

23 Въпрос

Трифазни вериги. Определения, класификации. Оператор „а” и неговите свойства.

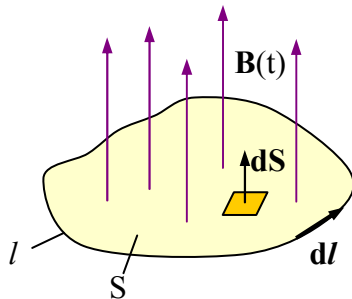
1. Определения

Многофазна система - съвкупност от ел. вериги, в които действат синусоидални е.д.н. с еднаква честота и отместени по фаза (т.е. имат различни фази) и са създадени от един и същи източник.

Фаза - отделните ел. вериги, в които протича един и същи ток, влизащи в състава на многофазната система се наричат фази. Броят на фазите се означава с m . При $m=3$ системата е **трифазна**.

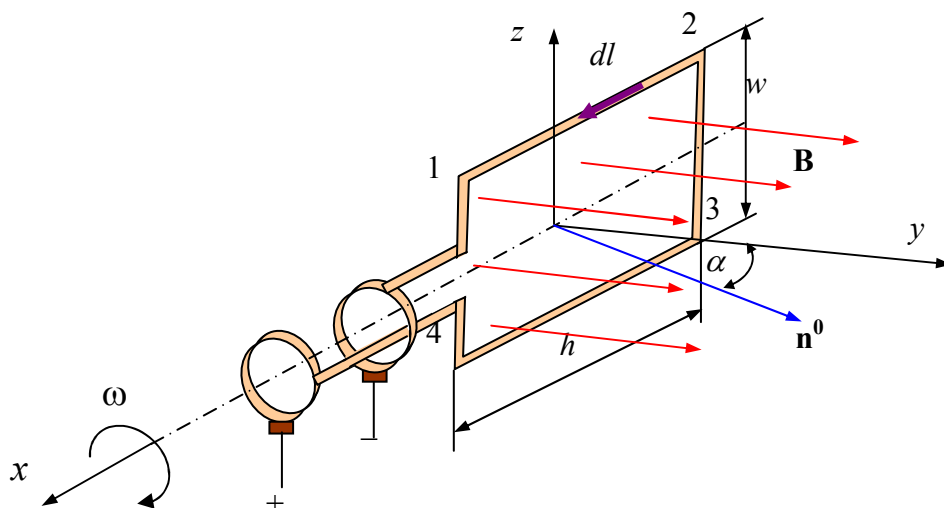
Получаването на 3-фазна система токове е аналогично на това на получаването на еднофазен ток и се основава на явлението електромагнитна индукция

Закон за електромагнитната индукция Промяната на потока на вектора на магнитното поле \vec{B} през площта S , обхваната от контура l води до появата на електродвижещо напрежение e в контура



$$e = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

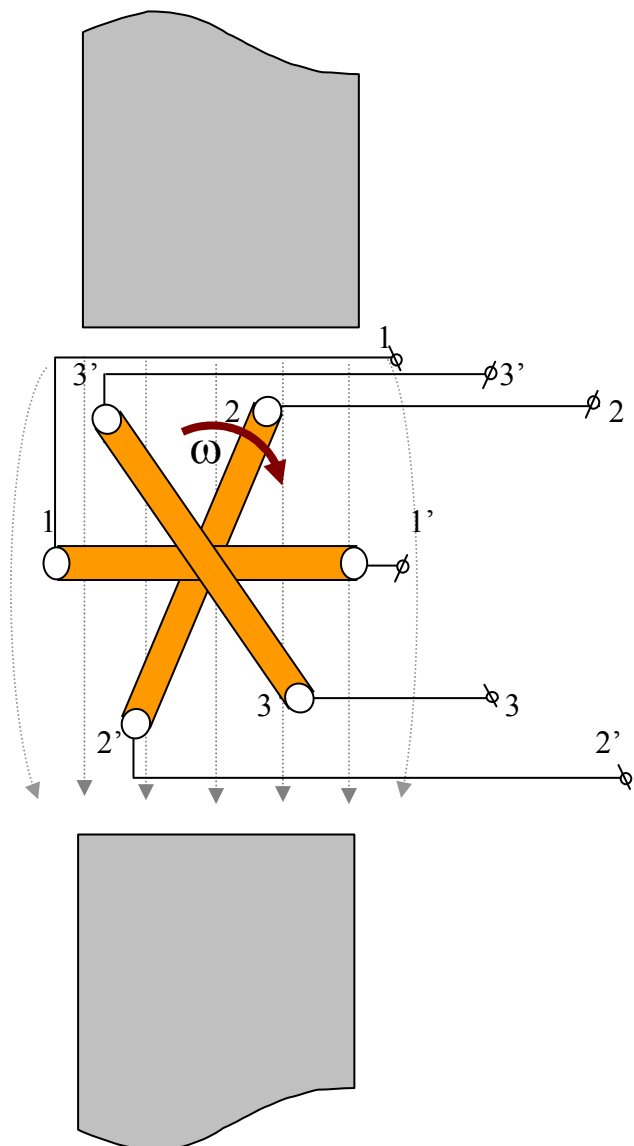
Пример: -- Правоеъгълна рамка в променливо магнитно поле



a) неподвижна рамка

b) Рамката се върти около x-оста със скорост ω

Получаване на 3-фазна система токове



3-фазна система е.д.н. се получава с помощта на 3-фазен генератор, като в ротора му има не 1, а 3 скрепени намотки, отместени в пространството на ъгъл 120^0 .

Ако в равномерно магнитно поле с **постоянна ъглова скорост ω** се въртят три еднакви, здраво свързани намотки, то:

във **всяка** намотка се индуцира синусоидално напрежение с **една и съща амплитуда, но отместено по фаза**, равна на пространствения ъгъл между намотките (в случая 120^0)

Аналогично може да се получи и 2-фазна и 4-фазна и повече фазна система е.д.н. Най-голямо практическо приложение обаче е получила 3-фазната система.

За да се отличават трите фази на 3-фазния генератор, те се означават или с букви А, В, С или с цифри 1, 2, 3. Така индуцираните напрежения могат да се запишат:

$$e_1(t) = E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1)$$

$$e_2(t) = E_{2m} \sin(\omega t + \psi_2)$$

$$e_3(t) = E_{3m} \sin(\omega t + \psi_3)$$

В най-общ случай : $E_{1m} \neq E_{2m} \neq E_{3m}$

$$\psi_1 \neq \psi_2 \neq \psi_3$$

Когато намотките имат еднакъв брой навивки и се въртят в едно и също поле с еднаква ъглова скорост, то $E_{1m} = E_{2m} = E_{3m}$

2.Класификации

Симетрична система - Система, в която е.д.н. имат еднаква големина и са отместени по фаза на един и същи ъгъл $\alpha = \frac{2\pi}{m}$.

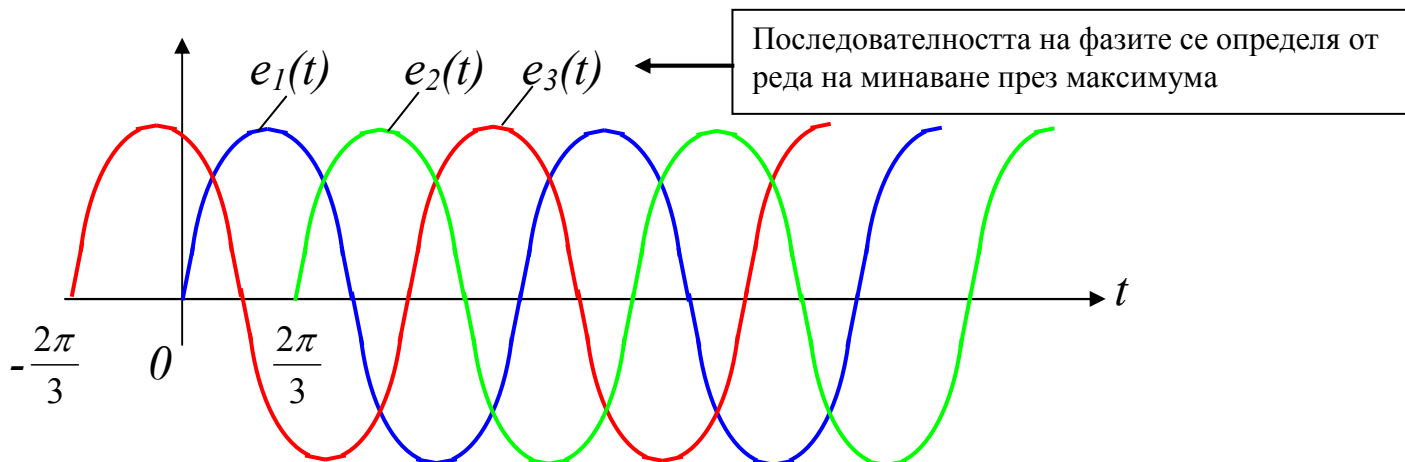
За трифазна система ($m=3$), $E_{1m} = E_{2m} = E_{3m}$, с ъгъл на отместване $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ ($\alpha = 120^0$), като напрежението във втора фаза изостава, а напрежението в трета фаза избързва спрямо това на първа фаза (фиг.1). Следователно напреженията на трите фази имат вида:

$$e_1(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

$$e_2(t) = E_m \sin(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_3(t) = E_m \sin(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}) = E_m \sin(\omega t + \psi - \frac{4\pi}{3})$$

На фиг.1 са показани напреженията $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$ при начална фаза на е.д.н. $\psi = 0$



Фиг.1

Напреженията на тази симетрична система могат да се запишат в комплексен вид, като

означим ефективната стойност с $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ и отчетем че началната фаза $\psi = 0$

$$e_1(t) = E_m \sin \omega t$$

$$e_2(t) = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_3(t) = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

$$\dot{E}_1 = E$$

$$\Rightarrow \dot{E}_2 = E.e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\dot{E}_3 = E.e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Фазовата разлика е записана в **радиани**

Често се използва и запис на същата система, като фазовата разлика е записана в градуси.

