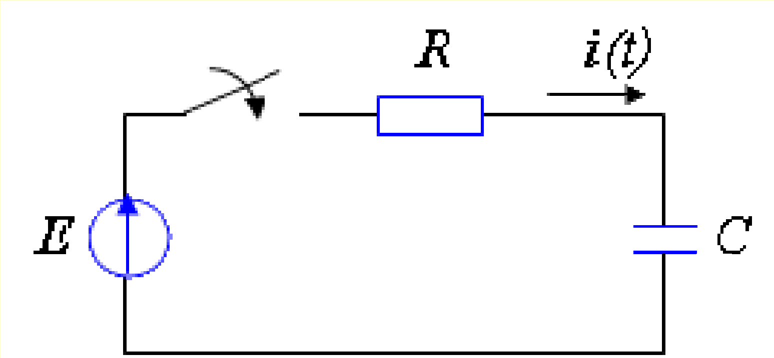
Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



E = const

$u_C(t) = ?$

$i(t) = ?$

1. **ННУ**

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

2. Система ДУ

$$u_R + u_C = E$$

3. Хомогенно ДУ

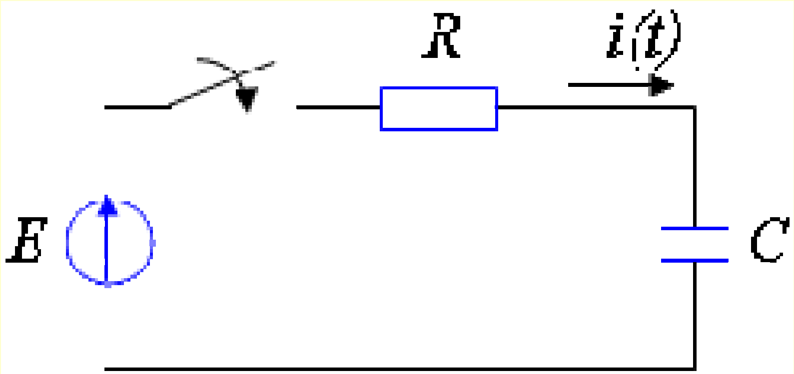
$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

4.Характеристично уравнение:

$$RC.k + 1 = 0$$

$$k = -\frac{1}{RC}$$

Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение



$$k=-\frac{1}{RC}$$

4. Свободна съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{C\,св}(t)=A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5.Стационарно напрежение:

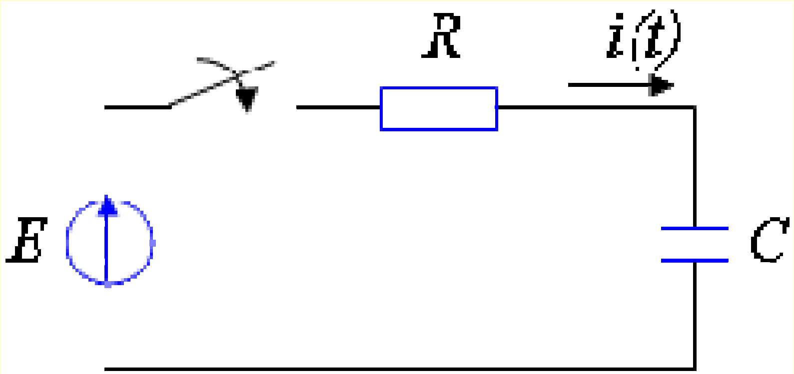
$$u_{C\,ст}=E$$

6. Търсеното напрежение по време на преходния процес :

$$u_C(t)=u_{C\,ст}(t)+u_{C\,св}(t)$$

$$\boxed{u_C(t)=E+A.e^{-\frac{t}{RC}}}$$

<u>Включване на RC двуполюсник към източник на постоянно напрежение</u>



$$u_C(t) = E + A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

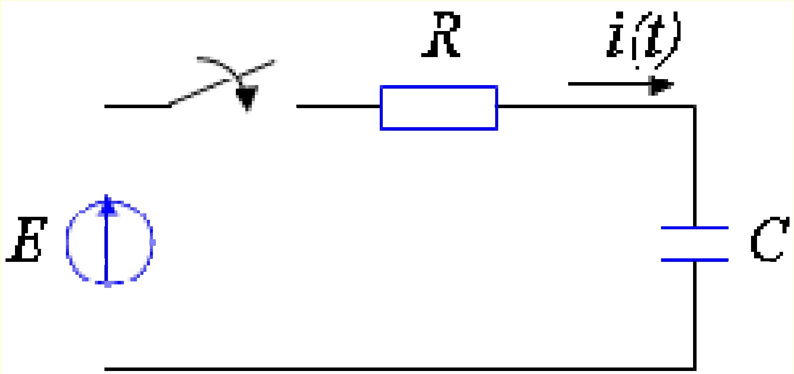
7.Определяме неизвестната интеграционна константа ***A*** на базата на ННУ:

$$= E + A.e^0 = E + A$$

$$\Rightarrow A = -E$$

$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Можем да определим и тока във веригата:

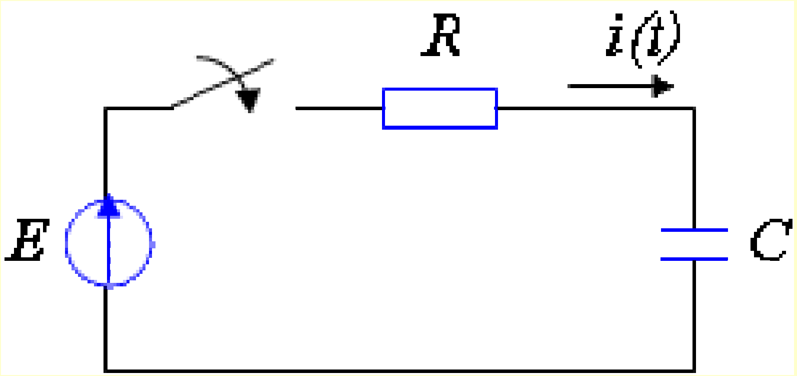


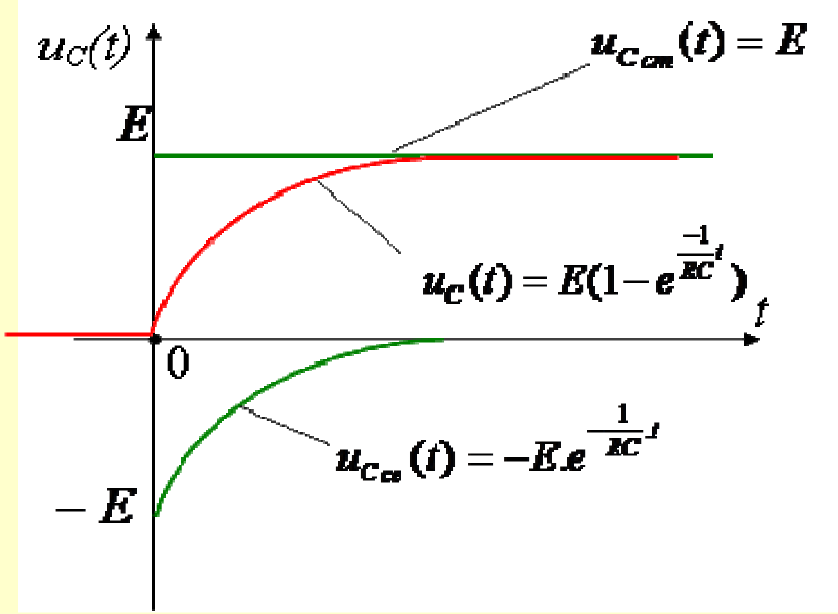
$$\boxed{i_C(t) = ?}$$

$$\boxed{u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

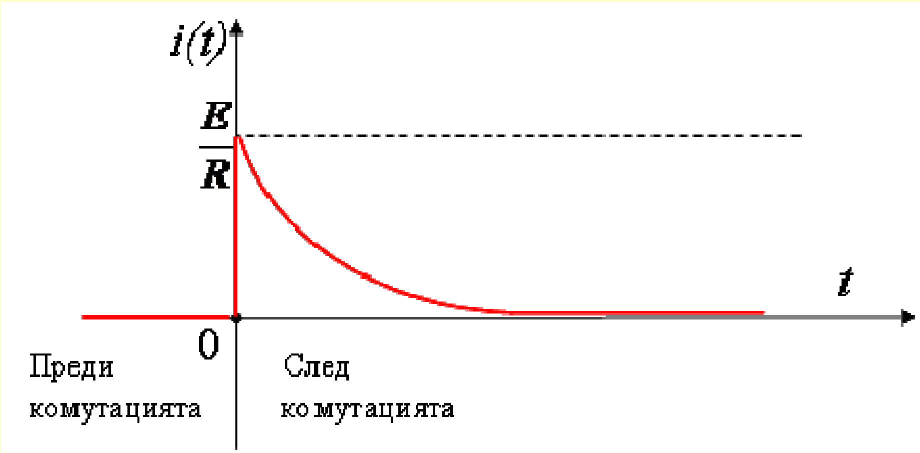
$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} =$$

Изменение на напрежението и тока по време на преходния процес



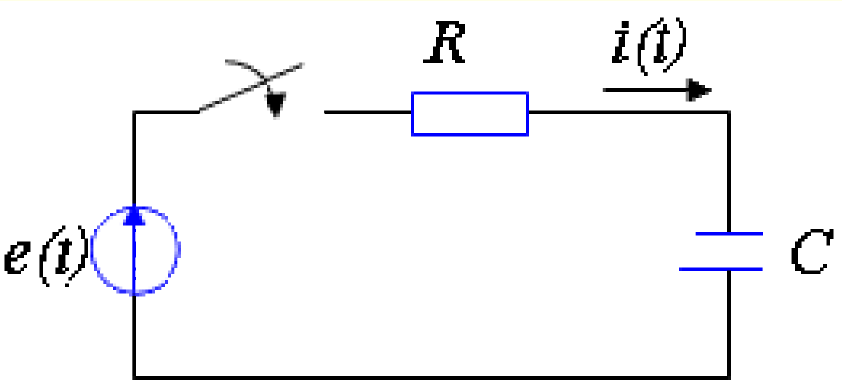


$$u_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}}$$



$$i_C(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



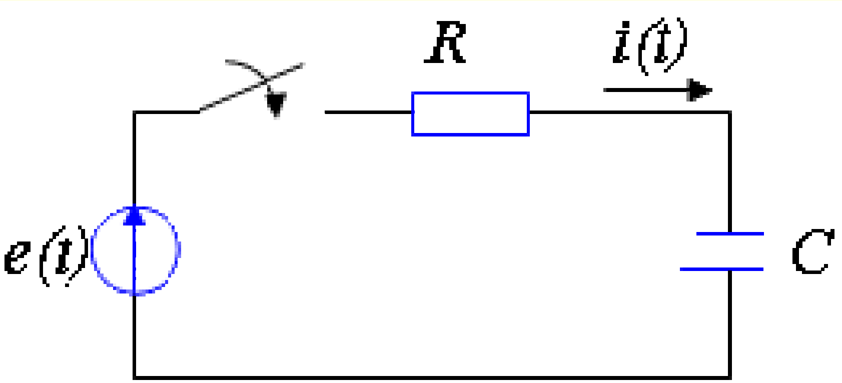
$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

- Системата ДУ,
- характеристичното уравнение,
- корените на характеристичното уравнение,
- вида на свободния процес

не зависят от вида на източниците.

