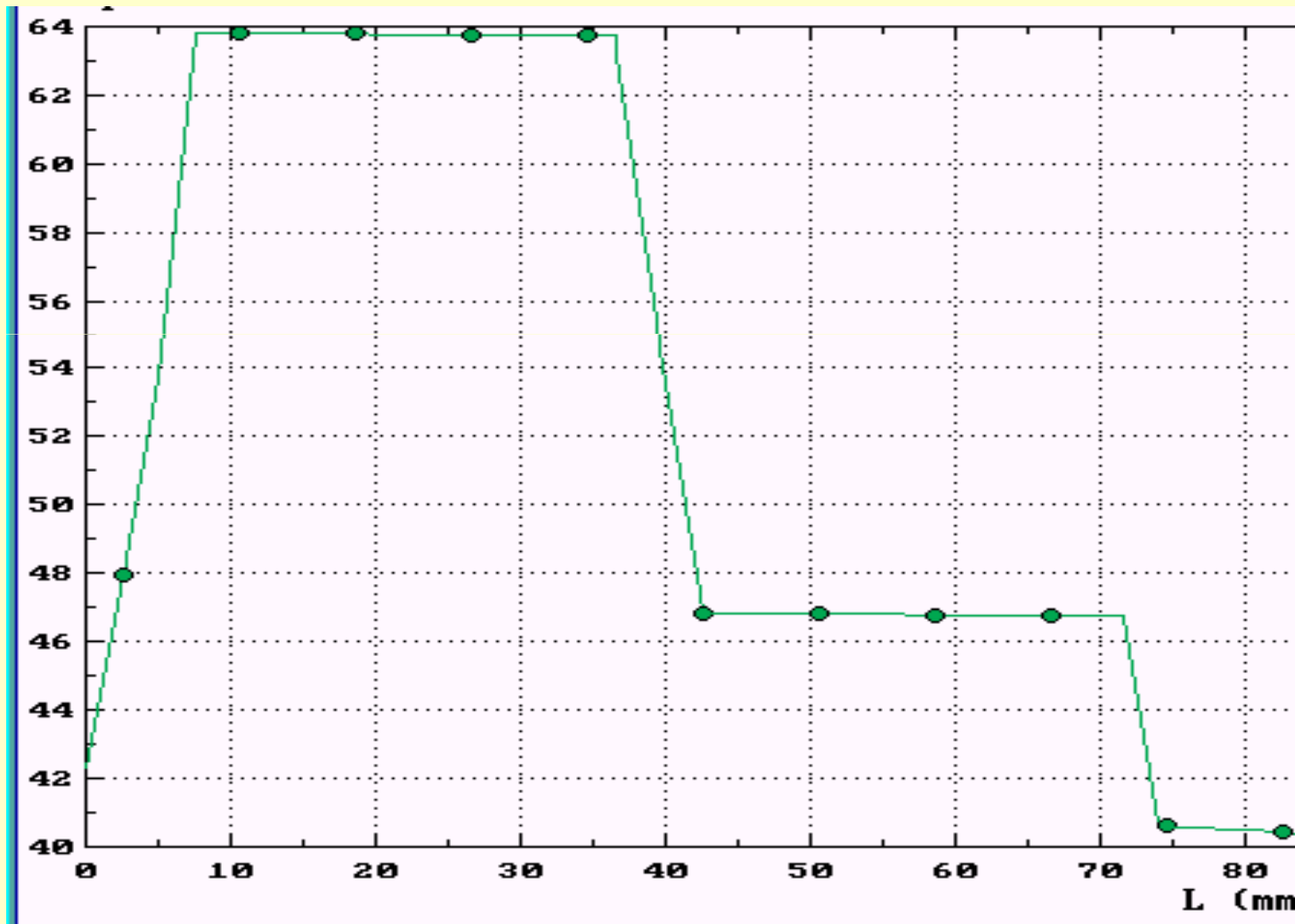
Графика на токовата плътност по оста на симетрия - наличие на **скин ефект**.



