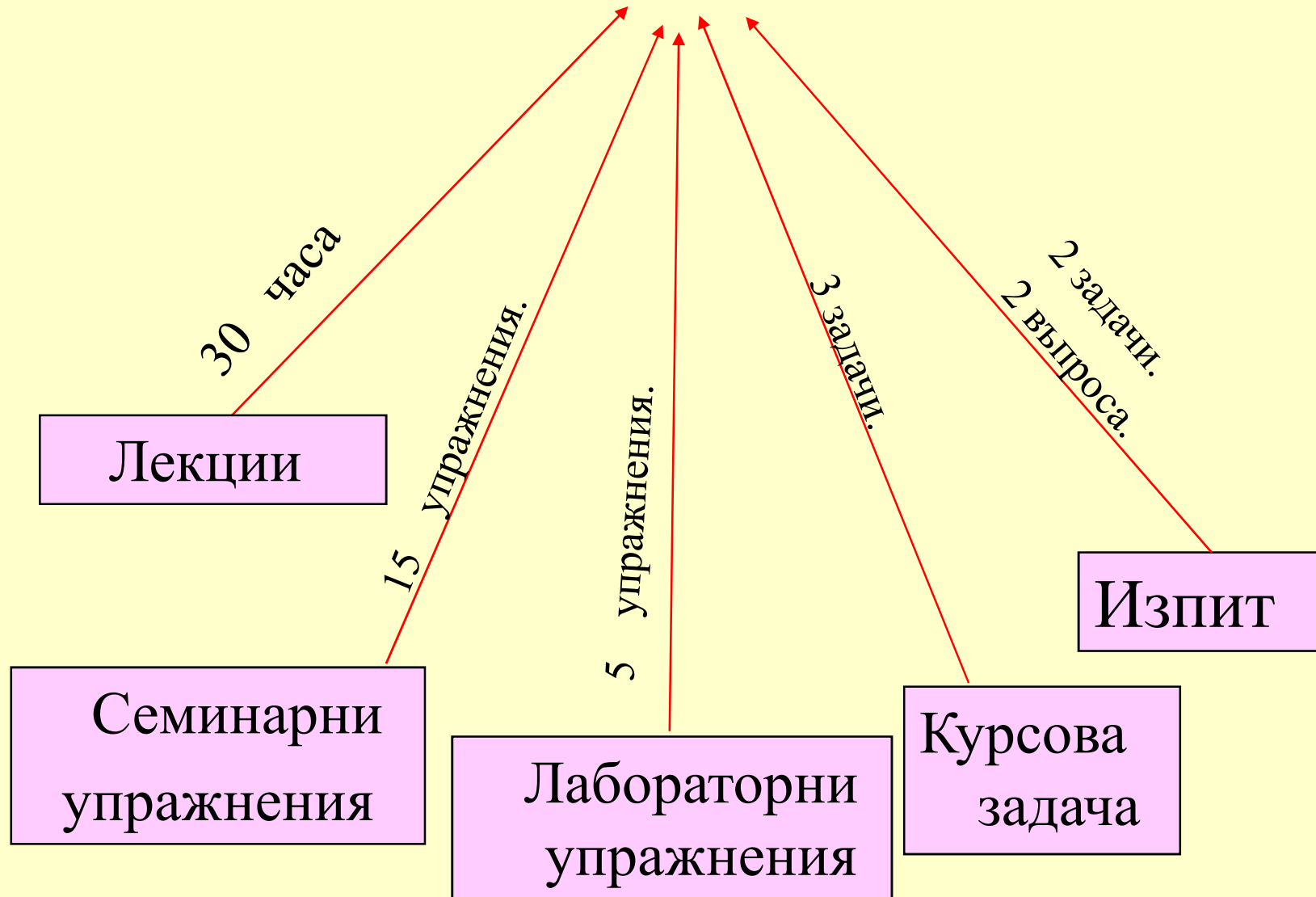


Теоретична Електротехника

Преподаватели:

- доц. д-р **Илона Ячева**,
каб. 12 514, e-mail: iiach@tu-sofia.bg
- проф. д.т.н **Румена Станчева**, каб. 12 514
- гл. ас. **Николина Петкова**

Обучение по ТЕ



Предмет на ТЕ - анализ на електромагнитни процеси и явления

Теория на ЕМП

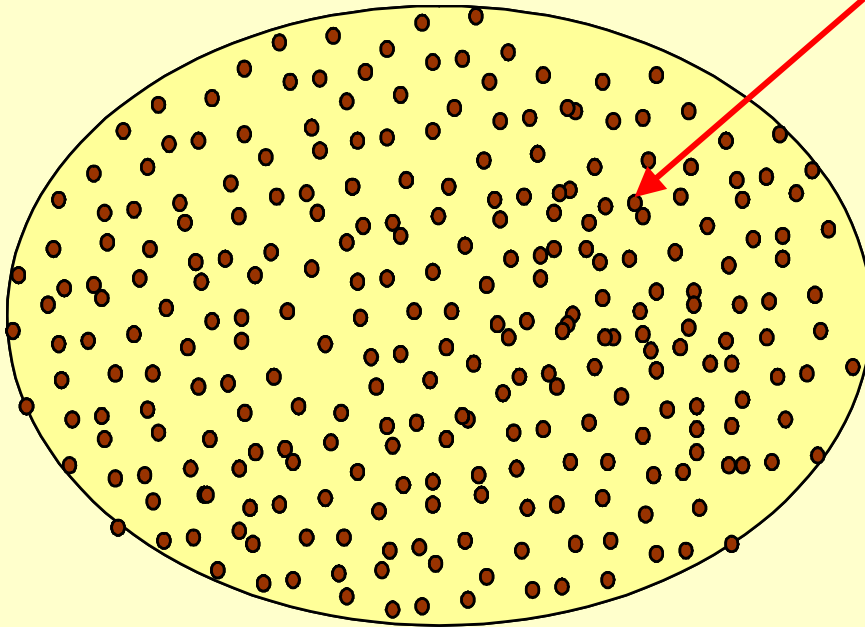
диференциални характеристики

Теория на ел. вериги

интегрални характеристики

Теория на ЕМП

Електромагнитните процеси се анализират във всяка точка от изследваната област, като се взимат в предвид особеностите и специфичните характеристики на средата



Използват се диференциални (точкови) характеристики – векторите на ел. и магнитното поле $\mathbf{H}, \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{D}$

Теория на Електрическите Вериги - електромагнитните процеси се анализират на базата на **интегрални** характеристики и параметри

Интегрални характеристики

Ток $-i$

Напрежение - U

Магнитен поток - Ψ

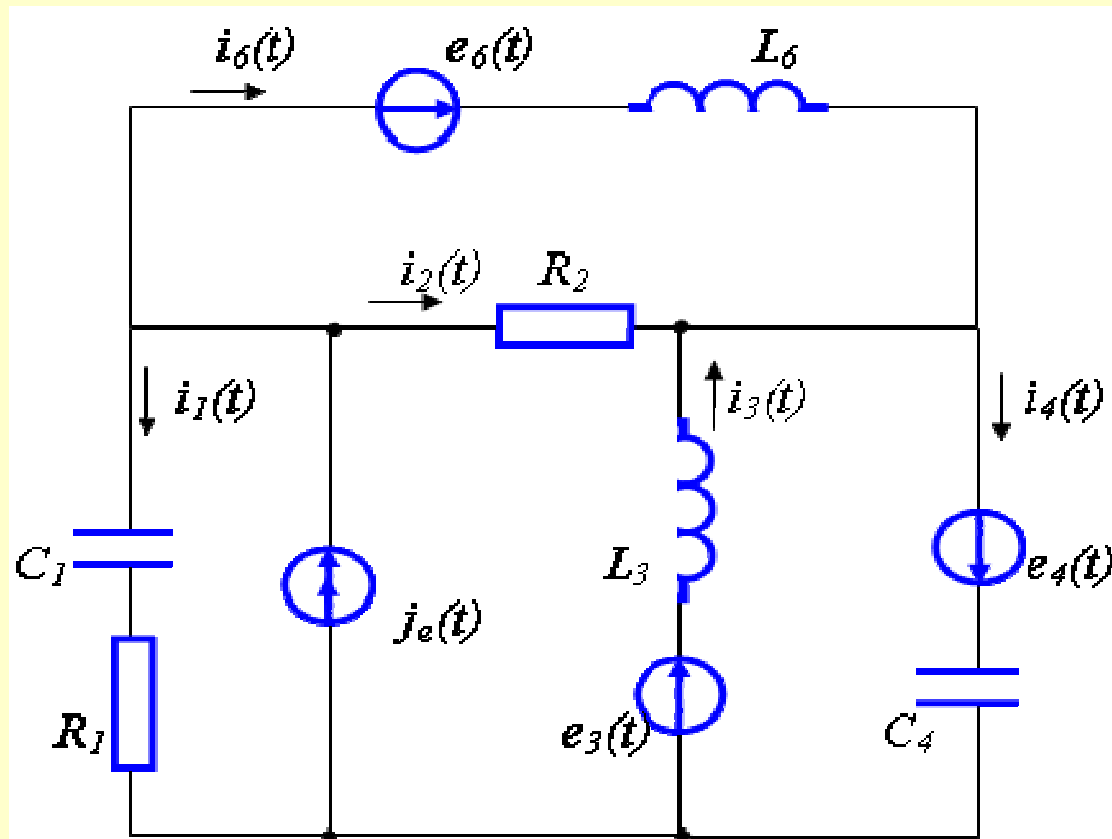
Ел. заряд - q

Интегрални параметри:

Съпротивление - R

Индуктивност - L, M

Капацитет - C



Електрически вериги –определения, класификации

Електрическа

верига: Устройство или съвкупност от устройства за съсредоточено преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация **посредством електрически ток.**

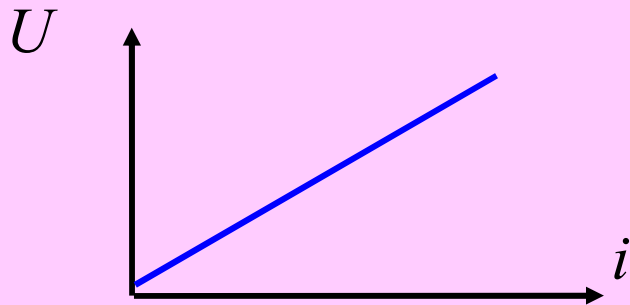
При това електромагнитните процеси допускат описание с използване на интегралните характеристики **ток и напрежение** и интегралните параметри – **съпротивление, индуктивност и капацитет**

Класификации

Линейни

Съдържат само линейни елементи:

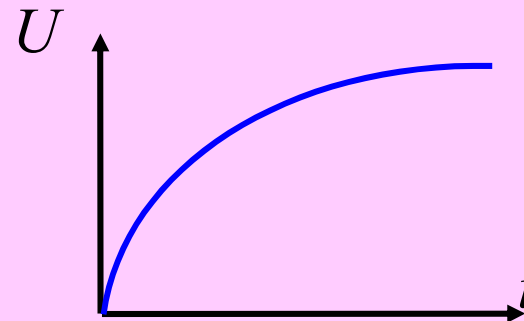
- такива, чиито V/A характеристики са **прави линии**.
- Процесите в тях се описват със системи **линейни** уравнения



Нелинейни

Съдържат поне 1 НЕ.

