Методи за анализ на стационарни режими в линейни електрически вериги

При анализ на вериги с повече от един източник и по - голям брой клонове (а това означава и по-голям брой неизвестни токове) се използват различни методи за анализ на стационарни режими в линейни електрически вериги. При използването им се достига до решаване на линейни системи уравнения относно неизвестни токове или потенциали.

Вече познаваме един такъв метод – Методът с клонови токове. При него записваме система уравнения съгласно законите на Кирхоф относно неизвестните токове във веригата. Броят на уравненията при този метод съответства на неизвестните токове във веригата. Предимство на метода е, че както вече сме отбелязвали системата уравнения по законите на Кирхоф може да се запише **за всяка схема и независимо от вида на входните сигнали**. Недостатък на метода е голямия брой уравнения на системата за по-сложни вериги.

В зависимост от топологията и особеностите на веригата е възможно използването на някой от методите, които ще разгледаме, да има предимство пред останалите (от изчислителна гледна точка), тъй като прилагането му води до по-малък брой уравнения, въпреки сложността на веригата.

20 Въпрос

Теореми на Тевенен и Нортън – Предадено на 31 март с тебешир на дъската. Разгледани са и примери.

21 Въпрос

Метод с контурни токове

Алгоритъм на метода

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

брой възли - n

брой клонове - m

2. Избираме k-на брой независими контура, в които протичат k-на брой **контурни тока** - $\dot{I}_{конт\,1}, \dot{I}_{конт\,2}, \dot{I}_{конт\,3}, \ldots, \dot{I}_{конт\,k}$.

Броят им се определя като: $k = m - n + 1$.

3. Записваме система от k-на брой уравнения относно неизвестните контурни токове, която има вида:

$$
k\text{- уравнения}\quad
\begin{cases}
+\dot{I}_{конт\,1} Z_{11} \pm \dot{I}_{конт\,2} Z_{12} \pm \dot{I}_{конт\,3} Z_{13} \pm \ldots\ldots \pm \dot{I}_{конт\,k} Z_{1k} = \dot{E}_{конт\,1} \\
\pm \dot{I}_{конт\,1} Z_{21} + \dot{I}_{конт\,2} Z_{22} \pm \dot{I}_{конт\,3} Z_{23} \pm \ldots\ldots \pm \dot{I}_{конт\,k} Z_{2k} = \dot{E}_{конт\,2} \\
\pm \dot{I}_{конт\,1} Z_{31} \pm \dot{I}_{конт\,2} Z_{32} + \dot{I}_{конт\,3} Z_{23} \pm \ldots\ldots \pm \dot{I}_{конт\,k} Z_{3k} = \dot{E}_{конт\,3} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\pm \dot{I}_{конт\,1} Z_{k1} \pm \dot{I}_{конт\,2} Z_{k2} \pm \dot{I}_{конт\,k} Z_{23} \pm \ldots\ldots + \dot{I}_{конт\,k} Z_{kk} = \dot{E}_{конт\,k}
\end{cases}
$$

В тази система:

- $\dot{I}_{конт\ 1}, \dot{I}_{конт\ 2}, \dot{I}_{конт\ 3}, ..., \dot{I}_{конт\ k}$ - са търсените контурни токове
- Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}, ..., Z_{kk} - са собствени контурни съпротивления. **Знакът пред тях винаги е "+".** Собственото контурно съпротивление Z_{ii} за контур "*i*" се определя като сума от всички съпротивления включени в контур контур "*i*".
- Z_{ij} - са взаимни контурни съпротивления за контур "*i*" и за контур "*j*". Те се определят като сума от всички съпротивления общи за контурите "*i*" и"*j*. **Знакът пред тях е "+" или "-"** , в зависимост от посоките на минаващите през тях контурни токове:
  - знакът пред тях е **"+"**, ако конурните токове с индекси "*i*" и"*j*" имат една и съща посока
  - знакът пред тях е **"-"**, ако конурните токове с индекси "*i*" и"*j*" имат различна посока .

  $Z_{ij} = Z_{ji}$ взаимните контурни съпротивления за контур "*i*" и за контур "*j*" са равни.
- $\dot{E}_{конт\ 1}, \dot{E}_{конт\ 2}, \dot{E}_{конт\ 3}, ..., \dot{E}_{конт\ k}$ - са контурни електродвижещи напрежения. Контурно електродвижещо напрежение $\dot{E}_{конт\ i}$ за контур "*i*" се определя **като алгебрична сума** от всички електродвижещи напрежения включени в контур контур "*i*". Електродвижещите напрежения се прибавят със **"+"**, ако посоката им съвпада с тази на контурния ток и съответно със знак **"-"**, ако посоката им е обратна на тази на контурния ток.