Анализ на топлинното поле



Графика на температурното разпределение по оста на симетрия

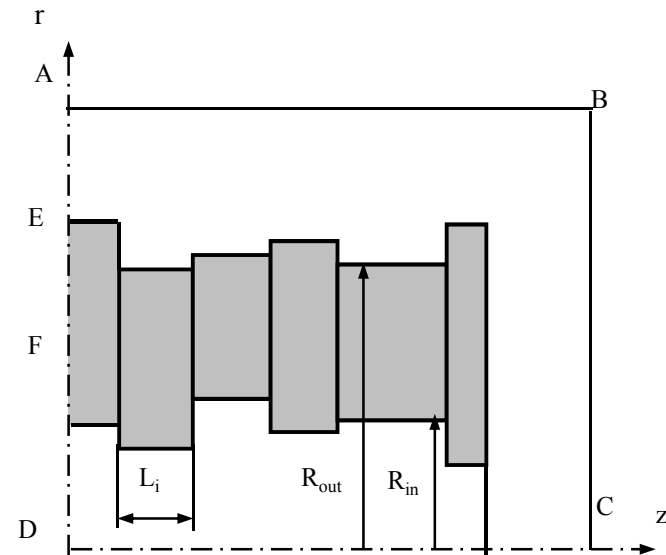


Смесена задача- анализ на електромагнитно поле и механични напрежения

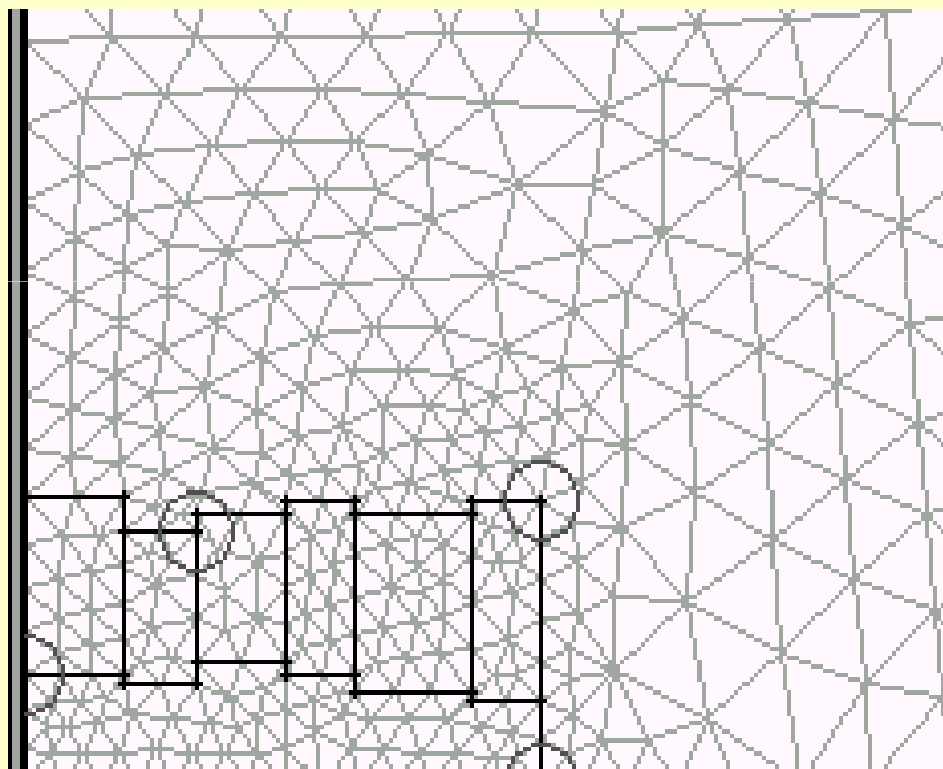
Соленоид със стъпаловидно напречно сечение с различни известни токове в отделните сегменти

Търси се:

