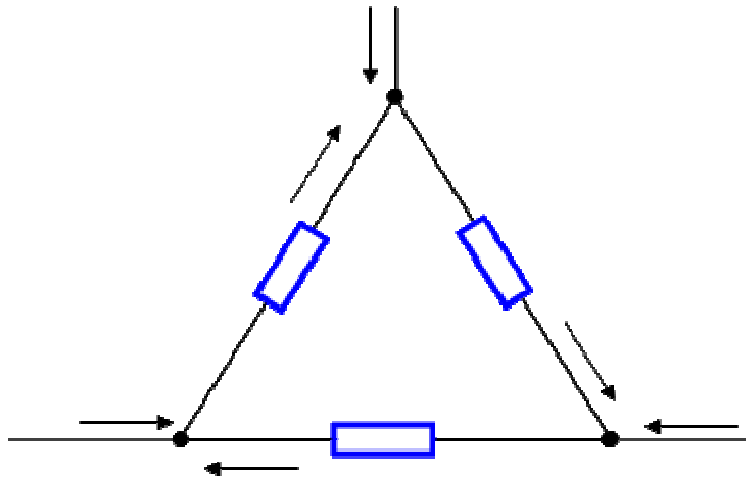
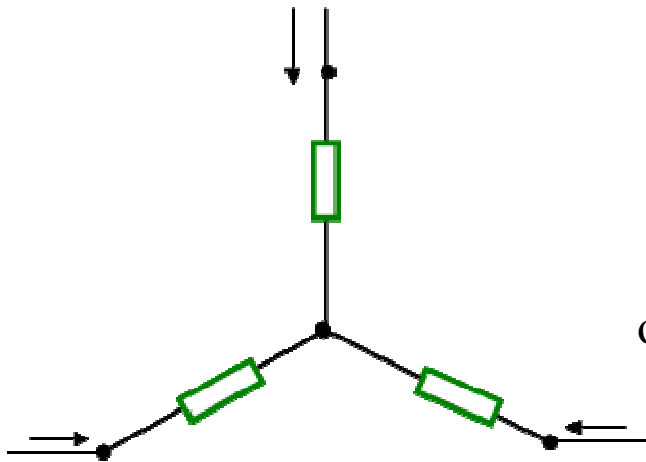


Еквивалентно преобразуване на съпротивления “триъгълник” в свързване “звезда” ( $\Delta \rightarrow Y$ ) и обратно.



Съединението на 3 съпротивления във вид на 3-лъчева звезда - “звезда”,



Съединението на 3 съпротивления така че да образуват страни на триъгълник – “триъгълник”.

**Еквивалентно преобразуване на съпротивления**  
**“Триъгълник” в свързване “звезда” ( $\Delta \rightarrow Y$ ).**

**а) Преобразуване**

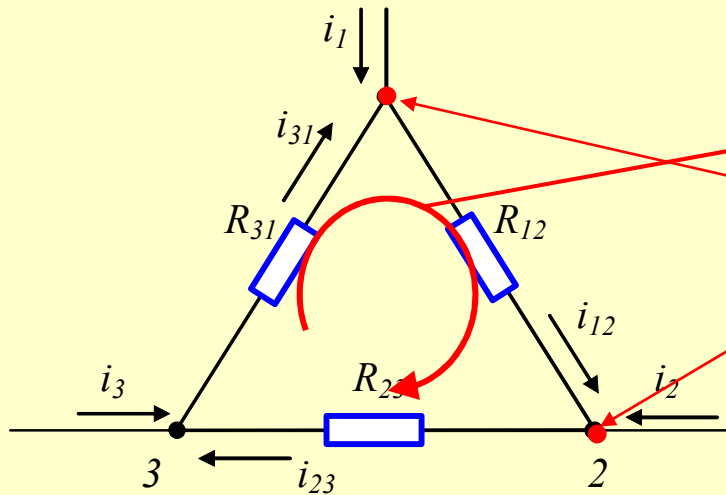


$$R_1 = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

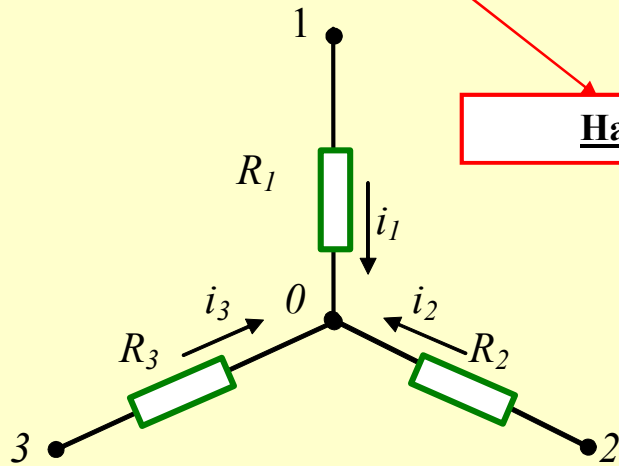
$$R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

# Доказателство



За съединението "звезда"