Двата записа са равностойни.

$$e_1(t) = E_m \sin \omega t$$

$$e_2(t) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_3(t) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

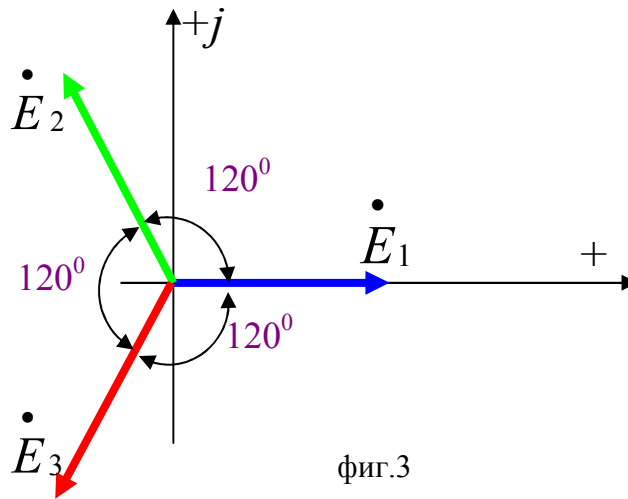
$$\dot{E}_1 = E$$

$$\Rightarrow \dot{E}_2 = E.e^{-j120^\circ}$$

$$\dot{E}_3 = E.e^{j120^\circ}$$

Фазовата разлика е записана в **градуси**

На фиг.2 е показана векторната диаграма на напреженията в трифазната симетрична система:



фиг.3

2. Оператор „a” и неговите свойства

За удобство при записване на напреженията и токовете на 3-фазни симетрични системи се използва **оператор „a”**. Това е комплексно число, дефинирано като:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad \text{или} \quad (a = e^{j120^\circ}).$$

Тогава можем да запишем:

$$1) \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\frac{2\pi}{3} + j\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2) \quad a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{j\frac{-2\pi}{3}} = \cos(-\frac{2\pi}{3}) + j\sin(-\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \quad a^3 = e^{j\frac{6\pi}{3}} = e^{j2\pi} = \cos 2\pi + j\sin 2\pi = 1$$

$$4) \quad a^4 = a.a^3 = a$$

Съответно можем да определим сумата:

$$1 + a + a^2 = 1 - \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

Тогава с помощта на оператора „a” симетричната система напрежения се записва по следния начин:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= E \\ \dot{E}_2 &= a^2 E \\ \dot{E}_3 &= a E \end{aligned}$$

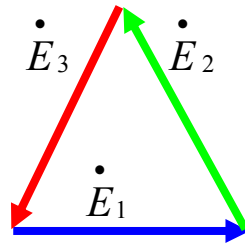
От запис на симетричната система напрежения и от свойствата на оператора „a” може да се направи следния извод:

Симетричната трифазна система има следното свойство:

В произволен момент от времето $e_1(t) + e_2(t) + e_3(t) = 0$

$$\dot{E}_1 + \dot{E}_2 + \dot{E}_3 = E + a^2 E + aE = E(1 + a^2 + a) = 0$$

Същото може да се получи и с помощта на векторна диаграма(фиг.4). При сумиране трите напрежения образува триъгълник (т.е. сумата им е нула).



фиг.4

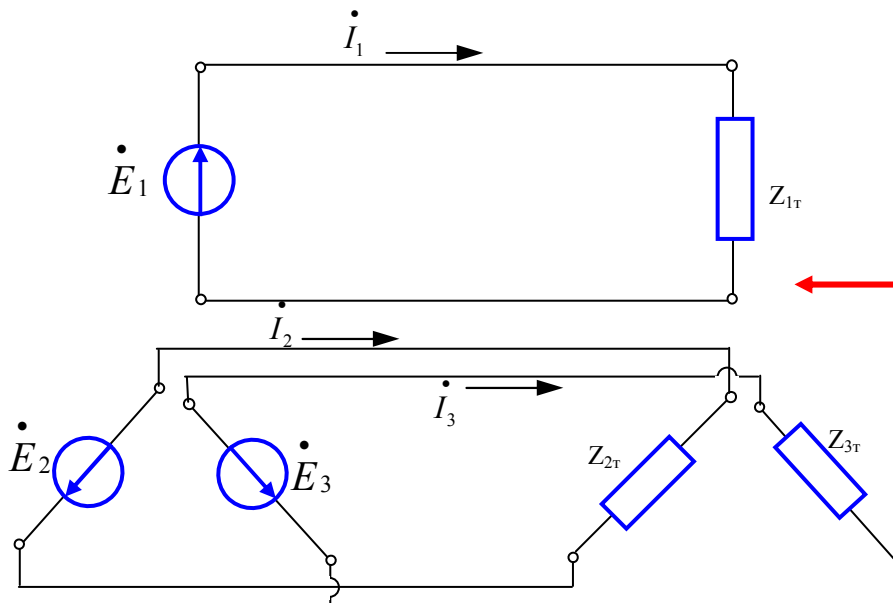
24 Въпрос

Схеми на свързване на трифазни вериги. Съотношения между линейните и фазните напрежения и токове

Основни схеми на свързване

При всяка схема на свързване генераторните намотки трябва да се свържат с товара, т.е. трябва да се свърже **3-фазен генератор с 3-фазен консуматор**. Отделните намотки на генератора и консуматора се наричат фази

Най-неикономично би било свързването с по 2 проводника на всяка намотка (фаза) на генератора към товара. В този случай бихме имали общо 6 проводника (фиг.5).



„несвързана система” – няма ел.връзка между фазите
т.е. 3-фазната система има несвързан граф.

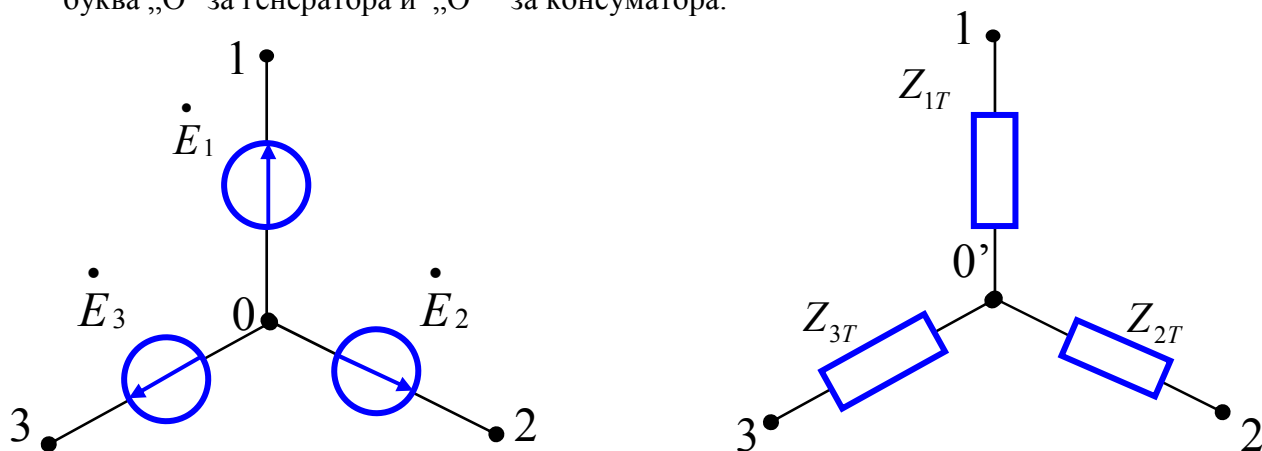
При несвързана система веригата може да се анализира **за всяка фаза поотделно** (като при еднофазен ток).

Фиг.5

За да се намали броя на съединителните проводници намотките (фазите) на генератора и консуматора се съединяват и електрически. В този случай системата е **„свързана система”**. Фазните намотки на генератора и трифазния консуматор могат да бъдат съединени в „триъгълник” или в „звезда”.

Съединение “звезда”

При съединение “звезда” (фиг.6). се обединяват едноименните краища на трите намотки на генератора в една точка. Тя се нарича “звездна” или “нулева” и се означава с буква „O” за генератора и „O’ ” за консуматора.

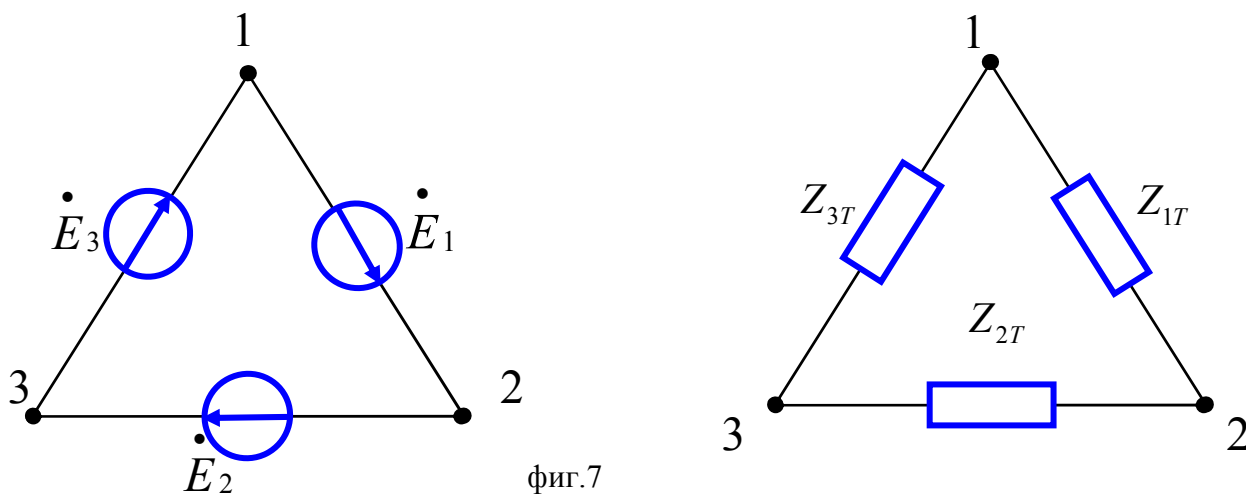


фиг.6

Съединение “триъгълник”

При съединение на намотките на генератора “триъгълник” (фиг.7) края на първата се съединява с началото на втората и т.н.