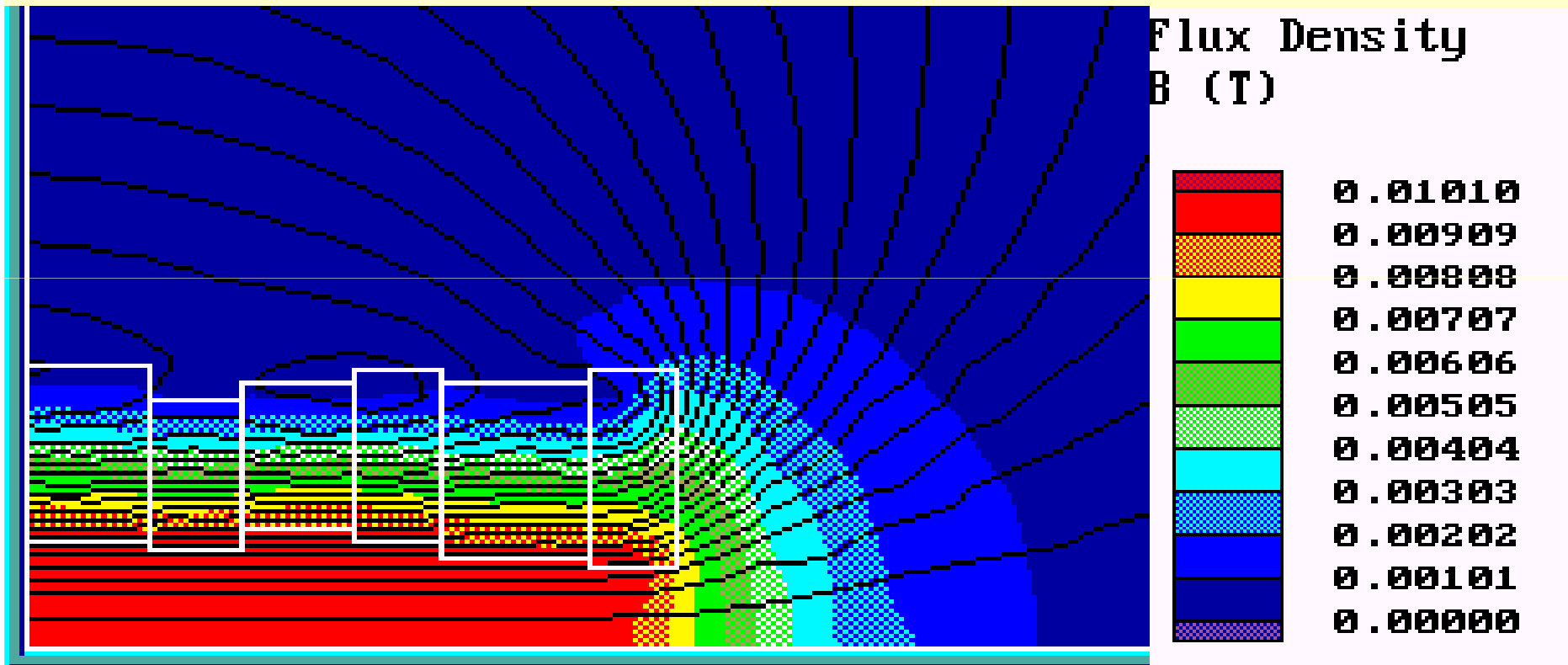
- Разпределението на магнитното поле
- Механичните напрежения в резултат на магнитните сили.