4. Решаваме системата уравнения и определяме контурните токове:

$$\dot{I}_{конт\ 1} = ...$$

$$\dot{I}_{конт\ 2} = ...$$

$$\dot{I}_{конт\ 3} = ...$$

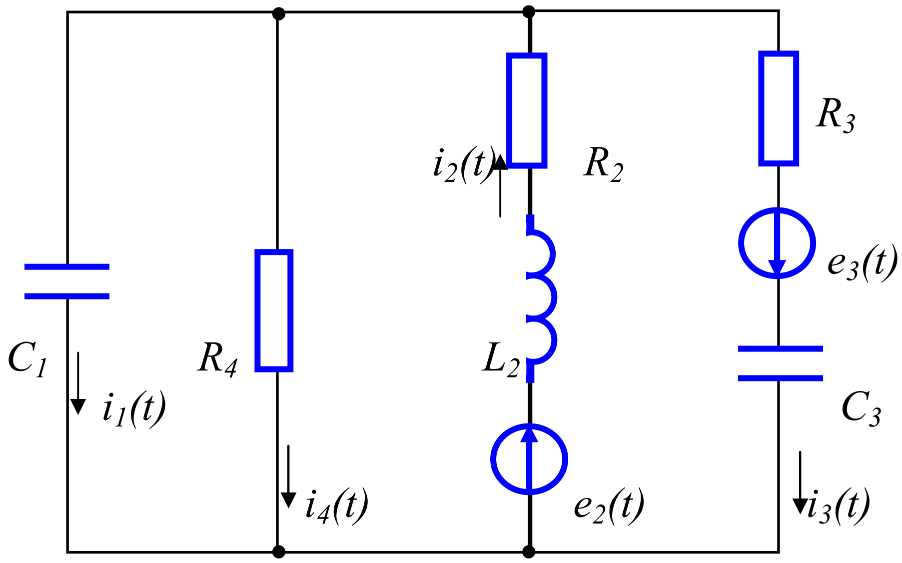
....

$$\dot{I}_{конт\ k} = ...$$

5. Определяме клоновите токове **като алгебрична сума от контурните токове**, които минават през съответния клон. Знакът с който прибавяме конурния ток е **"+"**, ако посоката му съвпада с тази на клоновия ток и съответно е **"-"**, ако посоката му е обратна на тази на тока в съответния клон.

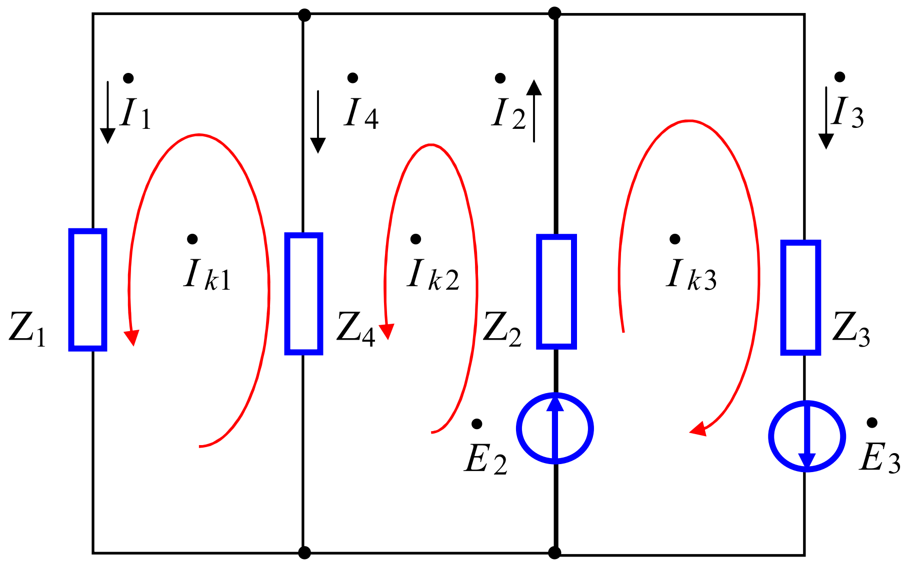
Пример за анализ на верига по метода с контурни токове.