Геометричната сума на е.д.н. в затворения “триъгълник” е нула, затова ако към фазите на генератора няма присъединен товар, по генераторната намотка няма да протича ток.



фиг.7

Използват се пет най-прости схеми на свързване на 3-фазен генератор с 3-фазен товар:

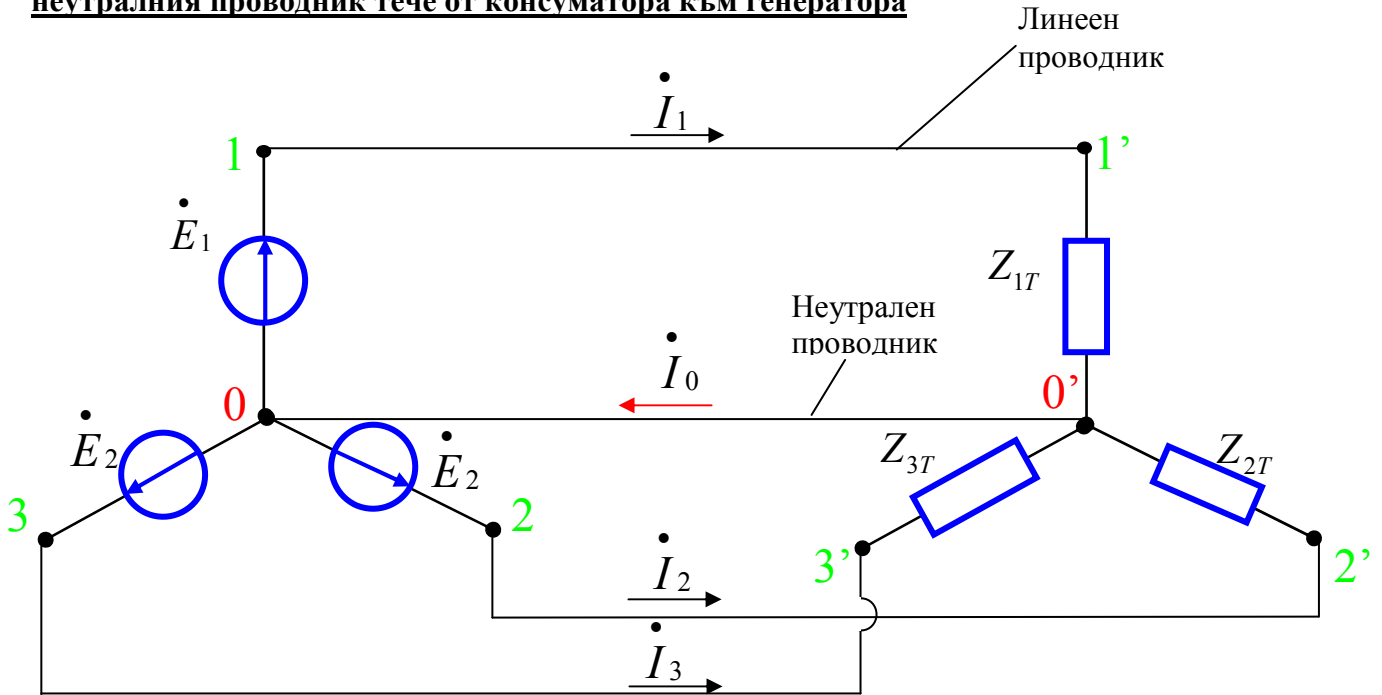
- Звезда-звезда с неутрален проводник
- Звезда-звезда без неутрален проводник
- Звезда-триъгълник
- Триъгълник-звезда
- Триъгълник-триъгълник

1. Звезда-звезда с неутрален проводник ($\Delta - \Delta$ с неутрален проводник)

При този начин на свързване и генераторните намотки и намотките на консуматора са свързани в съединение "звезда" (фиг.8), като между "звездните" точки също има проводник.

Проводниците, съединяващи фазите на генератора и консуматора се наричат **линейни проводници**, този, който свързва звездните точки се нарича **неутрален проводник**.

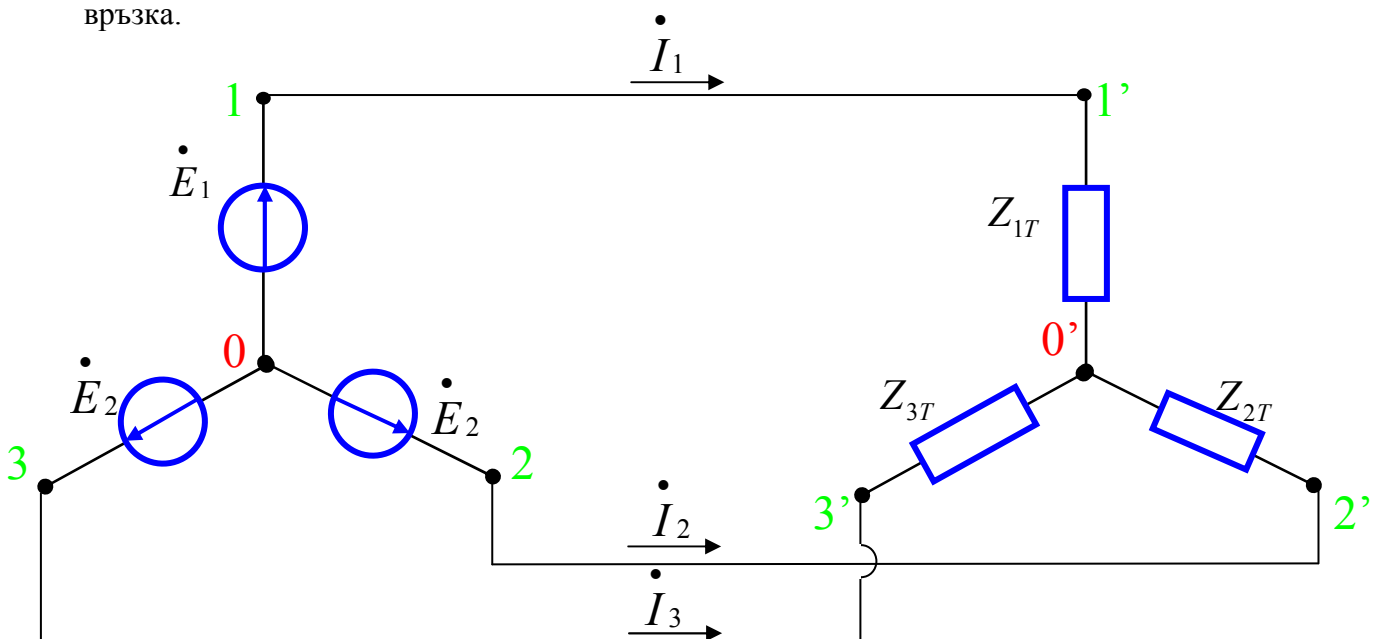
Токовете в линейните проводници протичат от генератора към консуматора, а токът в неутралния проводник тече от консуматора към генератора



фиг.8

2. Звезда-звезда без неутрален проводник ($\Delta - \Delta$ без неутрален проводник)

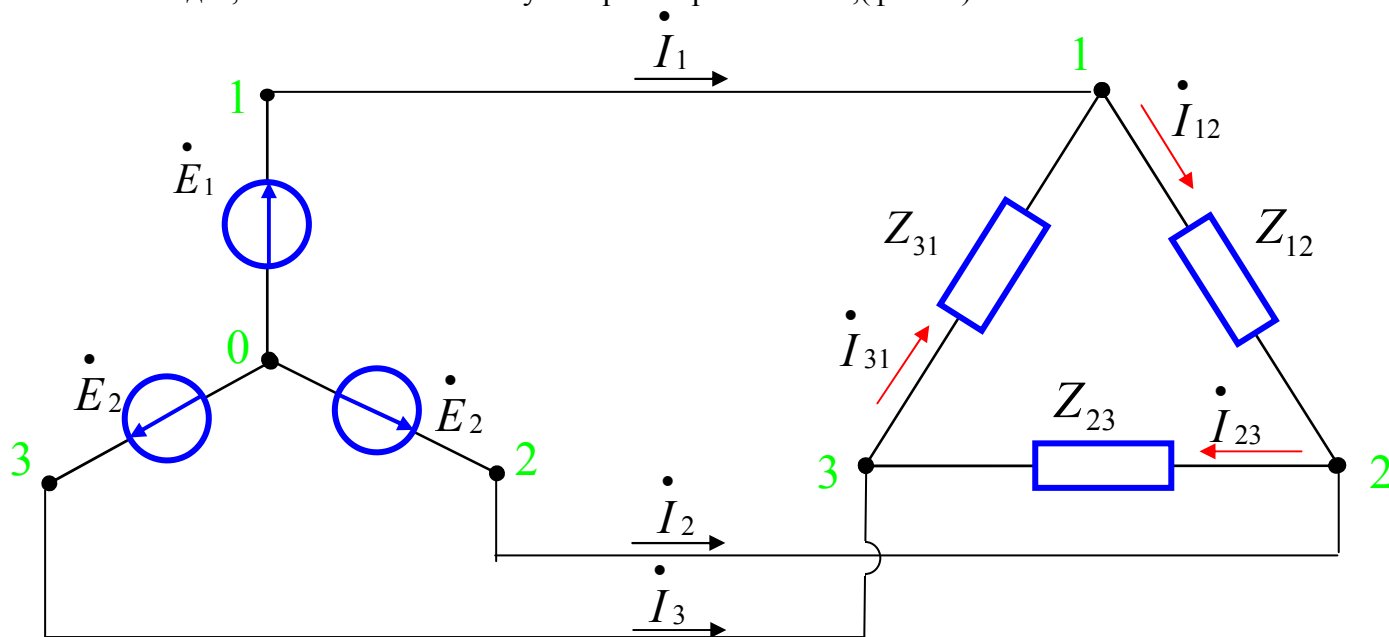
При този начин на свързване и генераторните намотки и намотките на консуматора са свързани в съединение "звезда" (фиг.9), а между "звездните" точки няма електрическа връзка.



