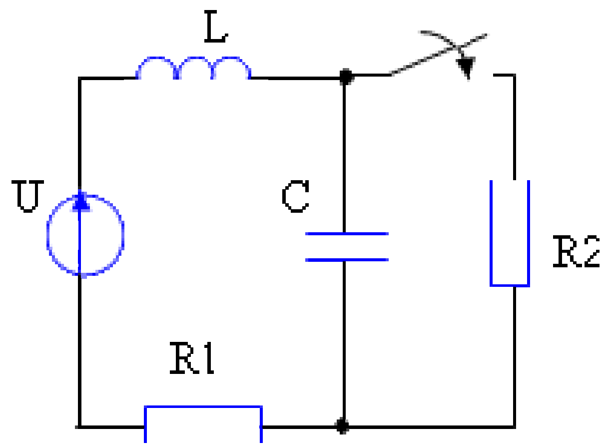
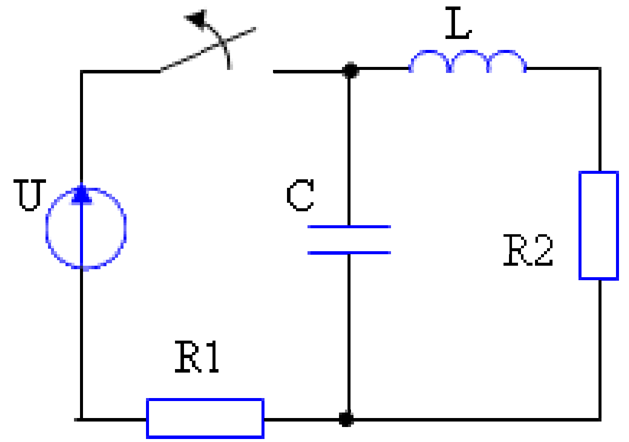
<u>**Преходни процеси в линейни ел.вериги**</u>

<u>**Преходен процес**</u>- процес, който възниква и се развива при <u>**прехода** на</u> <u>ел.верига от едно стационарно състояние в друго</u>.



- **промяна на параметрите на веригата**



- **изменение на захранващото напрежение**

<u>**Комутация**</u> - Самият момент на промяна се нарича комутация

Преходният процес не се извършва мигновено, поради запасената във веригата ел.магнитна енергия.

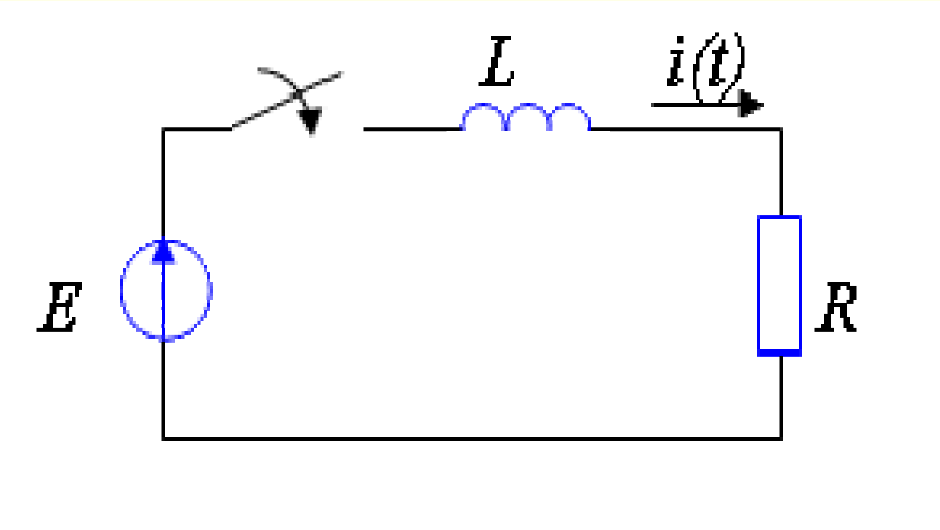
- **Теоретично** - този процес продължава безкрайно дълго.
- **Практически** - протича много бързо - от части от секундата (десети, стотни и дори милионни) и рядко до няколко секунди.

Значение - **имат важно значение**, въпреки бързото си протичане :

- Възможни са **големи пренапрежения** и значителни **увеличения на амплитудите на токовете** в определени участъци на веригата.
- В някои случаи, след промяната във веригата, е възможно установяването на повече от един режим. Тогава изследването на преходния процес дава отговор на въпроса **кой от възможните режими ще се установи.**

<u>Анализ на преходния процес</u> - При всички случаи анализът се свежда до <u>решаване на линейни диференциални уравнения </u>с постоянни коефициенти.

<u>Пример:</u> включване на <u>реална бобина</u> към източник на <u>постоянно</u> напрежение Е



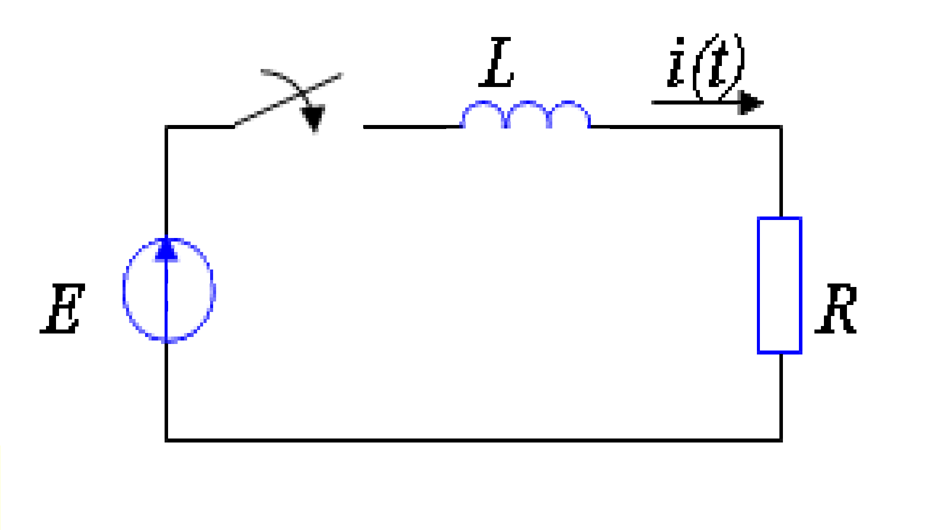
$$u_R(t) + u_L(t) = E$$

$$u_R(t) = R.i(t);$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E}$$

<u>Решение на уравнението, описващо преходния процес</u>



$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

От математиката е известно, че **<u>решението на ДУ е сума</u>** от:

