

АНАЛИЗ НА ЛИНЕЙНИ ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

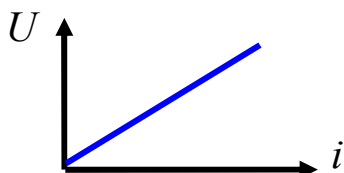
1. Въпрос

Електрически вериги - определяне, класификации. Елементи на ел. вериги.

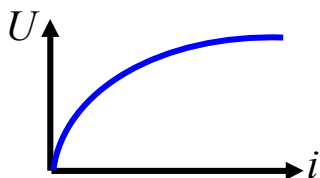
Електрическа верига – Устройство или съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на ел. магн. енергия или информация чрез ел. ток. При това ел. магн. процеси допускат описание с използване на интегралните характеристики ток и напрежение и интегралните параметри - съпротивление, индуктивност, капацитет.

Класификации

1) **Линейни** – Съдържат само линейни елементи (такива, чиито V/A характеристики са прави линии. Процесите в тях се описват със системи линейни уравнения)



2) **Нелинейни** – Съдържат поне 1 НЕ. (Нелинейни елементи - такива, чиито V/A характеристики са нелинейни. Процесите в тях се описват със системи нелинейни уравнения)



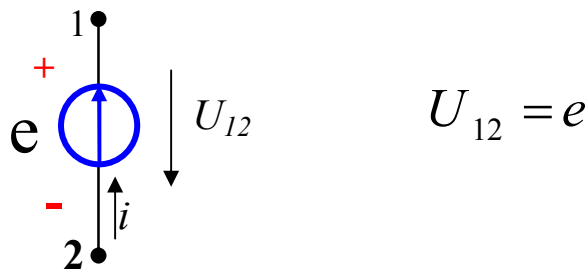
- 3) **Вериги със съсредоточени параметри** – Допуска се, че енергийните процеси са съсредоточени в краен брой елементи с краен брой параметри.
- 4) **Вериги с разпределени параметри** – Отчита се непрекъснатата структура на ЕМП. Ел. магн. процеси се анализират по протежение на цялата линия.
- 5) **Разклонени и неразклонени**
- 6) **Прости и сложни**

Схема на ел. верига – Изображението на ел. верига с помощта на условни знаци.

Елементи на ел. верига

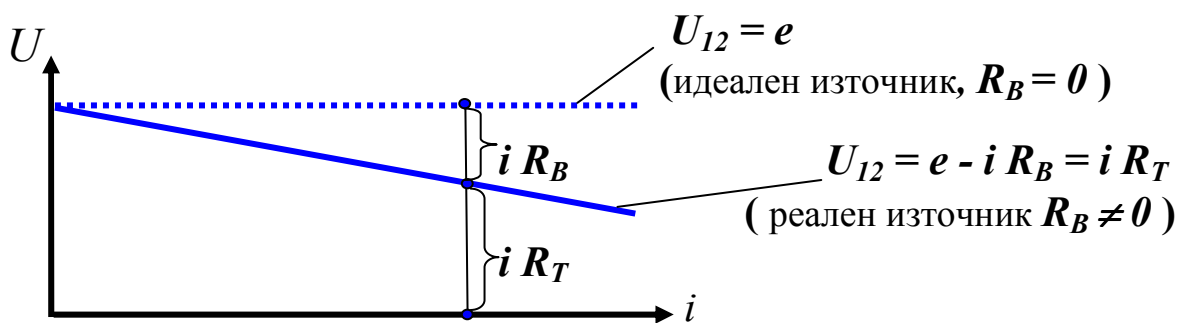
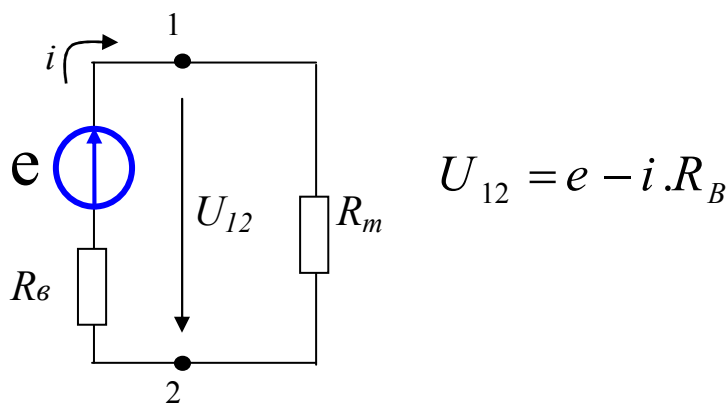
1. Източник на напрежение – Характеризира се с напрежение на изводите и вътрешно съпротивление. Посоката на източника (стрелката) е насочена от точката с по-висок към точката с по-нисък потенциал.

а) идеален източник на напрежение – такъв източник на ел.маг. енергия, за който напрежението на изводите не зависи от големината на преминалия през него ток.



- Вътрешното съпротивление на такъв източник е нула ($R_B = 0$).
- В означението на източника, стрелката сочи точката с по-висок потенциал (т.е. **т.1** има по-висок потенциал от **т.2** и напрежението на източника U_{12} е насочено от **т.1** към **т.2** и има големина e).