фиг.9

3. Звезда-триъгълник (\star - \triangle)

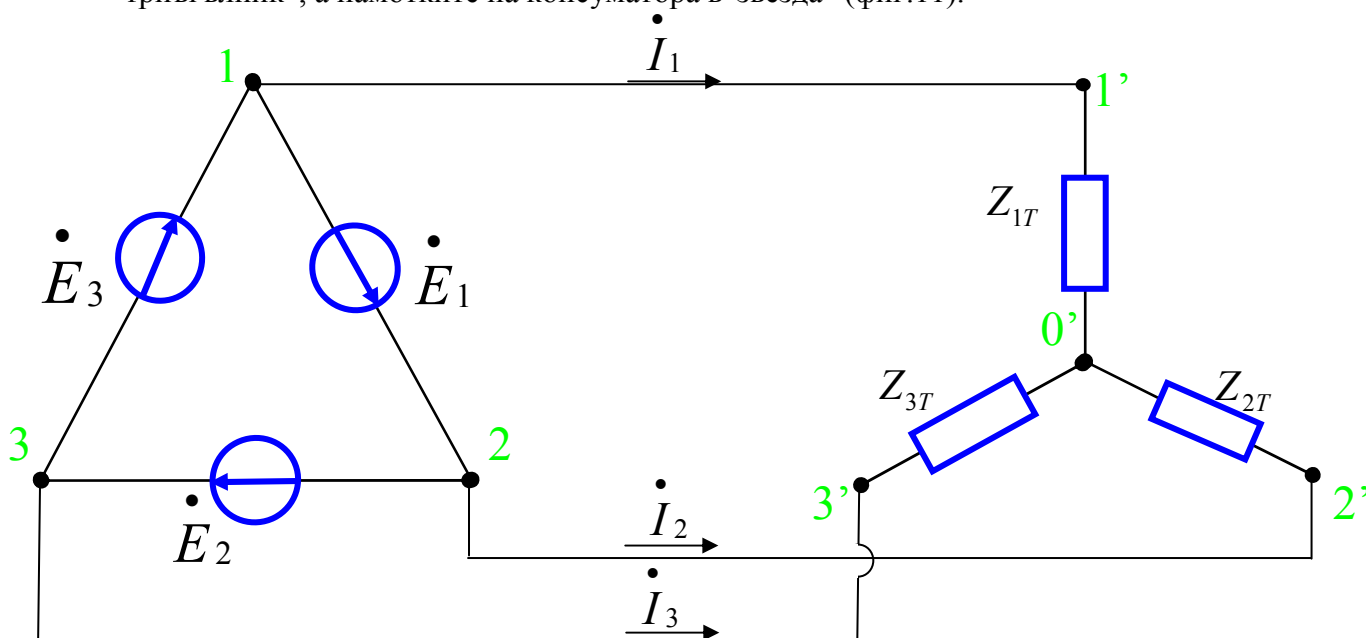
При този начин на свързване генераторните намотки са свързани в съединение “звезда”, а намотките на консуматора в “триъгълник”, (фиг.10).



фиг.10

4. Триъгълник - звезда (\triangle - \star)

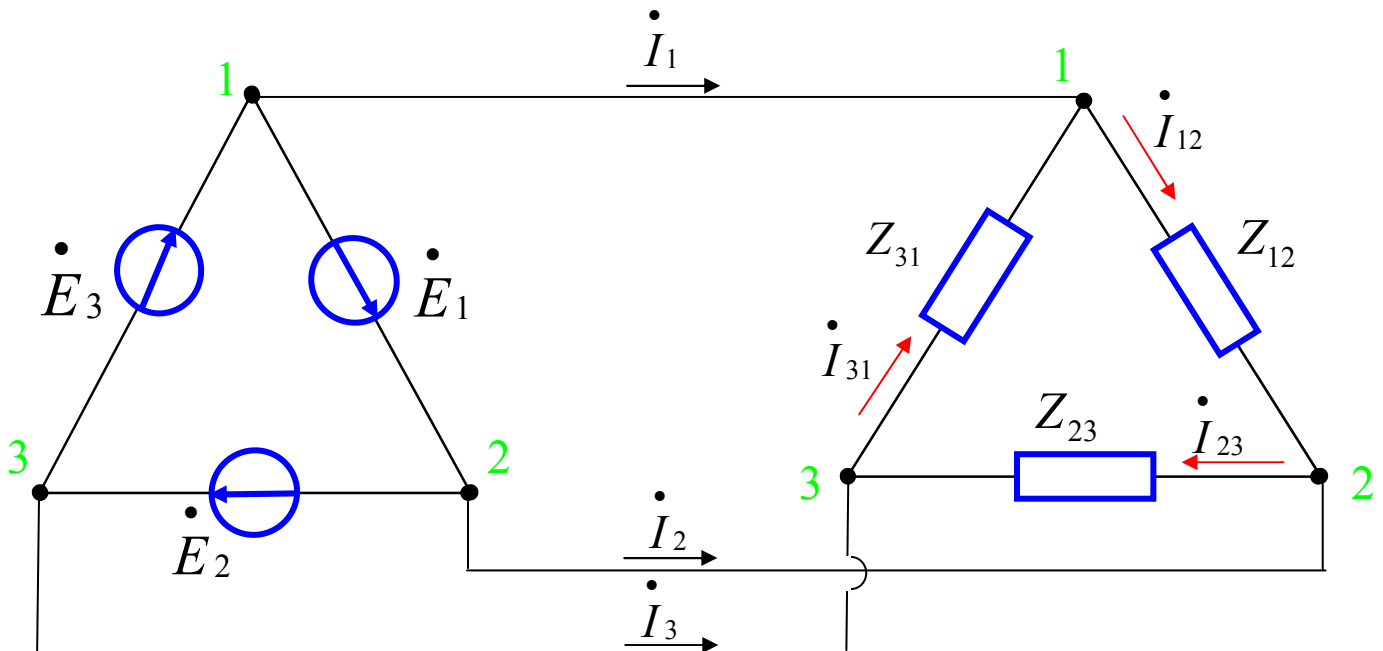
При този начин на свързване генераторните намотки са свързани в съединение “триъгълник”, а намотките на консуматора в “звезда” (фиг.11).



фиг.11

5. Триъгълник - триъгълник ($\Delta - \Delta$)

При този начин на свързване и генераторните намотки и намотките на консуматора са свързани в съединение “триъгълник”(фиг.12).



фиг.12

Съотношения между линейните и фазните напрежения и токове

Фазни напрежения - напреженията на отделните фази на генератора или консуматора се наричат фазни напрежения. Означението е U_{ϕ} .

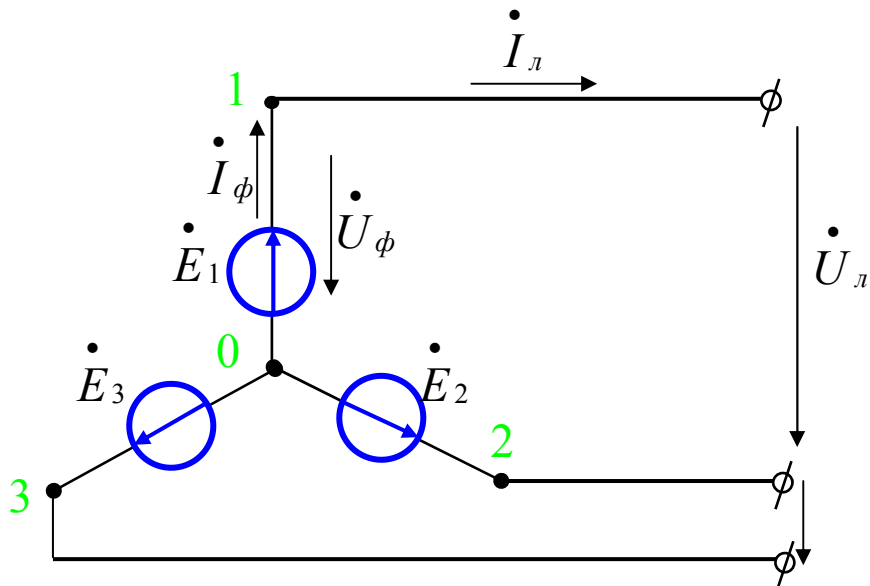
Линейни напрежения - напреженията между линейните проводници се наричат линейни напрежения. Означението е U_L .

Фазни токове – токовете в отделните фази на генератора или консуматора се наричат фазни токове. Означението е I_{ϕ} .

Линейни токове - токовете в линейните проводници се наричат линейни токове. Означението е I_L .