$$U_{12} = i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0$$



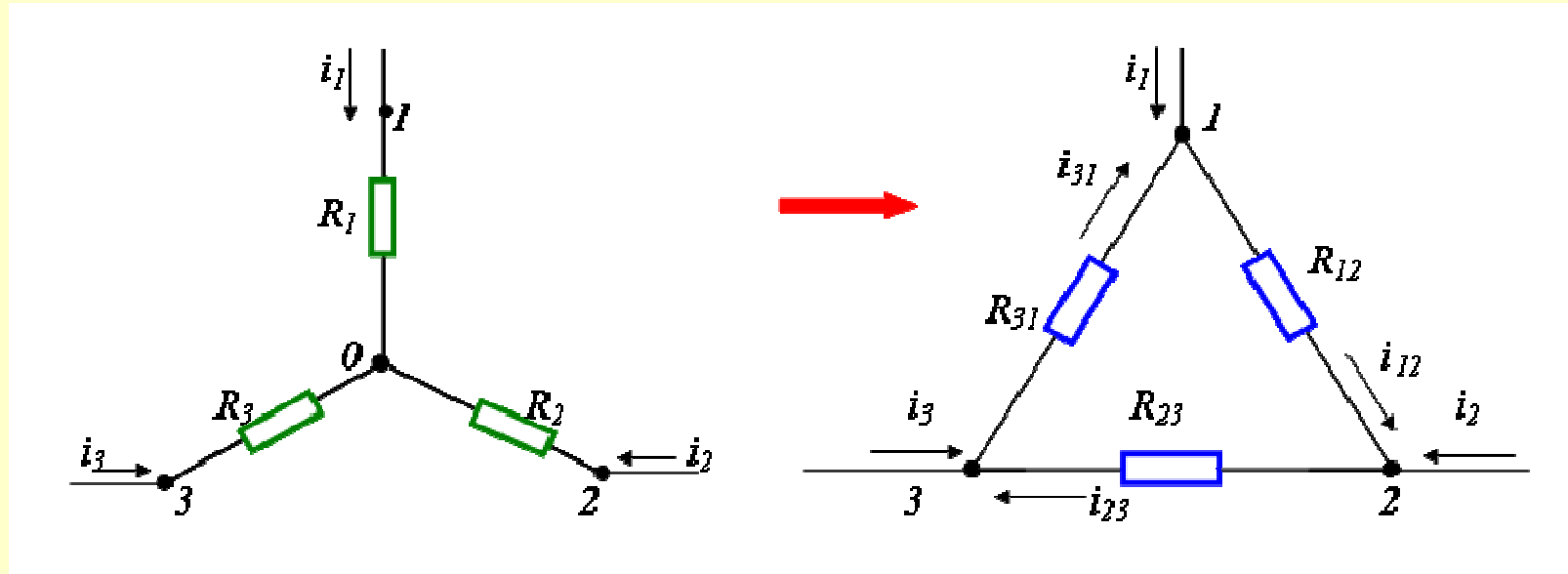
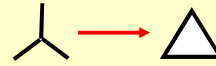
**Напрежението  $U_{12}$  е едно и също за "триъгълник" и за "звезда"**

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Аналогично:  $R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

б) Преобразуване



$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

Доказательство



$$R_1 = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

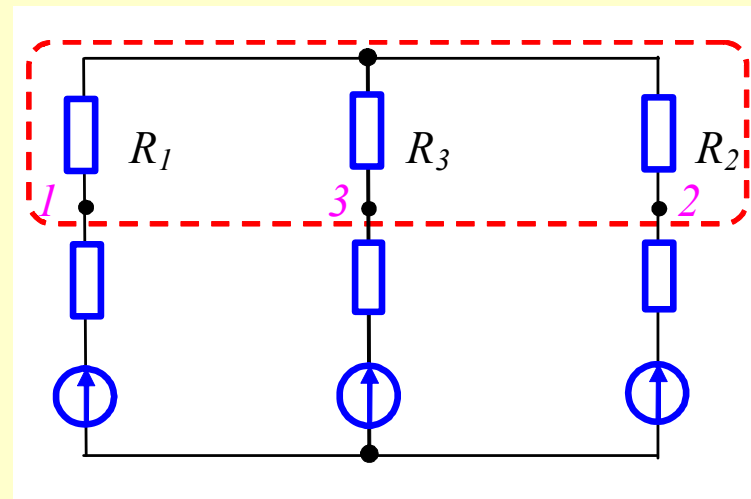
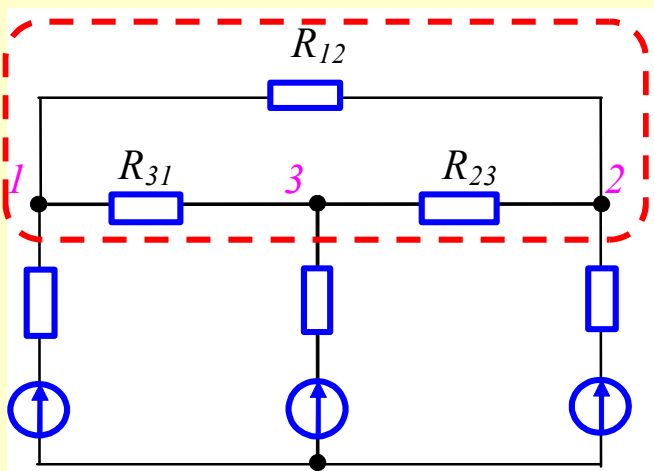
$$R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$\Rightarrow R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3};$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1};$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2};$$

**Пример:** преобразуване  $\triangle \rightarrow \gamma$



$$R_{12}=2\Omega; \quad R_{23}=3\Omega \quad R_{31}=5\Omega$$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 1\Omega \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 0.6\Omega \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = 1.5\Omega$$

# Преобразуване на активни участъци от ел. вериги

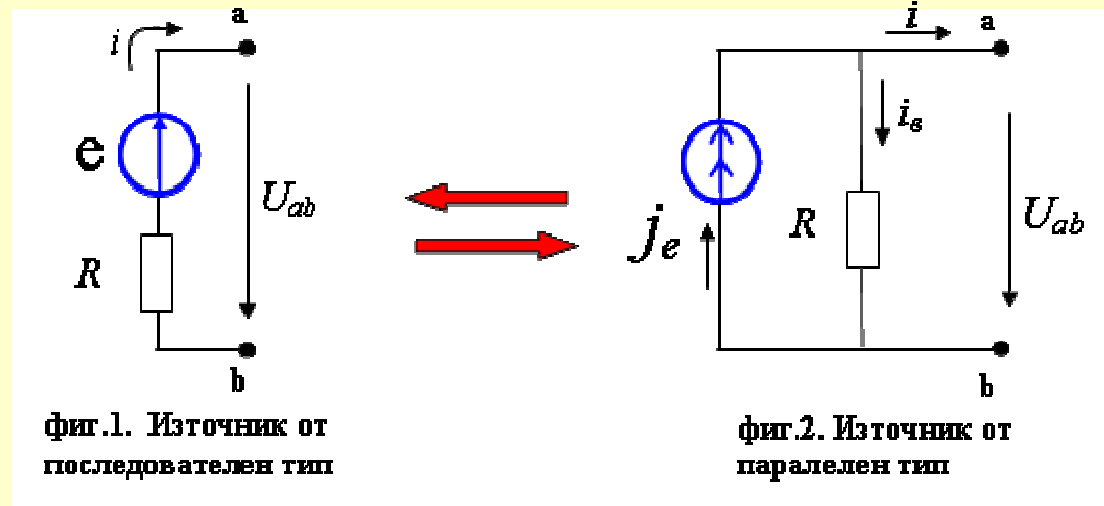
Еквивалентни схеми на активни двуполюсници от последователен и от паралелен тип. Взаимно преминаване

$$e = j_e R$$

$$j_e = \frac{e}{R}$$

## Доказателство

- Двата двуполюсника са еквивалентни.
- Следователно токът  $i$  и напрежението  $U_{ab}$  на изводите им са едни и същи.