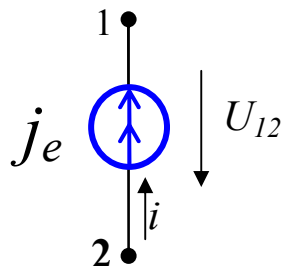
б) реален източник на напрежение – комбинация от идеален източник на напрежение и изнесен извън него резистор R_B .



- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от нула ($R_B \neq 0$) и отразява наличието на загуби в него.
- С нарастване на тока i , преминаващ през източника напрежението на изводите му намалява ($U_{12} = e - i.R_B$).

2. Източник на ток

а) идеален източник на ток – такъв източник на ел.маг. енергия, за който токът който, преминава през него не зависи от големината на приложеното напрежение.

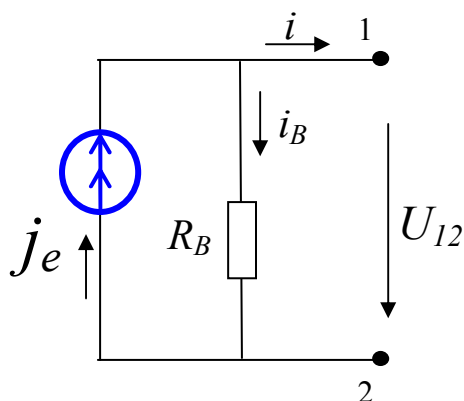


$$i = j_e$$

(идеален източник, $R_B \rightarrow \infty$)

- Вътрешното съпротивление на такъв източник е безкрайно голямо ($R_B \rightarrow \infty$).
- Токът i през клон с идеален източник на ток е $i = j_e$, независимо от това какви елементи са включени в клона.

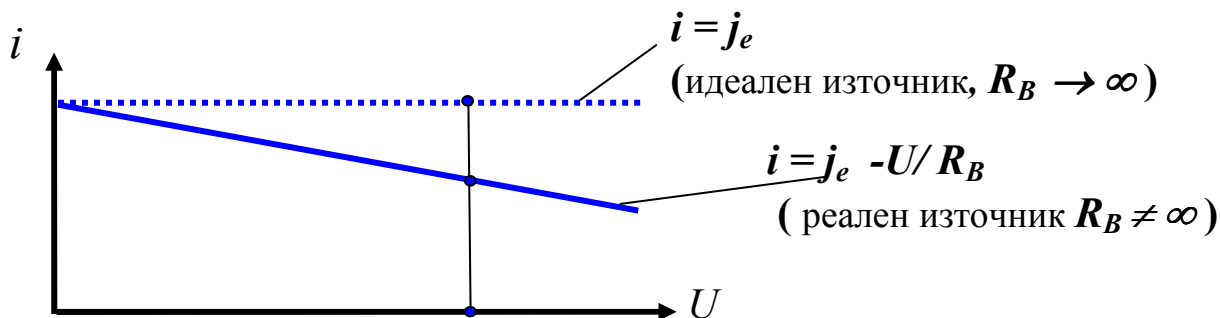
б) реален източник на ток – комбинация от идеален източник на ток и паралелно свързан резистор R_B .



$$i = j_e - \frac{U}{R_B}$$

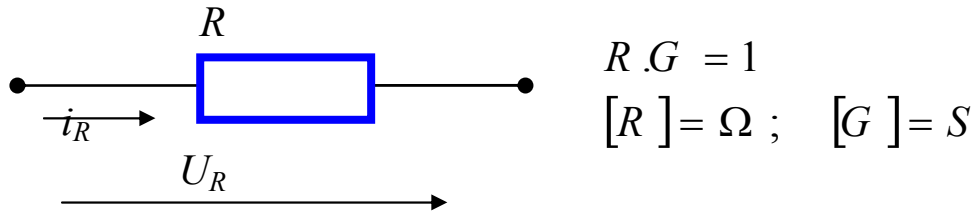
(реален източник, $R_B \neq \infty$)

- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от безкрайност ($R_B \neq \infty$) и отразява наличието на загуби в него.
- С нарастване на напрежението U на изводите 1 и 2 на източника токът на изводите му i , намалява ($i = j_e - U/R_B$).



3. Резистор

Идеализиран приемник на енергия. В схемите на ел. вериги той отразява превръщането на ел. маг. енергия в загуби. Характеризира се със съпротивление R и проводимост G . В схемите на линейните вериги има постоянна стойност ($R = \text{const}$, не зависи от напрежението или тока)

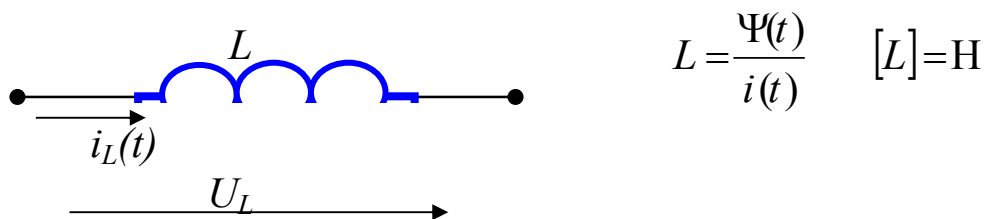


4. Бобина

Идеализирана бобина - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги той отразява наличието на магнитно поле. Характеризира се с индуктивност L

$$\left(L = \frac{\Psi(t)}{i(t)}, \text{ където пълният магнитен поток } \Psi \text{ се определя като } \Psi = w \cdot \Phi, \right.$$