1. Съотношения между напрежения и токове при съединение „звезда” (\star)

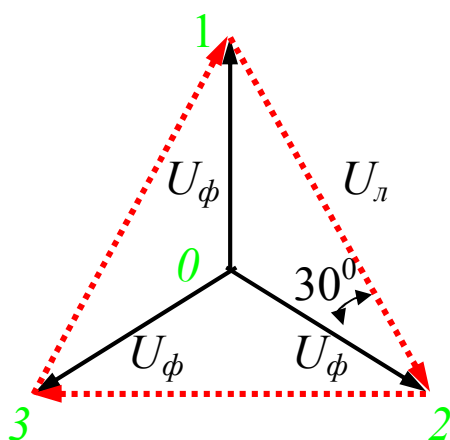
На фиг.13 е показан трифазен генератор, свързан в звезда, а на фиг.14 е представена векторната диаграма на напреженията на този генератор. Вижда се, че при този начин на свързване, фазните и линейните токове са едни и същи $I_{\phi} = I_L$, докато фазните и линейните напрежения са различни $U_L \neq U_{\phi}$. Връзката между линейното и фазното напрежение може да се определи от триъгълника на фиг.14.



$$I_l = I_\phi$$

$$U_l = \sqrt{3}U_\phi$$

Фиг.13

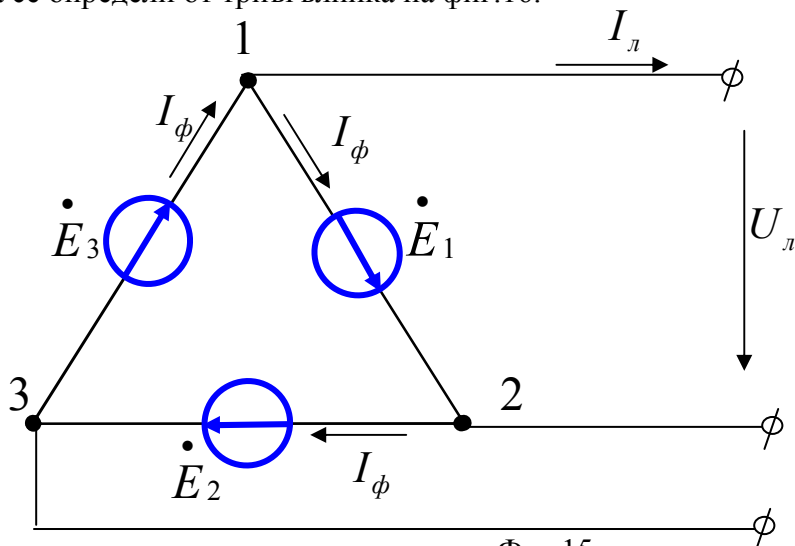


$$U_l = 2U_\phi \cdot \cos 30^\circ = 2U_\phi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}U_\phi$$

Фиг.14

2. Съотношения между напрежения и токове при съединение „триъгълник” (Δ)

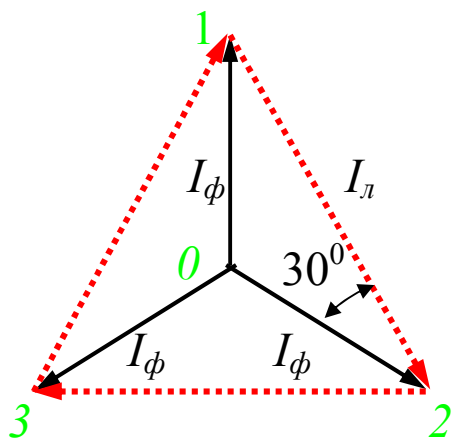
На фиг.15 е показан трифазен генератор, свързан в триъгълник, а на фиг.16 е представена векторната диаграма на напреженията на този генератор. Вижда се, че при този начин на свързване, фазните и линейните напрежения са едни и същи $U_\phi = U_l$, докато фазните и линейните токове са различни $I_l \neq I_\phi$. Връзката между линейния и фазния ток може да се определи от триъгълника на фиг.16.



$$U_l = U_\phi$$

$$I_l = \sqrt{3}I_\phi$$

Фиг.15



$$I_L = 2I_\phi \cdot \cos 30^\circ = 2I_\phi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}I_\phi$$

Фиг.16

Освен начина на свързване при анализа на 3-фазните вериги се отчита и характера на товара на отделните фази на консуматора.

Симетричен товар - такъв за който съпротивленията на отделните фази са еднакви:

$$Z_{1T} = Z_{2T} = Z_{3T}$$

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi_3$$

Несиметричен товар - такъв за който съпротивленията на отделните фази са различни. Възможни причини за това са:

- прекъсване ($Z \rightarrow \infty$)
- късо съединение ($Z = 0$) на някоя от фазите ($Z_{1T} \neq Z_{2T} = Z_{3T}$)
- практически неравномерен товар често се получава при включване на еднофазни консуматори към 3-фазен генератор.

25 Въпрос

Мощности в трифазни вериги.

1. Моментна мощност - $p(t)$

Моментната мощност $p(t)$ се определя като сума от мощностите на отделните фази:

$$p(t) = \sum_{k=1}^3 p_k(t) = \sum_{k=1}^3 u_k(t) \cdot i_k(t)$$

2. Активна мощност- P

$$P = \sum_{k=1}^3 P_k = \sum_{k=1}^3 U_k \cdot I_k \cos \varphi_k$$

(U_k и I_k са ефективните стойности на напрежението и тока във фаза K)

3. Реактивна мощност - Q

$$Q = \sum_{k=1}^3 Q_k = \sum_{k=1}^3 U_k \cdot I_k \sin \varphi_k$$

4. Пълна мощност- S – ако консуматора е симетричен

$$S = \sum_{k=1}^3 S_k = 3U_k \cdot I_k$$

В противен случай пълната мощност се определя на базата на комплексната мощност.

5. Комплексна мощност- \dot{S}

$$\dot{S} = \sum_{k=1}^3 \dot{S}_k = \sum_{k=1}^3 \dot{U}_k \cdot I_k^*$$

$$P = \operatorname{Re}[\dot{S}]$$

$$Q = \operatorname{Im}[\dot{S}]$$

При 3-фазна симетрична система и симетричен товар мощността се определя по един и същи начин независимо от свързването на товара в „звезда” или в „триъгълник”

$$P = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi$$

Доказателство


3-фазната система е симетрична, следователно:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_\phi$$

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_\phi$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$$

$$S = 3U_\phi I_\phi$$

1.Свързване 

$$\begin{aligned} I_l &= I_\phi \\ U_l &= \sqrt{3}U_\phi \end{aligned} \Rightarrow S = 3U_\phi I_\phi = 3 \frac{U_l}{\sqrt{3}} I_l = \sqrt{3}U_l I_l$$

2.Свързване 

$$\begin{aligned} U_l &= U_\phi \\ I_l &= \sqrt{3}I_\phi \end{aligned} \Rightarrow S = 3U_\phi I_\phi = 3U_l \frac{I_l}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}U_l I_l$$

Измерване на 3-фазна мощност с помощта на 2 ватметъра

Комплексната мощност на 3-фазната система може да се определи като:

$$\dot{S} = \sum_{k=1}^3 \dot{U}_k \cdot I_k^*$$

но като отчетем:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$$

$$\Rightarrow \dot{I}_2 = -(\dot{I}_1 + \dot{I}_3)$$

За комплексната мощност на 3-фазната система получаваме:

$$\dot{S} = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1 + \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_2 + \dot{U}_3 \cdot \dot{I}_3 =$$

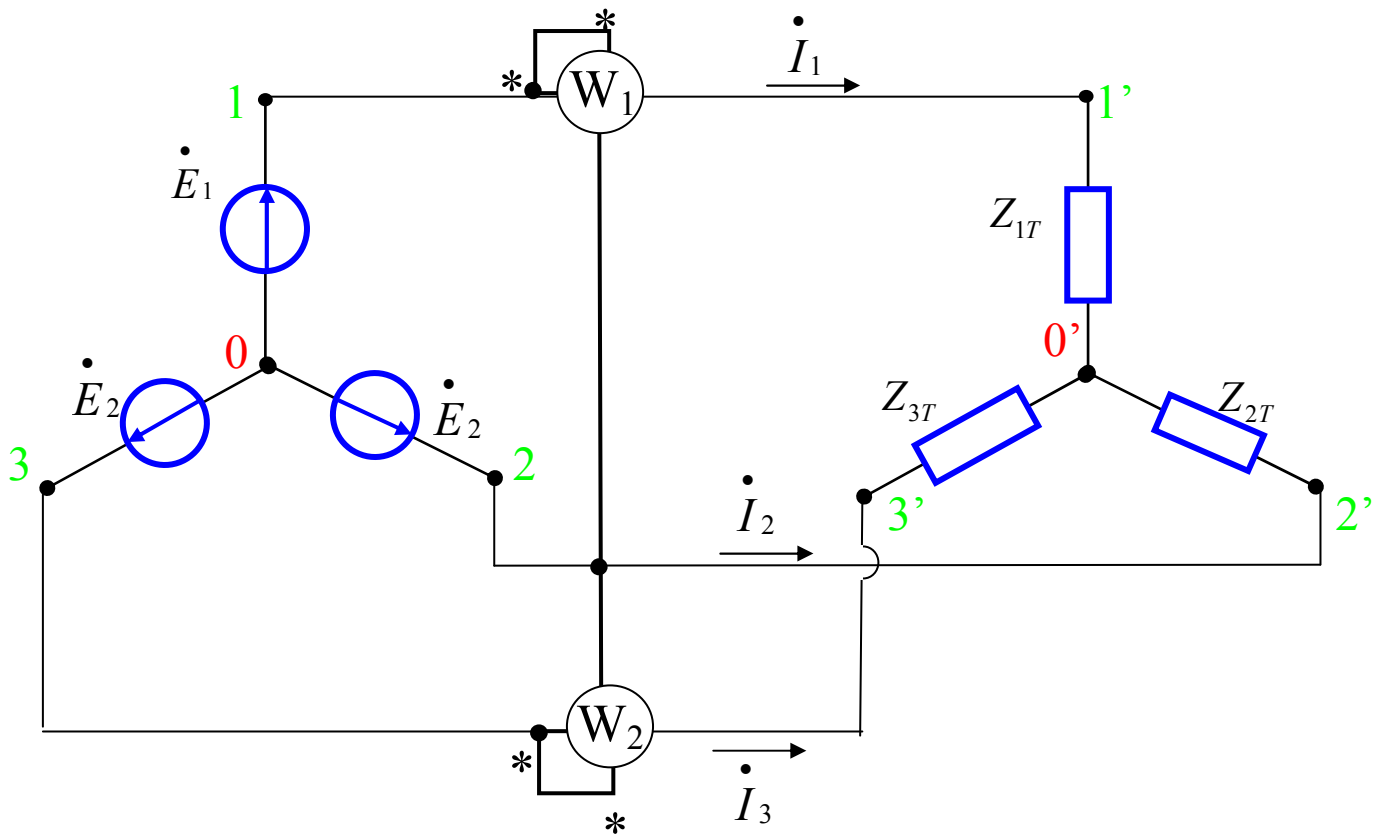
$$\dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1 - \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_1 - \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_3 + \dot{U}_3 \cdot \dot{I}_3 = \dot{U}_{12} \cdot \dot{I}_1 + \dot{U}_{32} \cdot \dot{I}_3$$