- <u>пълното решение на хомогенното ДУ</u>
- <u>частното решение на нехомогенното ДУ</u>

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{cm}(t)$$

Решението на ДУ е сума :

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

пълното решение на **хомогенното ДУ**

частното решение на **нехомогенното ДУ**

Хомогенното ДУ

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = 0$$

- описва процеса, който се развива в резултат **само на предварително запасената енергия.**

- Този процес се нарича **свободен процес** и съответно решението на хомогенното ДУ се означава като $i_{св}(t)$

Хомогенното ДУ се получава от уравнението, описващо преходния процес, ако **източниците на енергия се приемат за нула.**

Решението на ДУ е сума :

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

пълното решение на **хомогенното ДУ**

частното решение на **нехомогенното ДУ**

Частното решение на **нехомогенното ДУ**

$$R.i(t) = E$$

- описва процеса, който се установява във веригата **след като измененията в режима вече са приключили**
- Този процес се нарича **стационарен процес** и съответно частното решение на нехомогенното ДУ се означава като $i_{ст}(t) = \dfrac{E}{R}$

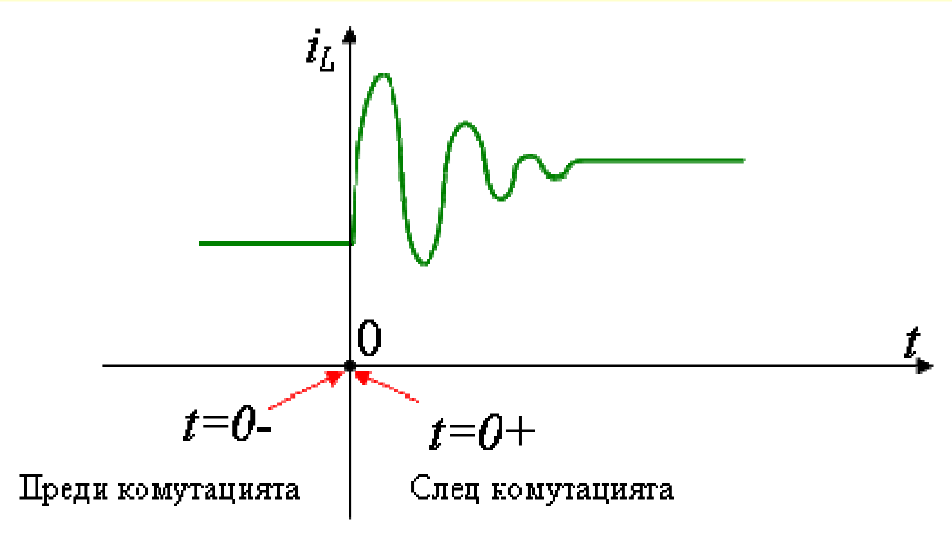
Частното решение на **нехомогенното ДУ** се получава от уравнението, описващо преходния процес, като **производните** на токовете и напреженията се приемат за **нули**.

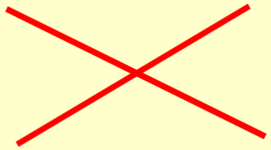
Закони на комутацията

\- формулирани са при условие, че енергийните източници във веригата не доставят безкрайно голяма мощност.

I закон на комутацията: Токът през бобината **не може** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$$



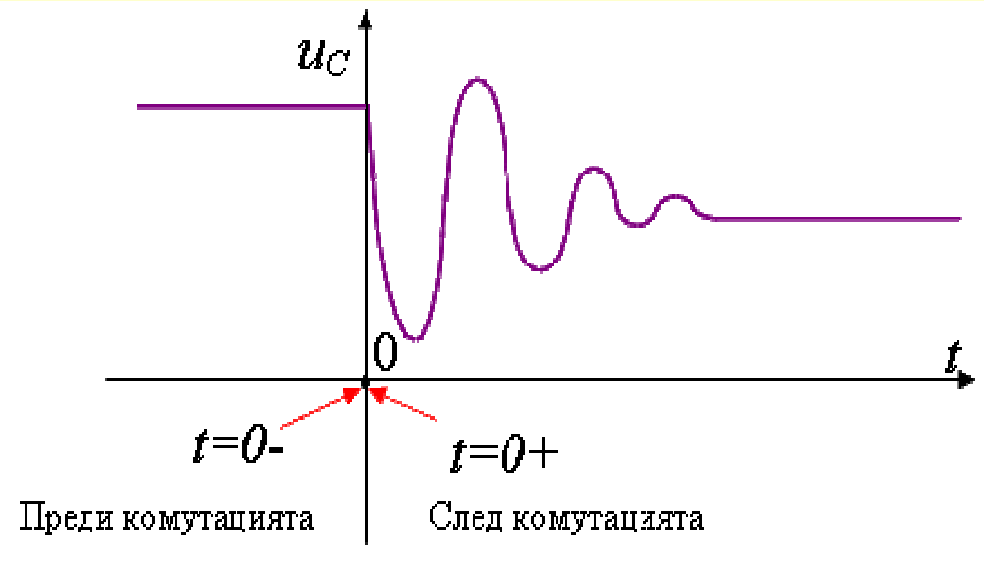


Невъзможно

<u>Закони на комутацията</u>

<u>II закон на комутацията:</u> Напрежението на кондензатора **<u>не може</u>** да се изменя със скок в момента на комутацията