- Нелинейни елементи - такива, чиито V/A характеристики са **нелинейни**.
- Процесите в тях се описват със системи **нелинейни** уравнения



Класификации

- **Вериги със съсредоточени параметри** - Допуска се, че енергийните процеси са съсредоточени в краен брой елементи с краен брой параметри.

- **Вериги с разпределени параметри** – Отчита се непрекъснатата структура на ЕМП. Ел. магн. процеси се анализират по протежение на цялата линия.

- **Разклонени и неразклонени**

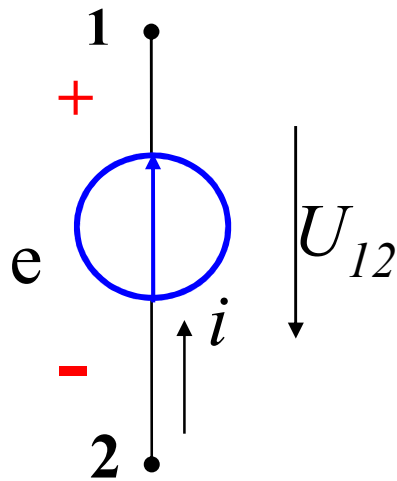
- **Прости и сложни**

Елементи на ел. верига

1. Източник на напрежение - Характеризира се с напрежение на изводите и вътрешно съпротивление.

а) идеален източник на напрежение – такъв източник на ел. маг. енергия, за който напрежението на изводите не зависи от големината на преминалия през него ток.

$$U_{12} = e$$



- Вътрешното съпротивление на такъв източник е нула ($R_B = 0$).

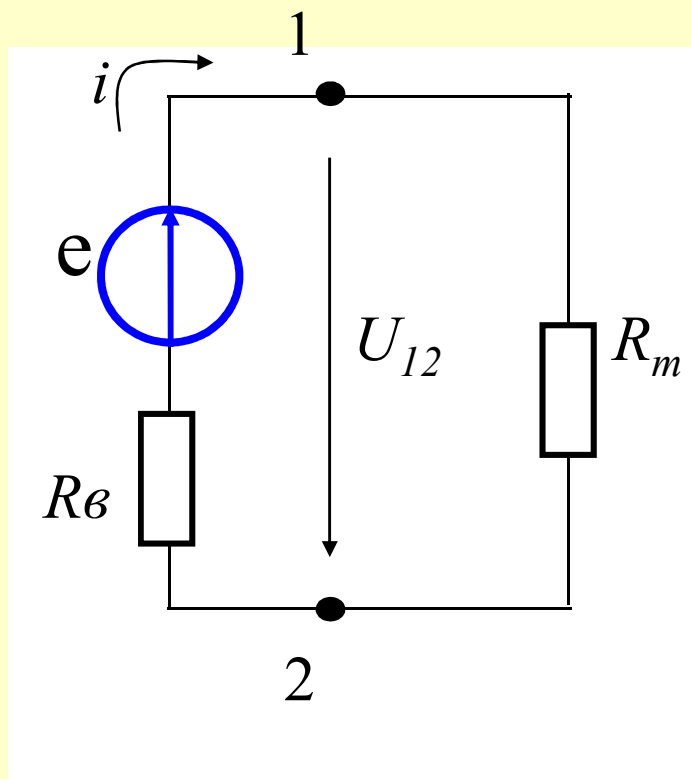
- В означението на източника, стрелката сочи точката с по-висок потенциал (т.е. т.1 има по-висок потенциал от т.2 и напрежението на източника U_{12} е насочено от т.1 към т.2 и има големина e).

Елементи на ел. верига

б) реален източник на напрежение – комбинация от идеален източник на напрежение и изнесен извън него резистор R_B .

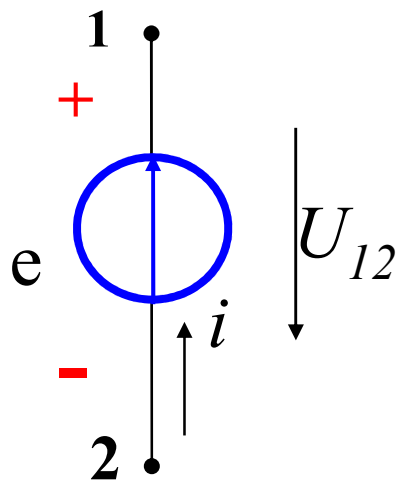
- С нарастване на тока i , преминаващ през източника напрежението на изходите му намалява

$$U_{12} = e - i \cdot R_B$$

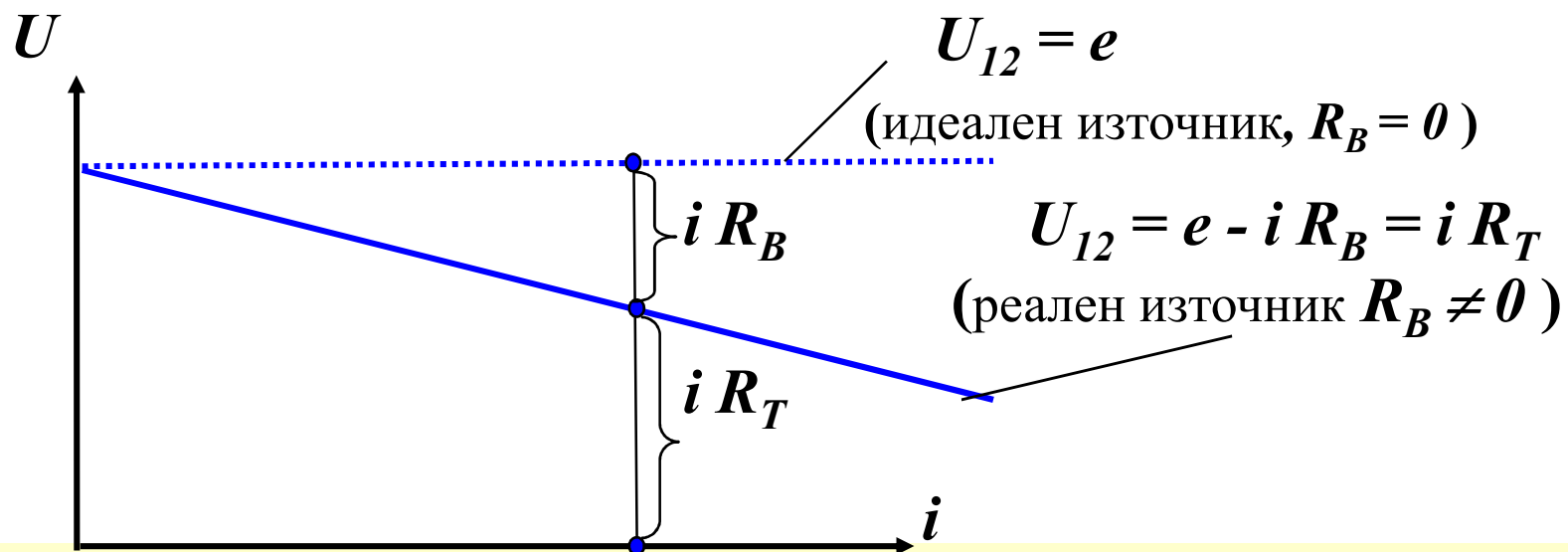
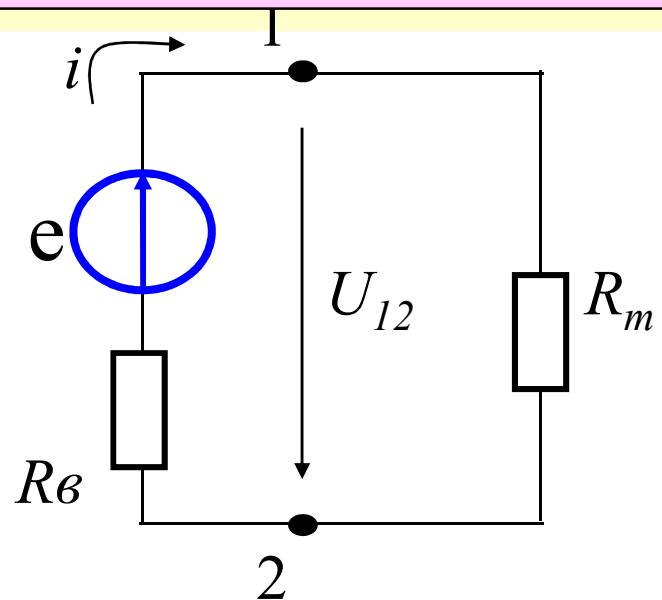


- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от нула ($R_B \neq 0$) и отразява наличието на загуби в него.

Идеален източник на е.д.н.



Реален източник на е.д.н.

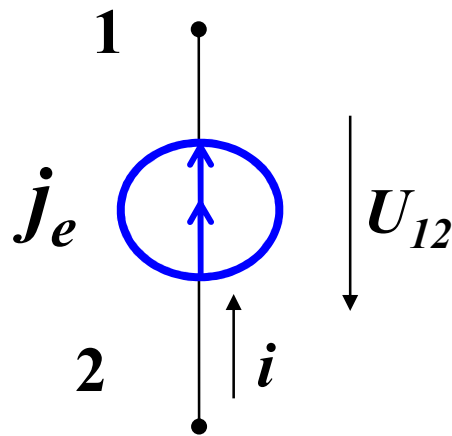


Елементи на ел. верига

2.Източник на ток

а) идеален източник на ток – такъв източник на ел.маг. енергия, за който токът който, преминава през него не зависи от големината на приложеното напрежение

$$i = j_e$$

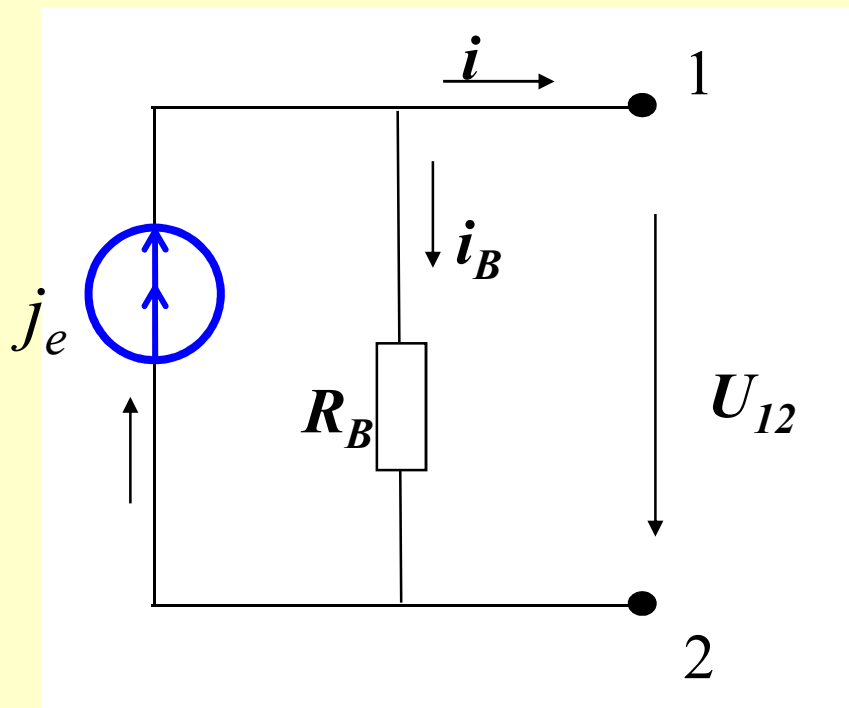


- Вътрешното съпротивление на такъв източник е безкрайно голямо ($R_B \rightarrow \infty$).
- Токът i през клон с идеален източник на ток е $i = j_e$, независимо от това какви елементи са включени в клона.