Пример: На фиг.17 е показана схема в която е реализирано измерване на мощността на 3-фазната верига с помощта на два ватметра:

- Ватметра 1 мери линейното напрежение U_{12} и тока I_1
- Ватметра 2 мери линейното напрежение U_{32} и тока I_3

Тогава мощността за веригата се определя като:

$$P = P_{W_1} + P_{W_2} = \text{Re}[\dot{U}_{12} \cdot \dot{I}_1] + \text{Re}[\dot{U}_{32} \cdot \dot{I}_3]$$



Фиг.17

26 Въпрос

Анализ на трифазни симетрични вериги. Свойство на звездните точки

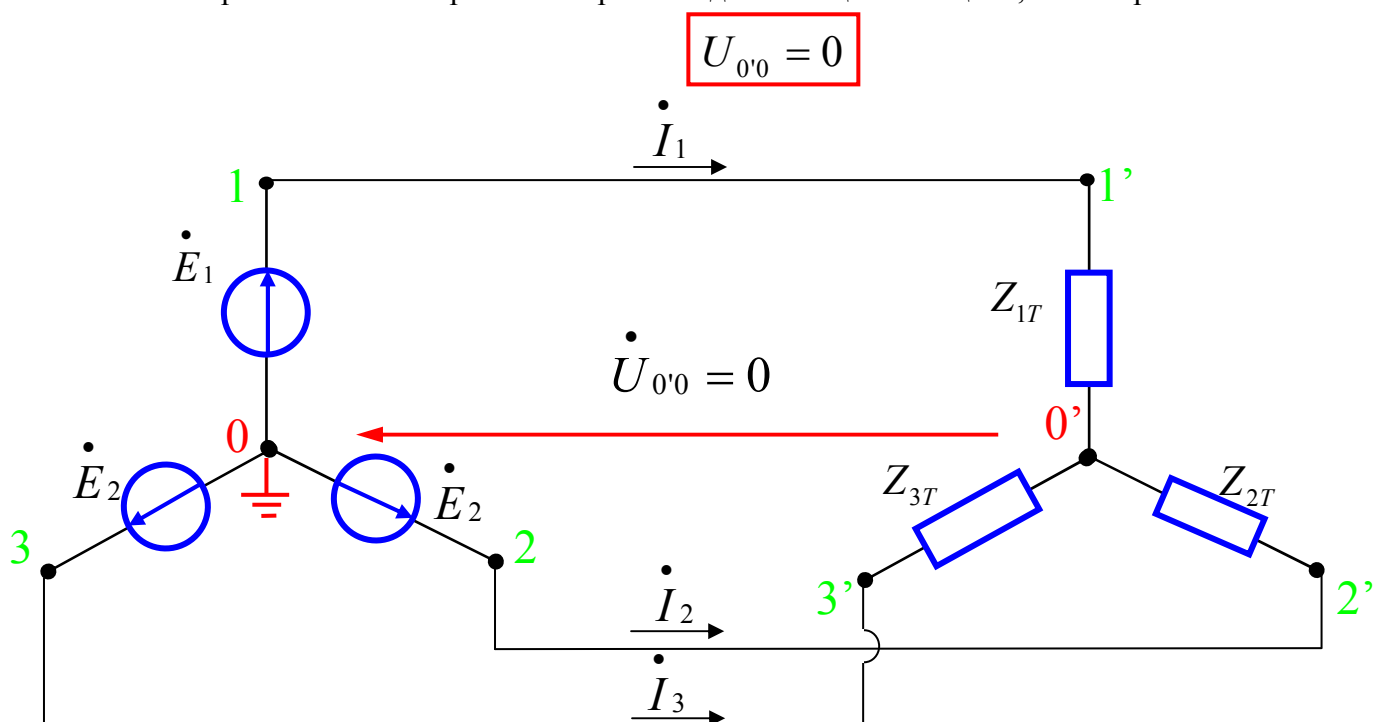
Анализът на трифазни симетрични вериги не се различава по принцип от анализа на другите сложни вериги в електротехниката. При изследването се използват се законите на Кирхоф, както и методите и теоремите за анализ на ел.вериги.

Наличието на симетрия в трифазните вериги позволява да се постигне определено съкращаване на изчислителната процедура, на базата на предварително изведени формули за определяне на фазни или линейни величини.

Свойство на звездните точки

Нека разгледаме трифазна верига, за която системата напрежения е симетрична и товарът също е симетричен. Свързването е „звезда- звезда” без неутрален проводник (фиг.18)

Свойство на звездните точки – Звездните точки на 3-фазна верига със симетрична система напрежения и симетричен товар имат един и същи потенциал, т.е. напрежението



фиг.18

Доказателство

Можем да анализираме веригата по метода с възлови потенциали.

- Веригата е с 2 възела (звездните точки) и 3 клона.
- Приемаме едната от звездните точки за възел с нулев потенциал:

$$\dot{V}_0 = 0$$

- Записваме уравнение по МВП за възел $0'$:

$$\dot{V}_{0'} \left(\frac{1}{Z_{1T}} + \frac{1}{Z_{2T}} + \frac{1}{Z_{3T}} \right) = \frac{\dot{E}_1}{Z_{1T}} + \frac{\dot{E}_2}{Z_{2T}} + \frac{\dot{E}_3}{Z_{3T}} \quad (1)$$

Товарът е симетричен, т.е.: $Z_{1T} = Z_{2T} = Z_{3T} = Z$. Системата напрежения на генератора е симетрична и следователно:

$$\dot{E}_1 = E$$

$$\dot{E}_2 = a^2 E$$

$$\dot{E}_3 = a E$$

Тогава уравнението (1) може да се преобразува:

$$\dot{V}_{0'} \left(\frac{1}{Z} + \frac{1}{Z} + \frac{1}{Z} \right) = \frac{E}{Z} + \frac{a^2 E}{Z} + \frac{a E}{Z}$$

$$\Rightarrow 3 \dot{V}_{0'} = E(1 + a^2 + a) = 0$$

$$\Rightarrow \dot{V}_{0'} = 0$$

Следователно напрежението $\dot{U}_{0'0} = \dot{V}_{0'} - \dot{V}_0 = 0$, т.е. **звездните точки имат еднакъв потенциал.**

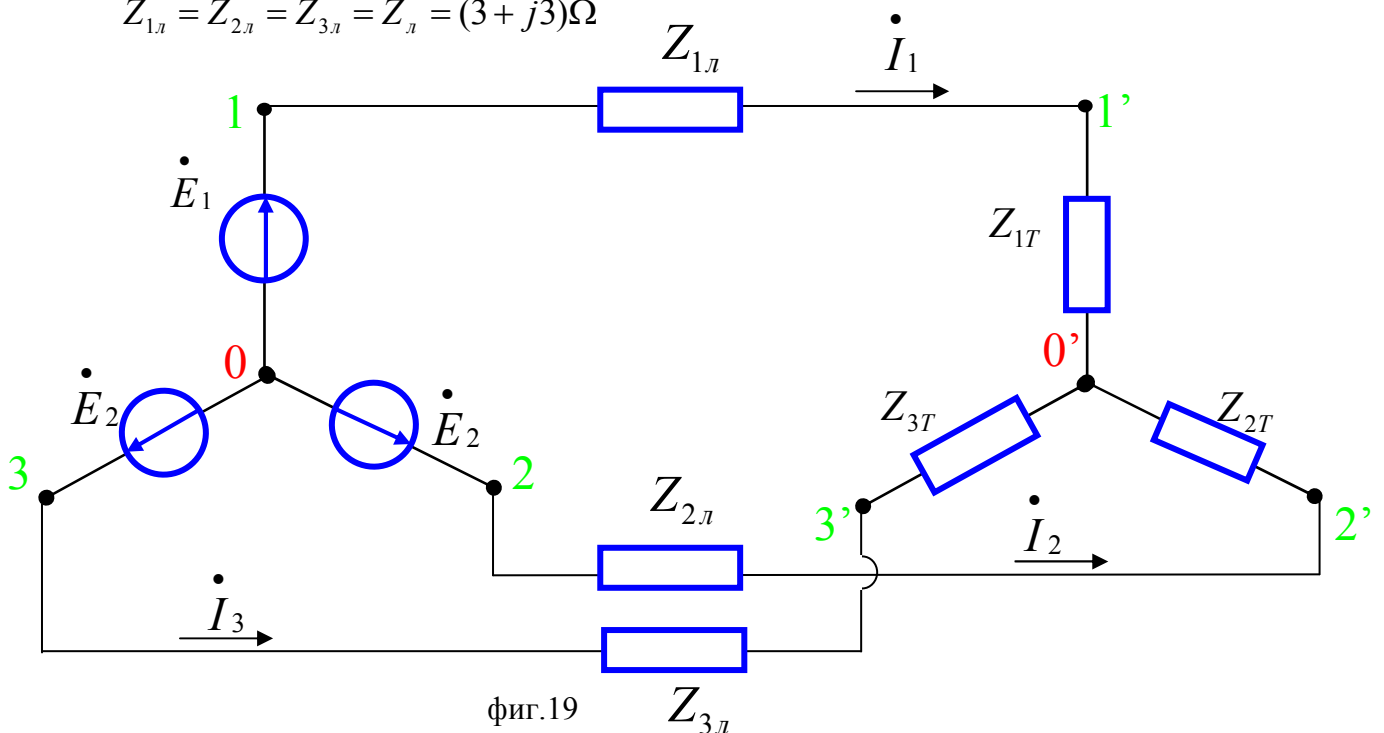
Това означава, че при анализа на трифазни симетрични вериги и симетричен товар звездните точки могат да се свързват накъсо без това да променя разпределението на токовете и напреженията