Пример1: Да се определят клоновите токове за веригата показана на фигурата, като се използва метода с контурни токове



$f=160Hz,$
$R_4 = R_3=10\Omega,\ R_2 = 5\Omega,$
$L_2=10\ mH,$
$C_1=100\mu F,\ C_3=125\mu F,$
$e_2(t) = 71\sin(\omega t+45)V$
$e_3(t) = 112\sin(\omega t+90)V$

Определяме комплексните съпротивления и източници във веригата:



Напреженията на източниците са:

$e_2(t) = 71\sin(\omega t+45)V$

$e_3(t) = 112\sin(\omega t+90)V$

Следователно комплексните напрежения се определят като:

$$\dot{E}_2 = E_2 e^{j\psi_{e2}} = \frac{71}{\sqrt{2}} e^{j45} =$$

$$50.(\cos 45 + j\sin 45) = (35 + j35)V$$

$$\dot{E}_3 = E_3 e^{j\psi_{e3}} = \frac{112}{\sqrt{2}} e^{j90} =$$

$$80.(\cos 90 + j\sin 90) = j80\ V$$

Комплексни съпротивления

$$\omega = 2\pi f = 2\pi.160 \approx 1000 = 10^3\ rad/s$$

$$Z_1 = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j10\Omega$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 = (5 + j10)\Omega$$

$$Z_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3} = (10 - j8)\Omega$$

$$Z_4 = R_4 = 10\Omega$$

Решение на задачата по метод с контурни токове

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

   брой възли *n=2,*

   брой клонове *m=4*

2. Определяме броя на контурите и контурните токове :

   k=m-n+1=3

   Избираме посоки на контурните токове $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$, $\dot{I}_{k3}$.

3. Записваме системата уравнения по метода с контурни токове

$$\left|\begin{array}{l} \dot{I}_{k1}(Z_1 + Z_4) - \dot{I}_{k2} Z_4 = 0 \\ -\dot{I}_{k1} Z_4 \qquad + \dot{I}_{k2}(Z_4 + Z_2) + \dot{I}_{k3} Z_2 = \dot{E}_2 \\ \qquad\qquad + \dot{I}_{k2} Z_3 \qquad + \dot{I}_{k3}(Z_2 + Z_3) = \dot{E}_2 + \dot{E}_3 \end{array}\right.$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\left|\begin{array}{l} \dot{I}_{k1}(-j10 + 10) - \dot{I}_{k2} 10 = 0 \\ -\dot{I}_{k1} 10 \qquad + \dot{I}_{k2}(10 + 5 + j10) + \dot{I}_{k3}(5 + j10) = 35 + j35 \\ \qquad\qquad + \dot{I}_{k2}(10 - j8) \qquad + \dot{I}_{k3}(5 + j10 + 10 - j8) = 35 + j35 + j80 \end{array}\right.$$

5. Получаваме комплексите на трите контурни тока:

$$\dot{I}_{k1} = (4{,}044 + j2{,}7)A$$

$$\dot{I}_{k2} = (6{,}714 - j1{,}376)A$$

$$\dot{I}_{k3} = (-0{,}302 + j3{,}714)A$$

6. Определяме клоновите токове:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{k1} = (4{,}044 + j2{,}7)A$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{k2} + \dot{I}_{k3} = 6{,}714 - j1{,}376 - 0{,}302 + j3{,}714 = (6{,}412 + j2{,}438)A$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{k3} = (-0{,}302 + j3{,}714)A$$

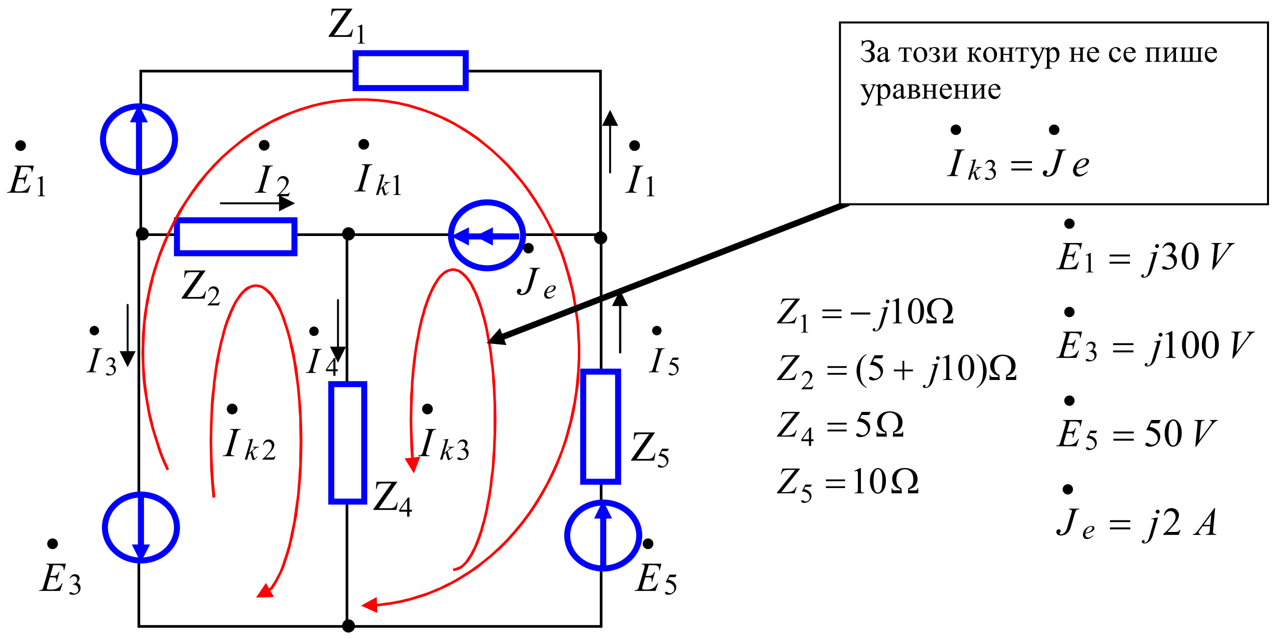
$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{k2} - \dot{I}_{k1} = 6{,}714 - j1{,}376 - 4{,}0442 - j2{,}7 = (2{,}67 - j4{,}076)A$$