Елементи на ел. верига

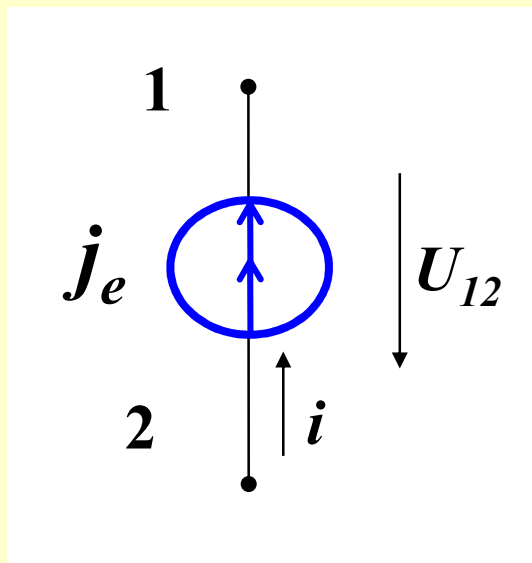
2.Източник на ток

б) реален източник на ток – комбинация от идеален източник на ток и паралелно свързан резистор R_B .

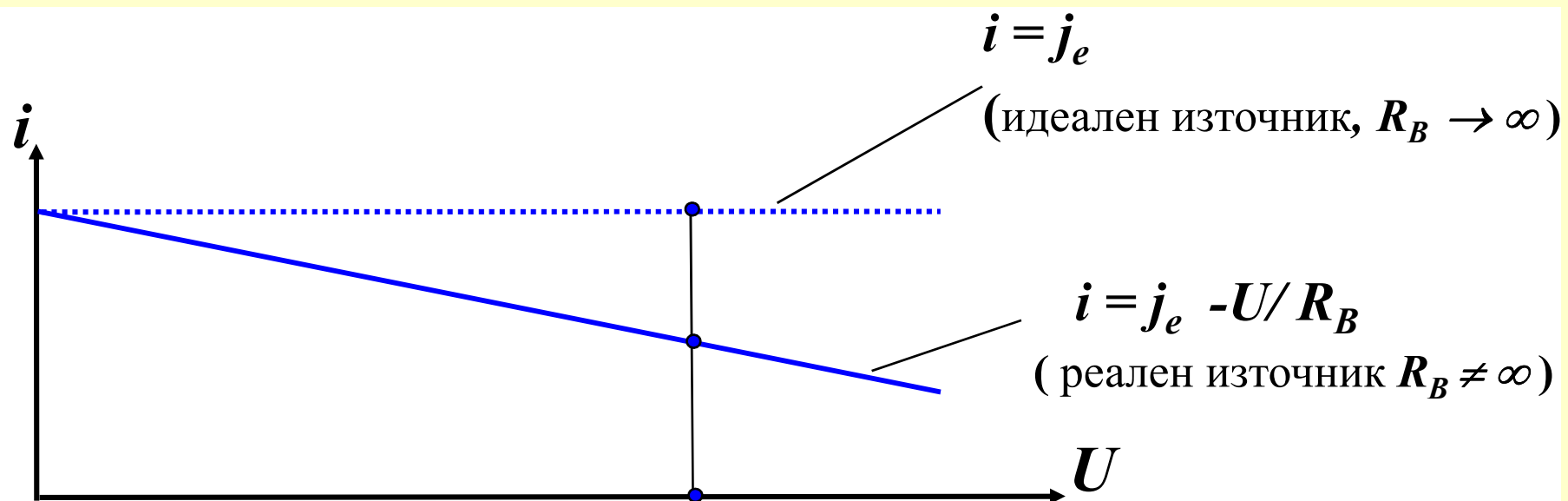
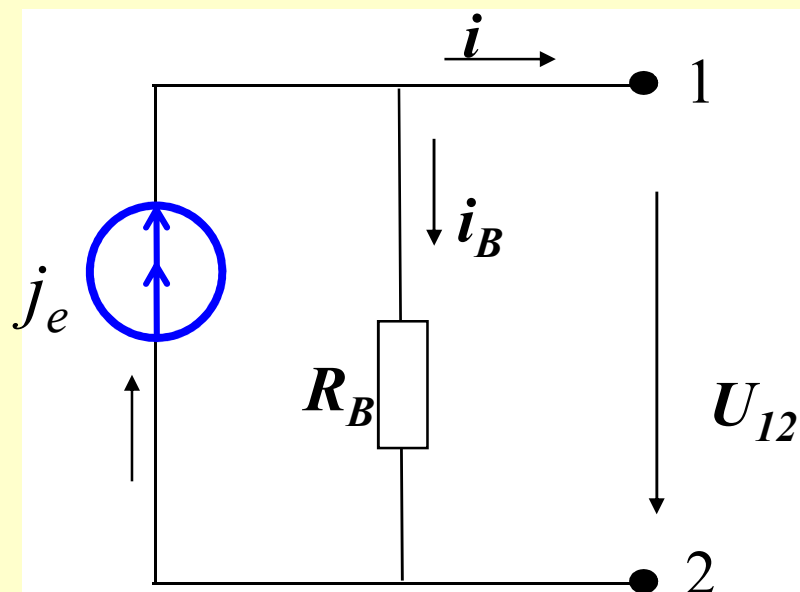


- Вътрешното съпротивление на такъв източник е различно от безкрайност ($R_B \neq \infty$) и отразява наличието на загуби в него.
- С нарастване на напрежението U на изводите 1 и 2 на източника токът на изводите му i , намалява ($i = j_e - U_{12} / R_B$).

Идеален източник на ток



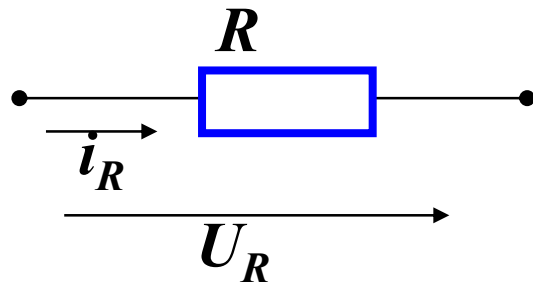
Реален източник на ток



Елементи на ел. верига

3. Резистор

Идеализиран приемник на енергия. В схемите на ел. вериги той отразява превръщането на ел. маг. енергия в загуби.



$$R \cdot G = 1$$

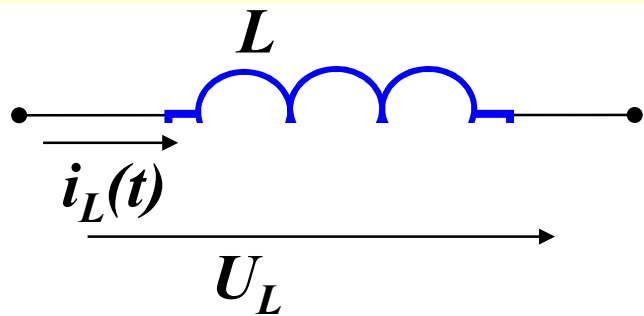
$$[R] = \Omega ; \quad [G] = S$$

- Характеризира се със съпротивление R и проводимост G
- В схемите на линейните вериги има постоянна стойност ($R = \text{const}$, не зависи от напрежението или тока)

Елементи на ел. верига

4. Бобина

Идеализирана бобина - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги отразява наличието на магнитно поле.



- Характеризира се с индуктивност L

$$L = \frac{\Psi(t)}{i(t)} \quad [L] = \text{H}$$

($\psi = w\Phi$ - пълният магнитен поток,
 Φ - магнитния поток за една навивка)

- За линейни вериги $L = \text{const}$ (не зависи от напрежението или тока)

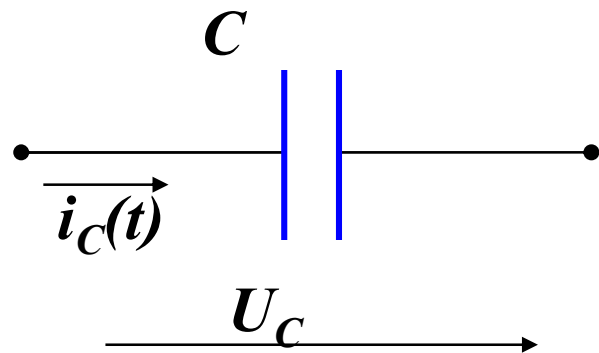
$$U_L = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = L \frac{\partial i}{\partial t}$$

- При наличието на променлив във времето ток $i(t)$, напрежението $U_L(t)$ на бобината съгласно се определя съгласно закона за електромагнитната индукция.

Елементи на ел. верига

5. Кондензатор

Идеализиран кондензатор - приемник на енергия. В схемите на ел. вериги отразява наличието на електрическо поле.



$$i_c = \frac{\partial q}{\partial t} = C \frac{\partial U_c}{\partial t}$$

- Характеризира се с капацитет C

$$C = \frac{q(t)}{U_c(t)} \quad [C] = F$$

- За линейни вериги $C = \text{const}$ (не зависи от напрежението или тока)

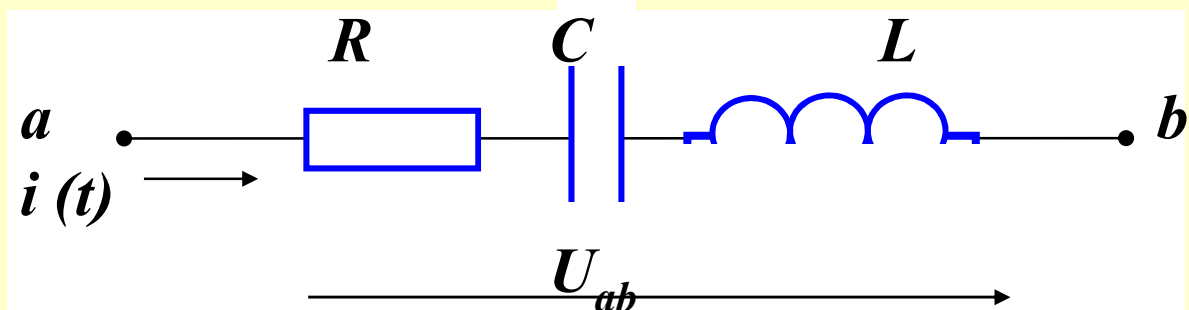
- При наличието на променливо във времето напрежение токът $i(t)$ се определя като:

Всяка схема на ел. верига се състои от съчетание на клонове и възли.