Те са **едни и същи** за постоянно, за синусоидално или произволно изменящо се напрежение.

<u>**Включване на RC верига към синусоидално напрежение**</u>

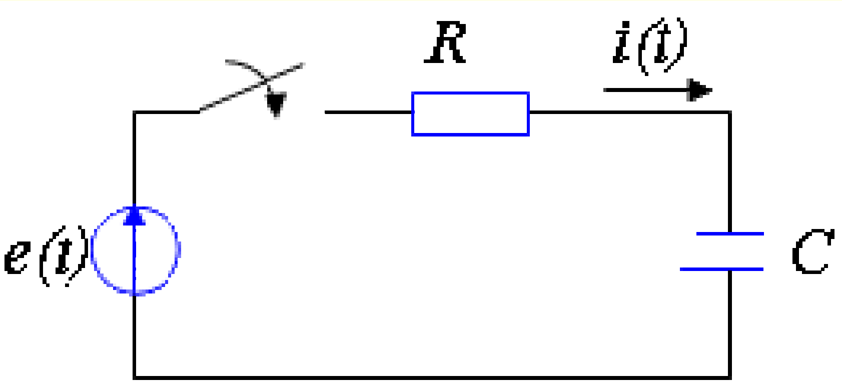


$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

<u>**Различен е стационарният режим**</u>,

който в разглежданата верига е синусоидален поради синусоидалния входен сигнал

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

1. **ННУ**- определят се **от веригата преди комутацията**,

$$u_C(0-) = u_C(0+) = 0\,V$$

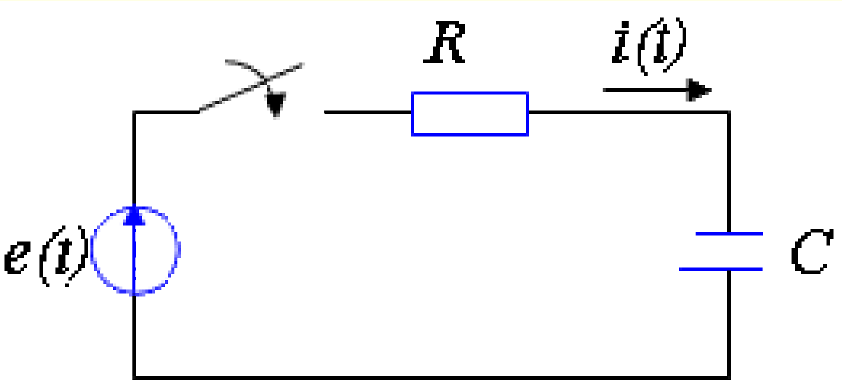
2. **ДУ за веригата след комутацията**. - аналогично на уравнението при постоянен източник.

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

3. **Хомогенно ДУ**

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

Включване на RC верига към синусоидално напрежение



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

Характеристично уравнение:

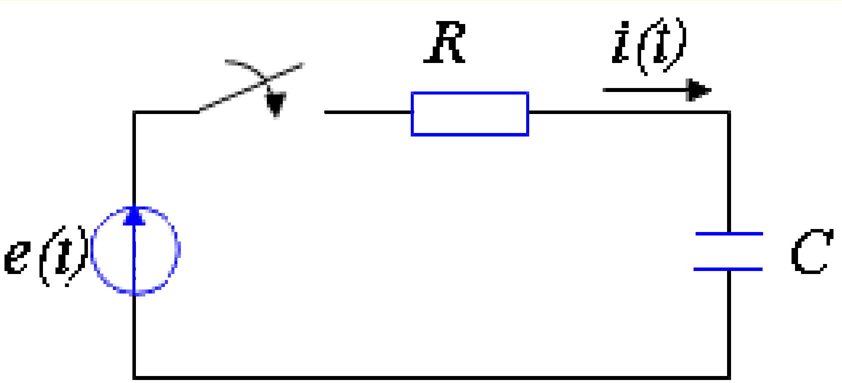
$$RC.k + 1 = 0$$

$$k = -\frac{1}{RC}$$

4. Свободна съставка на напрежението на кондензатора:

$$u_{C\,св}(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$$

5. Стационарно напрежение $u_{C\,cm}(t)$



$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

При **синусоидален** източник във веригата ще се установи **синусоидален** ток:

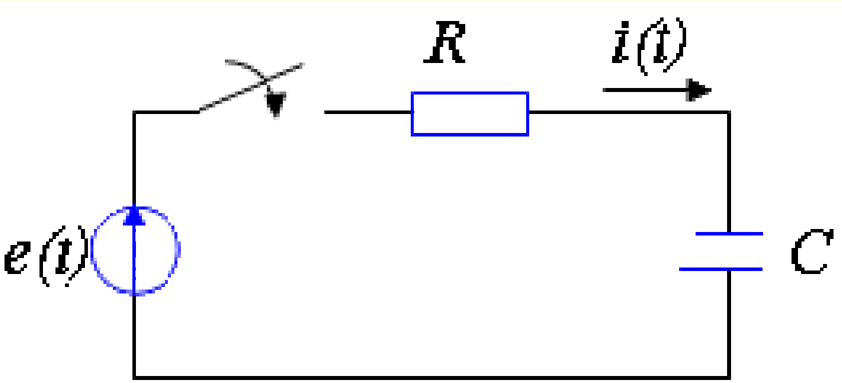
$$i_{cm}(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

$$i_m = \frac{e_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}$$

Токът изпреварва входното напрежение с ъгъл $\varphi = arctg \dfrac{\frac{1}{\omega C}}{R}$

$$u_{C\,cm}(t) = \frac{1}{\omega C} i_m \sin(\omega t + \psi_u + \varphi - \frac{\pi}{2})$$