$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$$



<u>Доказателство:</u>

Ако $\quad u_C(0-) \neq u_C(0+)$

$$\Rightarrow \quad \left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0} \to \infty \text{ и } \quad i_C = C\frac{du_C}{dt} \to \infty$$

Тогава $\quad p_C = u_C.i_C = u_C.C\dfrac{du_C}{dt}$

и $\quad \cancel{p_C} \to \infty$ Невъзможно

<u>Независими</u> начални условия (ННУ)

$$i_L(0-) = i_L(0+) = i_L(0)$$
$$u_C(0-) = u_C(0+) = u_C(0)$$

<u>ННУ не зависят</u> от структурата на веригата след комутацията, а <u>се определят от веригата преди комутацията </u>за момента t = **0-**

Зависими начални условия (ЗНУ) - всички останали токове и напрежения в момента нула

ЗНУ се определят чрез независимите начални условия на базата на системата ДУ записана за <u>веригата след комутация</u> в момента t = **0+.**

Класически метод за анализ на преходни процеси

1.Определят се ННУ $i_L(0-)$ и $u_C(0-)$

2.Съставя се система ДУ, които описват преходните процеси във веригата като се използват законите на Кирхоф или някои друг от познатите методи

В тази система за напреженията или токовете на бобините и кондензаторите се записва съответно:

$$\left| \begin{aligned} u_L &= L\frac{di_L}{dt} \\ u_C &= \frac{1}{C}\int i_C dt \end{aligned} \right. \qquad \text{или} \qquad \left| \begin{aligned} i_L &= \frac{1}{L}\int u_L dt \\ i_C &= C\frac{du_c}{dt} \end{aligned} \right.$$

3.Търси се общия интеграл на хомогенното ДУ, като се решава характеристичното уравнение:

$$\boxed{P(k)=0}$$

Класически метод за анализ на преходни процеси

4.Определя се свободната съставка на търсеният ток или напрежение

За верига от първи ред - един реален **отрицателен** корен ***к*** :

$$x_{св}(t) = A.e^{kt}$$

За верига от втори ред

а) два различни реални **отрицателни** корена k_1 и k_2

$$x_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

б) два равни реални **отрицателни** корена $k_1 = k_2 = k$

$$x_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

Класически метод за анализ на преходни процеси

4.Определя се свободната съставка на търсеният ток или напрежение

За верига от втори ред

а) два различни реални **отрицателни** корена k_1 и k_2

$$x_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

б) два равни реални **отрицателни** корена $k_1 = k_2 = k$

$$x_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

в) два комплексно спрегнати корена с **отрицателна** реална част $k_{12} = \alpha \pm j\beta$

$$x_{св}(t) = (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t).e^{\alpha t}$$

<u>Класически метод за анализ на преходни процеси</u>

5.Определя се $x_{ст}(t)$ **<u>частния интеграл на нехомогенното ДУ</u>**, като се анализира стационарния режим за веригата **<u>дълго след комутацията</u>** $t \to \infty$

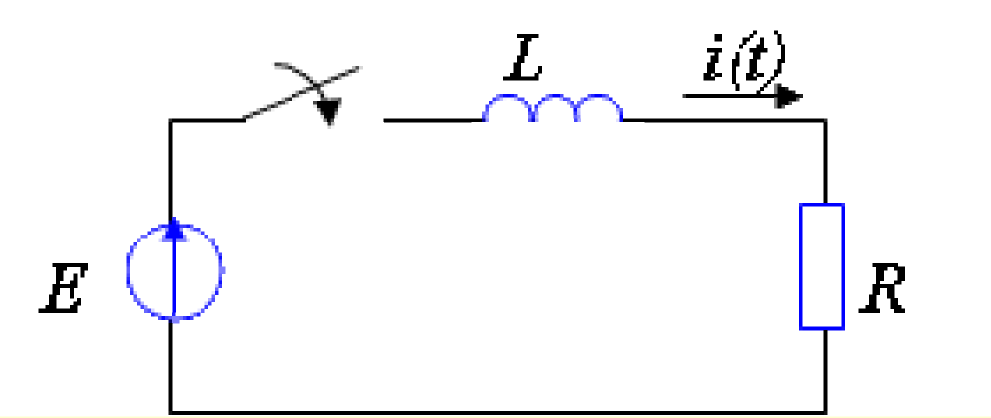
6.Определя се търсената величина:

$$\boxed{x(t) = x_{ст}(t) + x_{св}(t)}$$

7.Определят се интеграционните константи A_1 и A_2

на базата на началните условия

Включване на RL двуполюсник към източник на постоянно напрежение



1.**ННУ**

$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0\,A$$

2. Записваме системата ДУ

$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = E$$

3. Хомогенното ДУ има вида:

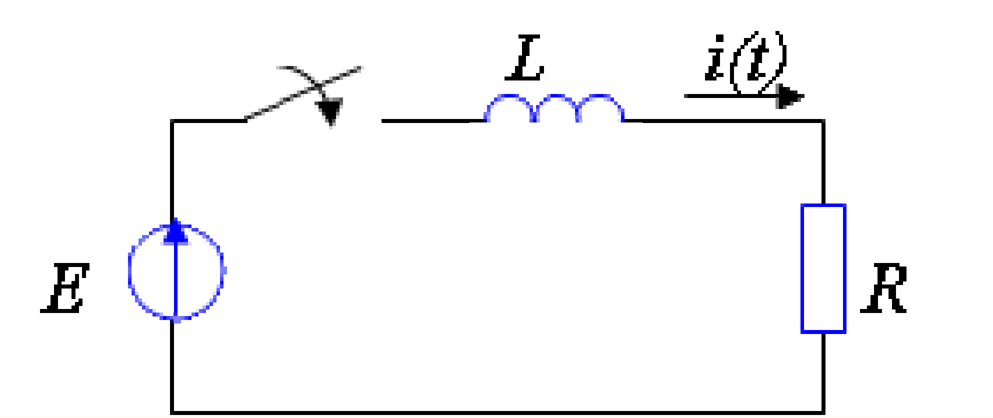
$$R.i(t) + L\frac{di}{dt} = 0$$

характеристичното уравнение:

$$R + L.k = 0$$

$$\boxed{k = \frac{-R}{L}}$$

Включване на RL двуполюсник към постоянно напрежение



$$k = \frac{-R}{L}$$

4. Определяме свободният ток във веригата:

$$i_{св}(t) = A.e^{\frac{-R}{L}t}$$

5. Определяме стационарният ток във веригата:

$$i_{ст}(t) = \frac{E}{R}$$

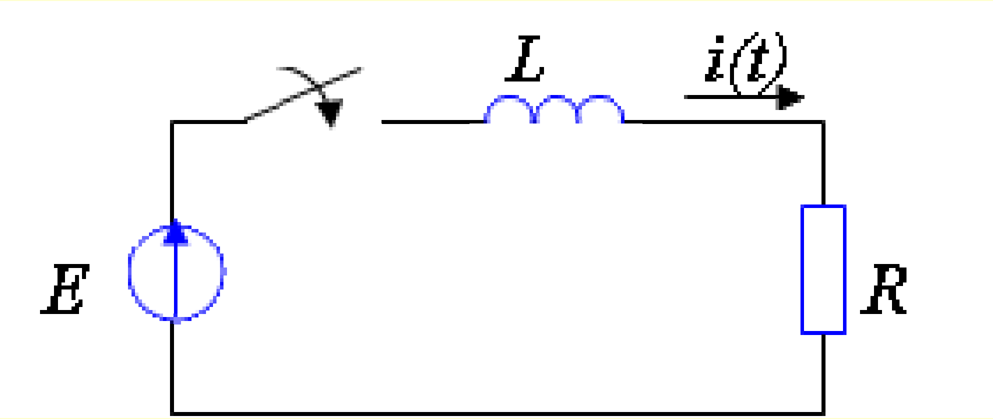
6. Търсеният ток

$$i(t) = i_{св}(t) + i_{ст}(t)$$

7.Определяме неизвестната интеграционна константа ***A*** на базата на ННУ:

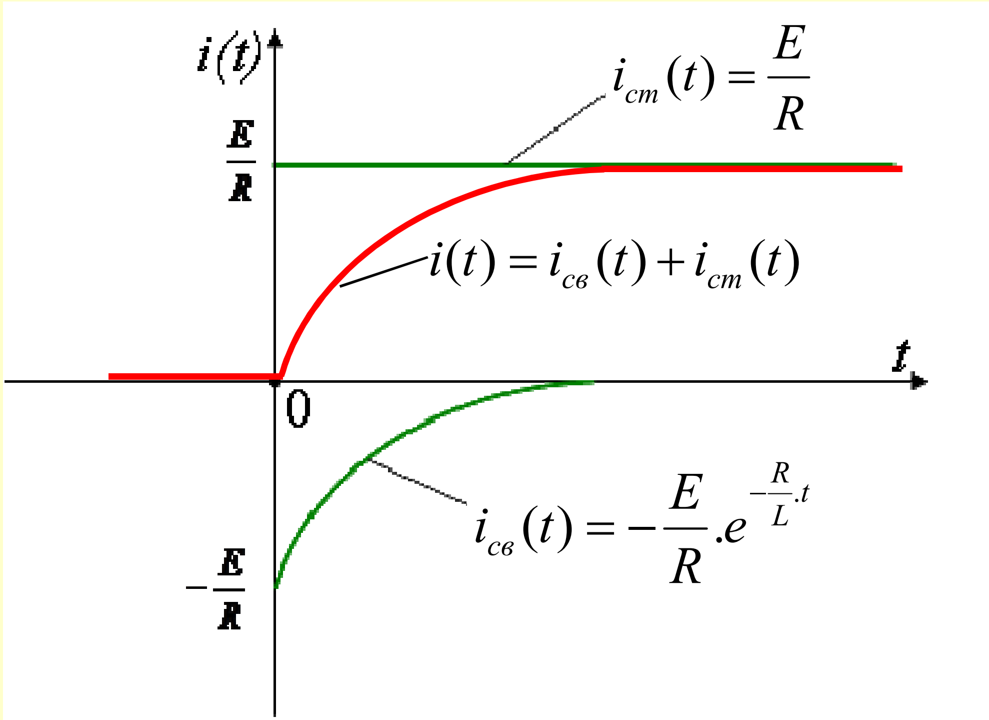
$$i(0) = 0 = \frac{E}{R} + A.e^{0} = \frac{E}{R} + A \quad \Rightarrow A = -\frac{E}{R}$$

Включване на RL двуполюсник към постоянно напрежение



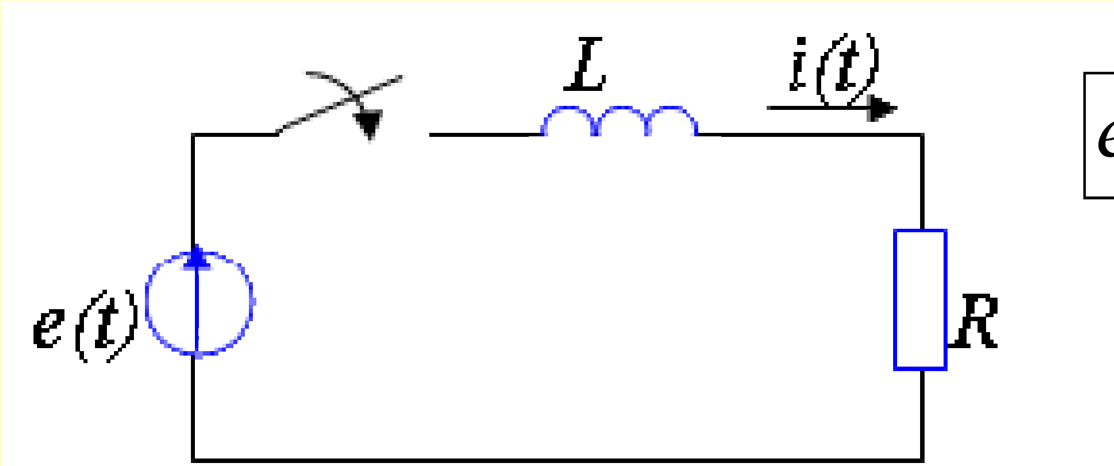
$$i(t) = \frac{E}{R} + A.e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}.e^{\frac{-R}{L}t}$$