а с Φ е означен магнитния поток за една навивка)



За линейни вериги L има постоянна стойност ($L = \text{const}$, не зависи от напрежението или тока)

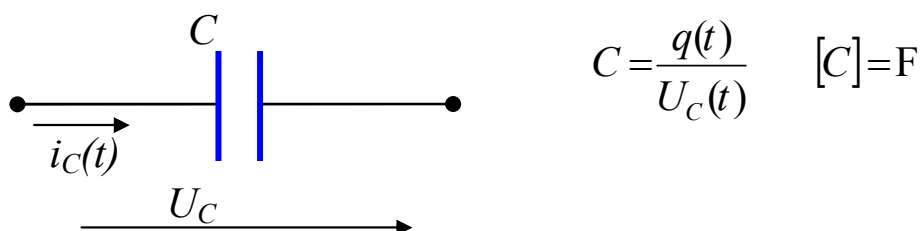
При наличието на променлив във времето ток $i(t)$, съгласно закона за електромагнитната индукция:

$$U_L = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

5. Кондензатор

Идеализиран кондензатор - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги той отразява наличието на електрическо поле. Характеризира се с капацитет C

$$\left(C = \frac{q(t)}{U_C(t)}, \text{ където } q \text{ е заряда, а } U_C \text{ напрежението на кондензатора} \right)$$



За линейни вериги C има постоянна стойност ($C = \text{const}$, не зависи от напрежението или тока).

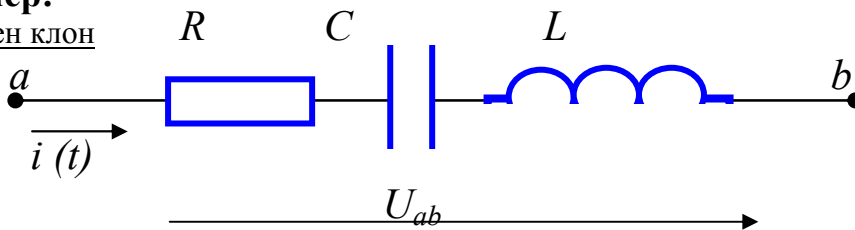
При наличие на променливо във времето напрежение токът $i(t)$ се определя като:
$$i_c = \frac{\partial q}{\partial t} = C \frac{\partial U_c}{\partial t}$$

Всяка схема на ел. верига се състои от съчетание на клони и възли.

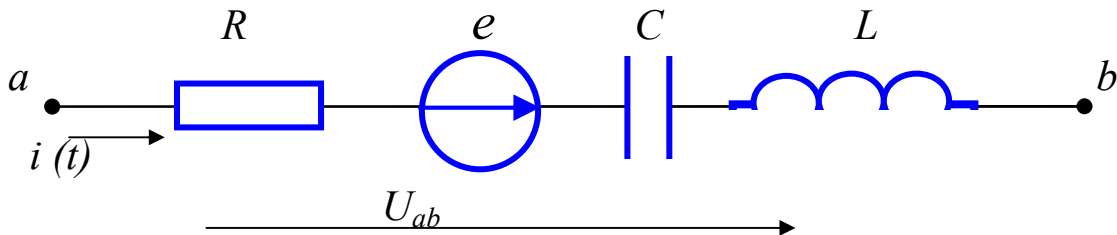
Клон – Участък от ел. верига от последователно съединени елементи, през които тече един и същи ток.

Пример:

Пасивен клон

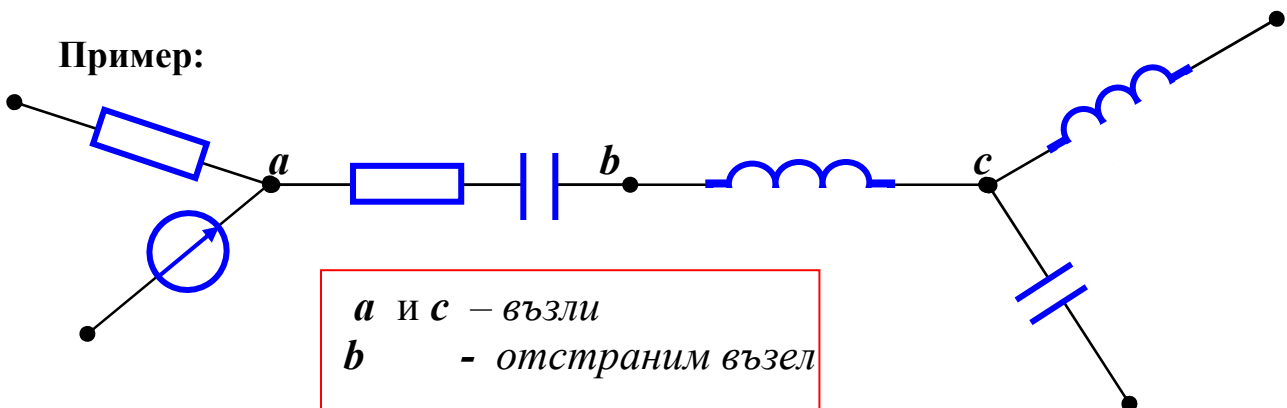


Активен клон (има източник на е.д.н.)