за източника от последователен тип:

$$U_{ab} = e - iR$$

за източника от паралелен тип :

$$j_e = i + i_s$$

$$\Rightarrow U_{ab} = i_s R =$$

$$\Rightarrow (j_e - i) R = j_e R - iR$$

$$\Rightarrow U_{ab} = j_e R - iR$$

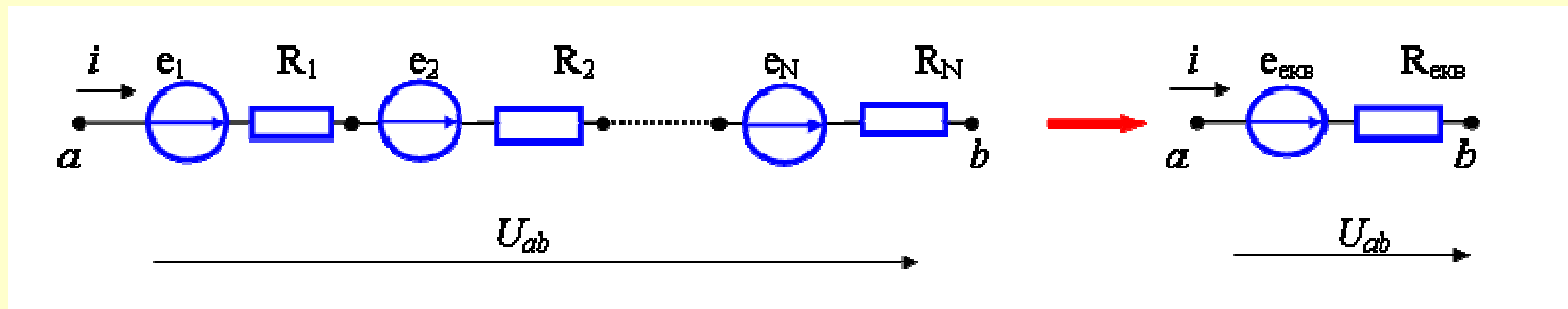
Но  $U_{ab}$  е едно и също  $\Rightarrow e - iR = j_e R - iR$

$$\Rightarrow e = j_e R$$



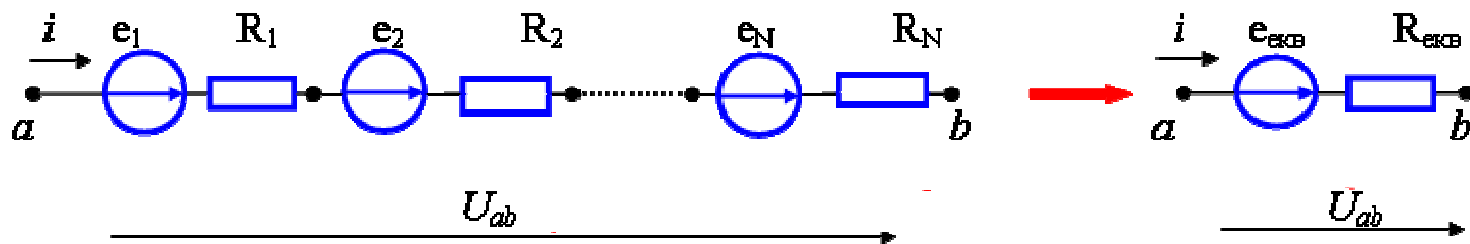
## Преобразуване на съединение от активни двуполюсници.

### а) Преобразуване на последователно свързани клонове



$$R_{\text{екв}} = \sum_{k=1}^N R_k; \quad e_{\text{екв}} = \sum_{k=1}^N e_k$$

## Доказательство



Фиг.1

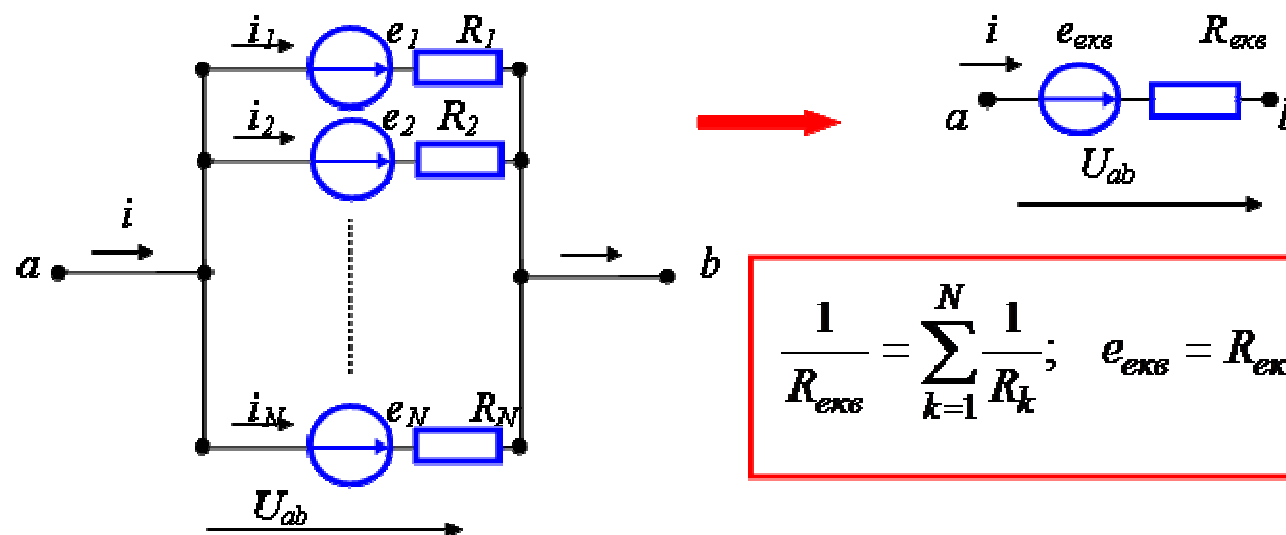
Фиг.2

Следовательно:

$$R_{экв} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

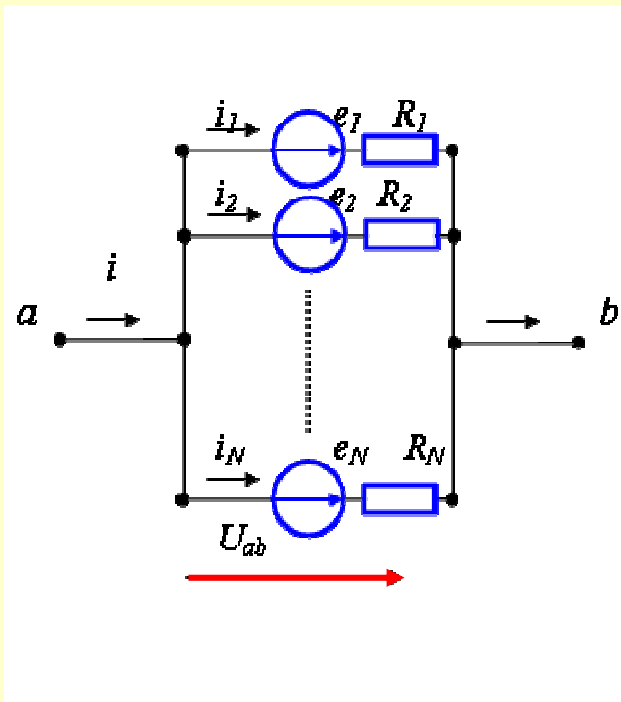
$$e_{экв} = e_1 + e_2 + \dots + e_N$$

## б) Преобразуване на паралелно свързани клонове



$$\frac{1}{R_{\text{exs}}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}; \quad e_{\text{exs}} = R_{\text{exs}} \sum_{k=1}^N \frac{e_k}{R_k}$$

## Доказателство



Към паралелно свързаните  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$  е приложено едно и също напрежение  $U_{ab}$ .

За всеки клон  $k$  токът  $i_k$  се определя съгласно закона на Ом:

$$i_k = (U_{ab} + e_k) / R_k$$

От I закон на Кирхоф за възел  $a$  :

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 + \dots + i_N = \frac{U_{ab} + e_1}{R_1} + \frac{U_{ab} + e_2}{R_2} + \dots + \frac{U_{ab} + e_N}{R_N} = \\ &= U_{ab} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) + \sum_{k=1}^N \frac{e_k}{R_k} \end{aligned}$$

Ако означим с  $R_{екв}$  съпротивлението, определено като:

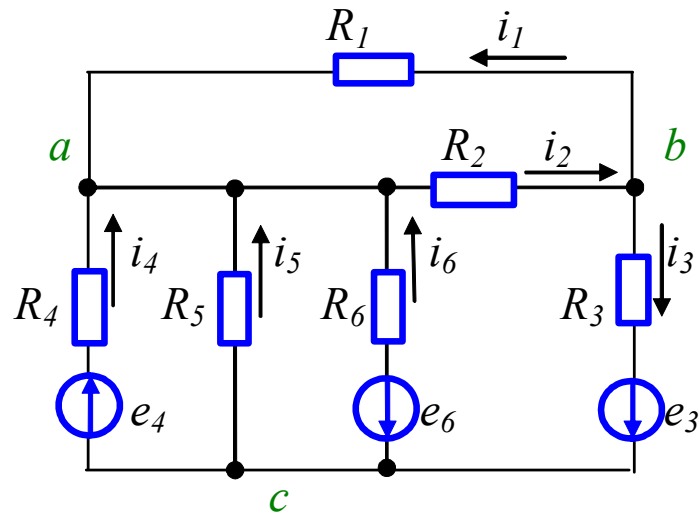
$$\frac{1}{R_{екв}} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}$$

$$\Rightarrow i = U_{ab} \frac{1}{R_{екв}} + \sum_{k=1}^N \frac{e_k}{R_k} = \frac{1}{R_{екв}} \left( U_{ab} + R_{екв} \sum_{k=1}^N \frac{e_k}{R_k} \right) = \frac{1}{R_{екв}} (U_{ab} + e_{екв})$$

където с  $e_{екв}$  е означено електродвжещо напрежение, определено като:

$$e_{екв} = R_{екв} \sum_{k=1}^N \frac{e_k}{R_k}$$

## Пример



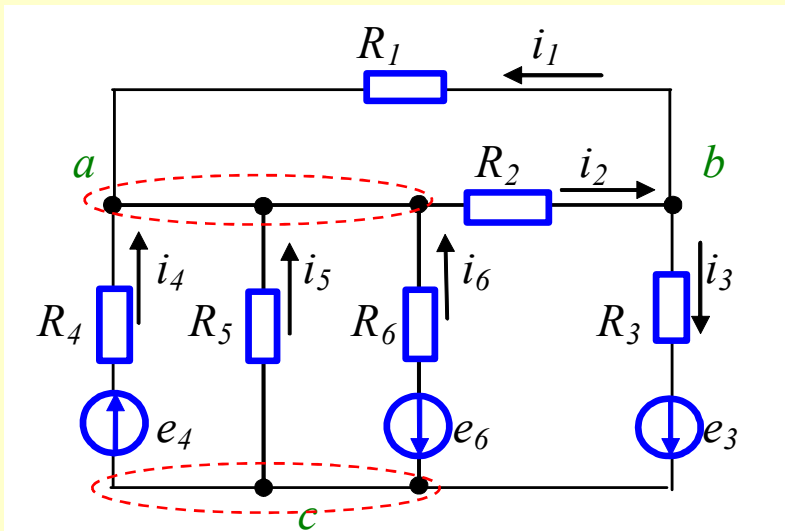
фиг.3

### Да се определят:

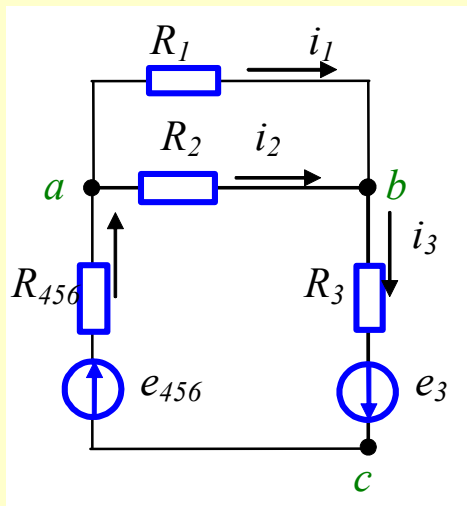
кловните токове  $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5$  и  $i_6$   
напряженията  $U_{ab}, U_{ac}$ , и  $U_{cb}$

### Известно:

$R_1=15\Omega, R_2=10\Omega, R_3=4\Omega, R_4=R_5=R_6=30\Omega$   
 $e_3=90V, e_4=60V$  и  $e_6=30V$ .



Преобразуваме участъци от веригата с цел опростяване на анализа и удобство при определяне на търсените токове и напрежения.

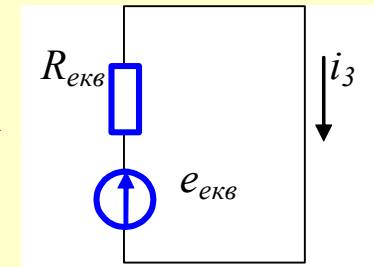
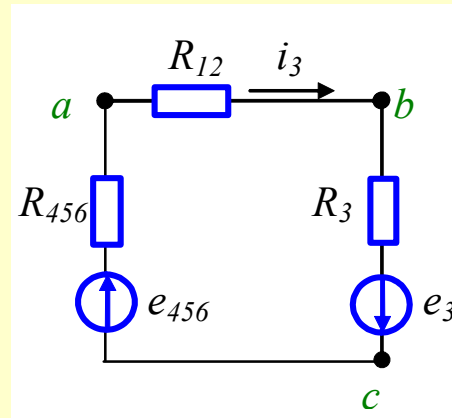
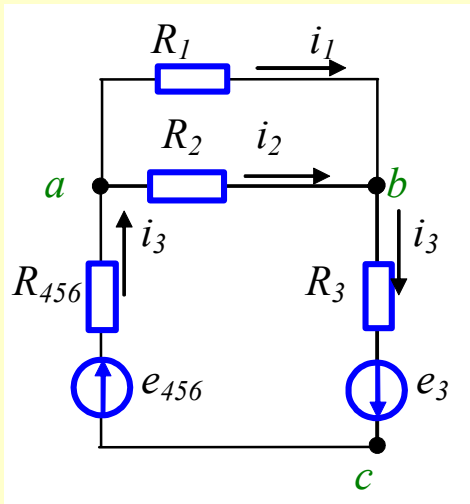


$$\frac{1}{R_{456}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow R_{456} = 10\Omega$$

$$e_{456} = R_{456} \left( \frac{e_4}{R_4} + \frac{0}{R_5} - \frac{e_6}{R_6} \right) = 10 \left( \frac{60}{30} - \frac{30}{30} \right) = 10V$$

$$\Rightarrow e_{456} = 10V$$

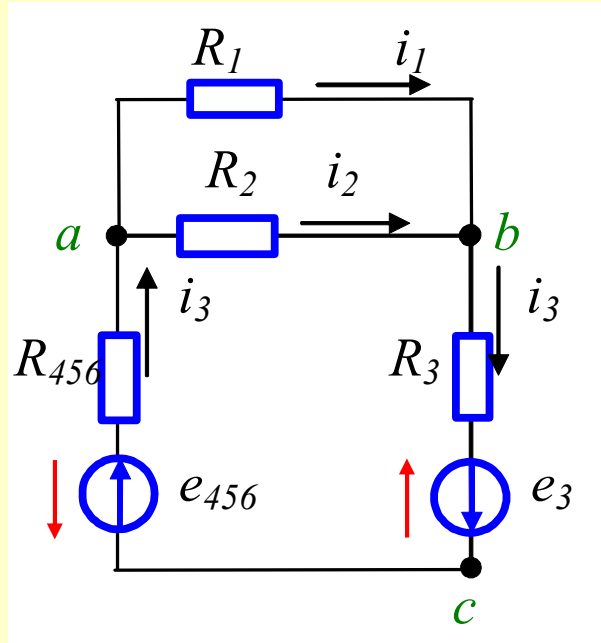


$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{15 \cdot 10}{25} = 6 \Omega$$

$$i_1 = i_3 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} = 5 \cdot \frac{10}{25} = 2 \text{ A}$$

