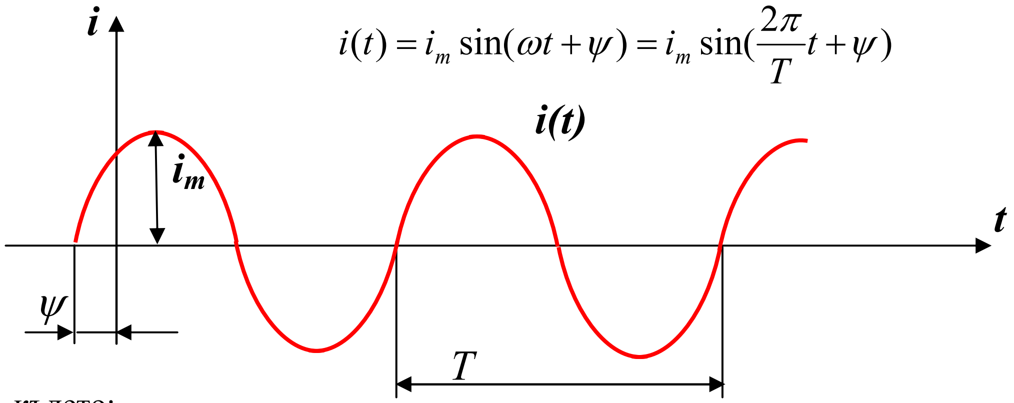
8. Въпрос

Синусоидални режими в линейни електрически вериги. Основни характеристики на синусоидални величини. Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

1. Синусоидален ток - Ток, който се изменя във времето по синусоидален закон:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi) = i_m \sin(\frac{2\pi}{T}t + \psi)$$



където:

i_m - **амплитуда** (максимално значение на функцията);

ω - **ъглова честота** [ω] =rad/s, $\omega = \frac{2\pi}{T}$;

T - **период** (време за което се осъществява 1 пълно колебание), [T] = s ;
f - **честота** (брой колебания за 1 секунда), [f] =Hz ;
θ- **фаза** (аргумент на син. функция), $\theta = \omega t + \psi$, [θ] =rad ;
ψ - **начална фаза** (фазата на тока за момента $t = 0$) , $\psi = \theta_{(t=0)}$, [ψ] =rad ;

Извод: Синусоидално изменящите се ток и напрежение се характеризират от три величини: амплитуда, ъглова честота и фаза. Следователно за да познаваме дадена синусоидално изменяща се функция трябва да определим тези три параметъра.
Диапазонът на практически използваните честоти е е много широк- от части от **Hz** (например в геоложките проучвания) до милиарди **Hz** (в радиотехниката). Сравнително ниските честоти (до няколко **kHz**) се получават от синхронни генератори, високите от лампови или полупроводникови генератори. Стандартната честота в Европа е 50**Hz**, а в САЩ - 60**Hz.**

Ако две синусоидални величини се изменят с една и съща честота се наричат изохронни.

Пример: токът $i(t)$ и напрежението $u(t)$ са изохронни.

$i(t) = i_m.sin(\omega t+ \Psi_i)$

$u(t) = u_m.sin(\omega t+ \Psi_u)$

При изохронни величини **фазовата разлика** е разлика от началните им фази.

$$\varphi = \theta_u - \theta_i = \Psi_u - \Psi_i$$

Ако $\varphi > 0$ напрежението изпреварва тока;
при $\varphi < 0$ токът изпреварва напрежението;
при $\varphi = 0$ напрежението и токът съвпадат по фаза – има **резонанс**

2. Ефективна и средна стойност на синусоидална величина

а)Средното значение на една синусоидална функция е нула, затова под средна стойност се разбира средното за полупериод значение на функцията:

$$I_{cp} = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} i_m \sin \omega t.dt = \frac{2i_m}{T\omega}(-\cos \omega t)\Big|_0^{\pi} =$$

$$= \frac{2i_m.2}{T.2\pi f} = \frac{4i_m.T}{2\pi T} = \frac{2i_m.}{\pi} = 0.637 i_m \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{cp}=0.637 i_m}$$

б)Ефективна стойност на една синусоидална функция е средно - квадратичнота стойност на функцията:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i_m{}^2 \sin^2 \omega t.dt} =$$

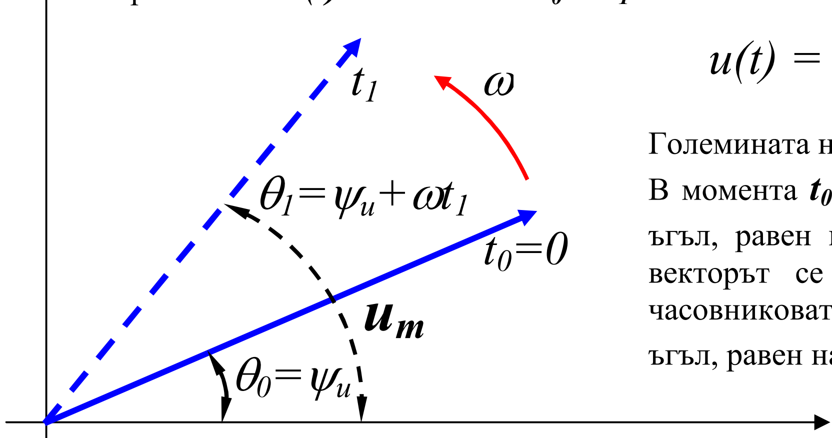
$$= \sqrt{\frac{1}{T} i_m{}^2 \int_0^T \frac{(1-\cos 2\omega t)}{2}.dt} = \sqrt{\frac{1}{T} i_m{}^2 \frac{T}{2}} = \quad \Rightarrow \quad \boxed{I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{\frac{i_m{}^2}{2}} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0.707 i_m$$

Може да се докаже, че ефективната стойност на синусоидален ток $\boldsymbol{i(t)}$ е числено равна на стойността на постоянен ток $\boldsymbol{I}$, който за време равно на периода $\boldsymbol{T}$, отделя същото количество топлина, колкото и синусоидалния ток $\boldsymbol{i(t)}$.

3. Изобразяване на синусоидални величини с вектори.

Синусоидалната величина може да се представи посредством вектор, с големина равна на амплитудата, който се върти по посока обратна на часовниковата стрелка със скорост ω. Тогава проекцията на този вектор върху ординатната ос съвпада със самата синусоидална функция. На фиг. 2 е представено векторното изображение на напрежението $\boldsymbol{u(t)}$ за моментите $\boldsymbol{t_0}$ и $\boldsymbol{t_1}$.



фиг.2

$$u(t) = u_m sin(\omega t + \psi_u)$$

Големината на вектора е равна на амплитудата u_m.
В момента $\boldsymbol{t_0=0}$, векторът сключва с абсцисната ос ъгъл, равен на началната фаза $\boldsymbol{\psi_u}$. В момента $\boldsymbol{t_1}$, векторът се е завъртял по посока обратна на часовниковата стрелка и сключва с абсцисната ос ъгъл, равен на фазата $\boldsymbol{\theta_1 = \psi_u + \omega t_1}$

Векторна диаграма – съвкупност от векторните изображения на токовете и напреженията в една и съща електрическа верига. Ако имаме няколко синусоидални величини с **еднакви честоти** можем да получим резултантна синусоидална велиина чрез действия с вектори като ги разглеждаме за момента t_0**=0** (във всеки друг момент те биха имали същото разположение).

Пример: Да се определи напрежението: $u(t) = u_m sin(\omega t+\psi_u)$, ако то е сума от две напрежения със същата честота:

$$u(t)= u_1(t)+ u_2(t),$$

където:

$$u_1(t) = u_{m1}sin(\omega t+\psi_1);\quad u_2(t) = u_{m2}sin(\omega t+\psi_2)$$

Решение

На фиг.3 е представено решението с помощта на векторна диаграма, където напреженията $u_1(t)$, $u_2(t)$ и резултантното напрежение $u(t)$ са представени като вектори за момента t_0**=0**.