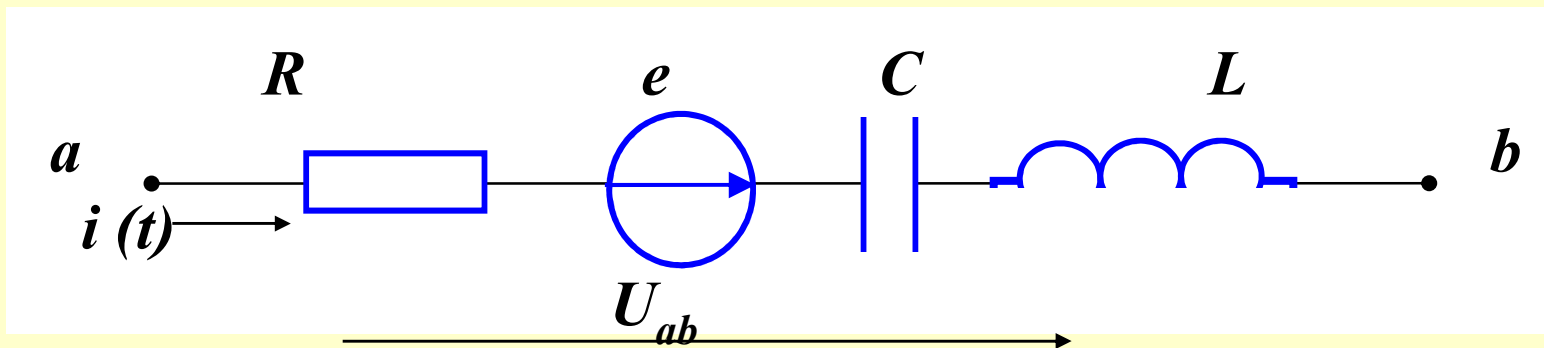
1. Клон – Участък от ел. верига от последователно съединени елементи, през които тече един и същи ток.

Пример:

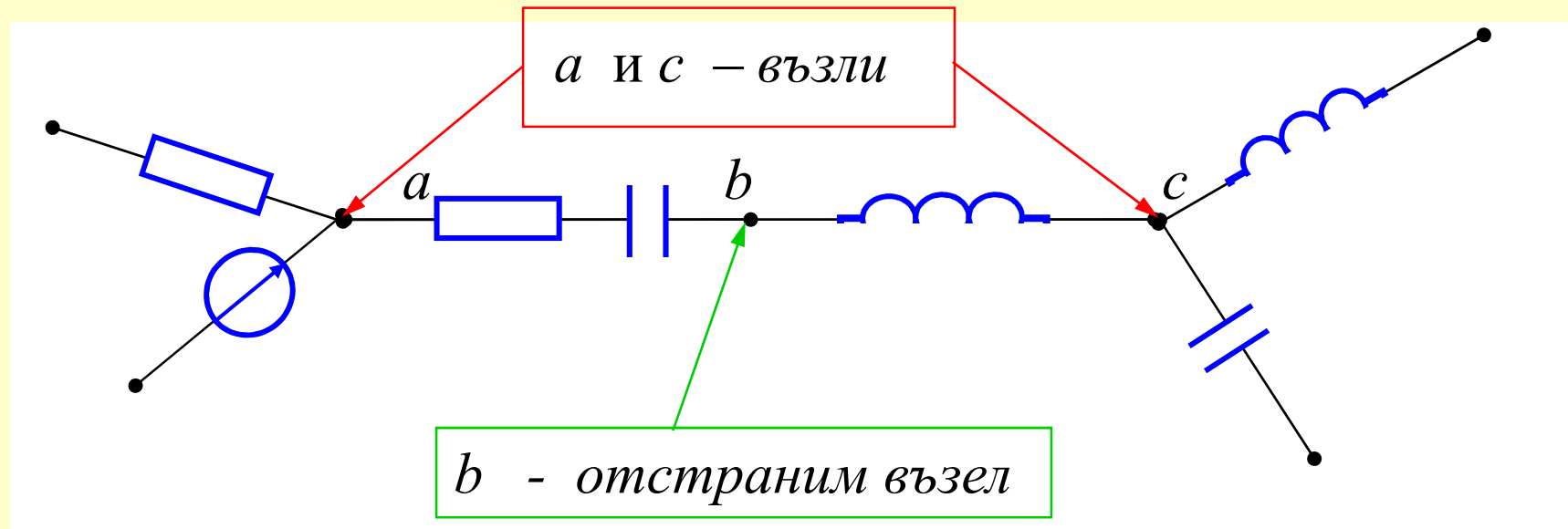
Пасивен клон



Активен клон (има източник на е.д.н.)

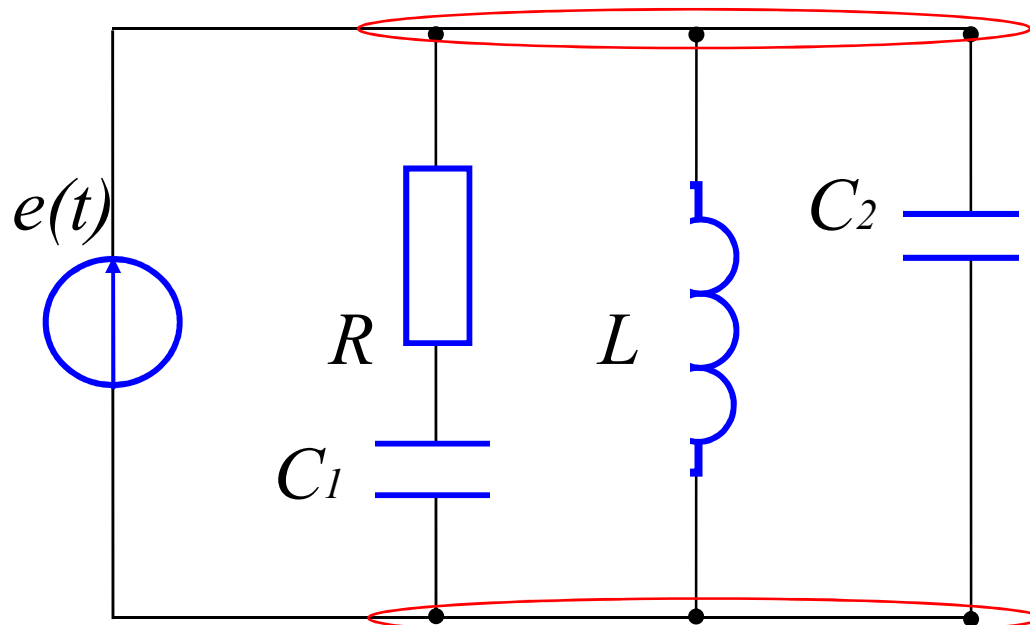


Възел – Точка от схемата на ел. верига, в която се събират 3 или повече клона.



- Ако има само 2 клона, то единият е продължение на другия и възелът е отстраним

Паралелно свързани са клонове, които се опират на едни и същи възли

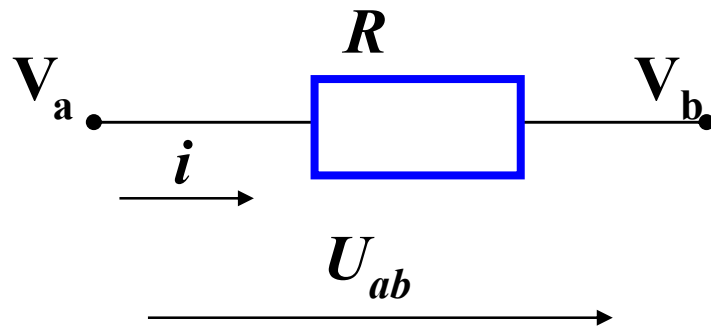


Основни закони за електрически вериги.

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

1 Закон на Ом

а) Закон на Ом за част от ел. верига

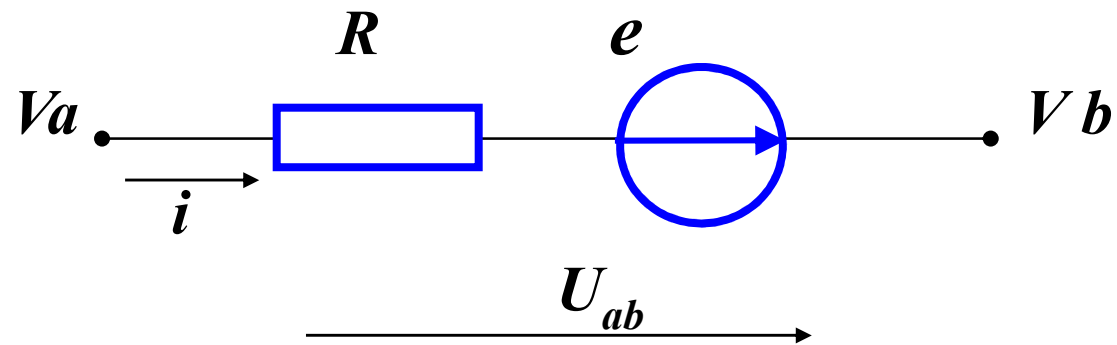


$$i = \frac{U_{ab}}{R} = \frac{V_a - V_b}{R}$$

Основни закони за електрически вериги.

- Закон на Ом.
- Закони на Кирхоф. Метод с клонови токове.

б) Обобщен закон на Ом .

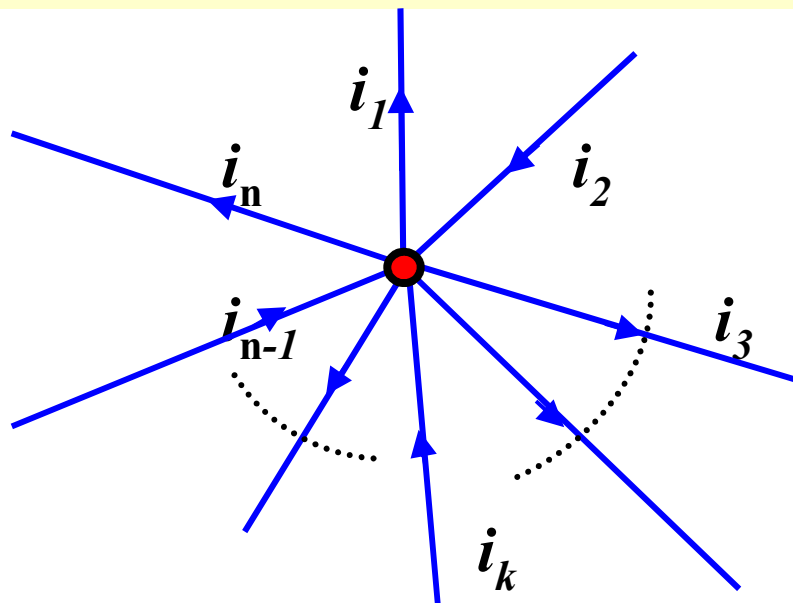


$$i = \frac{U_{ab} + e}{R} = \frac{V_a - V_b + e}{R}$$

Закони на Кирхоф -- Всички електрически вериги (линейни и нелинейни), при произволен характер на изменение на токовете и напреженията се подчиняват на законите на Кирхоф.