$$i_2 = i_3 - i_1 = 5 - 2 = 3 \text{ A}$$

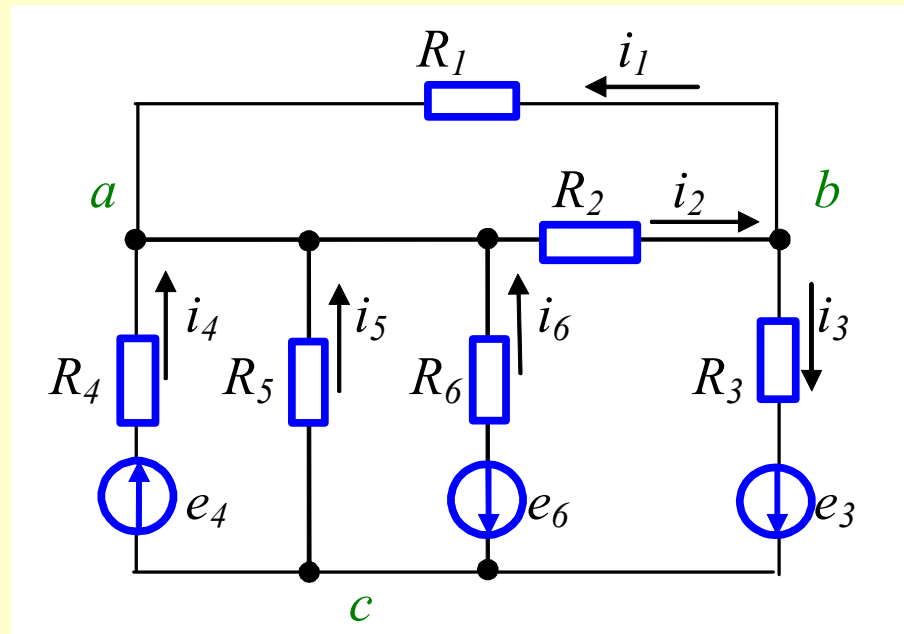
$$i_3 = \frac{E}{R_{екв}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$



$$U_{ab} = i_1 \cdot R_1 = 2.15 = 30V$$

$$U_{ac} = e_{456} - i_3 \cdot R_{456} = 10 - 5 \cdot 10 = -40V$$

$$U_{bc} = -e_{36} + i_3 \cdot R_3 = -30 + 4 \cdot 10 = 10V$$



$$i_4 = \frac{V_c - V_a + e_4}{R_4} = \frac{U_{ca} + e_4}{R_4} = \frac{40 + 60}{30} = 3,33A$$

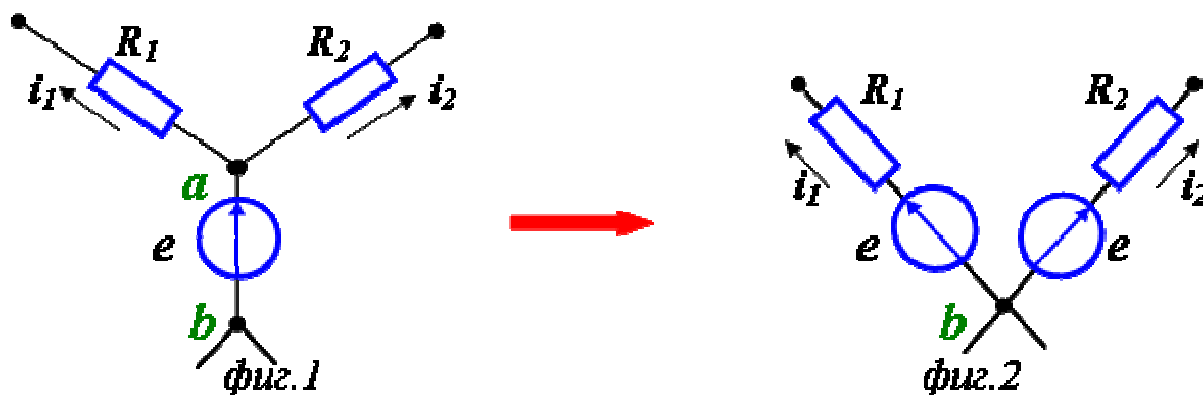
$$i_5 = \frac{V_c - V_a}{R_5} = \frac{U_{ca}}{R_5} = \frac{40}{30} = 1,33A$$

$$i_6 = \frac{V_c - V_a - e_6}{R_6} = \frac{U_{ca} - e_6}{R_6} = \frac{40 - 30}{30} = 0,33A$$

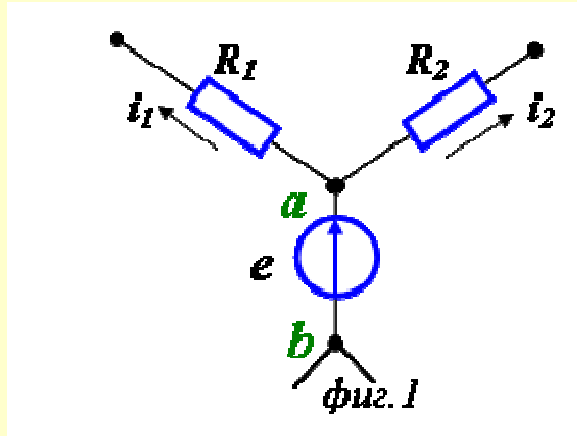


### в) Прехвърляне на източник на е.д.н. през възел

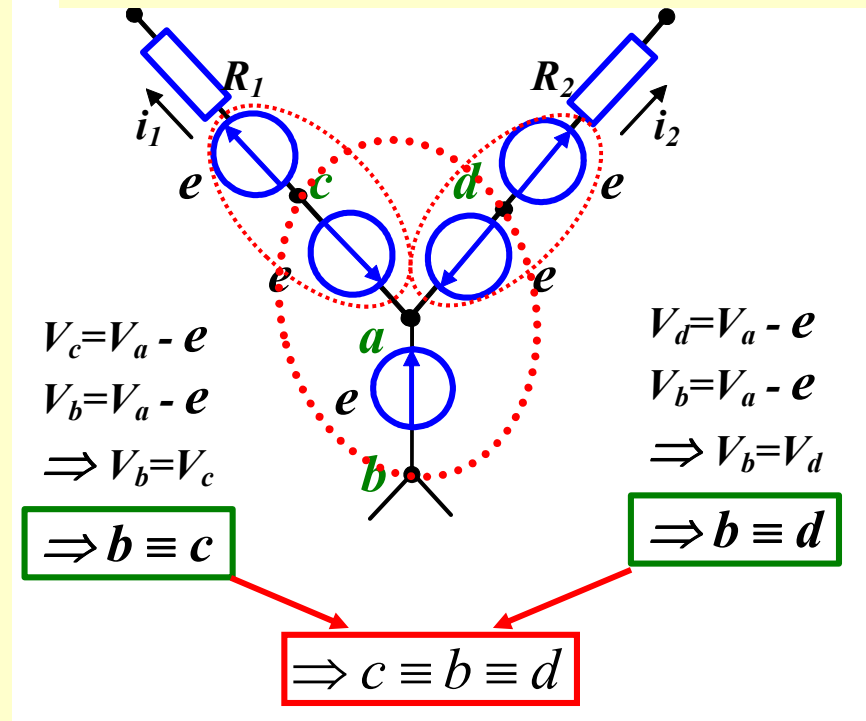
Този тип преобразуване се налага понякога с цел опростяване на анализа на веригата или за удобство при прилагане на определен метод.