Аналитично задачата може да се реши като се използва косинусовата теорема за триъгълника със страни u_{m1}, u_{m2} и u_m. Ако в този триъгълник означим с α ъгълът между u_{m1} и u_{m2} то:

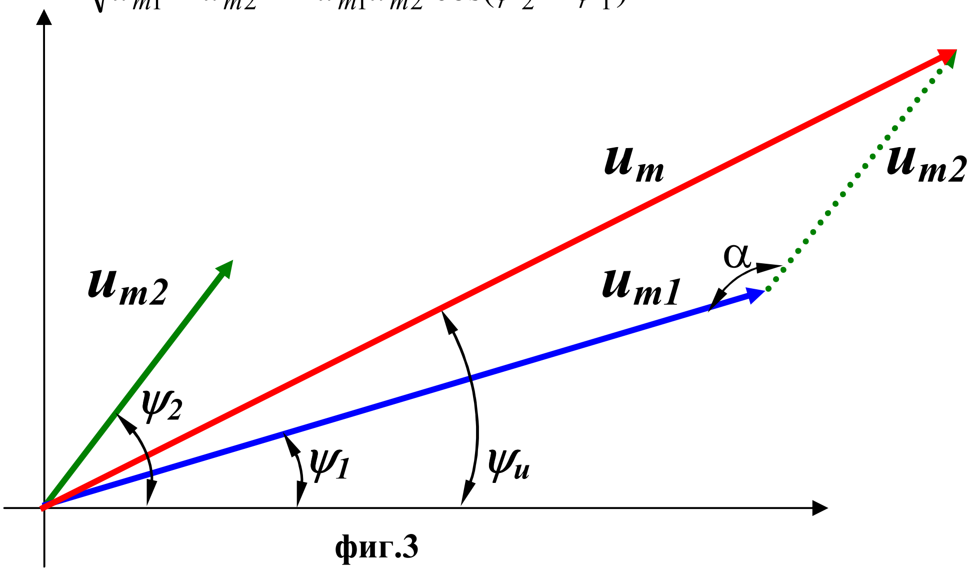
$\alpha = 180-(\psi_2 - \psi_1)$

отчитаме, че $\cos(180-\alpha) = -\cos(\alpha)$ и получаваме:

$$u_m = \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2}\cos\alpha} =$$

$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 - 2u_{m1}u_{m2}\cos(180-(\psi_2 - \psi_1))} =$$

$$= \sqrt{u_{m1}^2 + u_{m2}^2 + 2u_{m1}u_{m2}\cos(\psi_2 - \psi_1)}$$



фиг.3

9. Въпрос

Влияние на параметрите R, L и C при синусоидален режим

Съставни елементи на веригите за синусоидален ток са:

- активните съпротивления - резистори със съпротивление ***R***. Посредством резисторите **енергията се отделя във вид на топлина.**
- реактивните съпротивления - бобини с индуктивност ***L***
  - кондензатори с капацитет ***C***

В реактивните елементи не се отделя енергия във вид на топлина, но периодически се запасява в електрическо (в ***C***) или магнитно (в ***L***) поле.

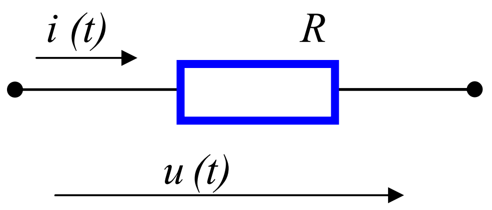
<u>1.Синусоидален ток в активно съпротивление</u>

Нека през ***R*** преминава синусоидален ток с нулева начална фаза $\psi_i = 0$ (за удобство):

$i(t) = i_m \sin\omega t$

Тогава напрежението ***u(t)*** се определя като:

$u(t) = R.\ i(t) = R\ i_m \sin\omega t = u_m.\ \sin\omega t$

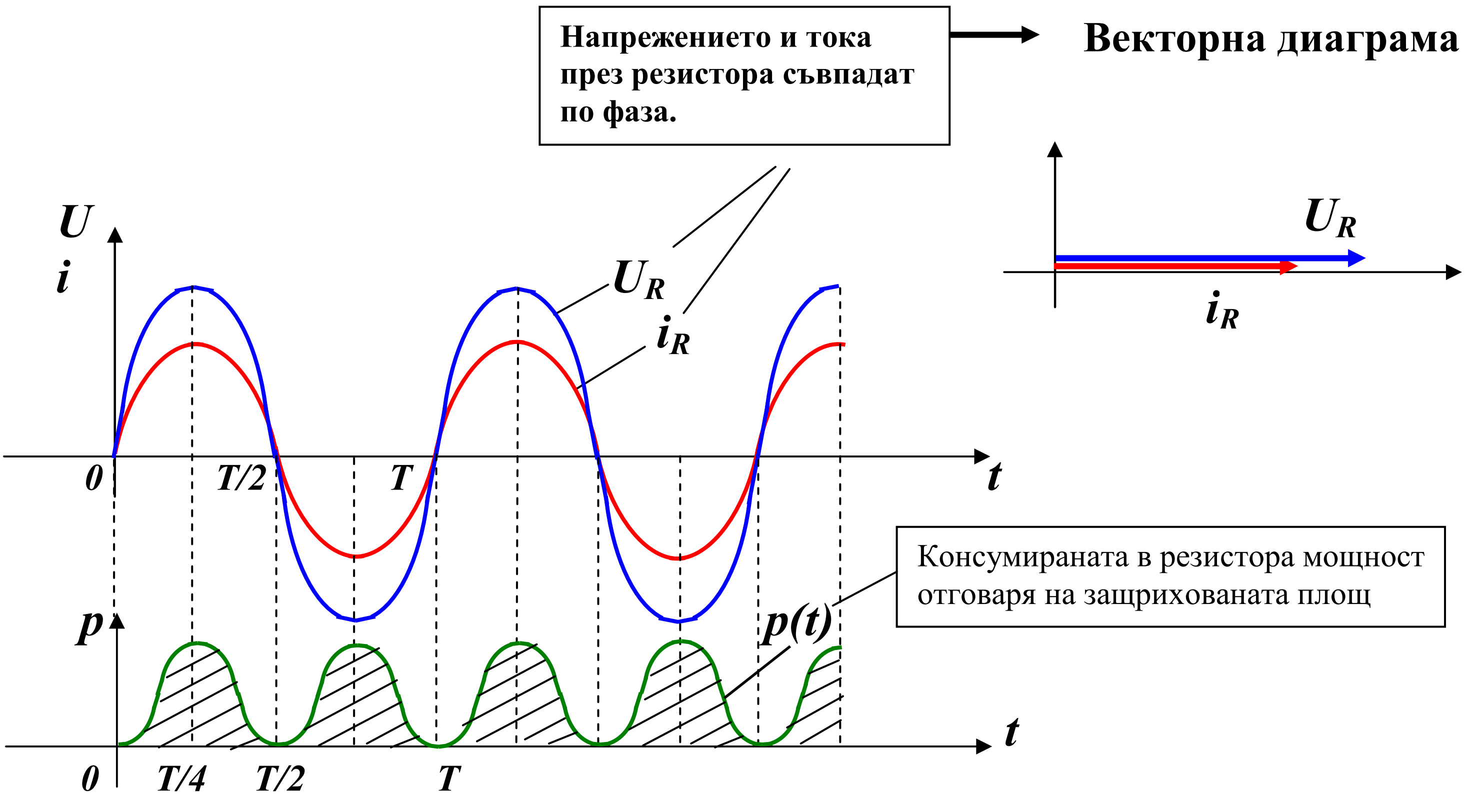


$$i(t) = i_m \sin\omega t$$
$$u(t) = R.i(t) = u_m \sin\omega t,$$
където
$$u_m = R.i_m$$

Следователно напрежението ***u(t)*** също е синусоидална функция, също има нулева начална фаза ($\psi_u = 0$): , а амплитудната му стойност е $u_m = R\ i_m$. Фазовата разлика φ между напрежението и тока на резистора се определя като:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