Особеност при метода с контурни токове

Методът с контурни токове има особеност, когато във веригата има източник на ток. Тогава задължително:

- контурите се избират така, че през клона с източник на ток да минава само един контурен ток.
- За контура с източник на ток не се пише уравнение, тъй като контурният ток в него е известен – това е токът на източника на ток. Следователно броят на неизвестните контурни токове е по-малък с един и съответно броят на уравненията е с едно по-малко.

Пример за анализ на верига с особеност по метода с контурни токове



Решение на задачата по метод с контурни токове

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

   брой възли *n=4,*

   брой клонове *m=6*

2. Определяме броя на контурите и контурните токове :

   $k=m-n+1=3$

   Избираме контурите така че през клона с източник на ток да минава само контур «3».

Тогава $\dot{I}_{k3} = \dot{J}_e = j2A$ и **за контур «3» не пишем уравнение**.

3. Записваме система от 2 уравнения по метода с контурни токове:

$$\begin{cases} \dot{I}_{k1}(Z_1+Z_5)-\dot{I}_{k3}Z_5=\dot{E}_1-\dot{E}_3-\dot{E}_5 \\ \dot{I}_{k2}(Z_4+Z_2)+\dot{I}_{k3}Z_4=-\dot{E}_3 \end{cases}$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\begin{cases} \dot{I}_{k1}(-j10+10)-\dot{I}_{k3}\,10=j30-j100-50 \\ \dot{I}_{k2}(5+5+j10)+\dot{I}_{k3}\,5=-j100 \end{cases}$$

Отчитаме, че $\dot{I}_{k3}=\dot{J}e=j2A$ и получаваме:

$$\dot{I}_{k1}(-j10+10)-j2.10=-50-j70$$

$$\Rightarrow \dot{I}_{k1}=\frac{-50(1+j)}{10(1-j)}=\frac{-5(1+j)}{(1-j)}=\frac{-5(1+j)^2}{2}=\frac{-5.2j}{2}=-5j\ A$$

$$\dot{I}_{k2}(10+j10)+j2.5=-j100 \quad \Rightarrow \dot{I}_{k2}=\frac{-110j}{10(1+j)}=\frac{-11j}{(1+j)}=\frac{-11(1-j)}{2}=-5{,}5(1-j)\ A$$

5. Записваме комплексите на трите контурни тока:

$$\dot{I}_{k1}=-j5A$$

$$\dot{I}_{k2}=(-5{,}5+j5{,}5)A$$

$$\dot{I}_{k3}=j2A$$

6. Определяме клоновите токове:

$$\dot{I}_1=-\dot{I}_{k1}=j5A$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}_{k2}=(-5{,}5+j5{,}5)A$$

$$\dot{I}_3=-\dot{I}_{k2}-\dot{I}_{k1}=5{,}5-j5{,}5+j5=(5{,}5-j0{,}5)A$$

$$\dot{I}_4=\dot{I}_{k2}+\dot{I}_{k3}=-5{,}5+j5{,}5+j2=(-5{,}5+j7{,}5)A$$

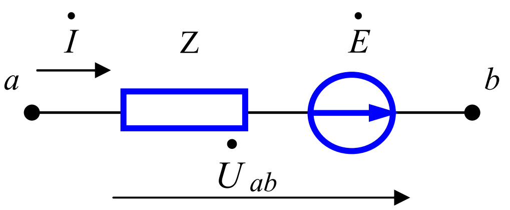
$$\dot{I}_5=-\dot{I}_{k1}+\dot{I}_{k3}=j5+j2=j7A$$

22 Въпрос

Метод с възлови потенциали

Идеята на метода е предложена от Максуел и се основава на следното:

- Ако са ни известни потенциалите на всички възли в дадена верига, <u>можем да определим токовете в клоновете на веригата по закона на Ом</u>.