$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{\frac{-R}{L}t})}$$

Включване на RL двуполюсник към синусоидално напрежение



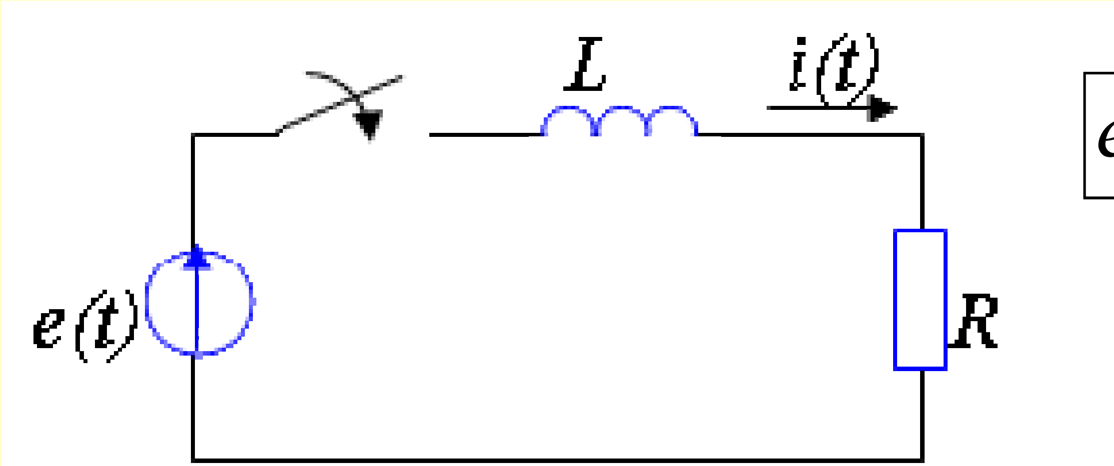
$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Характеристично уравнение $R + L.k = 0$ $k = \frac{-R}{L}$

4. Определяме свободният ток във веригата:

$$i_{св}(t) = A.e^{\frac{-R}{L}t}$$

5. Определяме стационарният ток във веригата



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

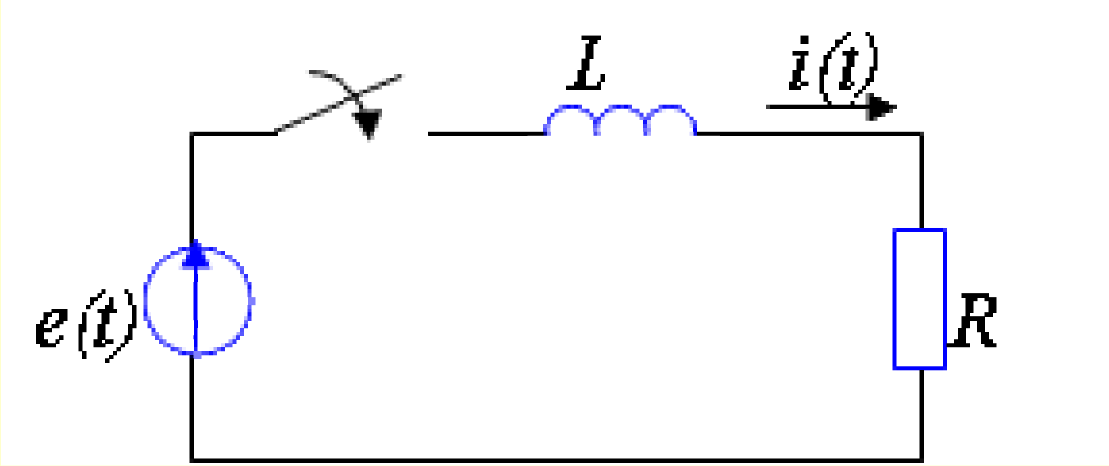
$$\boxed{i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi)}$$

$$i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\varphi = arctg\frac{\omega L}{R}$$

6. Търсеният ток $\quad i(t) = i_{cв}(t) + i_{cm}(t)$

$$\boxed{i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + A.e^{\frac{-R}{L}t}}$$



Определяме неизвестната интеграционна константа $\boldsymbol{A}$ на базата на ННУ:

$$i(0) = 0 = i_m \sin(\omega .0 + \psi_u - \varphi) + A.e^0 = i_m \sin(\psi_u - \varphi) + A \quad \Rightarrow A = -i_m \sin(\psi_u - \varphi) \, .$$

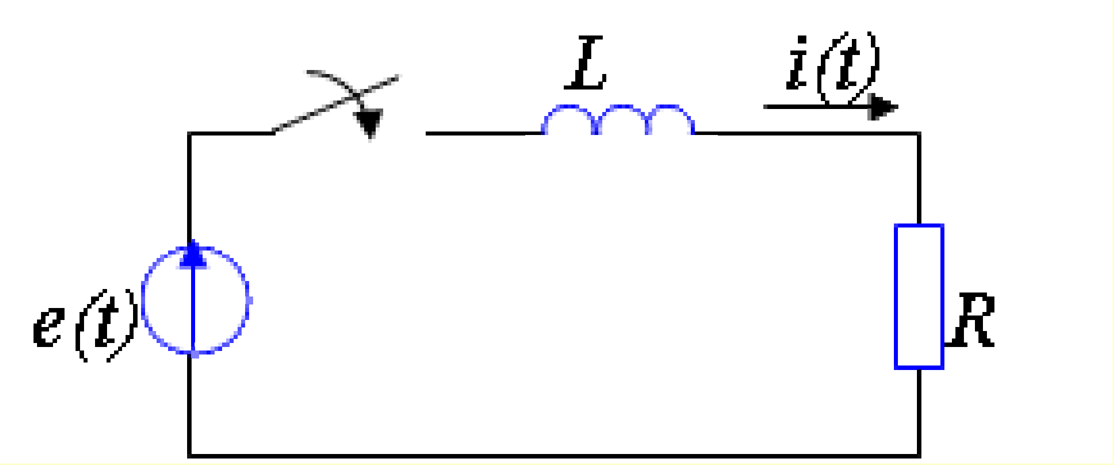
Тогава свободният ток е $\boxed{i_{св}(t) = -i_m \sin(\psi_u - \varphi) e^{\frac{-R}{L}t}}$