<u>Извод</u>: **Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза** (т.е. <u>заедно минават</u> през минимум, нула и максимум-фиг.1). Това може да се види и от векторната диаграма



фиг.1

Моментната мощност ***p(t)*** се определя като:

$$p(t) = u(t).i(t) = u_m \sin\omega t.i_m \sin\omega t = \frac{u_m i_m}{2}(1-\cos 2\omega t) = U.I(1-\cos 2\omega t)$$

$\Rightarrow p(t) = U.I(1-\cos 2\omega t)$ (където ***U*** и ***I*** са **ефективните** стойности на напрежението и тока)

Консумираната в резистора мощност е $\int p(t)dt$ - отговаря на защрихованата площ (фиг.1). Средната за периода T мощност може да се определи като:

$$P_{cp} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I(1-\cos 2\omega t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I dt - \frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t dt$$

но $\frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t dt = 0 \qquad \Rightarrow \boxed{P_{cp} = U.I}$

$$\Rightarrow P_{cp} = \frac{1}{T}U.I.T = U.I$$

<u>2.Синусоидален ток в бобина</u>

Нека през $\boldsymbol{L}$ преминава синусоидален ток с нулева начална фаза $\psi_i = 0$:

$$i(t) = i_m \sin\omega t$$

Въз основа на закона за електромагнитната индукция напрежението $u_L(t)$ се определя като:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow u_L(t) = \omega L.i_m \cos\omega t = \omega L.i_m \sin(\omega t + 90) \qquad \textit{следва от} \quad (\cos\alpha = \sin(\alpha + 90))$$

Произведението:

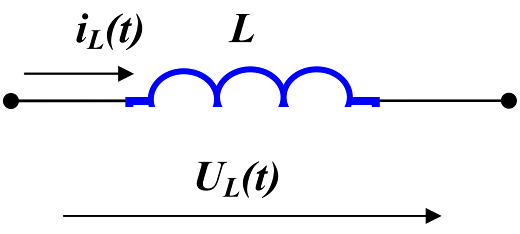
$X_L = \omega L$ се нарича **индуктивно съпротивление**; $[X_L]=\Omega$.

Тогава напрежението $u_L(t)$ може да се запише като:

$$u_L(t) = X_L.i_m \sin(\omega t + 90) = u_m \sin(\omega t + 90)$$

или окончателно:

$$\boxed{u_L(t) = u_m \sin(\omega t + 90)}$$



$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

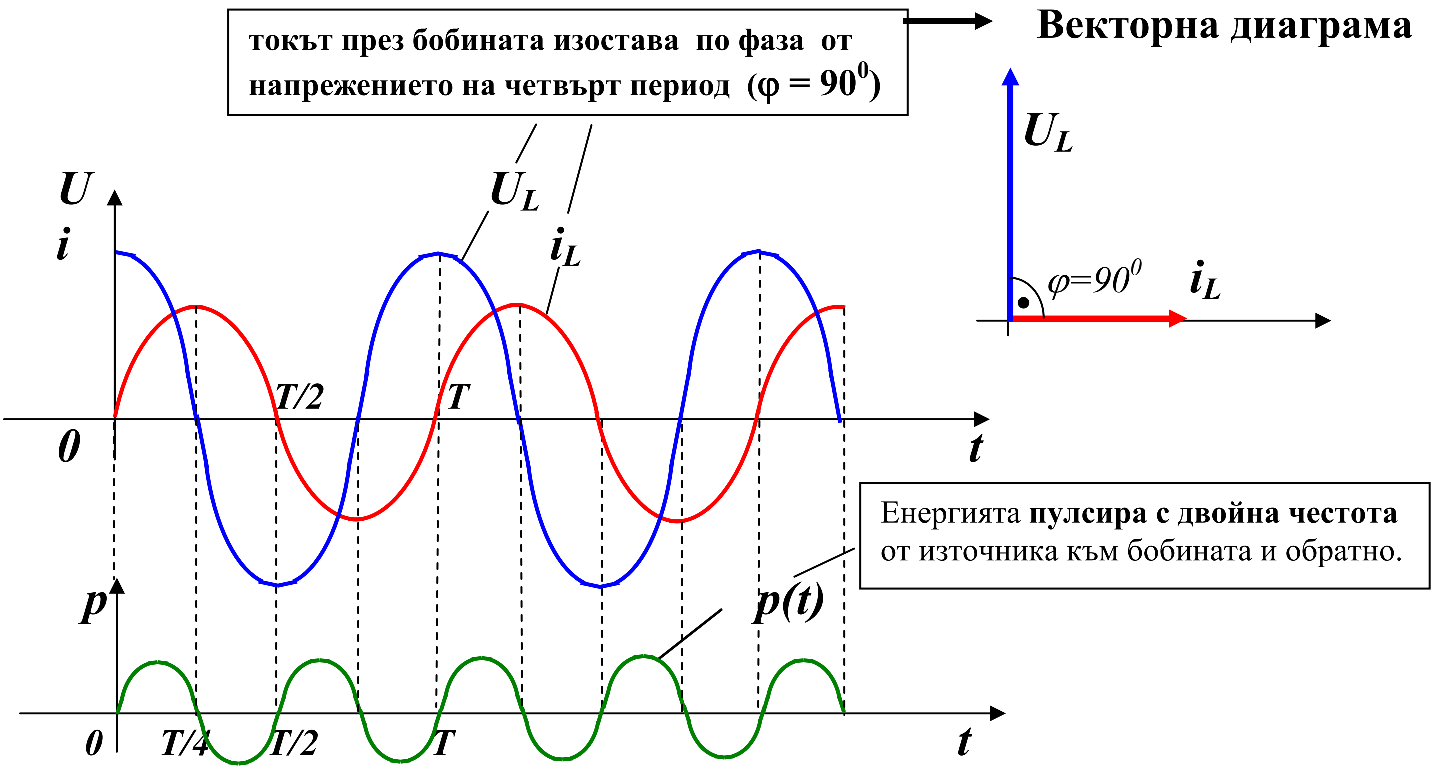
$$i_L(t) = i_m \sin\omega t$$

$$u_L(t) = X_L.i_m \sin(\omega t + 90)$$

Следователно напрежението $u_L(t)$ също е синусоидална функция с амплитудната стойност $u_m = X_L\, i_m$ и има начална фаза $\psi_u = 90^0$. Фазовата разлика φ между напрежението и тока на бобината се определя като:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 90 - 0 = 90$$

<u>Извод</u>: При преминаване през бобина **<u>токът изостава</u> по фаза** от **напрежението на четвърт период** ($\psi = 90^0$ - фиг.2).



фиг.2

Моментната мощност ***p(t)*** се определя като:

$$p(t) = i(t).u_L(t) = i_m \sin\omega t.u_m \cos\omega t = \frac{u_m i_m}{2}\sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U.I\sin 2\omega t$$

Следователно мощността в бобината е хармонична функция с честота 2ω. Тогава **средната за периода *T* мощност е нула**:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t)dt = \int_0^T U.I\sin 2\omega t.dt = 0$$

т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към бобината и обратно (фиг.2). През първата четвърт на периода $(t = 0 \div \frac{T}{4})$, когато $i_L(t)>0$ и $u_L(t)>0$ мощността има положителна стойност: $p(t)>0$. Площта, ограничена от кривата $p(t)$ и абсцисната ос за това време, съответства на енергията взета от източника, която отива за създаване на енергия на магнитното поле в бобината. През втората четвърт $(t = \frac{T}{4} \div \frac{T}{2})$, моментната мощност е отрицателна ($p(t)>0$) и енергията на магн. поле се връща към източника.