$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{ab}+\dot{E}}{Z}=\frac{\dot{V}_a-\dot{V}_b+\dot{E}}{Z}$$

- <u>Потенциалът на един от възлите може да се приеме за нула</u>. Тогава за верига с ***n*** на брой възли е необходимо да определим потенциалите на ***n-1*** възела. Потенциалът на ***n*** –тия възел се приема за нула. Това е възможно, тъй като потенциалите се определят с точност до константа. (определяща е разликата в потенциалите, а не абсолютните им стойности -- Пример: $\dot{U}_{ab} = 40V$ може да се получи от $\dot{U}_{ab} = \dot{V}_a - \dot{V}_b = 100 - 60 = 40$, но и от $\dot{U}_{ab} = \dot{V}_a - \dot{V}_b = 500 - 460 = 40$)

<u>Алгоритъм на метода</u>

1. Определяме <u>броя възли</u> във веригата:

брой възли **- *n***

2. Избираме **<u>възел с нулев потенциал</u>** $\dot{V}_n = 0$

3. Записваме система от ***<u>n -1</u>*** <u>на брой уравнения</u> относно неизвестните потенциали, която има вида:

$$
\text{\underline{n-1- уравнения}}\quad
\begin{cases}
+\dot{V}_1 Y_{11} \; -\dot{V}_2 Y_{12} \; -\dot{V}_3 Y_{13} \; - \; \ldots\ldots \; -\dot{V}_{n-1} Y_{1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 1} \\
-\dot{V}_1 Y_{21} \; +\dot{V}_2 Y_{22} \; -\dot{V}_3 Y_{23} \; - \; \ldots\ldots \; -\dot{V}_{n-1} Y_{2,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 2} \\
-\dot{V}_1 Y_{31} \; -\dot{V}_2 Y_{32} \; +\dot{V}_3 Y_{33} \; - \; \ldots\ldots \; -\dot{V}_{n-1} Y_{3,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 3} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
-\dot{V}_1 Y_{n-1,1} \; -\dot{V}_2 Y_{n-1,2} \; -\dot{V}_3 Y_{n-1,3} \; \pm \; \ldots\ldots \; +\dot{V}_{n-1} Y_{n-1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } n-1}
\end{cases}
$$

В тази система:

- $\dot{V}_1,\ \dot{V}_2, \dot{V}_3,\ \ldots\ldots, \dot{V}_{n-1}$ - са търсените потенциали
- $Y_{11},\ Y_{22},\ Y_{33}, \ldots, Y_{n-1,n-1}$ - са <u>собствени възлови поводимости</u>. **<u>Знакът пред тях винаги е “+”.</u>** Собствената възлова поводимост Y_{ii} за възел ”***i***“ се определя като сума от всички проводимости на клоновете, които се опират във възел”***i***“.

Y_{ij} - са <u>взаимни възлови поводимости</u> за възел ”***i***“ и за възел ”***j***“. **<u>Знакът пред тях винаги е “–”.</u>** Те се определят като сума от всички проводимости на клоновете, които се опират във възел ”***i***“ и възел ”***j***. $Y_{ij} = Y_{ji}$ взаимните контурни съпротивления за контур ”***i***“ и за контур ”***j***“ са равни.

- $\dot{J}_{\text{възел } 1}, \dot{J}_{\text{възел } 2}, \dot{J}_{\text{възел } 3}, \ldots, \dot{J}_{\text{възел } n-1}$ - са възлови електродвижещи токове. Възловият електродвижещ ток $\dot{J}_{\text{възел } i}$ за възел ”***i***“ се определя **<u>като алгебрична</u>**

<u>сума</u> от всички електродвижещи токове влизащи или излизащи от възел "i". Електродвижещите токове се прибавят със **"+"**, ако посоката им е на влизане и съответно със знак **"-"**, ако посоката им е на излизане от възела.