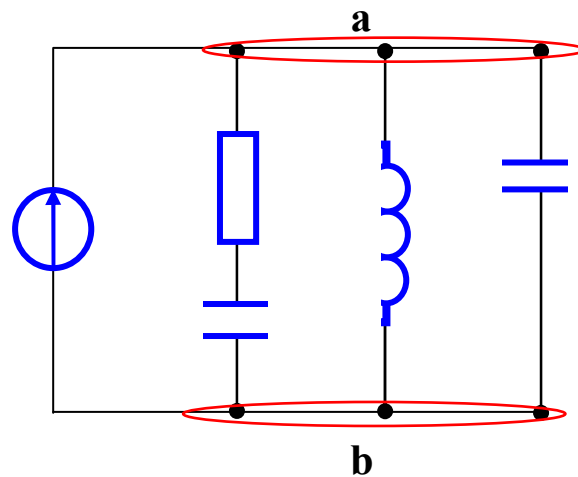


Възел – Точка от схемата на ел. верига, в която се събират 3 или повече клона. (Ако има само 2 клона, то единият е продължение на другия и възелът е отстраним)

Пример:



Паралелно свързани са клонове, които се опират на едни и същи възли

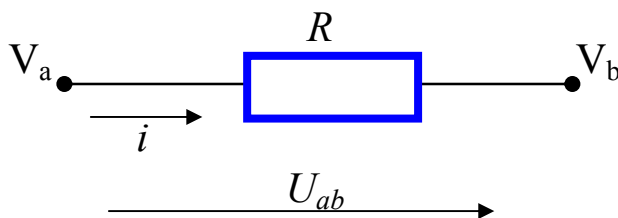


2. Въпрос

Основни закони за електрически вериги. Закон на Ом. Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове

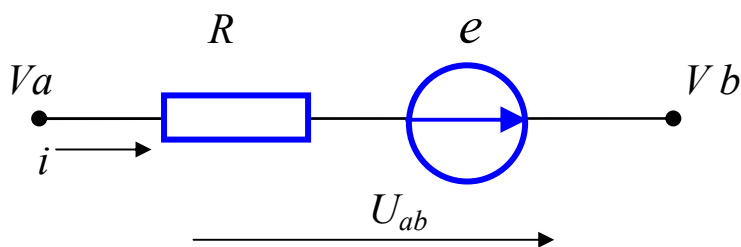
1 Закон на Ом

а) Закон на Ом за част от ел. верига



$$i = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{V_a - V_b}{R}$$

б) Обобщен закон на Ом.



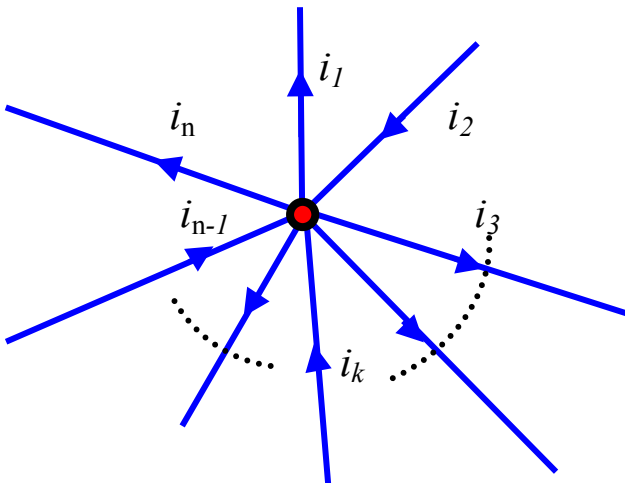
$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

2 Законали на Кирхоф

Всички електрически вериги (линейни и нелинейни), при произволен характер на изменение на токовете и напреженията се подчиняват на законите на Кирхоф.

а) I Закон на Кирхоф

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$
 Алгебричната сума на токовете в даден възел е нула. (Сумата от влизащите е равна на сумата на излизащите от възела токове.)