3.Синусоидален ток в кондензатор

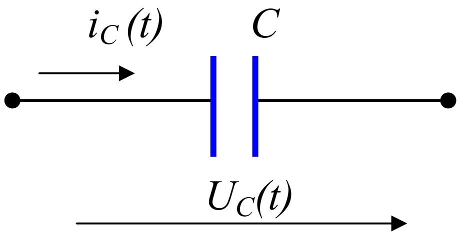
Нека към кондензатора ***C*** е приложено синусоидално напрежение с нулева начална фаза $\psi_u = 0$.

$$u_C(t) = u_m \sin\omega t$$

Токът през кондензатора $i(t)$ се определя като:

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow i(t) = \omega C.u_m \cos\omega t = \omega C.u_m \sin(\omega t + 90)$$



$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt}$$ използва се и $$u_C = \frac{1}{C}\int i_C dt$$

$$u_C(t) = u_m \sin\omega t$$

$$i_C(t) = \frac{u_m}{X_C}\sin(\omega t + 90)$$

Величината $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ се нарича капацитивно съпротивление; $[X_C]=\Omega$.

Тогава токът $i_C(t)$ може да се запише като:

$$i_C(t) = \frac{u_m}{X_C}\sin(\omega t + 90) = i_m \sin(\omega t + 90)$$

или окончателно: $\boxed{i_C(t) = i_m \sin(\omega t + 90)}$

Следователно токът $i_C(t)$ също е синусоидална функция с амплитудната стойност

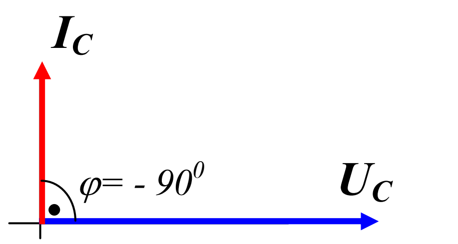
$i_m = \dfrac{u_m}{X_C}$ и има начална фаза $\psi_i = 90^0$. Фазовата разлика φ между напрежението и тока на кондензатора се определя като:

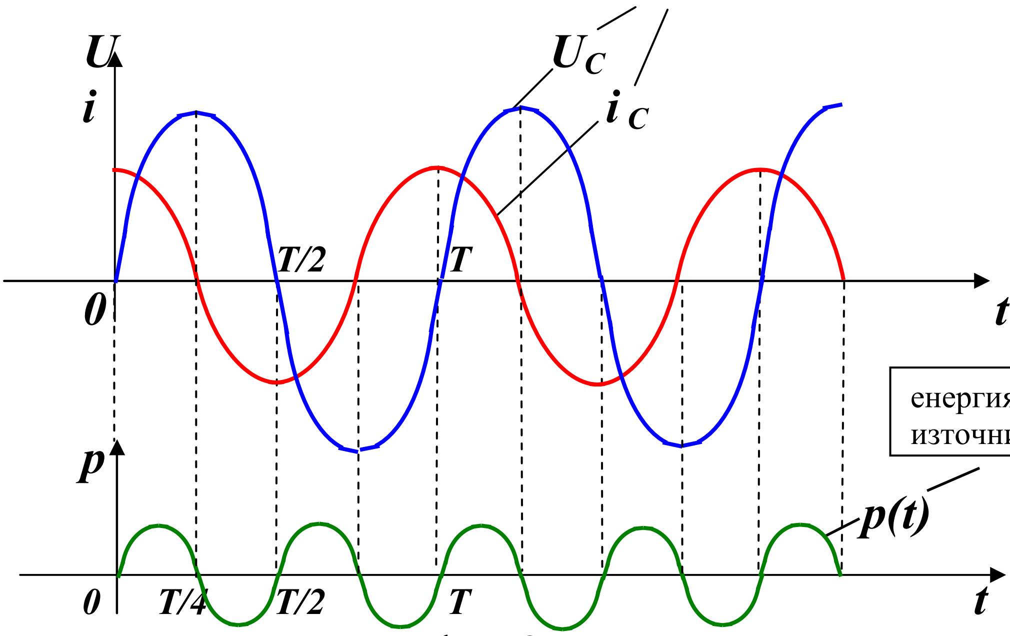
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0 - 90 = -90$$

<u>**Извод**</u>: При преминаване през кондензатор <u>**токът изпреварва**</u> **по фаза напрежението на четвърт период** ($\varphi = -90^0$ - фиг.3):

токът изпреварва по фаза напрежението на четвърт период: $\varphi = -90^0$

Векторна диаграма





енергията **пулсира с удвоена честота** от източника към кондензатора и обратно.

фиг.3

Моментната мощност ***p(t)*** се определя като:

$$p(t) = i_C(t).u_C(t) = i_m \cos\omega t.u_m \sin\omega = \frac{u_m i_m}{2}\sin 2\omega t$$

$$\Rightarrow p(t) = U.I \sin 2\omega t$$

Следователно мощността в кондензатора е хармонична функция с честота 2ω. Тогава средната за периода *T* мощност е нула:

$$P_{cp} = \int_0^T p(t)dt = \int_0^T U.I\sin 2\omega t.dt = 0$$

т.е. **енергията не се консумира**, а само **пулсира с удвоена честота** от източника към кондензатора и обратно (фиг.3). През първата четвърт на периода $(t = 0 \div \frac{T}{4})$, когато $i_C(t)>0$ и $u_C(t)>0$ мощността има положителна стойност: $p(t)>0$. Площта, ограничена от кривата $p(t)$ и абсцисната ос за това време, съответства на енергията взета от източника, която отива за създаване на енергия на електрическото поле в кондензатора. През втората четвърт $(t = \frac{T}{4} \div \frac{T}{2})$, моментната мощност е отрицателна ($p(t)>0$) и енергията на електрическото поле се връща към източника.

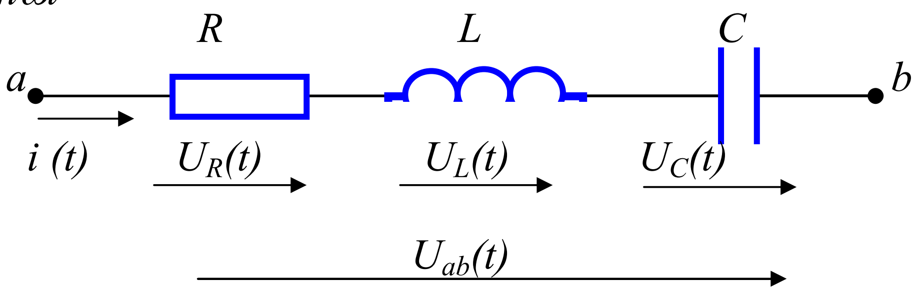
<u>10. Въпрос</u>

<u>Синусоидален режим в пасивен R, L, C двуполюсник от последователен тип. Векторна диаграма. Синусоидален режим в пасивен G, L, C двуполюсник от паралелен тип. Векторна диаграма.</u>

<u>1. Синусоидален режим в пасивен R, L, C двуполюсник от последователен тип.</u>

Нека разгледаме участък от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.1), в който протича синусоидален ток (за удобство с нулева начална фаза ψ_i =0):

$i(t) = i_m sin\omega t$



фиг.1

Тогава напрежението на участъка $u_{ab}(t)$ се определя като сума от напреженията върху трите елемента *R, L*, и *C*:

$$u_{ab}(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt =$$

$$= R.i_m \sin\omega t + \omega L.i_m \sin(\omega t + 90^0) + \frac{1}{\omega C} i_m \sin(\omega t - 90^0)$$,

но като се отчете, че $sin(\alpha - 90^0) = - sin(\alpha + 90^0)$ и че съпротивленията на бобината и кондензатора са съответно: $X_L = \omega L$; $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ за напрежението $u_{ab}(t)$ се получава:

$\varphi = \psi_u - \psi_i$
но $\psi_i = 0 \Rightarrow \varphi = \psi_u$

$$u_{ab}(t) = R.i_m \sin \omega t + (X_L - X_C).i_m \sin(\omega t + 90^0) =$$
$$= R.i_m \sin \omega t + X.i_m \sin(\omega t + 90^0) = u_m \sin(\omega t + \psi_u) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$$