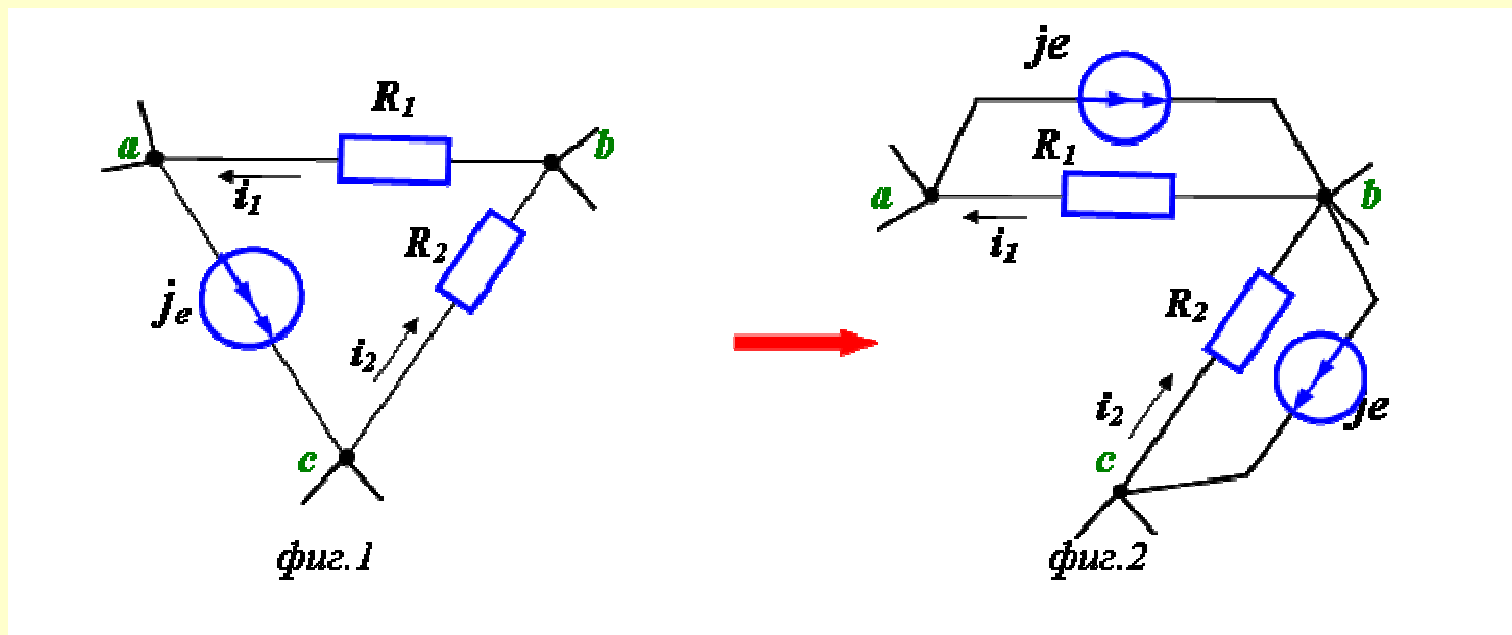
## Прехвърляне на източник на е.д.н. през възел