Пример

$$\begin{aligned} -i_1 + i_2 - i_3 + \dots + i_k + \dots + i_{n-1} - i_n &= 0 \\ \text{или} \\ + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_{n-1} &= i_1 + i_3 + \dots + i_n \end{aligned}$$

б) II Закон на Кирхоф

$$\sum_{k=1}^m i_k R_k = \sum_{k=1}^m e_k$$

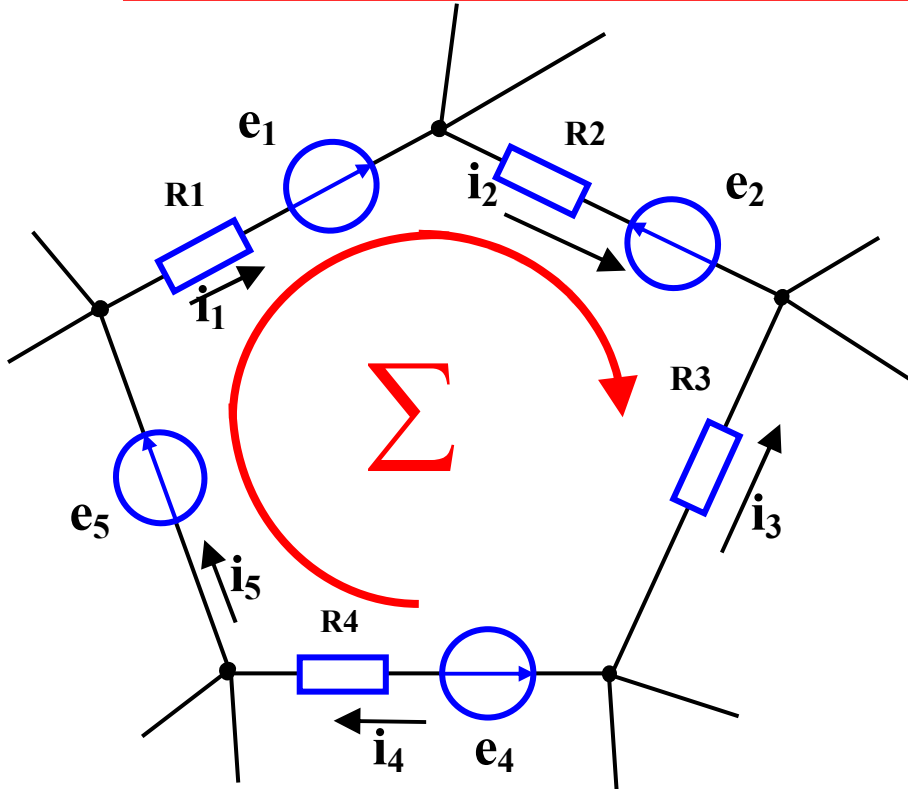
Алгебричната сума на напреженията за даден контур е равна на алгебричната сума на напреженията на източниците на е.д.н. в контура.

или

(Алгебричната сума на напреженията в произволен затворен контур е нула.)

Пример

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 - i_3 R_3 + i_4 R_4 = e_1 - e_2 - e_4 + e_5$$

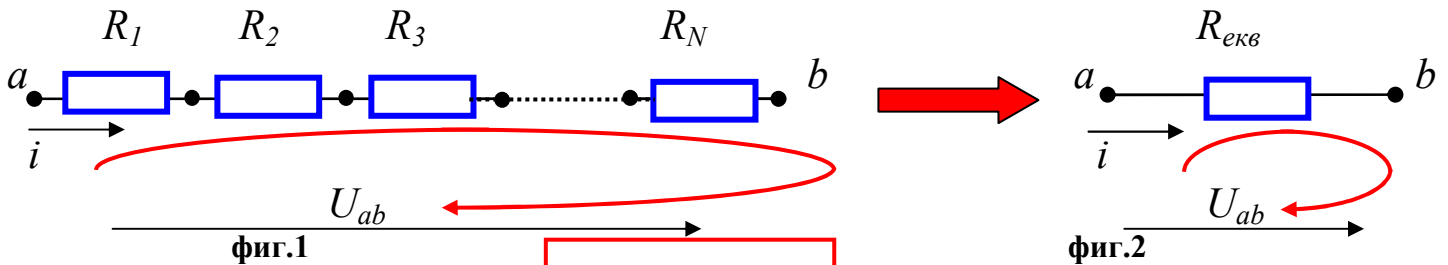


3. Въпрос

Преобразуване на електрически вериги. Последователно и паралелно свързване на пасивни елементи

1. Преобразуване на пасивни участъци от електрически вериги

а) Последователно свързване на пасивни елементи



$$R_{екв} = \sum_{k=1}^N R_k$$

Доказателство

- През последователно свързаните $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$ тече един и същи ток i .
- От II закон на Кирхоф от **фиг.1**:

$$iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N - U_{ab} = 0$$

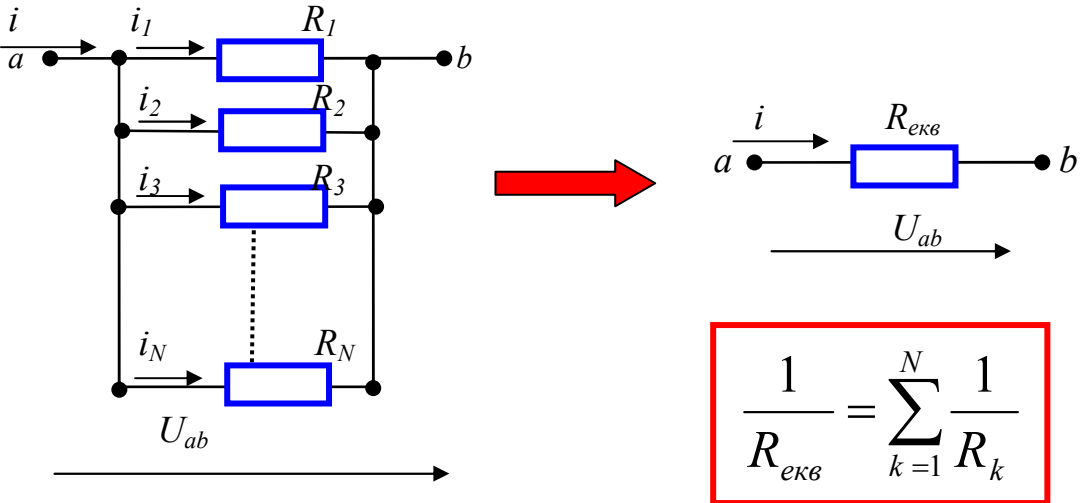
$$\Rightarrow U_{ab} = iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N = i(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_N)$$

но аналогично от **фиг.2**

$$U_{ab} = iR_{екв}$$

Следователно: $R_{екв} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_N$

б) Паралелно свързване на пасивни елементи



Доказателство: Към паралелно свързаните $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$ е приложено едно и също напрежение U_{ab} .

- За всеки клон k токът i_k се определя съгласно закона на Ом: $i_k = U_{ab} / R_k$
- От I закон на Кирхоф за възел a :

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_k + \dots + i_N = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3} + \dots + \frac{U_{ab}}{R_k}$$

$$= U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_k} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) = \frac{U_{ab}}{R_{екв}}$$

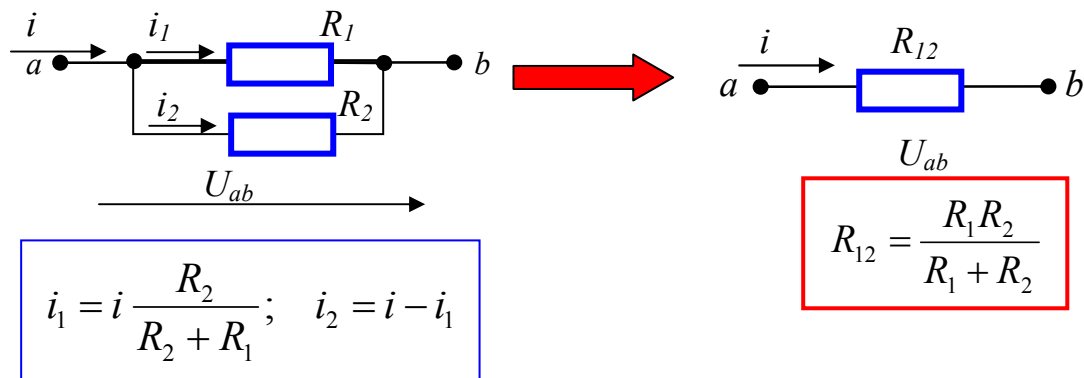
Следователно:

$$\frac{1}{R_{екв}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

или

$$G_{екв} = \sum_{k=1}^N G_k$$

в) Паралелно свързване на две съпротивления- среща се много често в схемите



Доказателство:

- Паралелно свързаните R_1 и R_2 могат да се заменят с еквивалентно съпротивление, за което съгласно предишната точка може да се запише: $\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Тогава еквивалентното съпротивление се определя на базата на преобразуването:

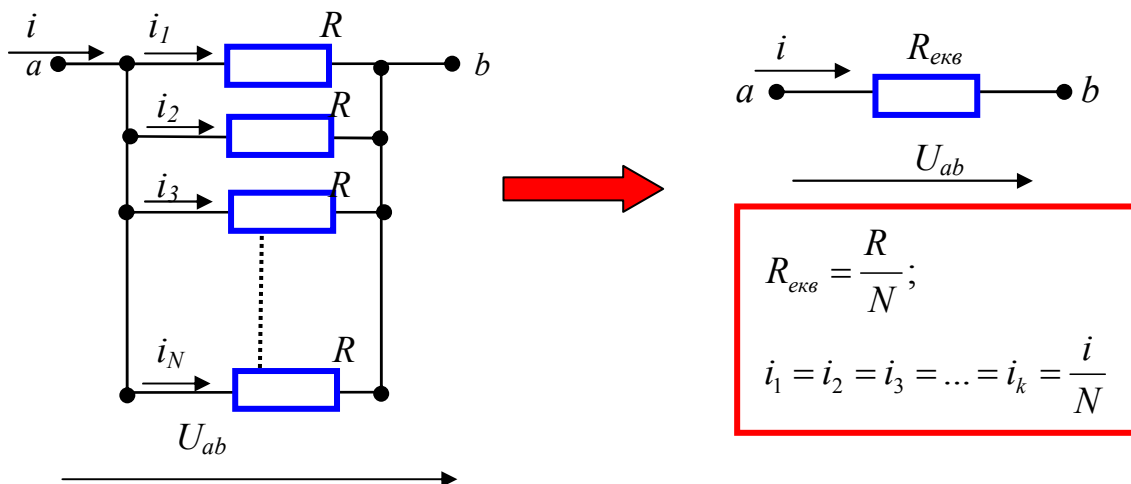
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