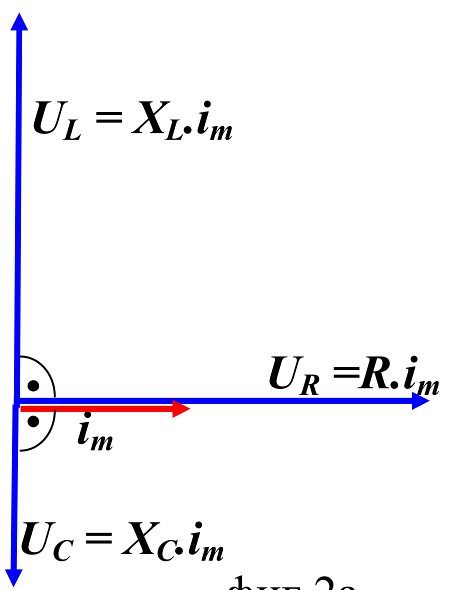
В последния израз с ***X* е означено реактивното съпротивление** на участъка:

Извод: Във веригата участват два вида съпротивления:

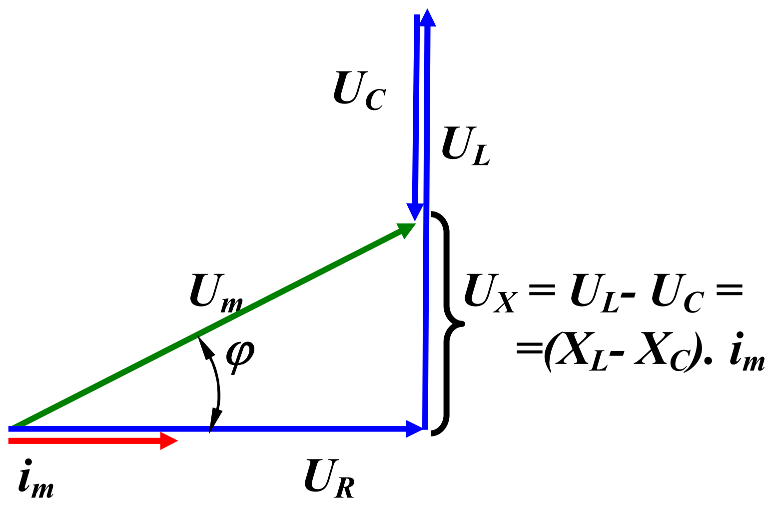
- активно **R**
- реактивно $\mathbf{X = X_L - X_C}$

ако $\mathbf{X_L > X_C}$ съпротивлението има **индуктивен** характер (фиг.2)
ако $\mathbf{X_L < X_C}$ съпротивлението има **капацитивен** характер (фиг.3)
ако $\mathbf{X_L = X_C}$ съпротивлението е чисто активно (има резонанс-фиг.4)

Векторна диаграма: $\boldsymbol{U = U_R + U_L + U_C}$



фиг.2а



фиг.2б

На фиг.2 е показана векторната диаграма на напреженията върху елементите *R, L*, и *C* от схемата на фиг.1, за случая когато $\mathbf{X_L > X_C}$ (т.е. съпротивлението има **индуктивен** характер). Вижда се, че общото напрежение е **геометрична, а не алгебрична сума** от напреженията на отделните елементи:

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + U_X^2}$$

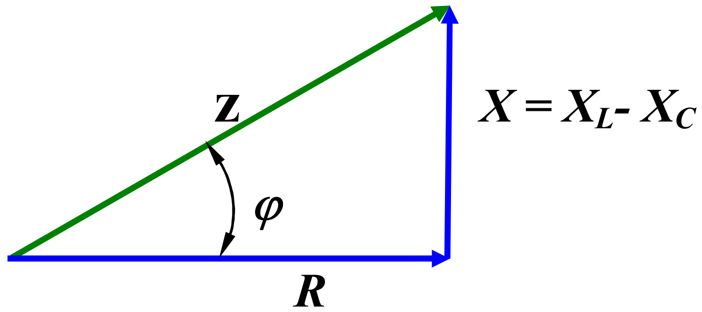
Или още може да се запише:

$$U_m^2 = i_m^2 R^2 + i_m^2 (X_L - X_C)^2 = i_m^2 z^2$$

където съпротивлението **z** се нарича **импеданс** и се определя като:

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\ .$$

Ако разделим трите страни на на триъгълника от векторната диаграма на фиг.2б/ на i_m ще получим подобен триъгълник на съпротивленията(фиг.2в).



фиг.2в

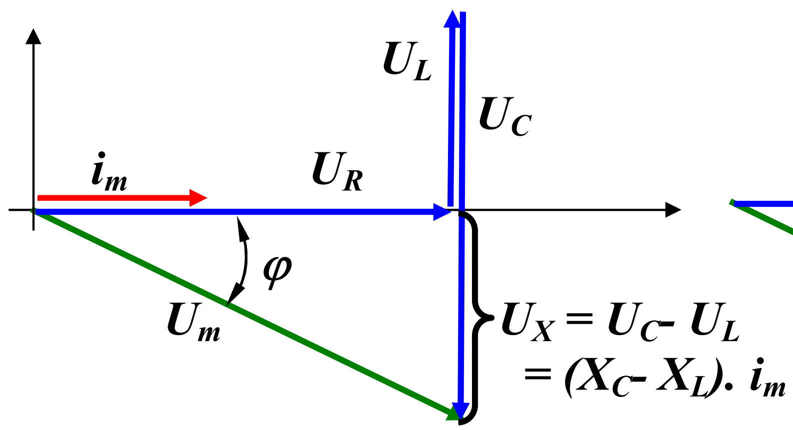
$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = arctg\frac{X}{R} = arctg\frac{X_L - X_C}{R}$$

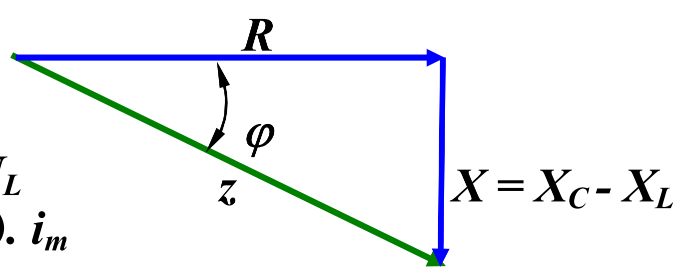
и съответно:

$$R = z.\cos\varphi; \quad X = z.\sin\varphi$$

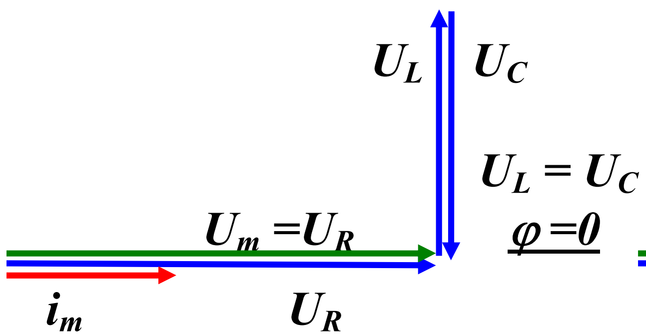
На фиг.3а е показана векторната диаграма на напреженията върху елементите R, L, и C и на фиг.3б триъгълника на съпротивленията, за случая когато $X_L < X_C$ и $\varphi < 0$ (т.е. съпротивлението има <u>капацитивен</u> характер), а на фиг.4а и фиг.4б векторната диаграма и сътношенията на съпротивленията за случая, когато $X_L = X_C$ и $\varphi = 0$ (т.е. съпротивлението е чисто активно $z = R$)