4. Решаваме системата уравнения и определяме неизвестните потенциали:

$$\dot{V}_1 = \dots\dots$$

$$\dot{V}_2 = \dots\dots$$

$$\dot{V}_3 = \dots\dots$$

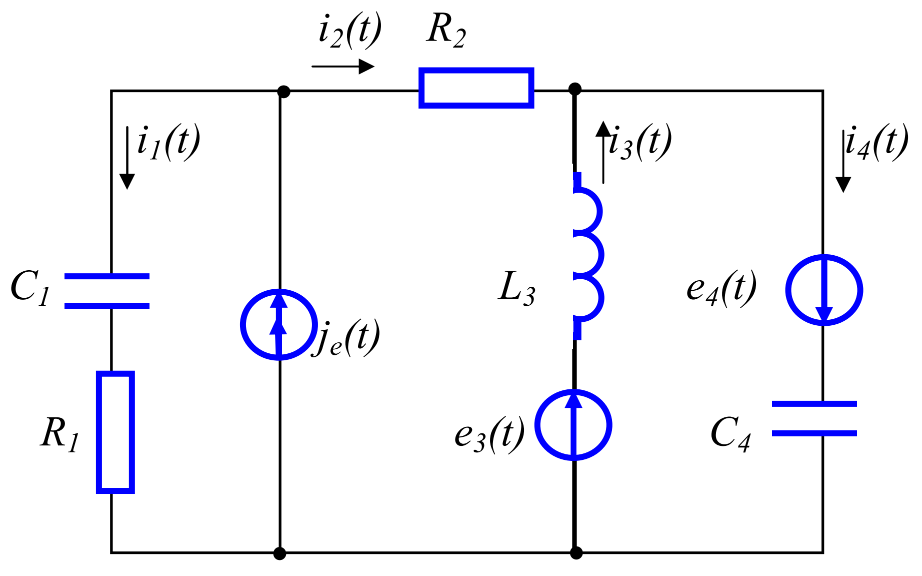
$$\dots\dots\dots\dots$$

$$\dot{V}_{n-1} = \dots\dots$$

5. Определяме клоновите токове **<u>по закона на Ом</u>**.

<u>Пример за анализ на верига по метода с възлови потенциали.</u>

<u>Пример1:</u> Да се определят клоновите токове за веригата показана на фигурата, като се използва метода с възлови потенциали



$f=160Hz$,
$R_1 = R_2=10\Omega$,
$L_3=10\ mH$,
$C_1= C_4=100\mu F$,
$e_3(t) = 200\sin(\omega t+45)V$
$e_4(t) = 141\sin(\omega t+90)V$
$j_e(t) = 1{,}41\sin(\omega t-90)V$

Фиг.1

<u>Определяме комплексните съпротивления и източници във веригата от фиг.2</u>:

Източниците са:

$$e_3(t) = 200\sin(\omega t+45)V$$

$$e_4(t) = 141\sin(\omega t+90)V$$

$$j_e(t) = 14{,}1\sin(\omega t-90)V$$

Следователно комплексите на източниците се определят като:

$$\dot{E}_3 = E_3 e^{j\psi_{e2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j45} = \frac{200}{\sqrt{2}}.(\cos 45 + j\sin 45) = (100 + j100)V$$

$$\dot{E}_4 = E_4 e^{j\psi_{e3}} = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j90} = 100.(\cos 90 + j\sin 90) = j100\,V$$

$$\dot{J}_e = J_e e^{j\psi_{je}} = \frac{14{,}1}{\sqrt{2}} e^{-j90} = 10.(\cos(-90) + j\sin -90)) = -j10A$$

Комплексни съпротивления

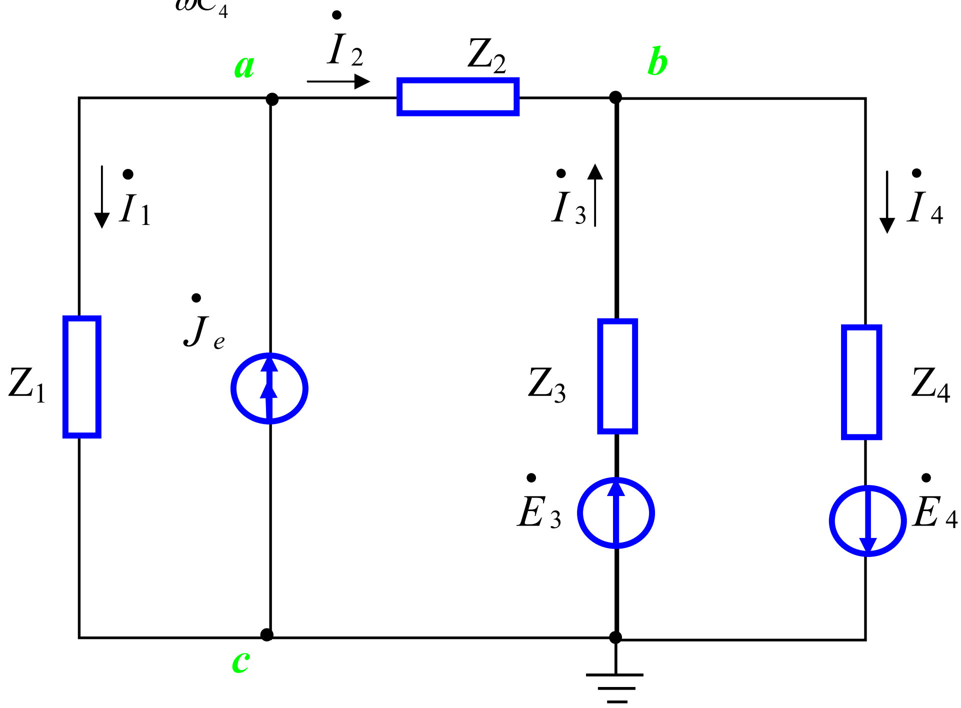
$\omega = 2\pi f = 2\pi.160 \approx 1000 = 10^3 rad/s$