- Токовете през двата паралелни клона се разпределят **обратно пропорционално** на големината на съпротивленията - през по-голямото съпротивление протича по-малък ток и обратно. Това следва от закона на Ом:

$$i_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{i \cdot R_{12}}{R_1} = \frac{i \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow i_1 = i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Аналогично може да се определи тока в паралелния клон $i_2 = i \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ или въз основа на първия закон на Кирхоф той може да се получи и като: $i_2 = i - i_1$

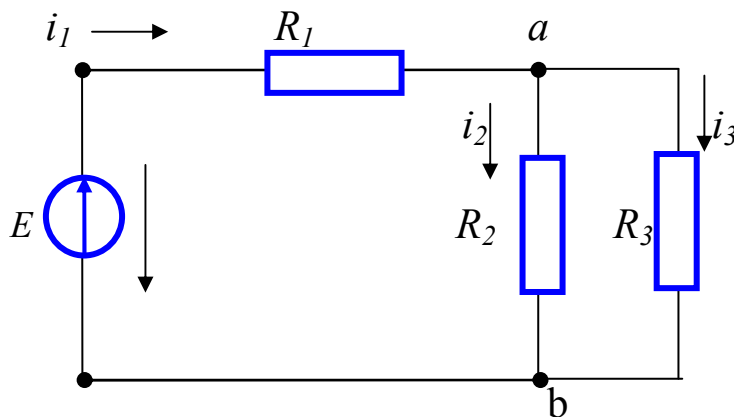
г) Паралелно свързване на N на брой еднакви съпротивления - среща се често в схемите



- **Доказателство:** Паралелно свързаните N на брой еднакви съпротивления с големина R могат да се заменят с $\frac{1}{R_{екв}} = N \frac{1}{R}$. Тогава еквивалентното съпротивление се определя като $R_{екв} = \frac{R}{N}$, а през еднаквите съпротивления протичат равни по големина токове $i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = \frac{i}{N}$.

Пример:

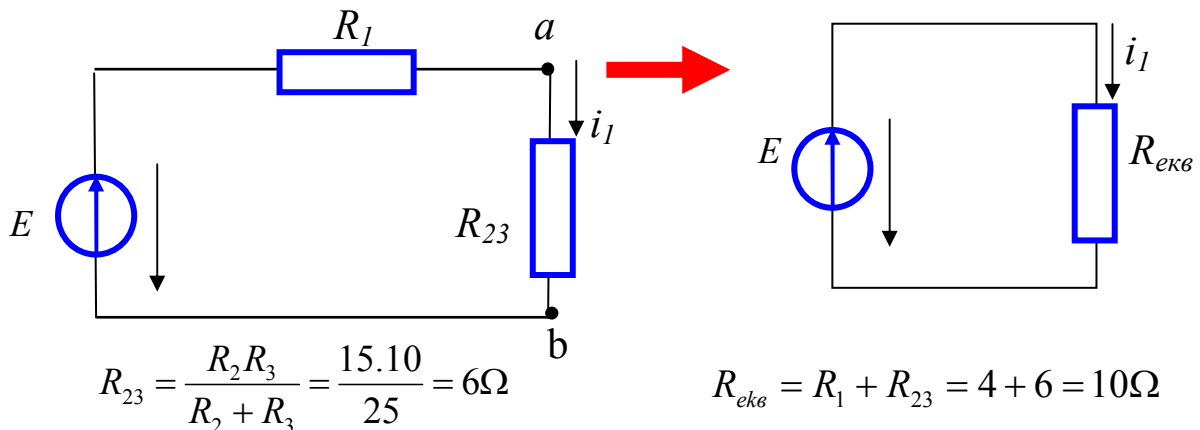
Да се определи еквивалентното съпротивление $R_{екв}$, токовете в клоновете i_1 , i_2 и i_3 , както и напрежението U_{ab} за веригата от фиг.3, ако $R_1=4\Omega$, $R_2=15\Omega$, $R_3=10\Omega$, а напрежението на източника е $E=100V$



фиг.3

Решение

Този тип свързване се нарича на смесено съединение. Еквивалентното съпротивление може да се определи като схемата се преобразува последователно:



Тогава токът i_1 се определя като: $i_1 = \frac{E}{R_{екв}} = \frac{100}{10} = 10A$

Токовете i_2 и i_3 се определят съответно като:

$$i_2 = i_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 10 \cdot \frac{10}{25} = 4A$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 10 - 4 = 6A$$

Напрежението U_{ab} може да се определи по закона на Ом като :