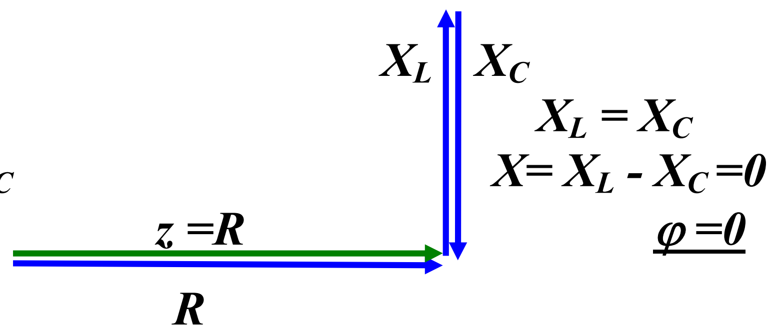
фиг.3а



фиг.3б



фиг.4а



фиг.4б

Разгледаните сътношения могат да се използват при анализ на съвсем прости вериги (последователно свързани към синусоидално напрежение $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$, бобина резистор и кондензатор) по следния начин:

1. Определят се реактивното съпротивление на веригата $X = X_L - X_C$ където X_L и X_C са съпротивленията на бобината и кондензатора. Те зависят от ъгловата честота ω=2π.*f* и са съответно:

$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

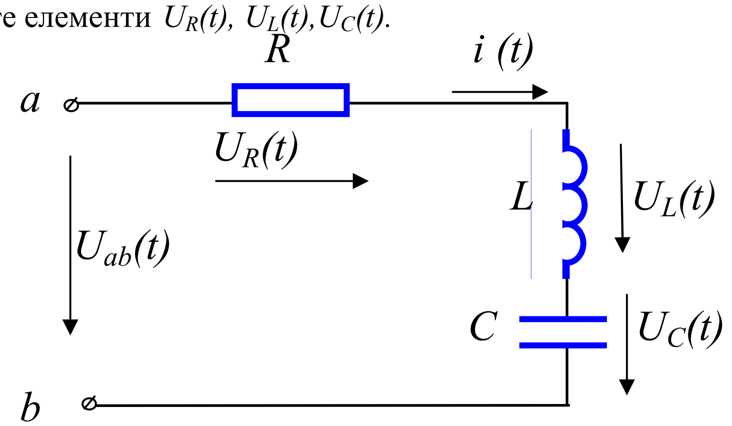
2. Определя се импедансът на веригата $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

3. Определя се амплитудната стойност на тока $i_m = \frac{U_m}{z}$, фазовата разлика φ между напрежението и тока $\varphi = arctg\frac{X}{R}$, както и началната фаза на тока $\psi_i = \psi_u - \varphi$

4. Определя се тока $i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$

Пример за анализ на проста верига при протичане на синусоидален ток

Входното напрежение на участък от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.5а) $U_{ab}(t) = 100\sin\omega t$. Параметрите на веригата са съответно R = 3Ω, L =15mH, C =100μF, f =160Hz. Да се определи тока във веригата *i(t)* и напреженията върху отделните елементи $U_R(t)$, $U_L(t)$, $U_C(t)$.



фиг.5а

<u>Решение</u>

<u>Определяне на тока във веригата</u>

1.Определяме реактивните съпротивления т.е. съпротивленията на бобината и кондензатора. Те зависят от ъгловата честота ω=2π.*f* = 2π.160 ≈ 1000 rad/s и са съответно:

$$X_L = \omega L = 1000.14.10^{-3} = 14\Omega; \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000.10.10^{-6}} = 10\Omega$$

2. Така импедансът на веригата се определя като:

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (14-10)^2} = \sqrt{9+16} = 5\Omega.$$

3.Следователно амплитудната стойност на тока е $i_m = \frac{U_m}{z} = \frac{100}{5} = 20A$, а фазовата разлика φ между напрежението и тока $\varphi = arctg\frac{X}{R} = arctg\frac{4}{3} = 71.56^0$. Началната фаза на входното напрежение е $\psi_U = 0$, следователно началната фаза на тока $\psi_i = \psi_U - \varphi = -\varphi = -71.56^0$

4. Тогава токът във веригата се определя като:

$$\boxed{i(t) = i_m \sin(\omega t + \varphi) = 20\sin(\omega t - 71.56^0)\ \text{A}}$$

<u>Определяне на напреженията върху отделните елементи във веригата</u>

1. <u>Напрежението върху резистора $U_R(t)$</u>

- Амплитудната стойност на напрежението върху резистора се определя като: $U_{mR} = i_m R = 20.3 = 60V$
- Напрежението и тока през резистора съвпадат по фаза, следователно $\psi_{UR} = \psi_i = -71.56^0$
- Така:

$$\boxed{U_R(t) = U_{mR}\sin(\omega t + \psi_{UR}) = 60\sin(1000t - 71.56^0)V}$$

2. <u>Напрежението върху бобината $U_L(t)$</u>

- Амплитудната стойност на напрежението върху бобината се определя като: $U_{mL} = i_m X_L = 20.14 = 280V$
- Напрежението изпреварва тока през бобината с 90^0, следователно $\psi_{UL} = \psi_i + 90^0 = -71.56^0 + 90^0 = 18.44^0$
- Така:

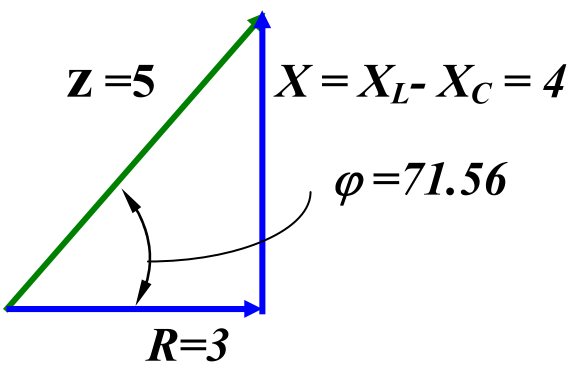
$$\boxed{U_L(t) = U_{mL}\sin(\omega t + \psi_{UL}) = 280\sin(1000t + 18.44^0)V}$$

3. <u>Напрежението върху кондензатора $U_C(t)$</u>

- Амплитудната стойност на напрежението върху кондензатора се определя като: $U_{mC} = i_m X_C = 20.10 = 200V$
- Напрежението изостава от тока през кондензатора с 90^0, следователно $\psi_{UC} = \psi_i - 90^0 = -71.56^0 - 90^0 = -161.56^0$
- Така:

$$\boxed{U_C(t) = U_{mC}\sin(\omega t + \psi_{UC}) = 280\sin(1000t - 161.56^0)V}$$

На фиг.5б е показан триъгълника на съпротивленията в разглежданата верига. а на фиг.5в векторната диаграма на напреженията върху елементите R, L, и C.



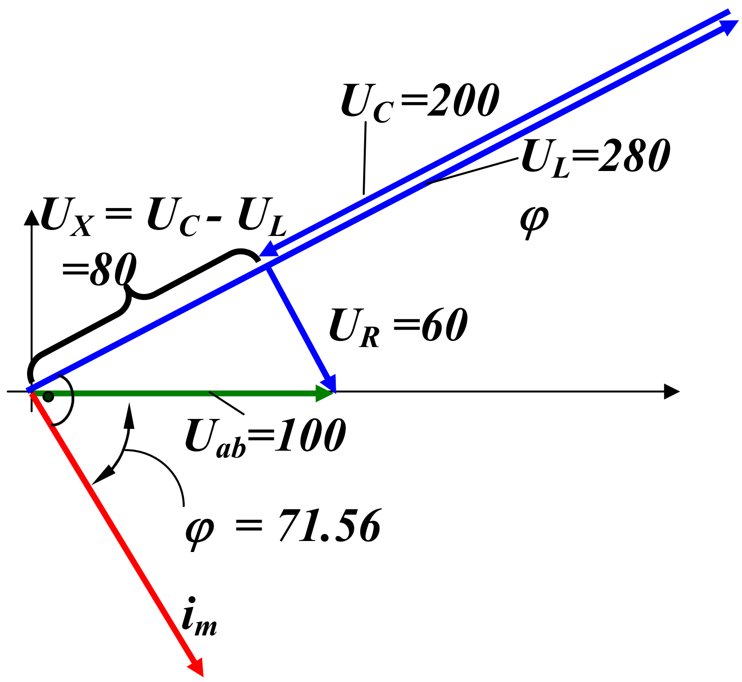
фиг.5б

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\varphi = arctg\frac{X}{R} = arctg\frac{X_L - X_C}{R}$$