$$Z_1 = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} = (10 - j10)\Omega$$

$$Z_2 = R_2 = 10\Omega$$

$$Z_3 = j\omega L_3 = j10\Omega$$

$$Z_4 = -j\frac{1}{\omega C_4} = -j10\Omega$$



фиг.2

Решение по метода с възлови потенциали

1. Определяме брой възли във веригата:
   брой възли *n=3,*
2. Избираме възел с нулев потенциал :

$$\dot{V}_c = 0$$

3. Записваме системата уравнения по метода с възлови потенциали

$$\begin{cases} \dot{V}_a\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right)-\dot{V}_b\frac{1}{Z_2}=\dot{J}_e \\ -\dot{V}_a\frac{1}{Z_2}+\dot{V}_b\left(\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4}\right)=\frac{\dot{E}_3}{Z_3}-\frac{\dot{E}_4}{Z_4} \end{cases}$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\begin{cases} \dot{V}_a\left(\frac{1}{10-j10}+\frac{1}{10}\right)-\dot{V}_b\frac{1}{10}=-j10 \\ -\dot{V}_a\frac{1}{10}+\dot{V}_b\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{j10}+\frac{1}{-j10}\right)=\frac{100+j100}{j10}-\frac{j100}{-j10} \end{cases}$$

$$\dot{V}_a=-j400V$$

$$\dot{V}_b=(200-j500)V$$

$$\dot{V}_c=0V$$

5. Определяме клоновите токове:

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}_a-\dot{V}_c}{Z_1}=\frac{-j400}{10-j10}=\frac{-j40}{1-j1}=\frac{-j40(1+j)}{2}=(20-j20)A$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{V}_a-\dot{V}_b}{Z_2}=\frac{-j400-200+j500}{10}=\frac{-20+j10}{1-j1}=(-20+j10)A$$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{V}_c-\dot{V}_b+\dot{E}_3}{Z_3}=\frac{-200+j500+100+j100}{j10}=(60+j10)A$$

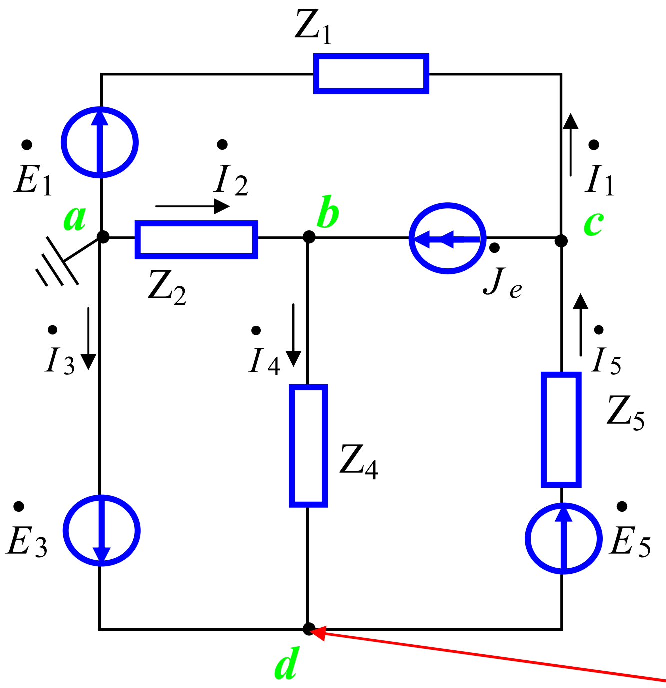
$$\dot{I}_4=\frac{\dot{V}_b-\dot{V}_c+\dot{E}_4}{Z_3}=\frac{200-j500+j100}{-j10}=(40+j20)A$$