Така окончателно за тока по време на преходния процес получаваме:

$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - i_m \sin(\psi_u - \varphi).e^{\frac{-R}{L}t}$$

или: $\boxed{i(t) = i_m [\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \sin(\psi_u - \varphi)].e^{\frac{-R}{L}t}}$

$$i(t) = i_m[\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \sin(\psi_u - \varphi)].e^{\frac{-R}{L}t}$$

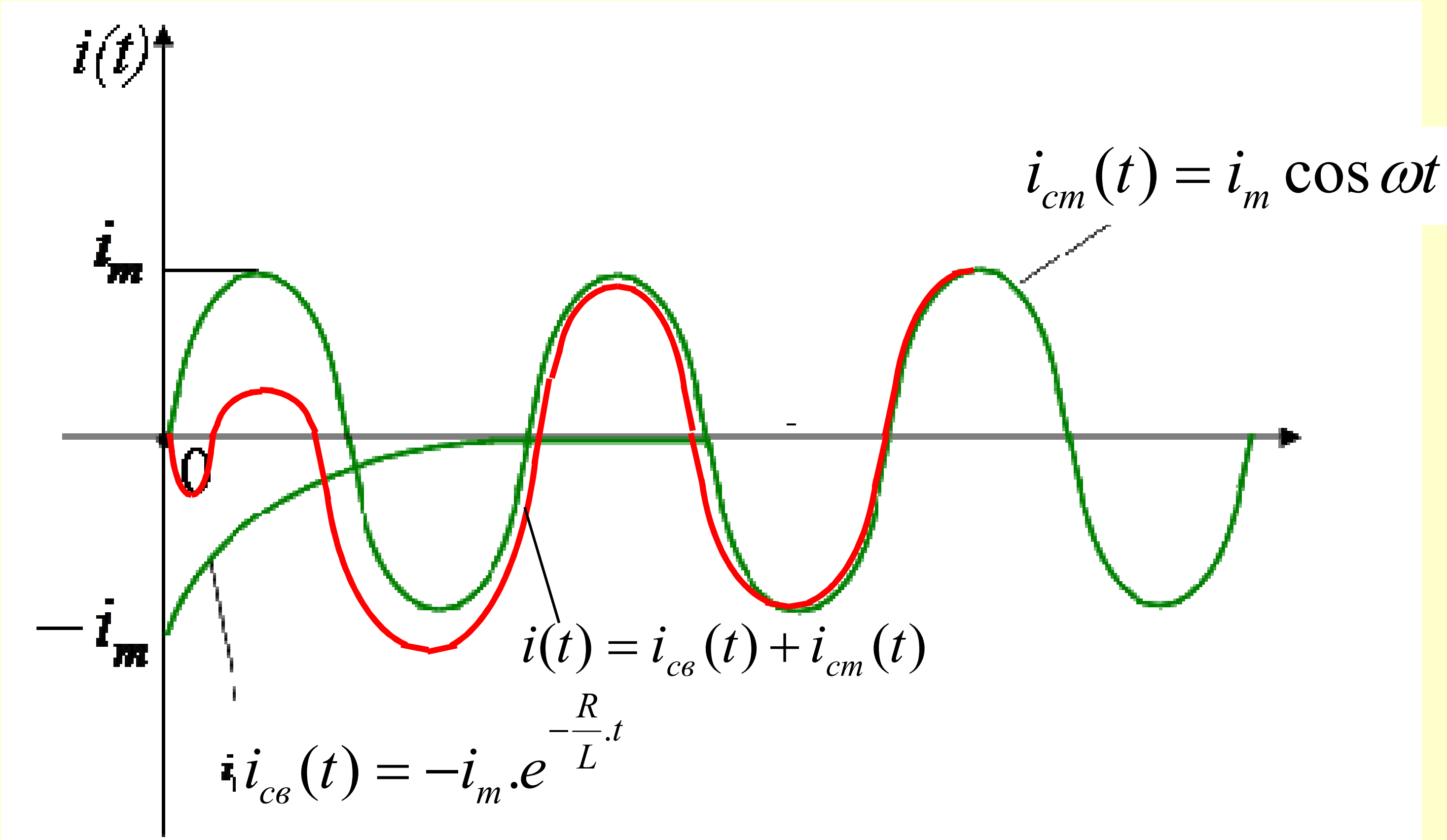


$$\psi_u - \varphi = 0 \longrightarrow (i_{cв} = 0)$$

$$\psi_u - \varphi = \frac{\pi}{2} \longrightarrow i_{cв}(t) = -i_m e^{\frac{-R}{L}t}$$