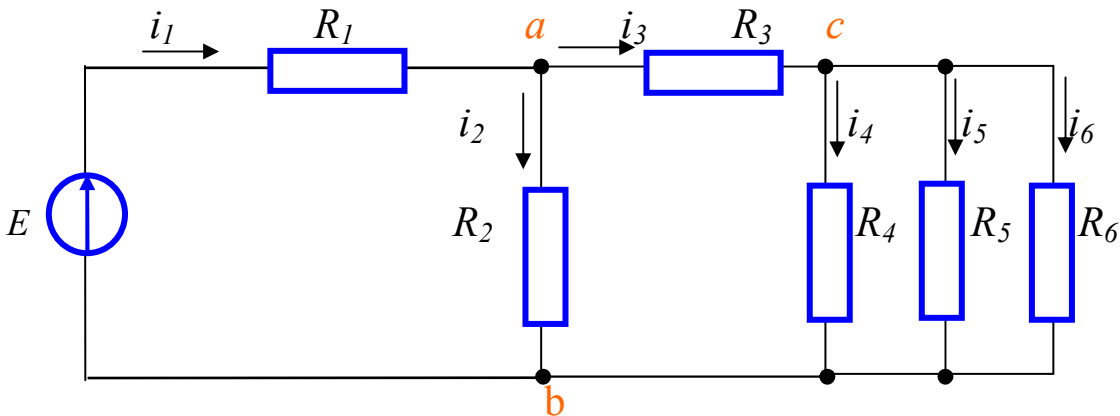
$$U_{ab} = i_1 \cdot R_{23} = 10.6 = 60V$$

или като $U_{ab} = i_2 \cdot R_2 = 4.15 = 60V$

или $U_{ab} = i_3 \cdot R_3 = 6.10 = 60V$

Пример:

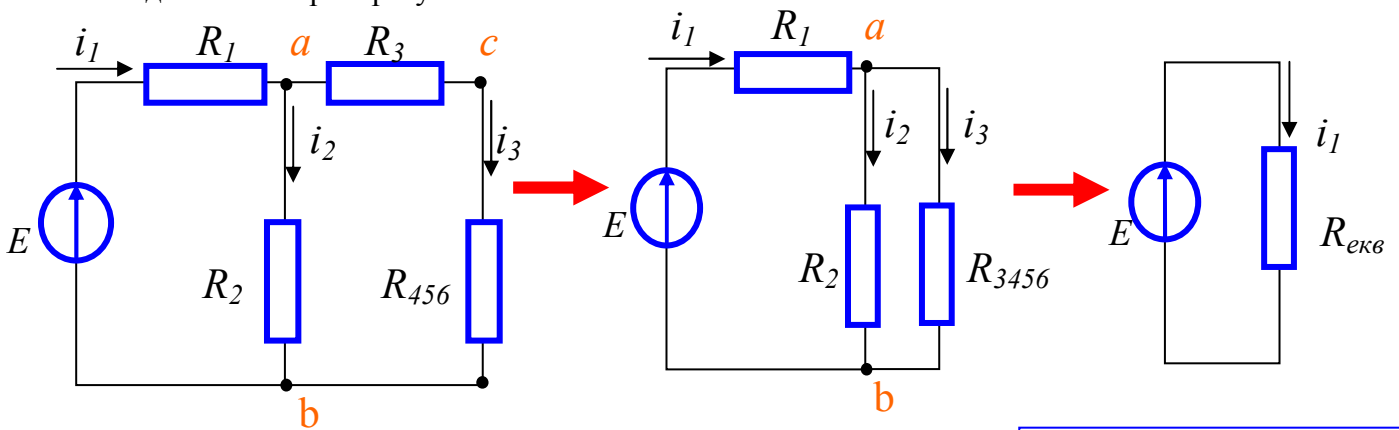
Да се определи еквивалентното съпротивление $R_{екв}$, токовете в клоновете i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 и i_6 , както и напреженията U_{ab}, U_{ac} , и U_{cb} за веригата от фиг.4, ако $R_1=5\Omega, R_2=10\Omega, R_3=5\Omega, R_4=R_5=R_6=30\Omega$, а напрежението на източника е $E=500V$



фиг.4

Решение

Еквивалентното съпротивление на веригата може да се определи чрез последователно преобразуване на схемата:



$$R_{456} = \frac{R_4}{3} = \frac{30}{3} = 10\Omega$$

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} = 5 + 10 = 15\Omega$$

$$R_{екв} = R_1 + \frac{R_2 R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = 5 + \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 10\Omega$$

Тогава токът i_1 се определя като: $i_1 = \frac{E}{R_{екв}} = \frac{500}{10} = 50A$

Токовете i_2 и i_3 се определят съответно като:

$$\begin{array}{l} i_1 \\ R_1 \end{array}$$

$$i_2 = i \cdot \frac{R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = 50 \cdot \frac{15}{25} = 30 A$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 50 - 30 = 20 A$$

През равните по големина съпротивления $R_4=R_5=R_6$, протичат равни по големина

токове:
$$i_4 = i_5 = i_6 = \frac{i_3}{3} = \frac{20}{3} = 6.67 A$$

Напреженията U_{ab} , U_{ac} , и се определят по закона на Ом като:

$$U_{ab} = i_2 \cdot R_2 = 30 \cdot 10 = 300 V$$

$$U_{cb} = i_4 \cdot R_4 = 6,67 \cdot 30 = 200 V$$

$$U_{ac} = i_3 \cdot R_3 = 20 \cdot 5 = 100 V$$