а) I Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на токовете в даден възел е нула. (Сумата от влизащите е равна на сумата на излизащите от възела токове.)

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0$$



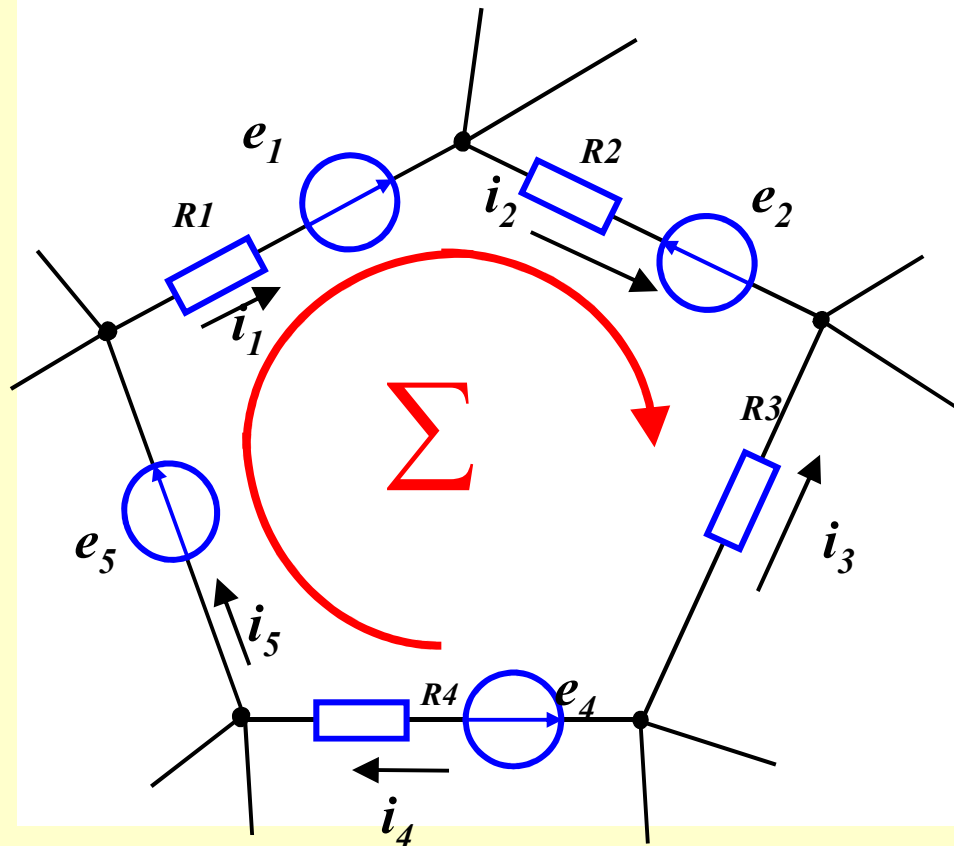
Пример

$$\begin{aligned} -i_1 + i_2 - i_3 + \dots + i_k + \dots + i_{n-1} - i_n &= 0 \\ \text{или} \\ + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_{n-1} &= i_1 + i_3 + \dots + i_n \end{aligned}$$

б) II Закон на Кирхоф - Алгебричната сума на напреженията за даден контур е равна на **алгебричната сума** на напреженията на източниците на е.д.н. в контура.

$$\sum_{k=1}^m i_k R_k = \sum_{k=1}^m e_k$$

(Алгебричната сума на напреженията в произволен затворен контур е нула.)



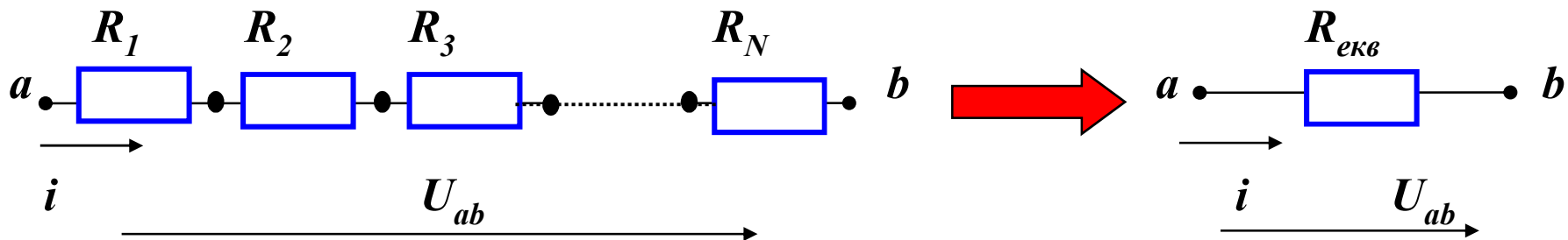
Пример

$$i_1 R_1 + i_2 R_2 - i_3 R_3 + i_4 R_4 = e_1 - e_2 - e_4 + e_5$$

Преобразуване на електрически вериги

1. Преобразуване на пасивни електрически вериги

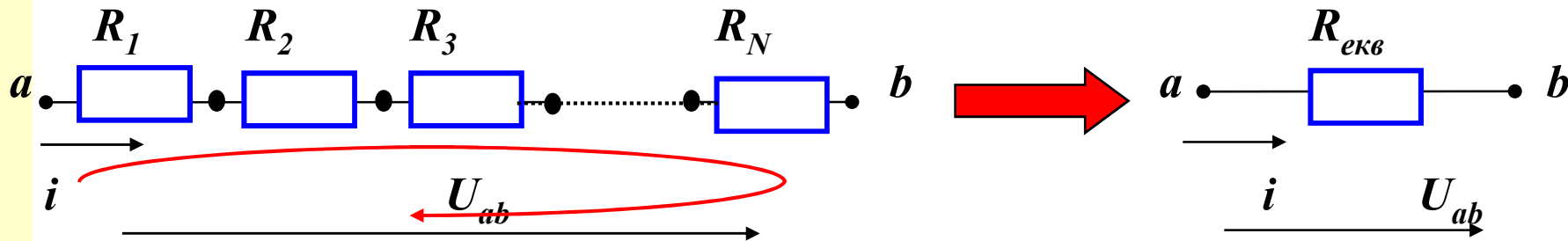
a) Последователно свързване на пасивни елементи



$$R_{екв} = \sum_{k=1}^N R_k$$

Последователно свързване на пасивни елементи

$$R_{екв} = \sum_{k=1}^N R_k$$



Доказателство

• През последователно свързаните $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$ тече един и същи ток i .

• От II закон на Кирхоф:

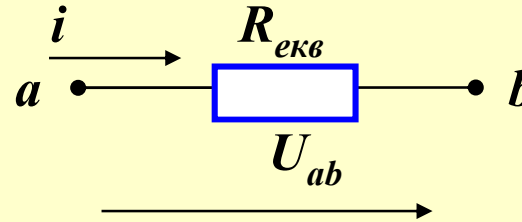
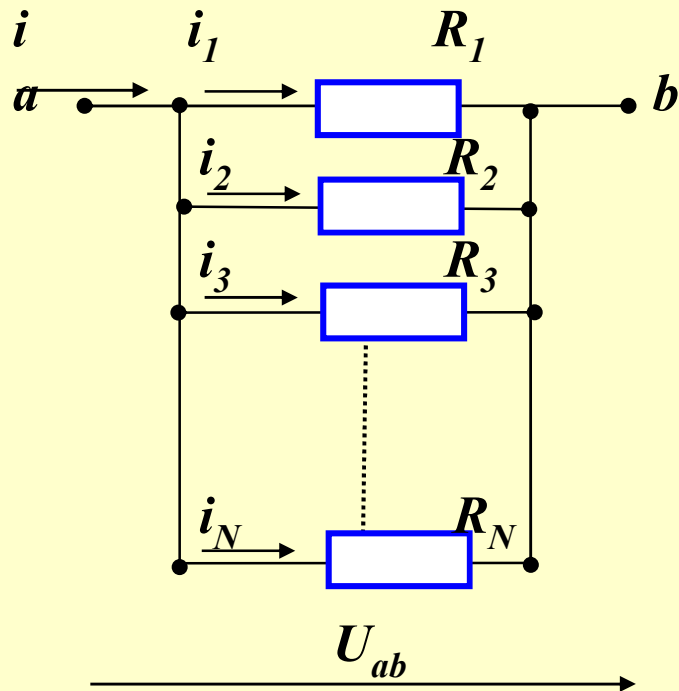
$$iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N - U_{ab} = 0$$

$$\Rightarrow U_{ab} = iR_1 + iR_2 + iR_3 + \dots + iR_k + \dots + iR_N = i(R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_N) = iR_{екв}$$

Следователно:

$$R_{екв} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_k + \dots + R_N$$

б) Паралелно свързване на пасивни елемент



$$\frac{1}{R_{екв}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

Доказателство

Към паралелно свързаните $R_1, R_2, R_3, \dots, R_k, R_N$ е приложено едно и също напрежение U_{ab} .