7. Определяне на неизвестната интеграционна константа *A*



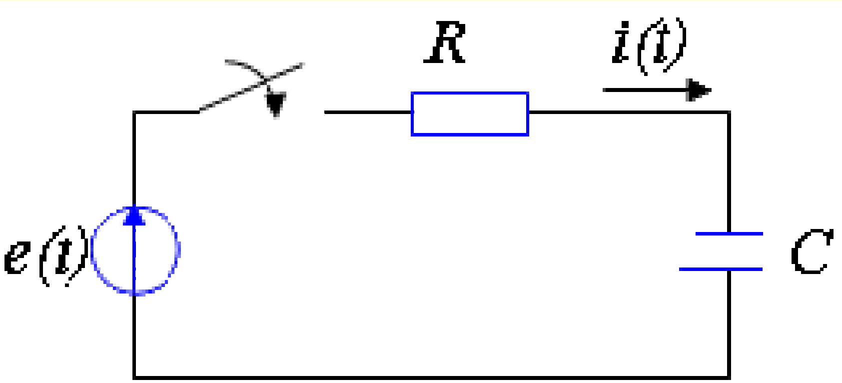
$$e(t) = e_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$u_C(0) = 0$$

Свободната съставка на напрежението върху кондензатора е:

$$u_{св}(t) = u_{C\,m} \cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}$$

7. Определяне на неизвестната интеграционна константа *A*



$$u_C(t) = u_{C\,св}(t) + u_{C\,ст}(t)$$

$$u_{св}(t) = u_{C\,m}\cos(\psi_u + \varphi).e^{-\frac{t}{RC}}$$

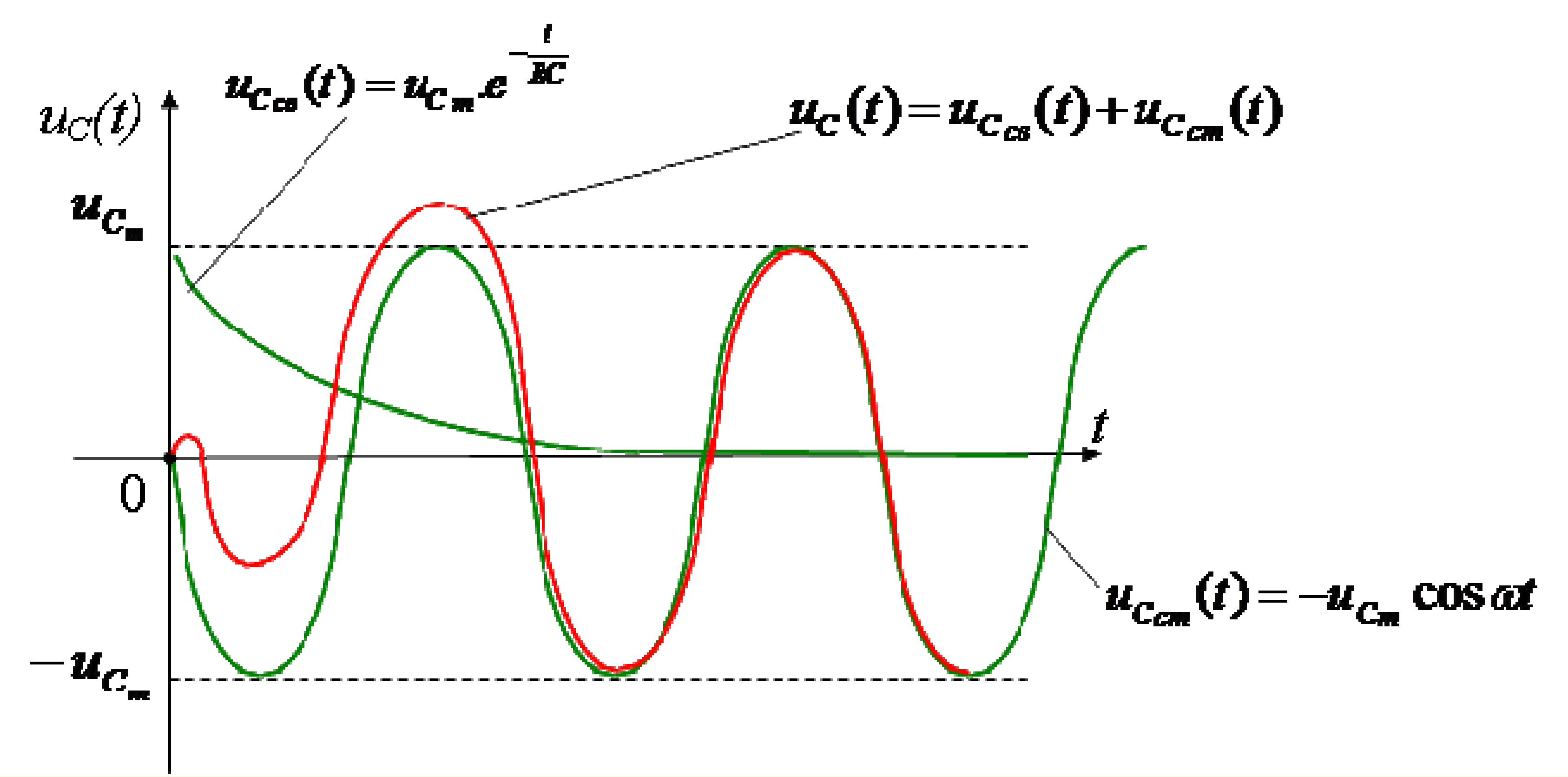
$$u_{C\,ст}(t) = -u_{C\,m}\cos(\omega t + \psi_u + \varphi)$$