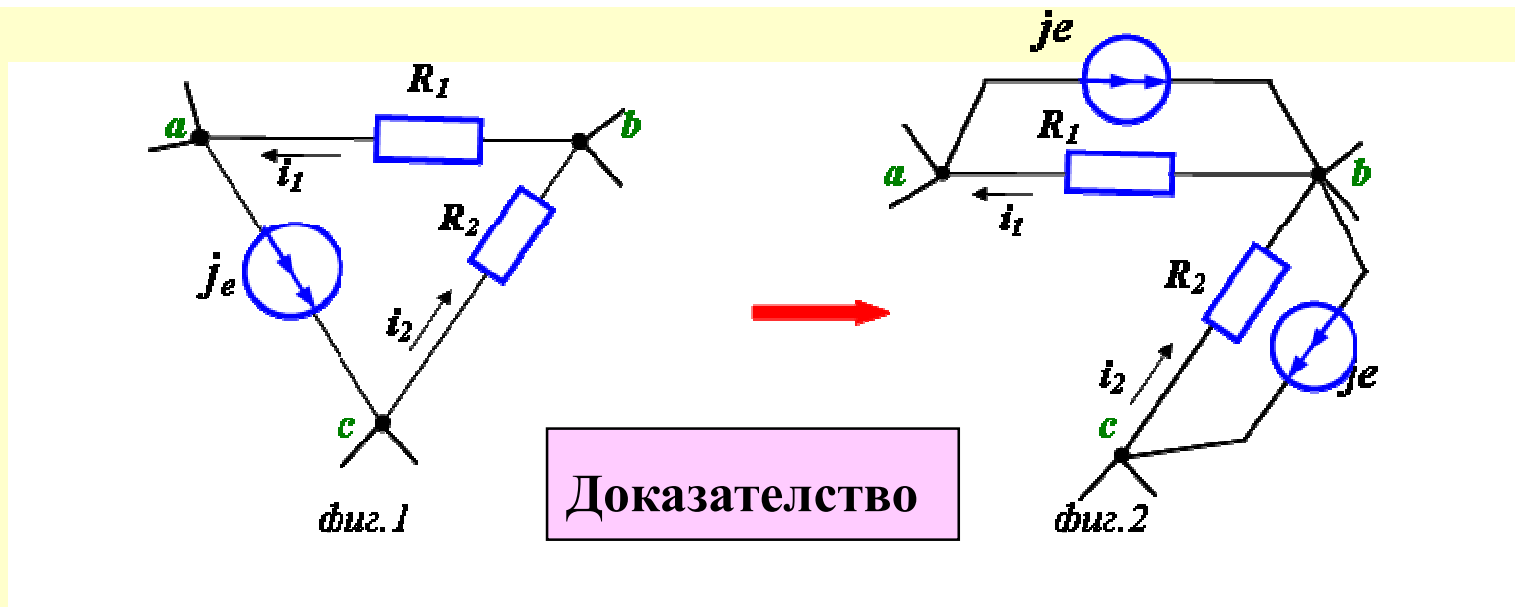


### Доказателство

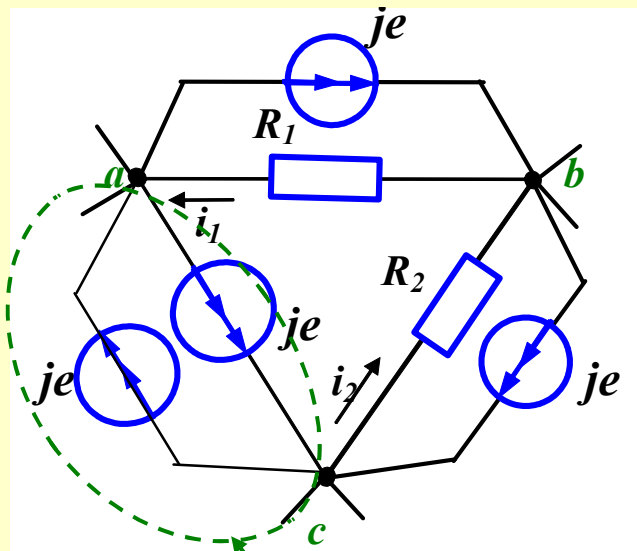


### г) Пренасяне на източник на е.д.т. в контур

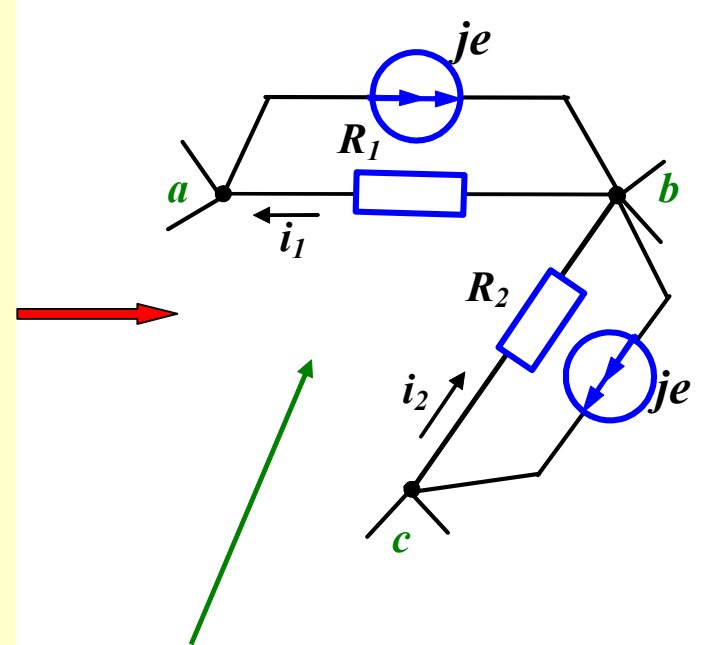




Ако във всеки възел прибавим или извадим източник на ток  $j_e$ , схемата не се променя.



Еквивалентният ток между възлите **a** и **c** е нула:  
 $i_{екв} = j_e - j_e = 0$



Следователно участъкът между **a** и **c** е прекъснат

Анализ на стационарни режими с използване на законите на Кирхоф.  
(Метод с клонови токове )

- **Всички електрически вериги**, при произволен характер на изменение на токовете и напреженията, **се подчиняват на законите на Кирхоф.**
- Методът при който за определяне на неизвестните токове в една верига записваме система уравнения по законите на Кирхоф се нарича "**метод с клонови токове**".

Алгоритъм на метода:

1. Определят се :

**m** - брой клонове на веригата (във верига с **m** клона има **m** неизвестни тока)  
**n** - брой възли на веригата.

2. Записват се :

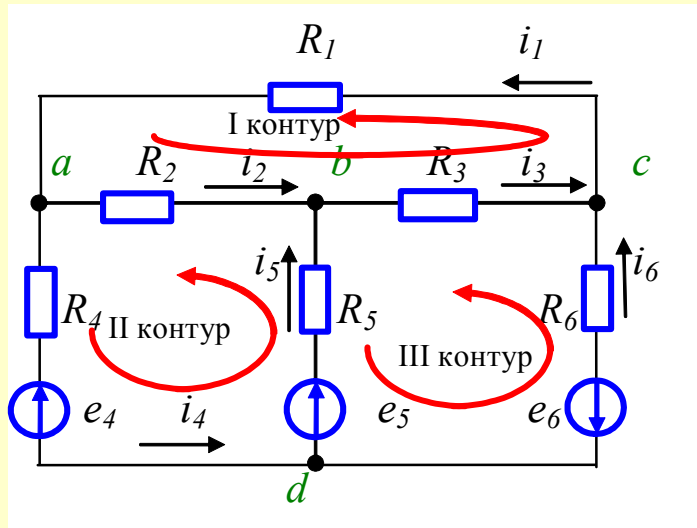
**n - 1** уравнения по I закон на Кирхоф за **n - 1** възела на веригата;

**k = m - n + 1** уравнения по II закон на Кирхоф за **k** контура във веригата

(Общо **m** уравнения относно **m** неизвестни тока).

3. Решава се системата от **m** уравнения относно **m** неизвестни тока:

**Пример** – Система уравнения по метод с клонови токове



1. Определят се :

$m = 6$  - брой клонове на веригата ;

$n = 4$  - брой възли на веригата.

3. Решава се системата от общо **6** уравнения относно **6**<sup>-те</sup> неизвестни тока