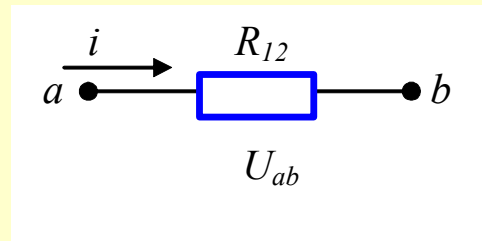
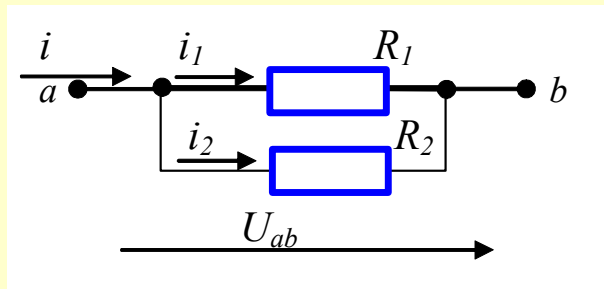
- За всеки клон k токът i_k се определя съгласно закона на Ом: $i_k = U_{ab} / R_k$
- От I закон на Кирхоф за възел a :

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_k + \dots + i_N = \frac{U_{ab}}{R_1} + \frac{U_{ab}}{R_2} + \frac{U_{ab}}{R_3} + \dots + \frac{U_{ab}}{R_k} + \dots + \frac{U_{ab}}{R_N} = \\ &= U_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_k} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) = \frac{U_{ab}}{R_{екв}} \end{aligned}$$

Следователно:

$$\frac{1}{R_{екв}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

Паралелно свързване на две съпротивления

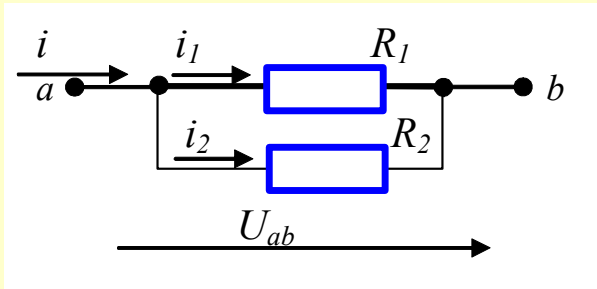


$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

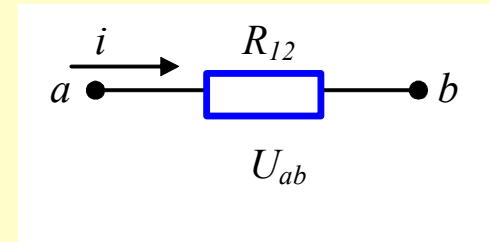
- Токовете през двата паралелни клона се разпределят **обратно пропорционално** на големината на съпротивленията

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_2 + R_1};$$
$$i_2 = i \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Паралелно свързване на две съпротивления



$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

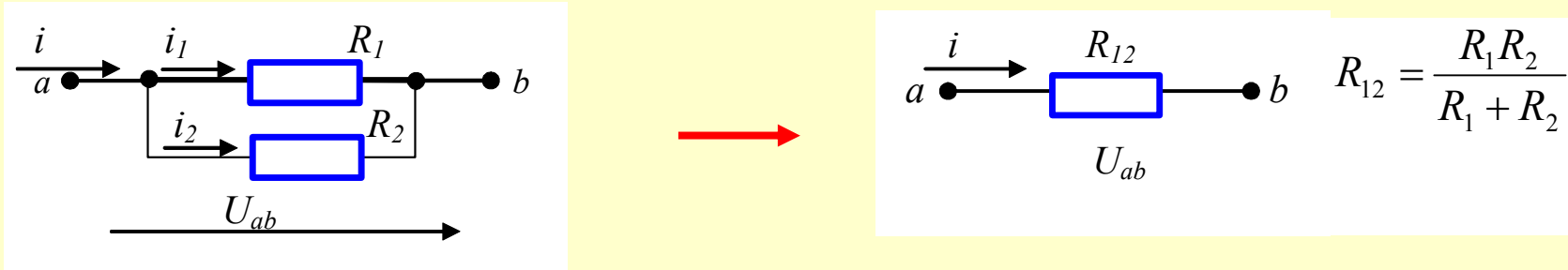


Доказателство:

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}$$

$$\Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

Паралелно свързване на две съпротивления



- Токовете през двата паралелни клона се разпределят **обратно пропорционално** на големината на съпротивленията

$$i_1 = i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2};$$

$$i_2 = i \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Доказателство:

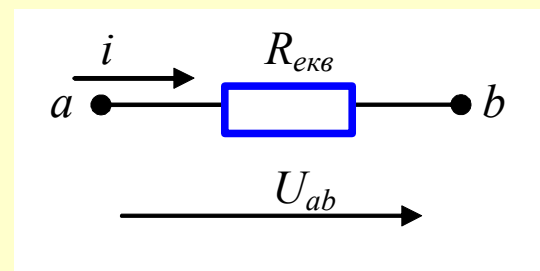
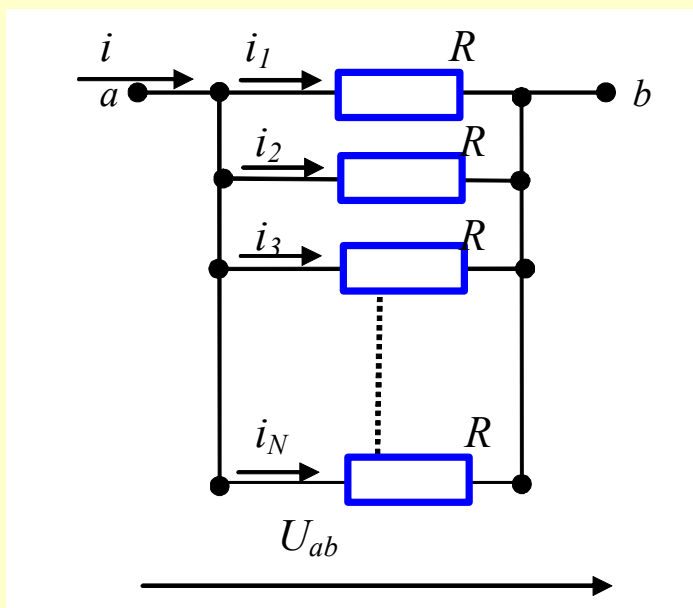
$$i_1 = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{i \cdot R_{12}}{R_1} = \frac{i \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} = i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow i_1 = i \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

аналогично

$$\Rightarrow i_2 = i \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

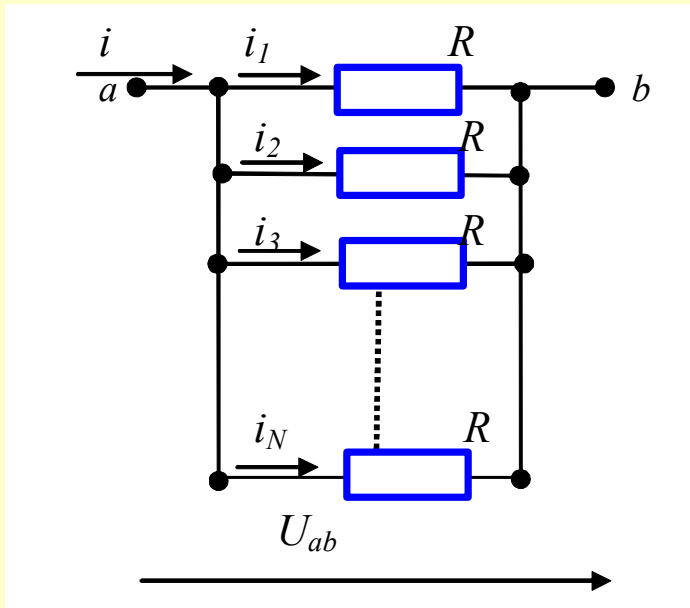
Паралелно свързване на N на брой еднакви съпротивления



$$R_{екв} = \frac{R}{N};$$

$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_k = \frac{i}{N}$$

Паралелно свързване на N на брой еднакви съпротивления



$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = \frac{i}{N}$$

Доказателство:

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{U_{ab}}{R}; \\ i_2 &= \frac{U_{ab}}{R}; \\ i_3 &= \frac{U_{ab}}{R}; \\ &\vdots \\ i_N &= \frac{U_{ab}}{R}; \end{aligned}$$

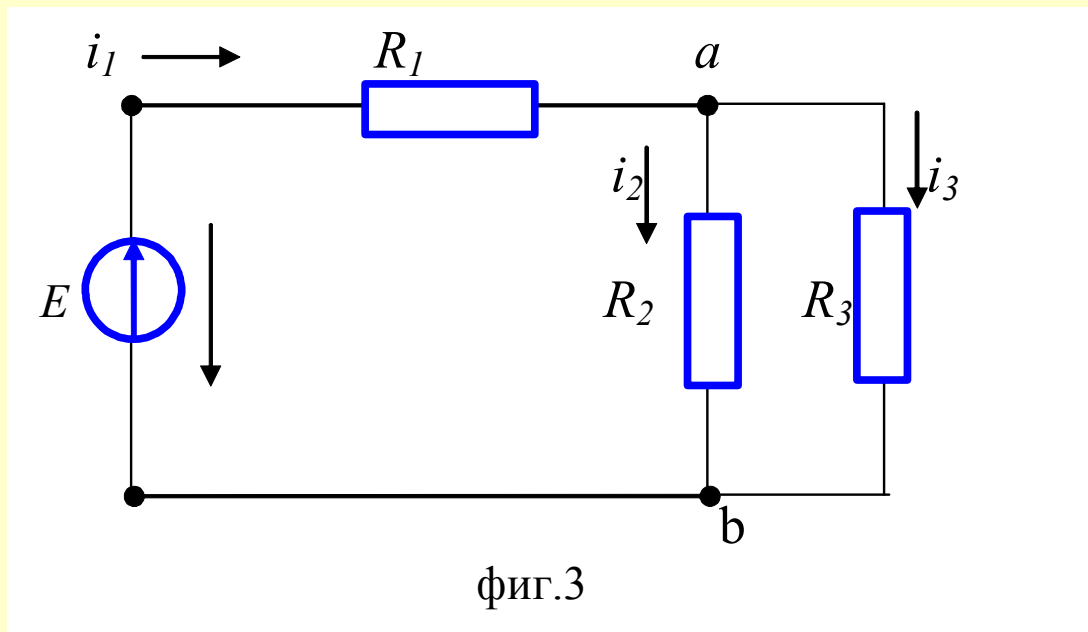
$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = \frac{U_{ab}}{R}$$

но от първия закон на Кирхоф:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_k + \dots + i_N = N \cdot i_1$$

$$i_1 = i_2 = i_3 = \dots = i_N = \frac{i}{N}$$

Пример:



Известно

$$R_1=4\Omega, R_2=15\Omega, R_3=10\Omega$$

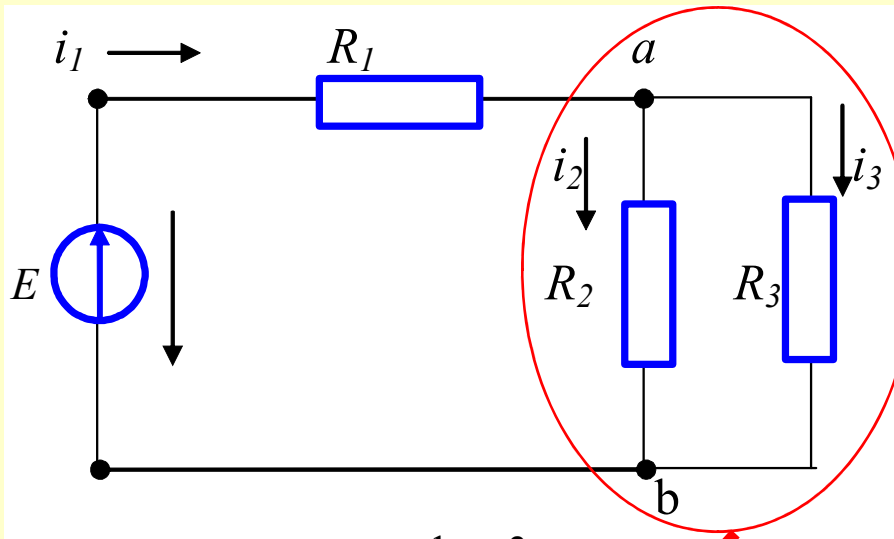
$$E=100V$$

Да се определи:

$$R_{eq}=?$$

$$i_1=?, i_2=? \text{ и } i_3=?$$

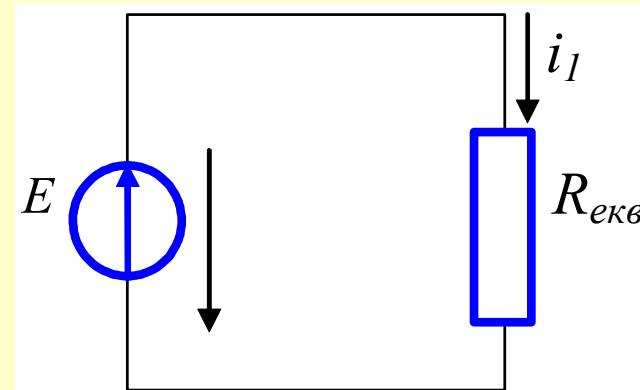
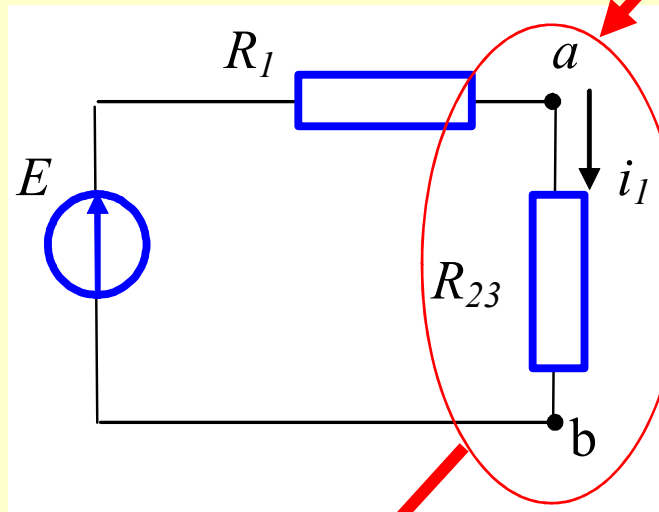
$$U_{ab}=?$$



Известно

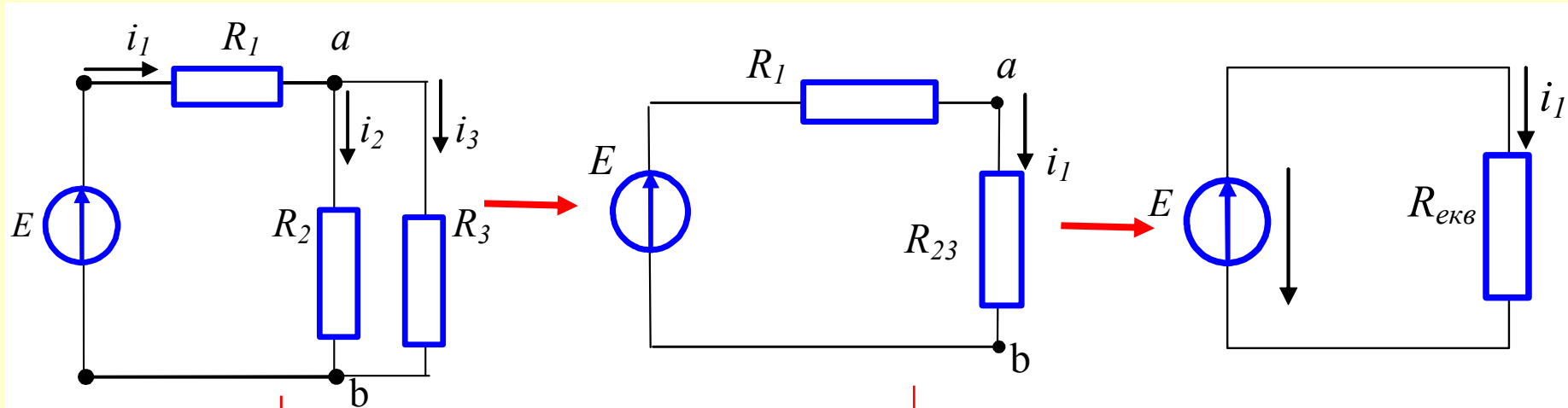
$$R_1 = 4\Omega, \quad R_2 = 15\Omega, \quad R_3 = 10\Omega$$

$$E = 100V$$



$$R_{екв} = R_1 + R_{23} = 4 + 6 = 10\Omega$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{15 \cdot 10}{25} = 6\Omega$$



$$i_2 = i_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 10 \cdot \frac{10}{25} = 4A$$

$$i_3 = i_1 - i_2 = 10 - 4 = 6A$$

$$U_{ab} = i_1 \cdot R_{23}$$

$$= 10 \cdot 6 = 60V$$

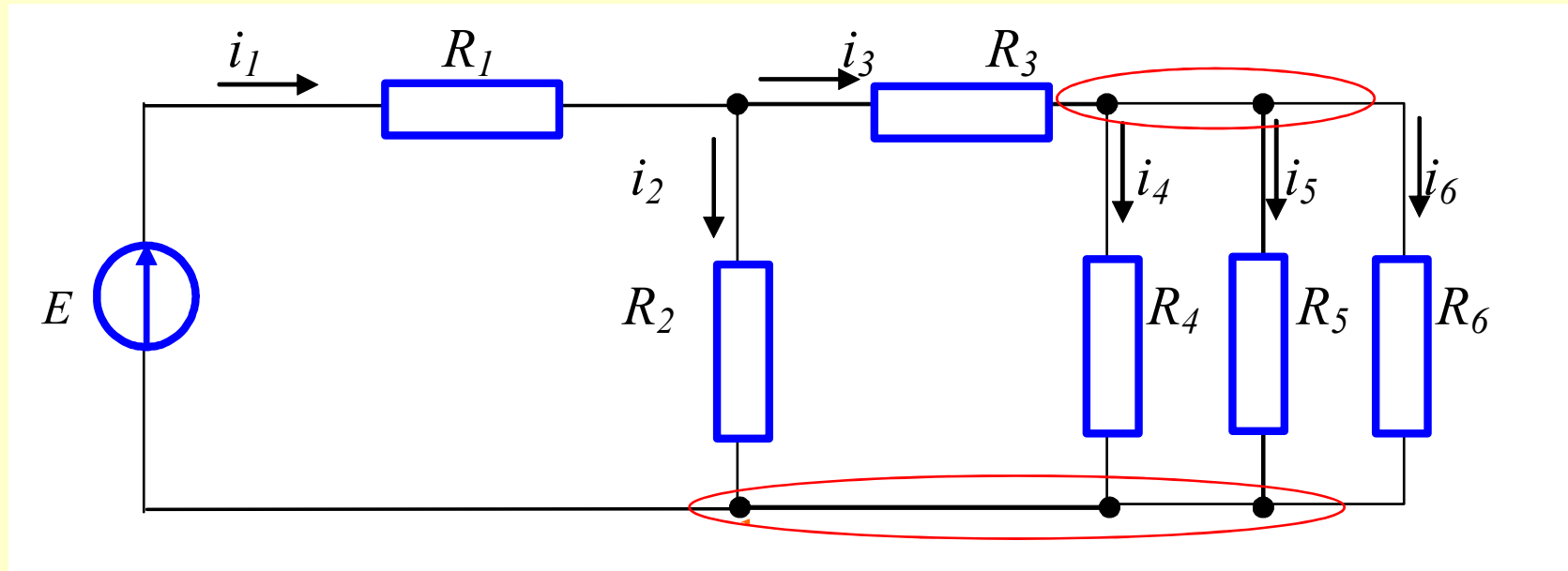
$$i_1 = \frac{E}{R_{ekv}}$$

$$= \frac{100}{10} = 10A$$

Пример:

Известно

$$R_1=5\Omega, R_2=10\Omega, R_3=5\Omega, R_4=R_5=R_6=30\Omega, E=500V$$

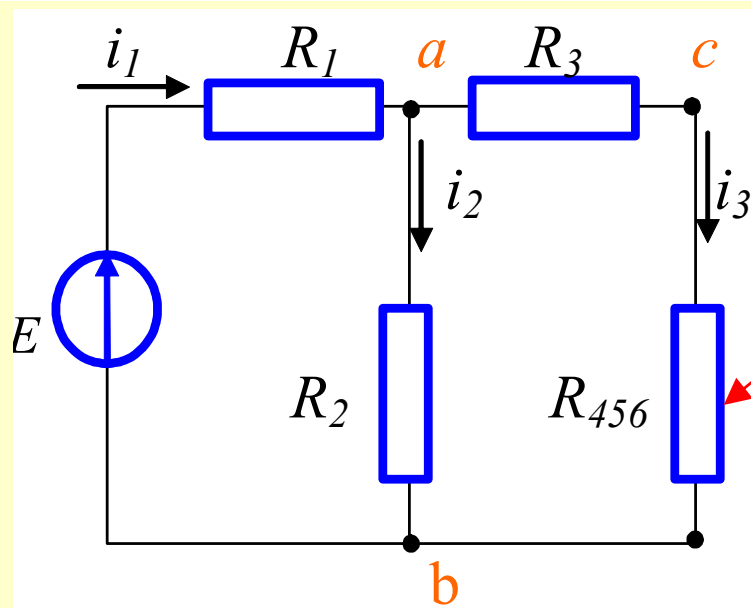
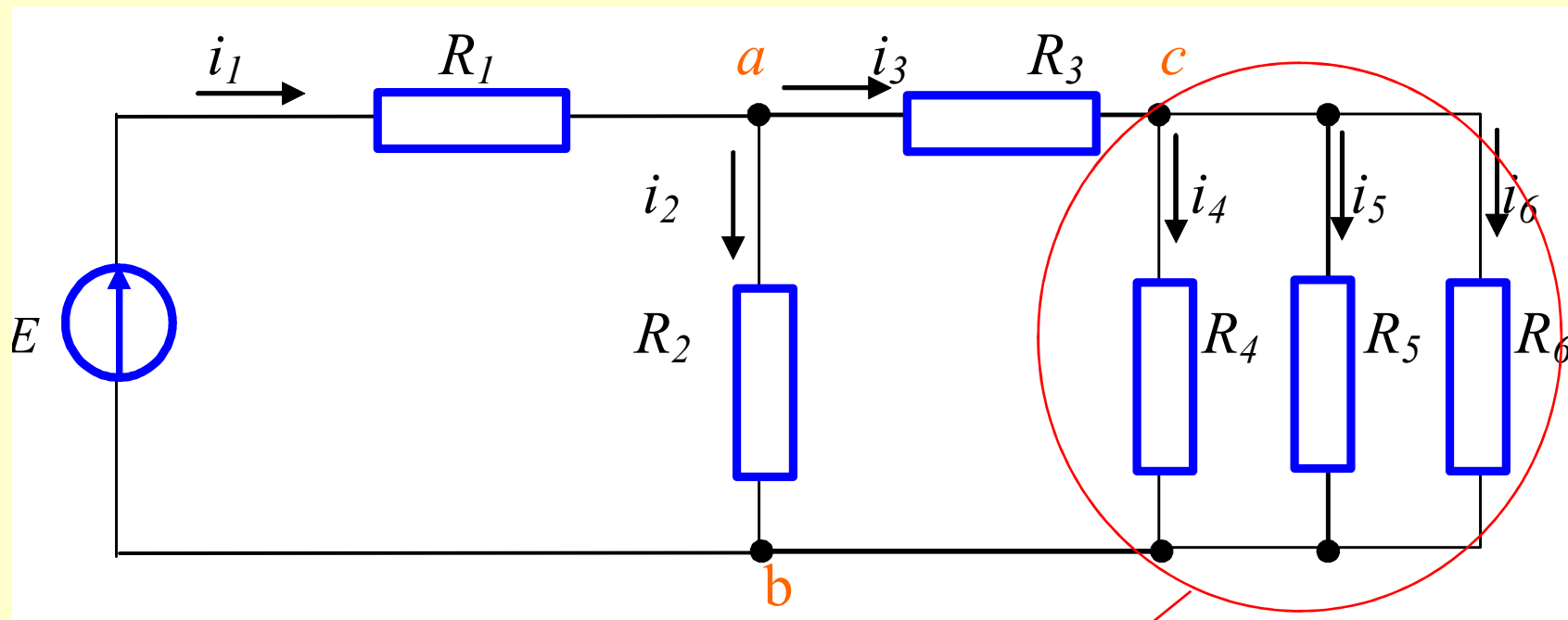