а) при $\psi_u + \varphi = \frac{\pi}{2}$, няма да има преходен процес $(u_{C\,св} = 0)$

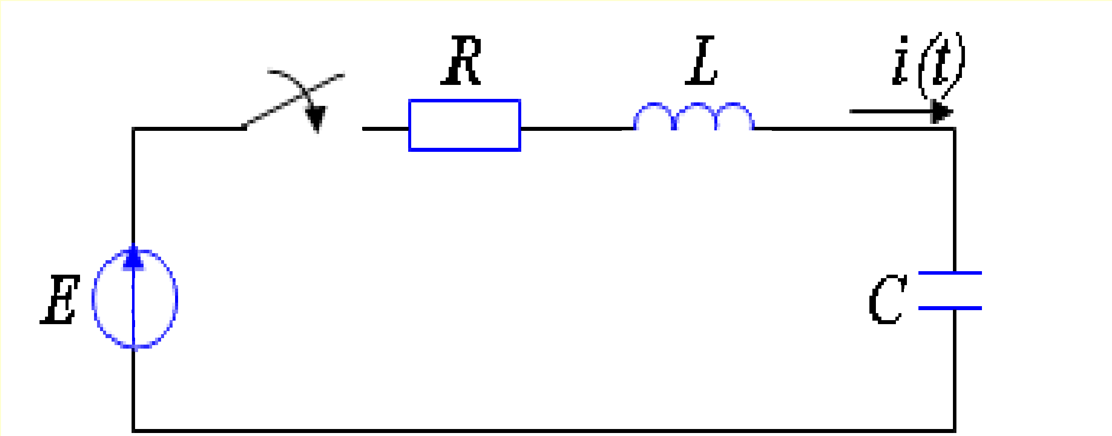
б) при $\psi_u + \varphi = 0$ - свободната съставка на напрежението върху кондензатора ще бъде **максимална**

$$u_{св}(t) = u_{C\,m}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\boxed{\psi_u + \varphi = 0} \longrightarrow \boxed{u_C(t) = -u_{Cm}\cos\omega t + u_{Cm}.e^{-\frac{t}{RC}}}$$



Преходни процеси в последователен RLC двуполюсник. Включване към източник на постоянно напрежение.



E = const

i(t)=?

1. **ННУ**

2. **Система ДУ**

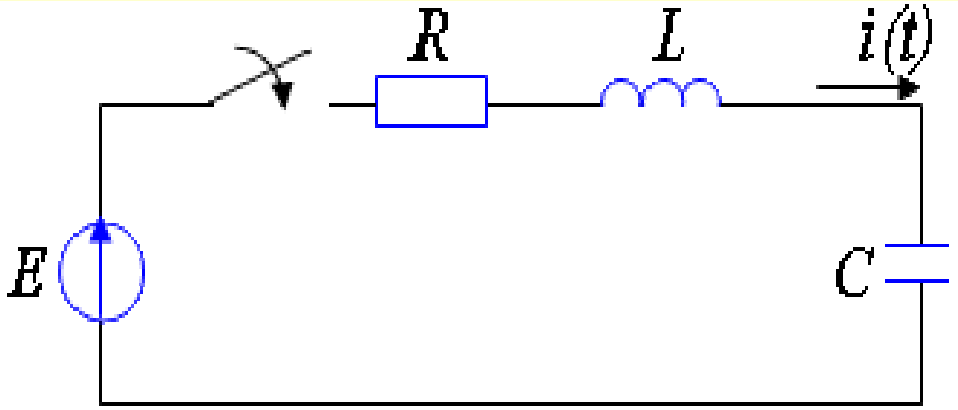
$$u_R + u_L + u_C = E$$

$$u_R = i(t).R$$

$$u_C = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

$$i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = E$$



$$i(t).R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = E$$

3. ДУ

$$R.\frac{di}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

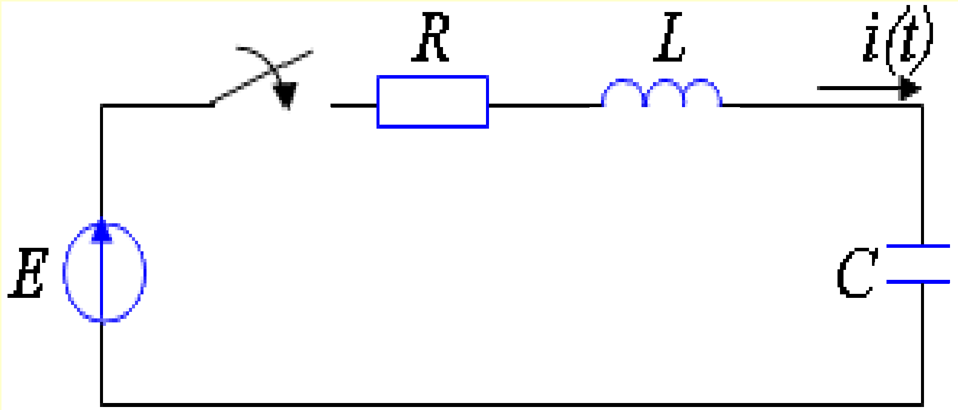
Характеристично уравнение:

$$R.k + L.k^2 + \frac{1}{C} = 0$$

$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

$$\Delta = (\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

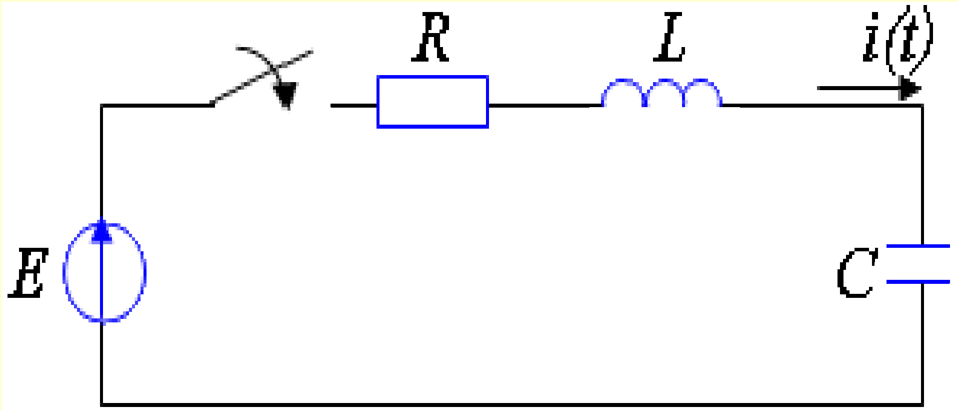
$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}$$

а) два различни реални **отрицателни** корена

$$k_1 \neq k_2; \quad k_1 < 0 \ \ и \quad k_2 < 0$$

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

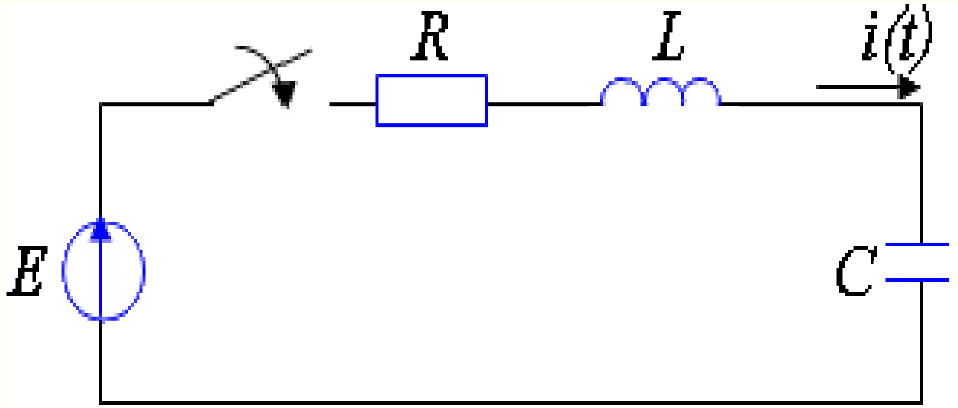
$$\Delta = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}$$

б) два равни реални **отрицателни** корена

$$k_1 = k_2 = k \quad u \quad k < 0$$

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2.t)e^{kt}$$

Характеристичното уравнение има два корена:



$$k_{12} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\Delta}$$

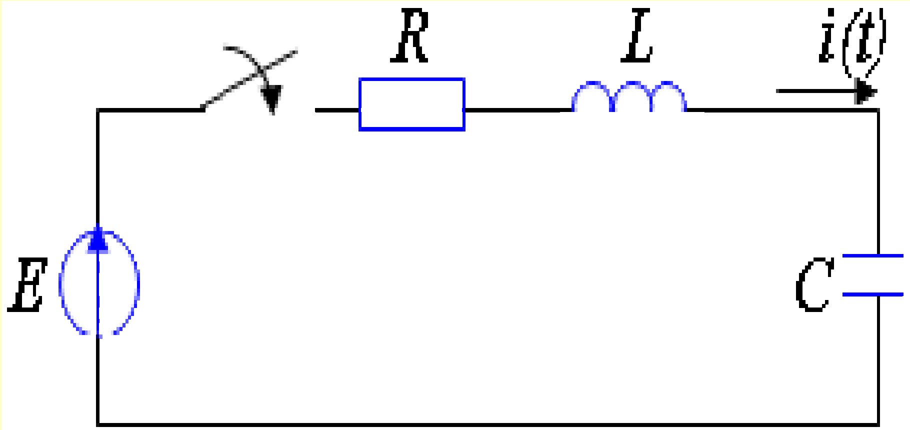
$$\Delta = (\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}$$

в) два комплексно спрегнати корена

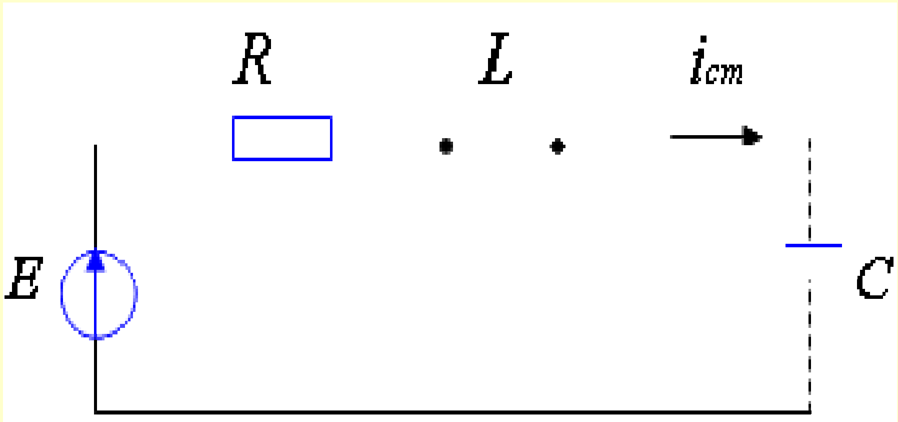
$$k_{12} = \alpha \pm j\beta \qquad и \qquad \beta < 0$$