и съответно:

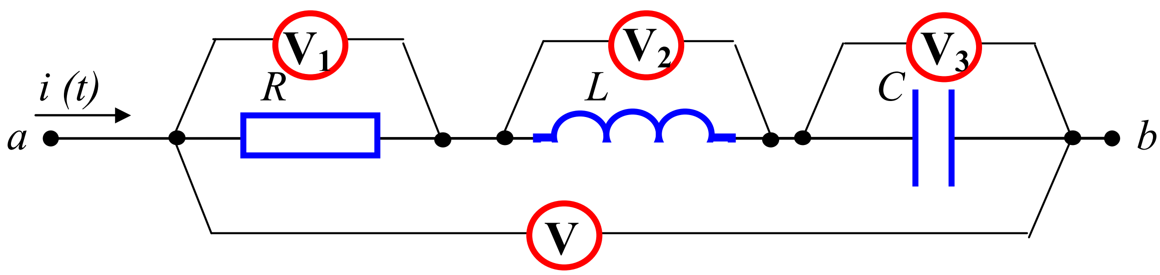
$$R = z.\cos\varphi; \quad X = z.\sin\varphi$$



фиг.5в

За сравнително прости вериги е възможно определянето и на показанията на уреди (амперметри и волтметри) с помощта на векторни диаграми.

<u>Пример</u>: Да се определи показанието на волтметъра **V**, ако показанията на волтметрите **V₁**, **V₂** и **V₃** са съответно 40V, 60V и 30V.
Примерът илюстрира това, че общото напрежение е **<u>геометрична, а не алгебрична сума</u>** от напреженията на отделните елементи.



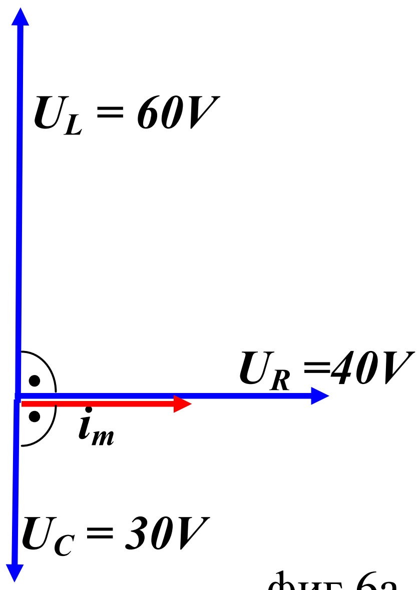
<u>Решение на базата на векторна диаграма</u>

В участъка от последователно свързани резистор, бобина и кондензатор протича един и същи синусоидален ток (за удобство приемаме, че е с нулева начална фаза $\psi_i = 0$) :
$i(t) = i_m \sin \omega t$. Напрежението на резистора съвпада по фаза с тока, а на бобината и кондензатора съответно избързва или изостава с 90^0 (фиг.6а). От правоъгълния триъгълник на фиг.6б определяме:

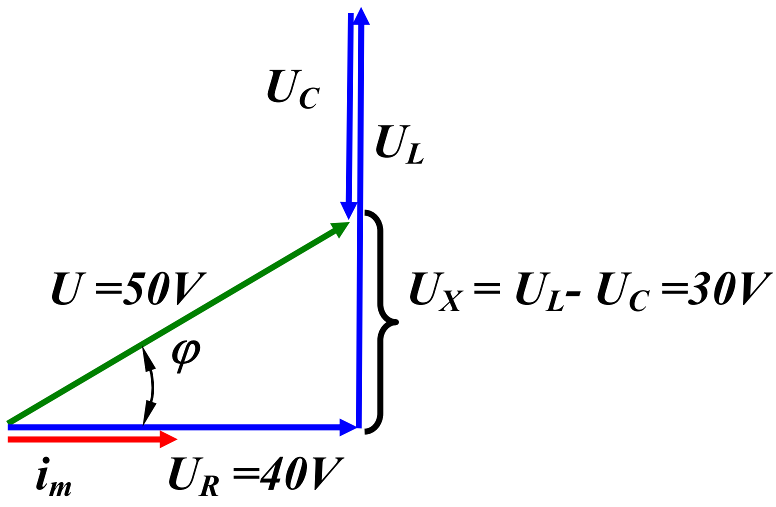
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50V$$

$$\varphi = arctg\frac{U_X}{U_R} = arctg\frac{30}{40} = 36{,}8^0$$

<u>Следователно напрежението на волтметъра V е **50V**.</u>



фиг.6а

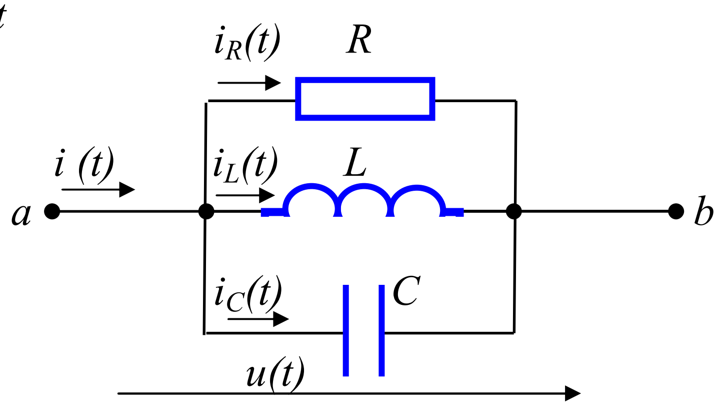


фиг.6б

2. Синусоидален режим в пасивен R, L, C двуполюсник от паралелен тип. Векторна диаграма

Нека разгледаме участък от паралелно свързани резистор, бобина и кондензатор (фиг.7), Към трите елемента е приложено едно и също синусоидално напрежение (за удобство с нулева начална фаза $\psi_u = 0$):

$$u(t) = u_m \sin\omega t$$



фиг.7

Тогава общият ток $i(t)$ се определя като сума от токовете през трите елемента R, L, и C:

$$\begin{aligned} i(t) &= i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = \\ &= \frac{1}{R}u(t) + \frac{1}{L}\int u(t)dt + C\frac{du(t)}{dt} = \\ &= \frac{1}{R}.u_m \sin\omega t + \frac{1}{\omega L}u_m \sin(\omega t - 90^0) + \omega C.u_m \sin(\omega t + 90^0) \end{aligned},$$

но като се отчете, че $\sin(\alpha - 90^0) = -\sin(\alpha + 90^0)$ и че проводимостите на резистора, бобината и кондензатора са съответно: $G = \frac{1}{R}$; $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$; $B_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$, за тока $i(t)$ се получава:

$\varphi = \psi_u - \psi_i$

но $\psi_u = 0 \Rightarrow \varphi = -\psi_i$

$$i(t) = G.u_m \sin\omega t + (B_L - B_C).u_m \sin(\omega t - 90^0) =$$

$$= G.u_m \sin\omega t + B.u_m \sin(\omega t - 90^0) = i_m \sin(\omega t + \psi_i) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$

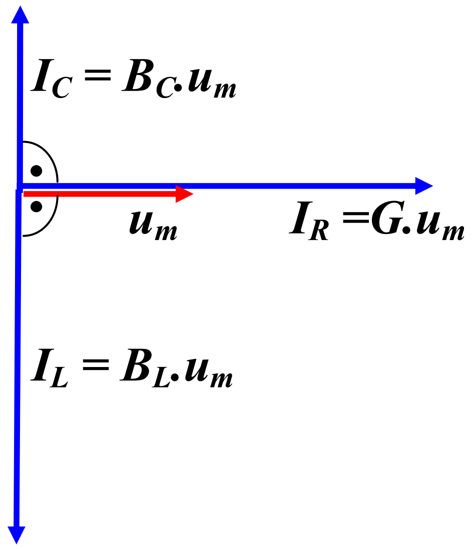
В последния израз с ***B* е означена реактивната проводимост** на участъка:

Извод: Във веригата има два вида проводимост:

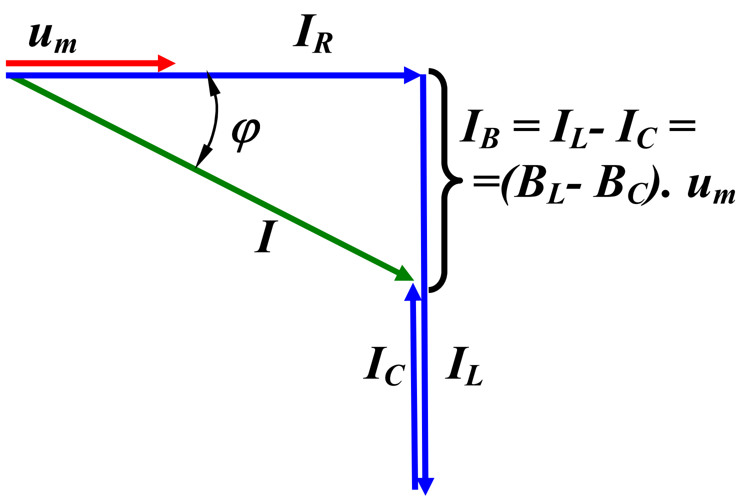
- активна **G**
- реактивна **B = B$_L$ - B$_C$**

ако **B$_L$ > B$_C$** проводимостта има **индуктивен** характер (фиг.8)
ако **B$_L$ < B$_C$** проводимостта има **капацитивен** характер
ако **B$_L$ = B$_C$** проводимостта е чисто активна (има резонанс ***B=0***)

Векторна диаграма: $I = I_R + I_L + I_C$



фиг.8а



фиг.8б

На фиг.8 е показана векторната диаграма на токовете през елементите R, L, и C за случая когато $\mathbf{X_L > X_C}$ (т.е. проводимостта има **индуктивен** характер). Вижда се, че общият ток е **геометрична, а не алгебрична сума** от токовете на отделните елементи:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_B^2}$$

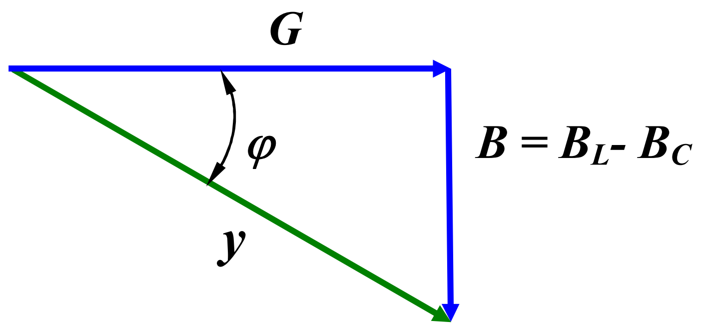
Или още може да се запише:

$$I^2 = u_m^2 G^2 + u_m^2 (B_L - B_C)^2 = u_m^2 y^2$$

където с **y** е означена **проводимостта** на участъка. Тя се определя като:

$$y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}\ .$$

Ако разделим трите страни на на триъгълника от векторната диаграма на фиг.8б на u_m ще получим подобен триъгълник на проводимостите (фиг.8в).



$$y=\sqrt{G^2+(B_L-B_C)^2}$$

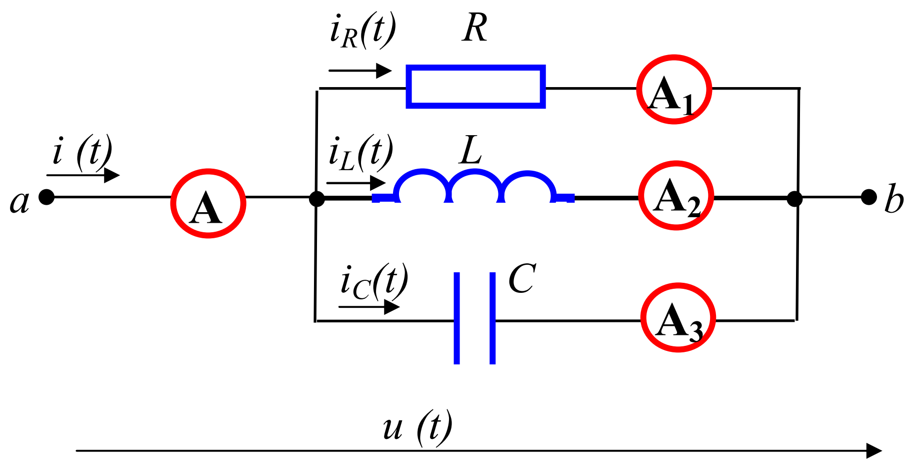
$$\varphi=arctg\frac{B}{G}=arctg\frac{B_L-B_C}{R}$$

и съответно:

$$G=y.\cos\varphi;\quad B=y.\sin\varphi$$

фиг.8в

<u>Пример</u>: Да се определи показанието на амперметъра **A**, ако показанията на амперметрите **A_1**, **A_2** и **A_3** са съответно 3A, 4A и 8A.
Примерът илюстрира това, че общият ток е **<u>геометрична, а не алгебрична сума</u>** от токовете на трите елемента.



фиг.9

<u>Решение на базата на векторна диаграма</u>

Към участъка от паралелелно свързани резистор, бобина и кондензатор е приложено едино и също синусоидално напрежение (за удобство приемаме, че е с нулева начална фаза ψ_u =0) :

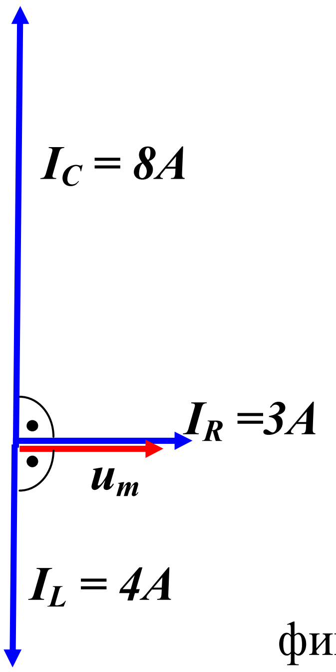
$$u(t) = u_m sin\omega t\ .$$

Токът през резистора съвпада по фаза с напрежението, а през бобината и кондензатора съответно изостава или избързва с 90^0 (фиг.10а). От правоъгълния триъгълник на фиг.10б определяме:

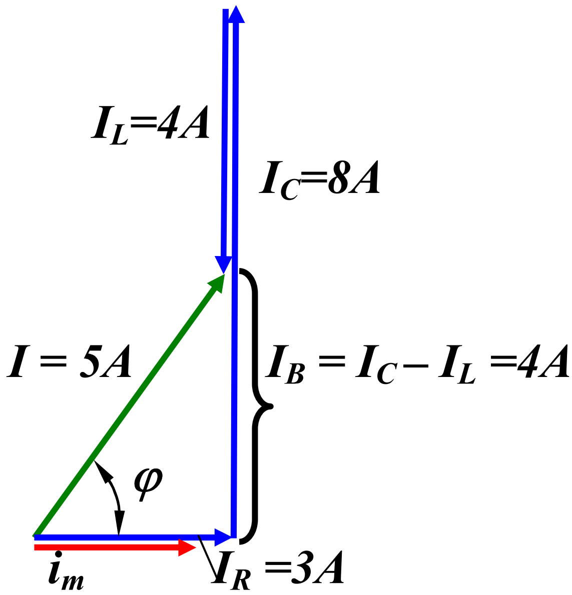
$$I=\sqrt{I_R^2+I_B^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5A$$

$$\varphi=arctg\frac{I_B}{I_R}=arctg\frac{4}{3}=53{,}1^0$$

<u>Следователно токът през амперметъра **A** е **5A**.</u>



фиг.10а



фиг.10б