Особеност при метода с възлови потенциали

Методът с възлови потенциали има особеност, когато във веригата има идеален източник на електродвижещо напрежение. Тогава задължително:

- За възел с нулев потенциал се избира единият от възлите, на които се опира клона с идеален източник на е.д.н.
- Тогава потенциалът на втория възел е известен. Той е равен на напрежението на източника на е.д.н. и **за него не се пише уравнение**. Следователно броят на неизвестните потенциали е по-малък с един и съответно броят на уравненията е с едно по-малко.
- Токът в клона с идеален източник на електродвижещо напрежение **не може да се определи по закона на Ом**. Той се определя последен по първия закон на Кирхоф.

Пример за анализ на верига с особеност по метода с възлови потенциали



$Z_1 = -j10\Omega$

$Z_2 = (5 + j10)\Omega$

$Z_4 = 5\Omega$

$Z_5 = 10\Omega$

$\dot{E}_1 = j30\ V$

$\dot{E}_3 = j100\ V$

$\dot{E}_5 = 50\ V$

$\dot{J}_e = j2\ A$

За този възел не се пише уравнение

$\dot{V}_a = 0 \quad \Rightarrow \dot{V}_d = \dot{E}_3 = j100V$

Решение на задачата по метод с възлови потенциали

1. Определяме броя възли във веригата:
   брой възли *n=4,*

2. Избираме възел с нулев потенциал . Клонът «3» е с идеален източник на е.д.н. Избираме $\dot{V}_a = 0$. Тогава потенциалът на възел «d» е по-висок от този на възел «a» точно с $\dot{E}_3$. Следователно:

$$\dot{V}_a = 0 \quad \Rightarrow \dot{V}_d = \dot{E}_3$$ и **за възел «3» не пишем уравнение**

3. Записваме системата уравнения по метода с възлови потенциали относно двата неизвестни потенциала на възли «**b**» и «**c**».

3. Записваме система от 2 уравнения по метода с възлови потенциали токове:

$$\left|\begin{array}{l} \dot{V}_b\left(\dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_4}\right) - \dot{V}_d \dfrac{1}{Z_4} = \dot{J}_e \\[2ex] \dot{V}_c\left(\dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_5}\right) - \dot{V}_d \dfrac{1}{Z_5} = -\dot{J}_e + \dfrac{\dot{E}_5}{Z_5} + \dfrac{\dot{E}_1}{Z_1} \end{array}\right.$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\begin{cases} \dot{V}_b\left(\frac{1}{5+j10}+\frac{1}{5}\right)-\dot{V}_d\frac{1}{5}=j2 \\ \dot{V}_c\left(\frac{1}{-j10}+\frac{1}{10}\right)-\dot{V}_d\frac{1}{10}=-j2+\frac{50}{10}+\frac{j30}{-j10} \end{cases}$$

Отчитаме, че $\dot{V}_d=\dot{E}_3=j100V$ и получаваме:

$$\dot{V}_b\left(\frac{1}{1+j2}+1\right)-j100=j10 \quad \Rightarrow \dot{V}_b\frac{2+j2}{1+j2}=j110$$

$$\Rightarrow \dot{V}_b=\frac{j55(1+j2)}{(1+j)}=j55\frac{(1+j2)(1-j)}{2}=j22{,}5(3+j)=(-22{,}5+j67{,}5)V$$

$$\dot{V}_c(j+1)-j100=-j20+50+-30 \quad \Rightarrow \dot{V}_c=\frac{20+j80}{1+j}=(50+j30)V$$

5. Следователно потенциалите на възлите са:

$$\dot{V}_a=0$$

$$\dot{V}_b=(-22{,}5+j67{,}5)V$$

$$\dot{V}_c=(50+j30)V$$

$$\dot{V}_d=j100V$$

6. Определяме клоновите токове:

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}_c-\dot{V}_a-\dot{E}_1}{Z_1}=j5A$$

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{V}_a-\dot{V}_b}{Z_2}=(-5{,}5+j5{,}5)A$$

$\dot{I}_3$ Не може по закона на Ом.

$$\dot{I}_4=\frac{\dot{V}_b-\dot{V}_d}{Z_4}=(-5{,}5+j7{,}5)A$$

$$\dot{I}_5=\frac{\dot{V}_d-\dot{V}_c+\dot{E}_5}{Z_5}=j5+j2=j7A$$

$\dot{I}_3=\dot{I}_5-\dot{I}_4=(5{,}5-j5{,}5)A$ Определя се последен по Кирхоф