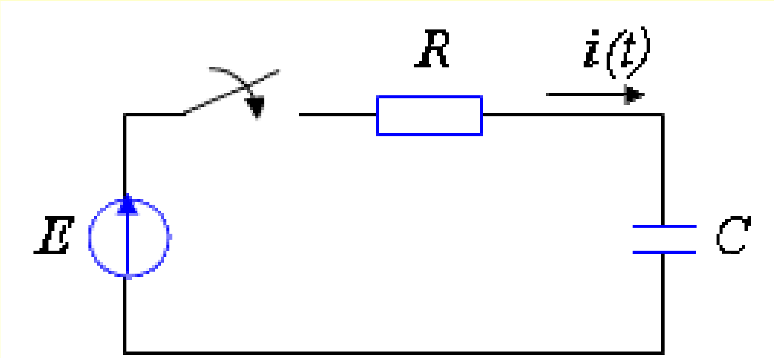
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) - i_m \sin(\frac{\pi}{2}).e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$i(t) = i_m \cos \omega t - i_m.e^{\frac{-R}{L}t}$$



$$\boxed{i(t) = i_m \cos \omega t - i_m . e^{\frac{-R}{L}t}}$$

<u>Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение</u>



E = const

$u_C(t)=?$

$i(t)=?$

1. **ННУ**

$$u_C(0-)=u_C(0+)=0\,V$$

2. Система ДУ

$$u_R+u_C=E$$

3. <u>Хомогенно ДУ</u>

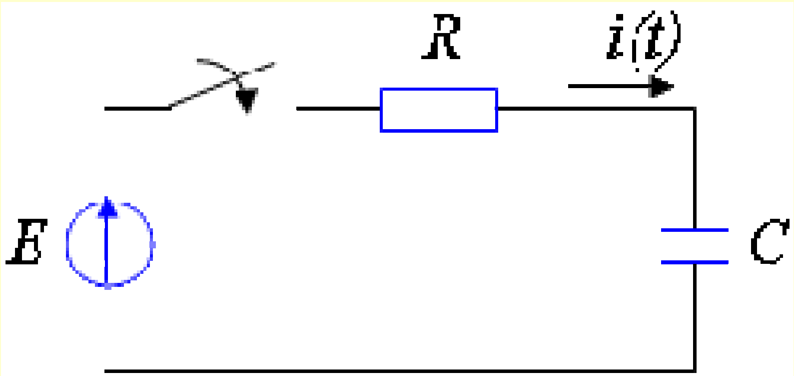
$$R.C\frac{du_C}{dt}+u_C=0$$

4.Характеристично уравнение:

$$RC.k+1=0$$

$$k=-\frac{1}{RC}$$

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



$$k=-\frac{1}{RC}$$

4. Свободна съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{C\,св}(t)=A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5.Стационарно напрежение:

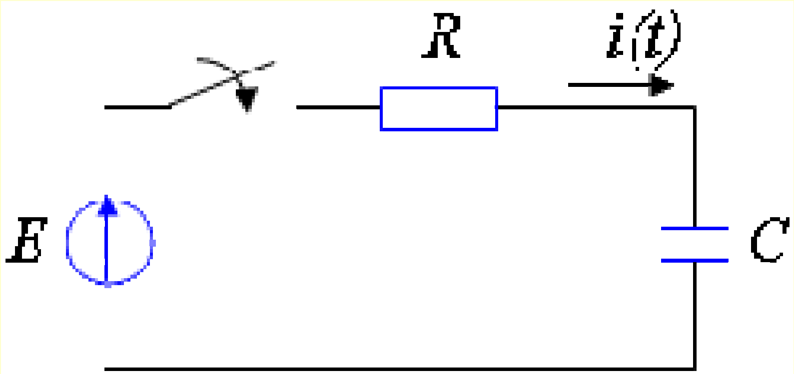
$$u_{C\,ст}=E$$

6. Търсеното напрежение по време на преходния процес :

$$u_C(t)=u_{C\,ст}(t)+u_{C\,св}(t)$$

$$\boxed{u_C(t)=E+A.e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



$$u_C(t) = E + A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

7.Определяме неизвестната интеграционна константа ***A*** на базата на ННУ:

$$u_C(0) = 0 = E + A.e^0 = E + A$$

$$\Rightarrow A = -E$$

$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Можем да определим и тока във веригата:

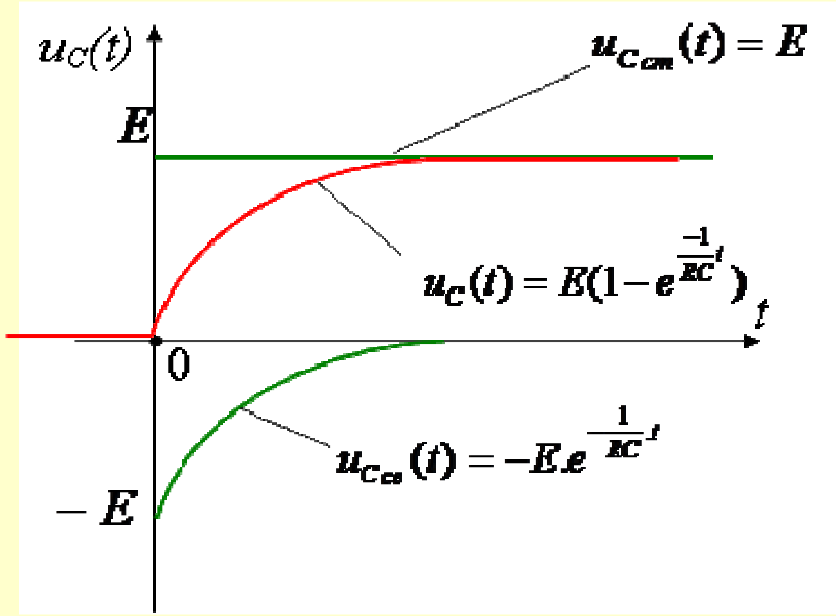
$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

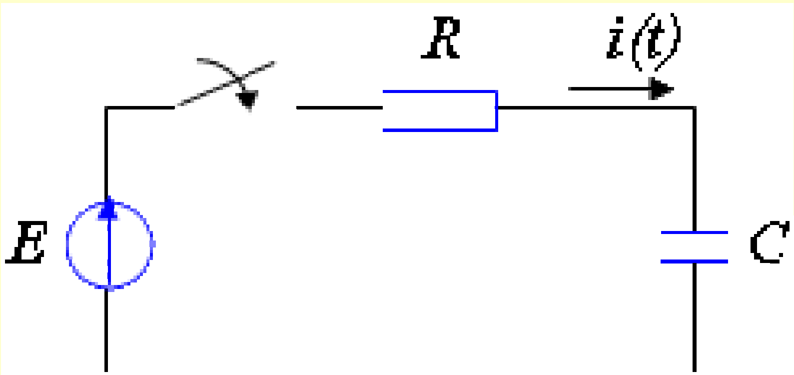
$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} =$$