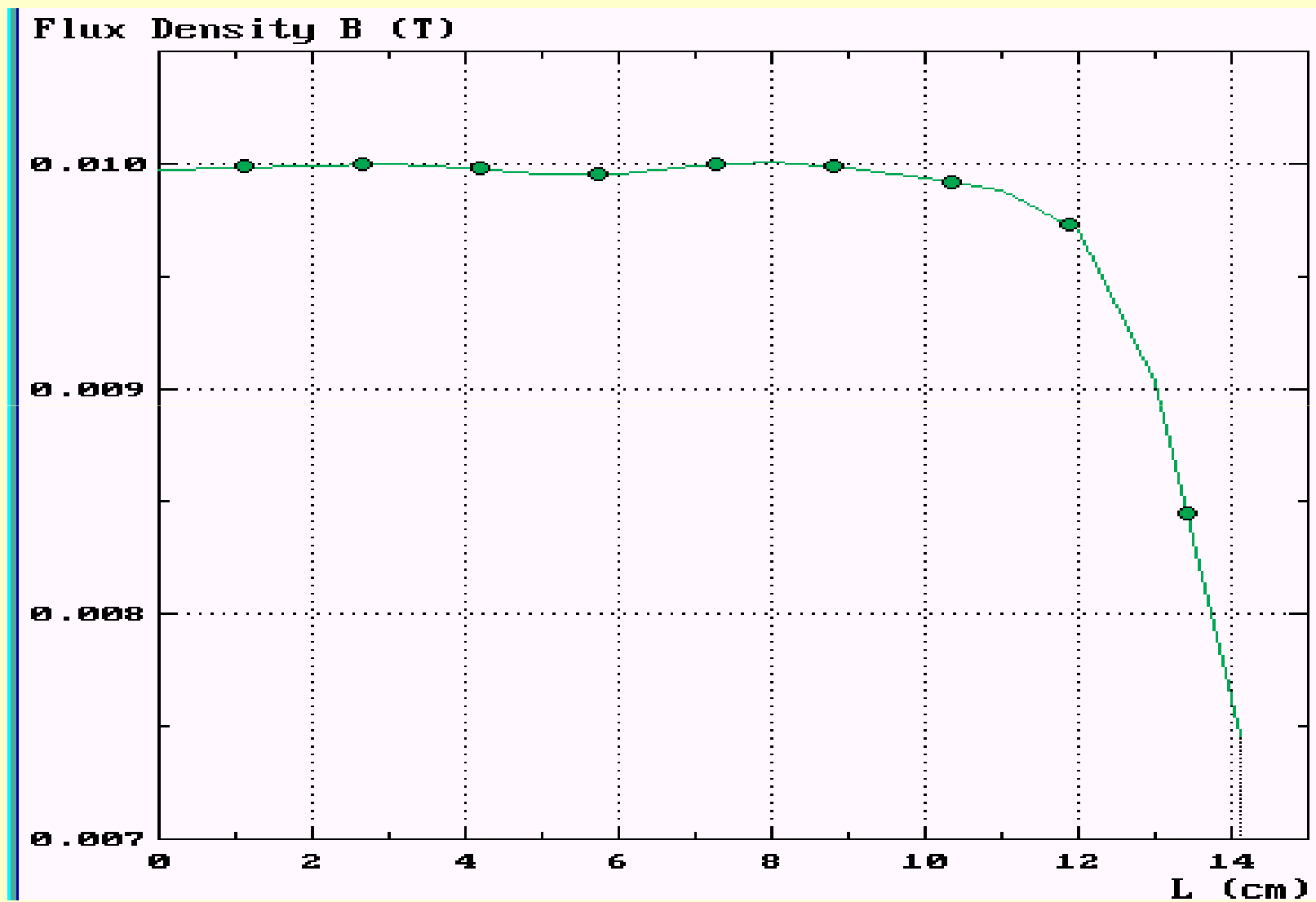
Анализ по МКЕ



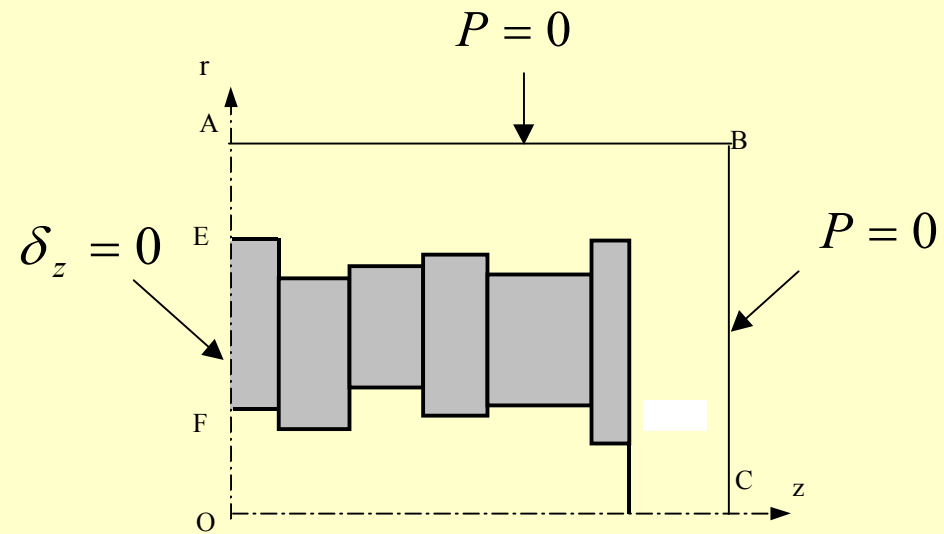
Разпределение на магнитната ИНДУКЦИЯ



Графика на магнитната индукция по оста на соленоида



Анализ на механичната задача



Разпределение на напреженията и деформациите