Пример за анализ на 3-фазна симетрична верига:

Да се определят токовете за трифазната верига (фиг.19), ако системата напрежения е симетрична с ефективна стойност на фазното напрежение $U_\phi = 200V$. Товарните съпротивления и съпротивленията на линейните проводници са съответно:

$$Z_{1T} = Z_{2T} = Z_{3T} = Z_T = (7 + j7)\Omega$$

$$Z_{1л} = Z_{2л} = Z_{3л} = Z_л = (3 + j3)\Omega$$



Решение

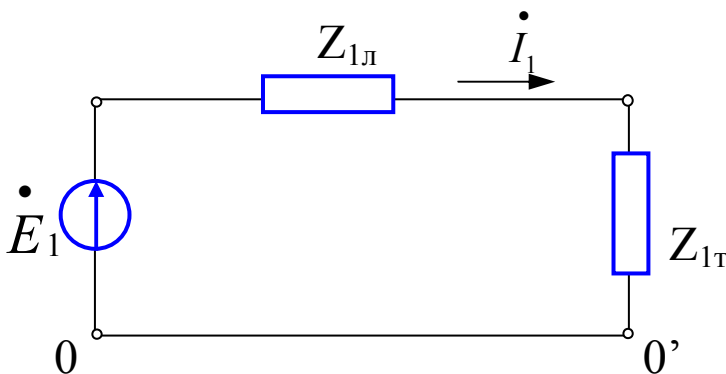
Системата напрежения на генератора е симетрична и следователно:

$$\dot{E}_1 = U_\phi = 200V$$

$$\dot{E}_2 = a^2 U_\phi = 200 \cdot e^{-j120} V = (-100 - j87)V$$

$$\dot{E}_3 = a U_\phi = 200 \cdot e^{j120} V = (-100 + j87)V$$

Поради симетрията на системата (товарните съпротивления и съпротивленията на линейните проводници също са еднакви за трите фази) напрежението $U_{0'0} = 0$ и звездните точки могат да се свържат накъсо. Тогава можем да анализираме схемата от фиг.20 за първа фаза и да разгледаме аналогични схеми за втора и трета фаза.



фиг.20

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1}{Z_{1л} + Z_{1т}} = \\ &= \frac{200}{(3 + j3 + 7 + j7)} = \frac{200}{(10 + j10)} = \\ &= \frac{20}{(1 + j1)} = \frac{20(1 - j1)}{2} = \\ &= 10(1 - j) A = 14,1e^{-j45} A \end{aligned}$$

Поради симетрията токовете във втора и трета фаза ще имат същата големина, като тока във първа фаза, но тока във втора фаза ще изостава, а тока в трета фаза ще избързва с 120° . Следователно за комплексните стойности на токовете получаваме:

$$\dot{I}_1 = 14,1e^{-j45} A$$

$$\dot{I}_2 = a^2 \cdot \dot{I}_1 = e^{-j120} 14,1e^{-j45} = 14,1e^{-j165} A$$

$$\dot{I}_3 = a \cdot \dot{I}_1 = e^{j120} 14,1e^{-j45} = 14,1e^{j75} A$$

Можем да запишем и моментните стойности на токовете в трите фази:

$$i_1(t) = 14,1\sqrt{2} \sin(\omega t - 45) A = 20 \sin(\omega t - 45) A$$

$$i_2(t) = 14,1\sqrt{2} \sin(\omega t - 165) A = 20 \sin(\omega t - 165) A$$

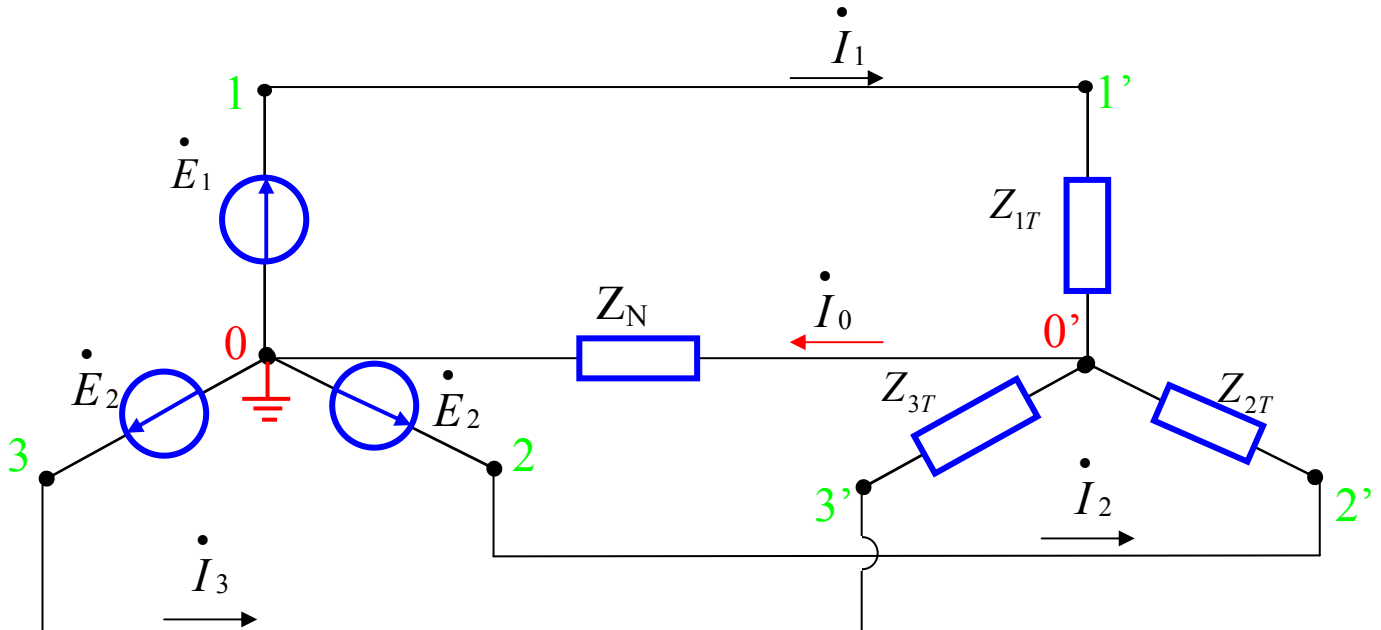
$$i_3(t) = 14,1\sqrt{2} \sin(\omega t + 75) A = 20 \sin(\omega t + 75) A$$

27 Въпрос

Анализ на трифазни несиметрични вериги при статичен товар

1.Трифазна четирипроводна линия

Нека разгледаме трифазна верига „звезда- звезда” с неутрален проводник (фиг.21).



фиг.21

За такава верига напрежението между звездните точки може да се определи като:

$$\dot{U}_{0'0} = \dot{V}_{0'} - \dot{V}_0 = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N}$$

Доказателство

Можем да анализираме веригата по метода с възлови потенциали.

- Веригата е с 2 възела (звездните точки) и 4 клона.
- Приемаме едната от звездните точки за възел с нулев потенциал:

$$\dot{V}_0 = 0$$

- Записваме уравнение по МВП за възел $0'$:

$$\dot{V}_{0'} \left(\frac{1}{Z_{1T}} + \frac{1}{Z_{2T}} + \frac{1}{Z_{3T}} + \frac{1}{Z_N} \right) = \frac{\dot{E}_1}{Z_{1T}} + \frac{\dot{E}_2}{Z_{2T}} + \frac{\dot{E}_3}{Z_{3T}} \quad (2)$$

Ако означим проводимостите на отделните клонове съответно:

$$Y_1 = \frac{1}{Z_{1T}}; \quad Y_2 = \frac{1}{Z_{2T}}; \quad Y_3 = \frac{1}{Z_{3T}}; \quad Y_N = \frac{1}{Z_N}$$

Можем да запишем уравнение (2) като:

$$\dot{V}_{0'}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N) = \dot{E}_1.Y_1 + \dot{E}_2.Y_2 + \dot{E}_3.Y_3 \quad (3)$$

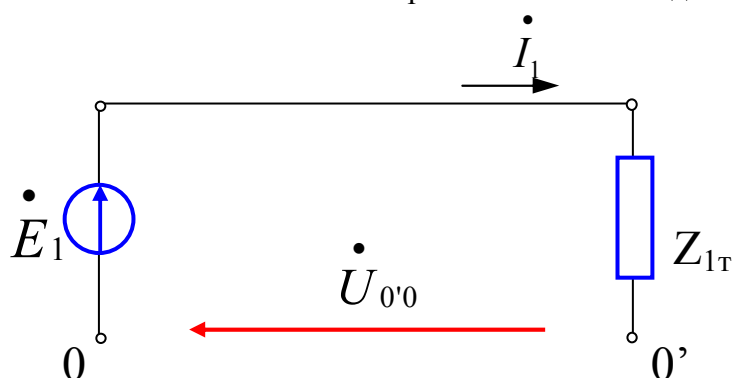
От това уравнение можем да определим потенциала на възел $0'$:

$$\dot{V}_{0'} = \frac{\dot{E}_1.Y_1 + \dot{E}_2.Y_2 + \dot{E}_3.Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{0'0} = \dot{V}_{0'} - \dot{V}_0 = \frac{\dot{E}_1.Y_1 + \dot{E}_2.Y_2 + \dot{E}_3.Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N}$$

Определяне на фазните токове

Фазните токове могат да се определят като за всяка фаза се прилага обобщения закон на Ом. На фиг.22 е показана схемата за анализ на тока в първа фаза. За втора и трета фаза схемите са аналогични – променят се само индексите.



$$\dot{I}_1.Z_{1T} + \dot{U}_{0'0} = \dot{E}_1$$

$$\Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{1T}}$$

фиг. 22

Аналогично могат да се определят токовете и на другите две фази.