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t)e^{\alpha t}$$

5. Стационарен ток - от веригата дълго след комутацията ($t \to \infty$):



$t \to \infty$



$$i_{ст} = 0$$
$$u_{C\,ст} = E$$

6. Търсеният ток по време на преходния процес се определя от сумата:

$$i(t) = \cancelto{0}{i_{ст}}(t) + i_{св}(t)$$

- вариант „**а**” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_1 \neq k_1; \quad k_1 < 0; \quad k_2 < 0$$

$$i_{св}(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}$$

$$\boxed{i(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t}}$$

7.<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> – на базата на НУ в момента $t = 0+$

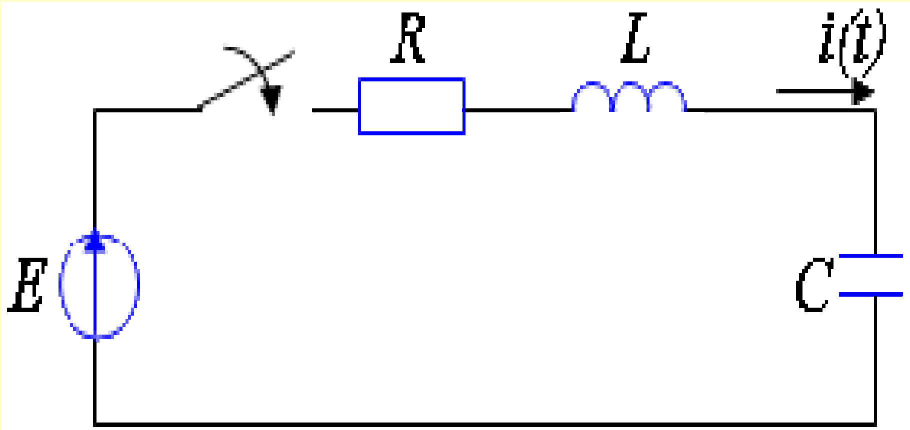
$$i(0+) = ?$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = ?$$

НУ в момента $t = 0+$

$i(0+) = ?$ → $i(0+) = 0$ -- ННУ

$\left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = ?$ → -- ЗНУ



за момента $t = 0+$

$$R.i(0+) + L\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} + u_C(0+) = E$$

$$\Rightarrow \left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E - R.\cancelto{0}{i(0+)} - \cancelto{0}{u_C(0+)}}{L}$$

Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂*** $t = 0+$

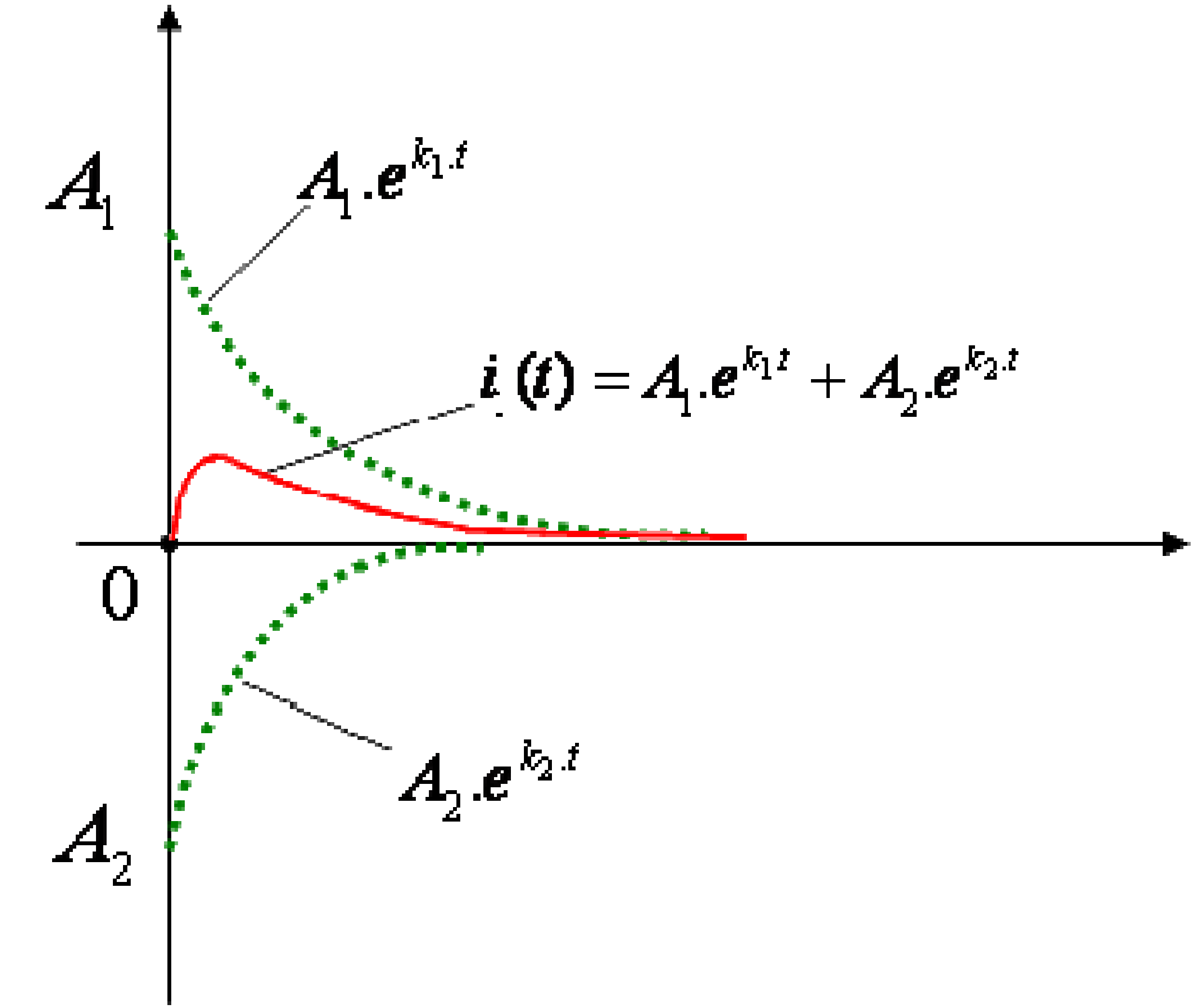
$$\begin{cases} i(t) = A_1.e^{k_1 t} + A_2.e^{k_2 t} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \end{cases}$$