Да се определи:

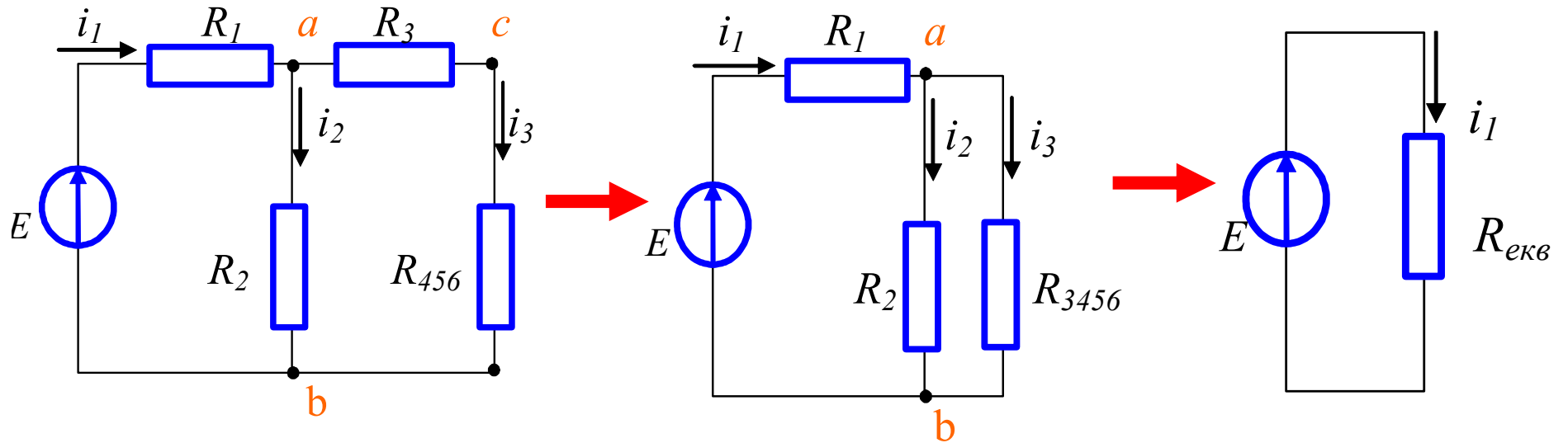
$$R_{\text{кв}}=?$$

$$i_1=? , i_2=? , i_3=? , i_4=? , i_5=? , i_6=?$$

$$R_1=5\Omega, R_2=10\Omega, R_3=5\Omega, R_4=R_5=R_6=30\Omega, E=500V$$



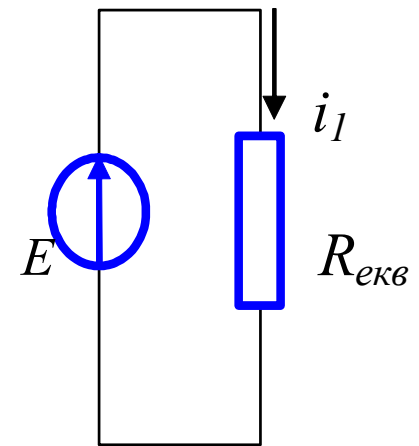
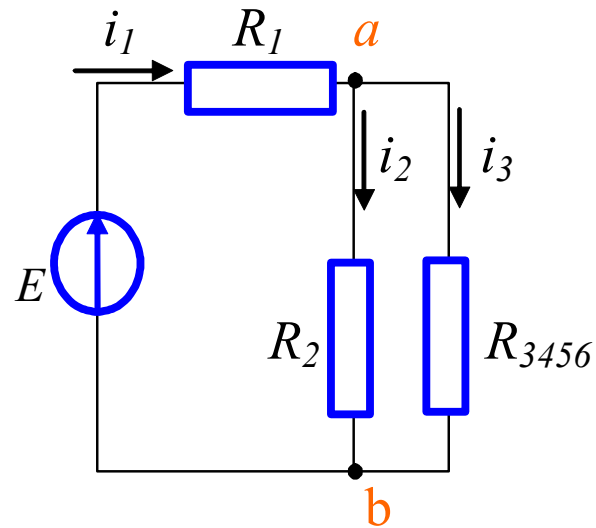
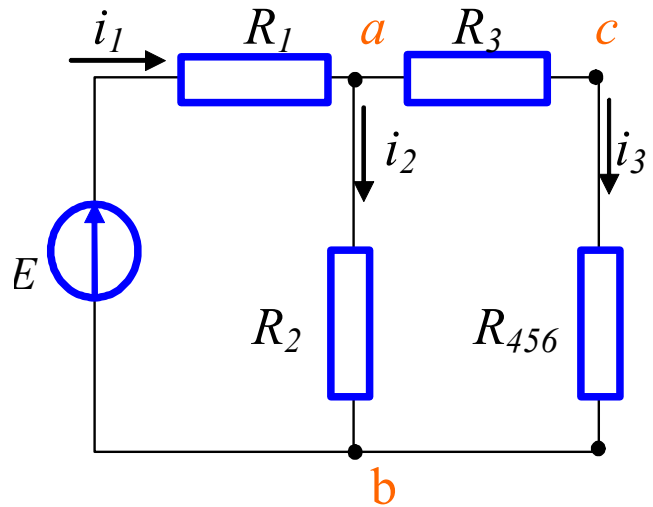
$$R_{456} = \frac{R_4}{3} = \frac{30}{3} = 10\Omega$$



$$R_{456} = \frac{R_4}{3} = \frac{30}{3} = 10\Omega$$

$$R_{3456} = R_3 + R_{456} = 5 + 10 = 15\Omega$$

$$R_{ekb} = R_1 + \frac{R_2 R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = 4 + \frac{10 \cdot 15}{25} = 10\Omega$$



$$U_{ab} = i_2 \cdot R_2 = 30 \cdot 10 = 300V$$

$$U_{cb} = i_4 \cdot R_4 = 6,67 \cdot 30 = 200V$$

$$U_{ac} = i_3 \cdot R_3 = 20 \cdot 5 = 100V$$

$$i_2 = i \cdot \frac{R_{3456}}{R_2 + R_{3456}}$$

$$= 50 \cdot \frac{15}{25} = 30A$$

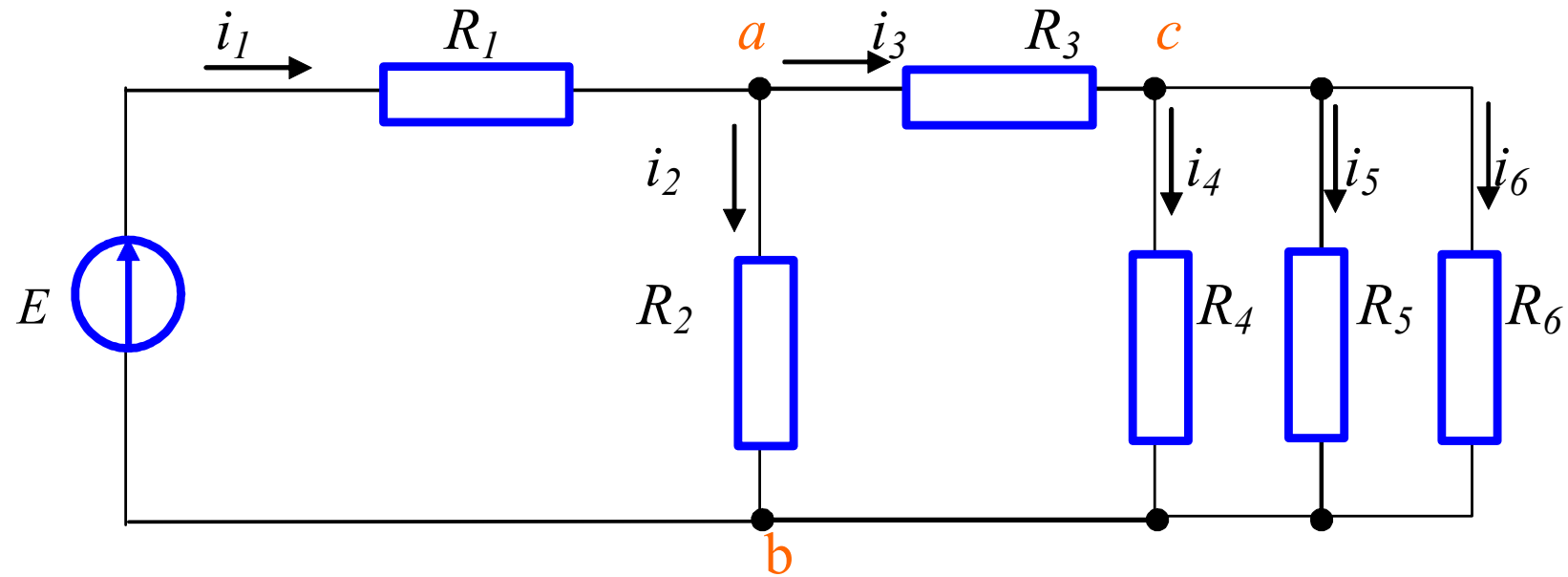
$$i_3 = i_1 - i_2 =$$

$$50 - 30 = 20A$$

$$i_1 = \frac{E}{R_{ekB}}$$

$$= \frac{500}{10} = 50A$$

$$i_3 = 20A, \quad R_4 = R_5 = R_6 = 30 \Omega$$
$$i_4 = ?, \quad i_5 = ?, \quad i_6 = ?$$



$$i_4 = i_5 = i_6 = \frac{i_3}{3} = \frac{20}{3} = 6.67 A$$