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{1T}}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{2T}}$$

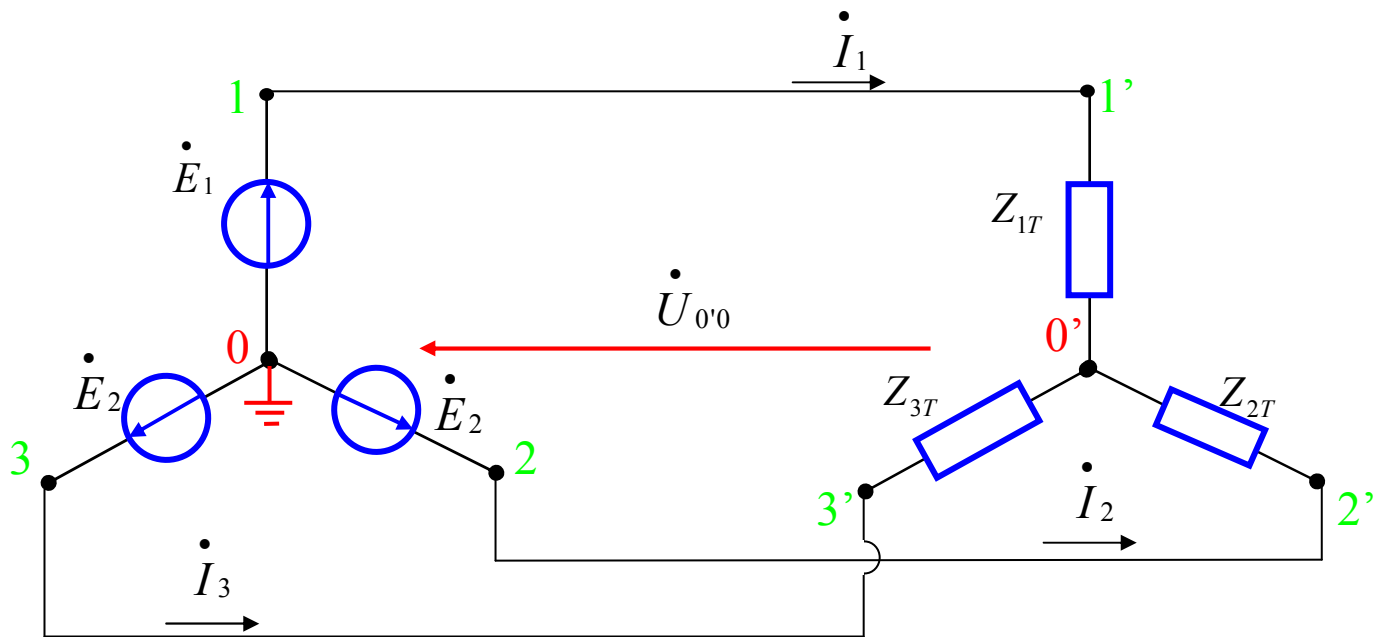
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{E}_3 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{3T}}$$

Определяне на тока в неутралния проводник – токът в неутралния проводник се

определя по първия закон на Кирхоф: $\dot{I}_N = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

2.Трифазна трипроводна линия

Нека разгледаме трифазна верига „звезда- звезда” без неутрален проводник (фиг.23).



фиг.23

За такава верига напрежението между звездните точки може да се определи като:

$$\dot{U}_{0'0} = \dot{V}_{0'} - \dot{V}_0 = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Доказателството е аналогично на това за веригата с неутрален проводник , като съпротивлението $Z_N = 0$.

Анализираме веригата по метода с възлови потенциали и записваме уравнение относно потенциала на възел $0'$:

$$\dot{V}_{0'}(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N) = \dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3 \quad (4)$$

От това уравнение можем да определим потенциала на възел $0'$:

$$\dot{V}_{0'} = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{0'0} = \dot{V}_{0'} - \dot{V}_0 = \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

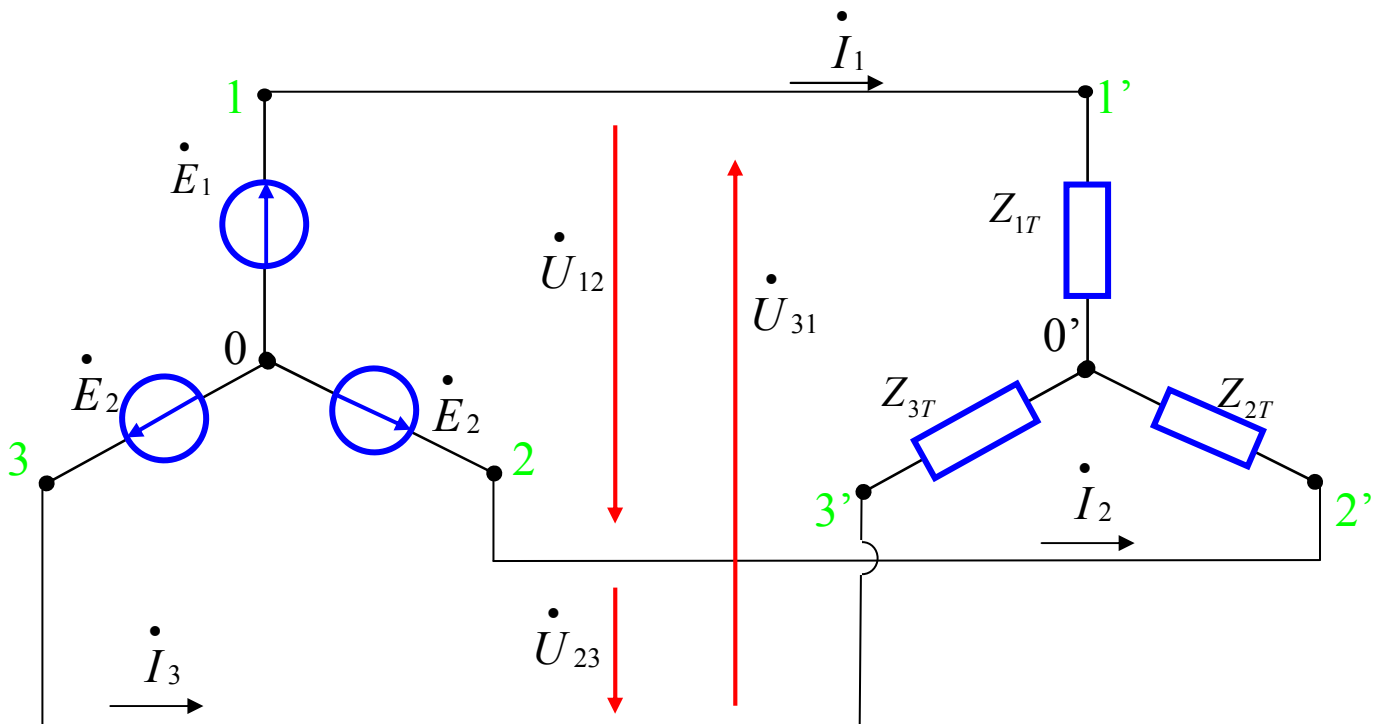
Фазните токове се определят по обобщения закон на Ом:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{1T}} \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{2T}} \\ \dot{I}_3 &= \frac{\dot{E}_3 - \dot{U}_{0'0}}{Z_{3T}} \end{aligned}$$

3. Анализ при известни линейни напрежения

Нека за трифазната верига от фиг.24 са известни линейните напрежения $\dot{U}_{12}, \dot{U}_{23}, \dot{U}_{31}$. За тяхното използване се извеждат формули за определяне на напрежението върху консуматора $\dot{U}_{10'}, \dot{U}_{20'}, \dot{U}_{30'}$. Те са съответно:

$$\dot{U}_{10'} = \frac{\dot{U}_{12} \cdot Y_2 + \dot{U}_{13} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}; \quad \dot{U}_{20'} = \frac{\dot{U}_{21} \cdot Y_1 + \dot{U}_{23} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}; \quad \dot{U}_{30'} = \frac{\dot{U}_{31} \cdot Y_1 + \dot{U}_{32} \cdot Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3};$$



фиг.24

Доказателство

Напрежението върху консуматора в първа фаза $\dot{U}_{10'}$ може да се определи от равенството:

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_{10'} + \dot{U}_{10'}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_{10'} = \dot{E}_1 - \dot{U}_{10'} = \dot{E}_1 - \frac{\dot{E}_1 \cdot Y_1 + \dot{E}_2 \cdot Y_2 + \dot{E}_3 \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} =$$

$$\frac{Y_2(\dot{E}_1 - \dot{E}_2) + Y_3(\dot{E}_1 - \dot{E}_3)}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{\dot{U}_{12} \cdot Y_2 + \dot{U}_{13} \cdot Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3}$$

Аналогично се определят и другите две напрежения.