$$i(0+) = 0 = A_1.e^{k_1 0} + A_2.e^{k_2 0} = A_1 + A_2$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} = k_1 A_1.e^{k_1 0} + k_2 A_2.e^{k_2 0} = k_1 A_1 + k_2 A_2.$$

$$A_1 = -A_2$$

$$A_1 = \frac{E}{L(k_2 - k_1)}; \quad A_2 = \frac{E}{L(k_1 - k_2)}$$


A_1
$A_1.e^{k_1.t}$
$i(t) = A_1.e^{k_1.t} + A_2.e^{k_2.t}$
0
$A_2.e^{k_2.t}$
A_2

- вариант „**б**” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_1 = k_2 = k; \quad k < 0;$$

$$i_{св}(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}$$

$$\boxed{i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt}}$$

<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> $t = 0+$

$$\begin{cases} i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \end{cases}$$

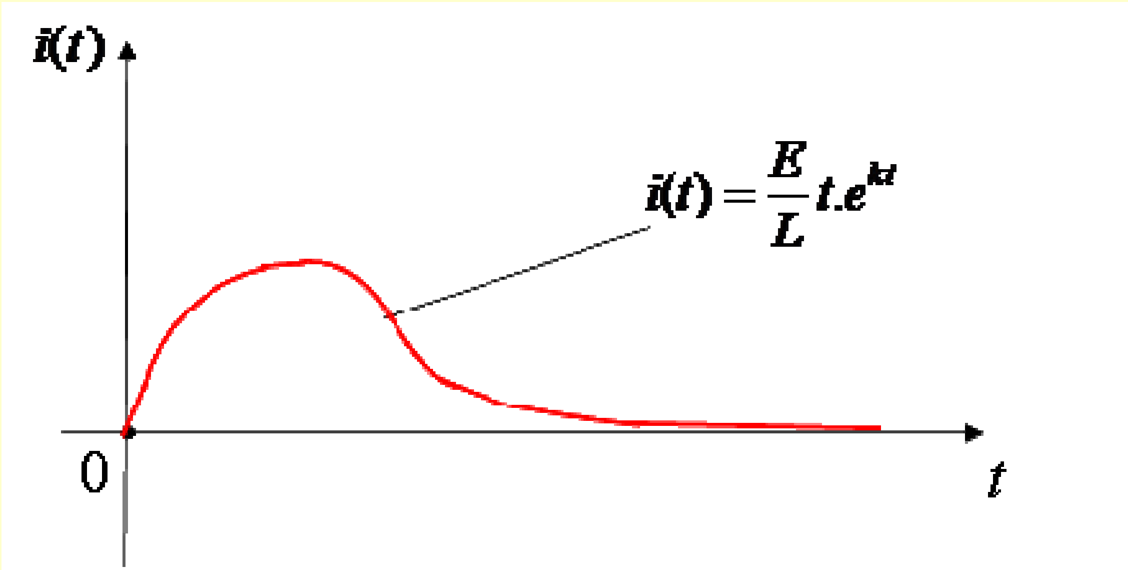
$$t = 0+ \quad \left| \begin{array}{l} i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \\ i(t) = (A_1 + A_2 t).e^{kt} \end{array} \right.$$

$$i(0+) = 0 = (A_1 + A_2 0).e^{k0} = A_1 \quad \Rightarrow A_1 = 0 \quad \text{и} \quad i(t) = A_2 t.e^{kt}$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L} = A_2.e^{k0} + kA_2.0e^{k0} = A_2$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{L} t.e^{kt}}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{L} t.e^{kt}}$$



- вариант „**в**” от точка 4 на алгоритъма:

$$k_{12} = \alpha \pm j\beta$$

$$i_{св}(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

$$i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

<u>Определяне на интеграционните константи ***A₁*** и ***A₂***</u> $t = 0+$

$$i(t) = (A_1 \cos\beta t + A_2 \sin\beta t).e^{\alpha t}$$

$$i(0+) = 0$$

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{0+} = \frac{E}{L}$$

$$\begin{cases} i(t) = (A_1 \cos \beta t + A_2 \sin \beta t).e^{\alpha t} \\ i(0+) = 0 \\ \left.\dfrac{di}{dt}\right|_{0+} = \dfrac{E}{L} \end{cases}$$

$$i(0+) = 0$$

$$A_1 = 0$$

$$A_2 = \frac{E}{\beta L}$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{E}{\beta L} \sin \beta t.e^{\alpha t}$$

$$i(t) = \frac{E}{\beta L}\sin \beta t . e^{\alpha t}$$