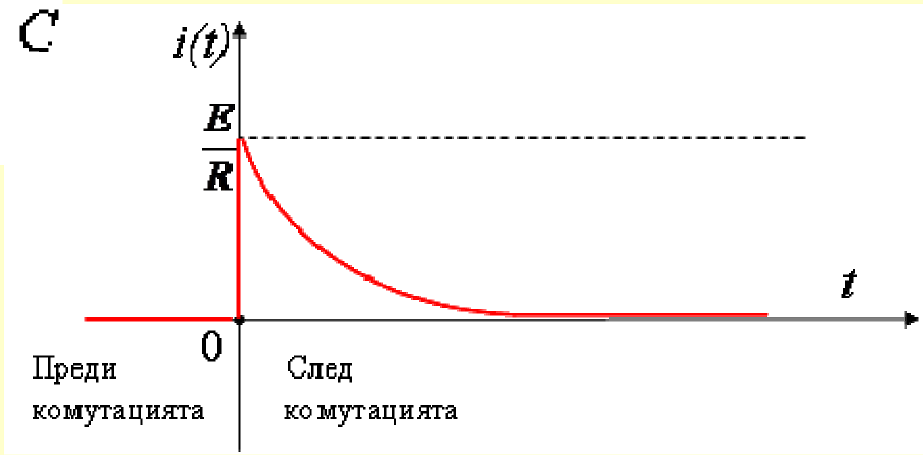
Изменение на напрежението и тока по време на преходния процес

$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$= u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

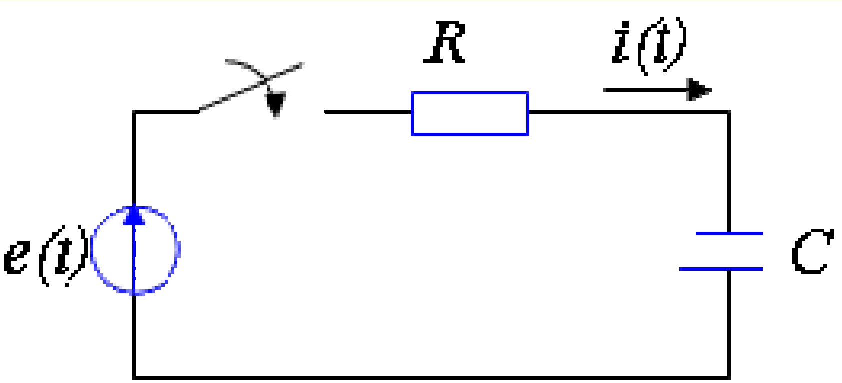






$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Включване на RC верига към синусоидално напрежение

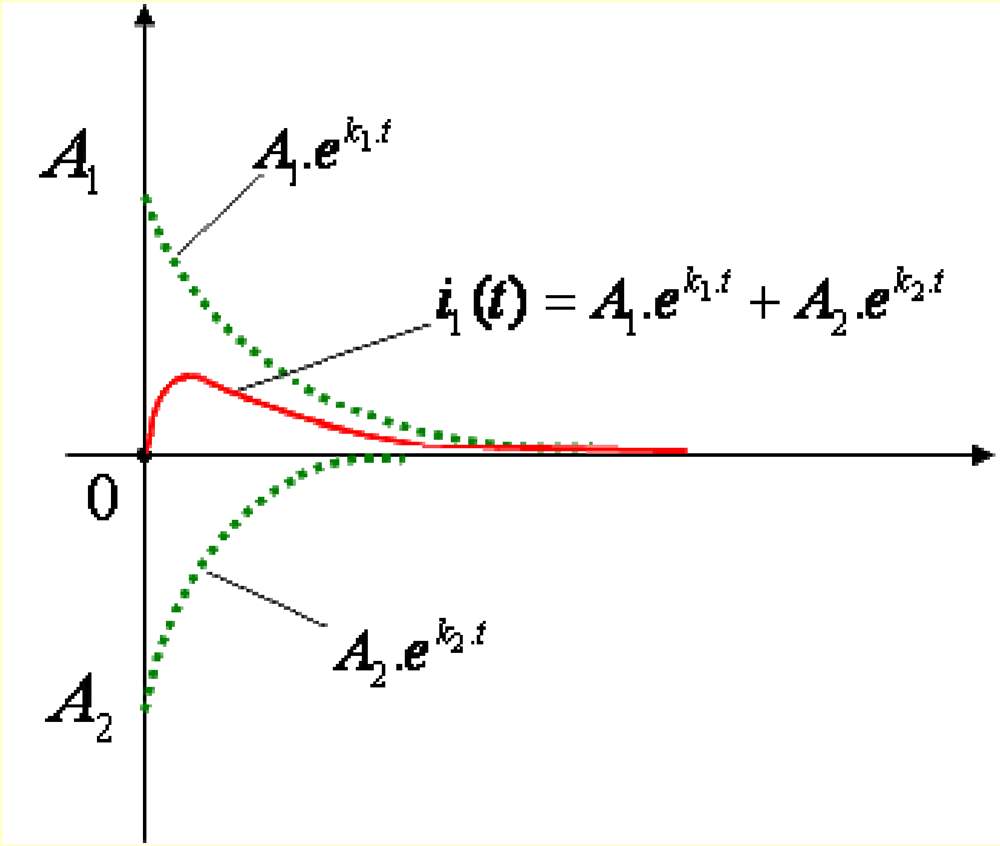


$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

- Системата ДУ,
- характеристичното уравнение,
- корените на характеристичното уравнение,
- вида на свободния процес

не зависят от вида на източниците.

Те са **едни и същи** за постоянно, за синусоидално или произволно изменящо се напрежение.


A_1
$A_1.e^{k_1.t}$
$i_1(t) = A_1.e^{k_1.t} + A_2.e^{k_2.t}$
0
$A_2.e^{k_2.t}$
A_2