Комплексна форма на основните закони за електрически вериги.

При анализа на синусоидални режими в линейни електрически вериги най-често се използва **метод с комплексни образи** (символичен метод).

синусоидална величина
- ток
- напрежение

→

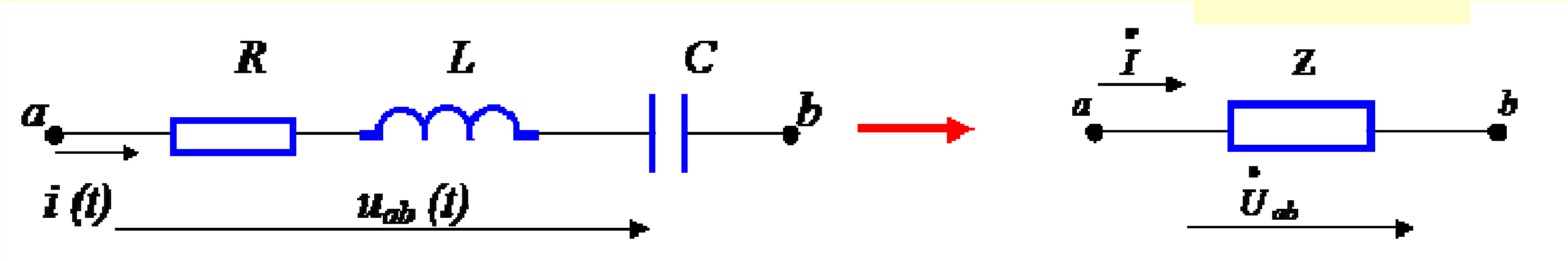
комплексна величина
- ток
- напрежение

консуматори
- резистори - **R**
- бобини - **L**
- кондензатори - **C**

→

комплексни съпротивления

Закон на Ом



$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$u_m = z.i_m; \quad \psi_u = \psi_i + \varphi;$$

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2};$$

$$\varphi = arctg \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R}$$

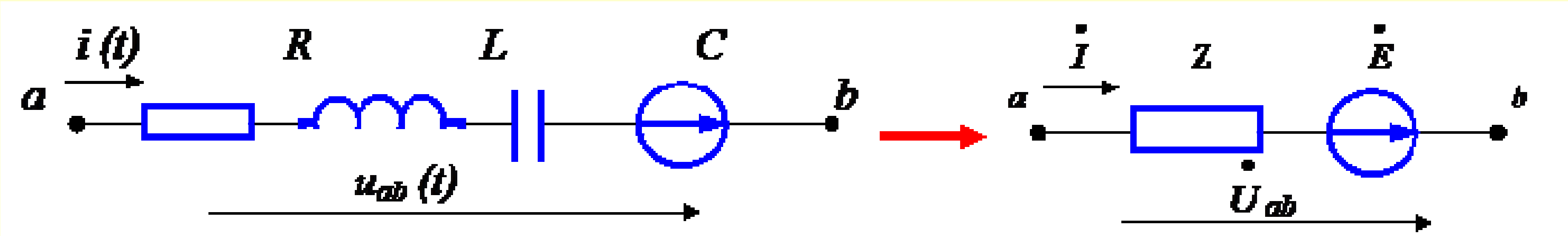
$$\dot{I} = I.e^{j\psi_i};$$

$$\dot{U} = U.e^{j\psi_u};$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z}; \qquad Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U.e^{j\psi_u}}{I.e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I}.e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z.e^{j\varphi};$$

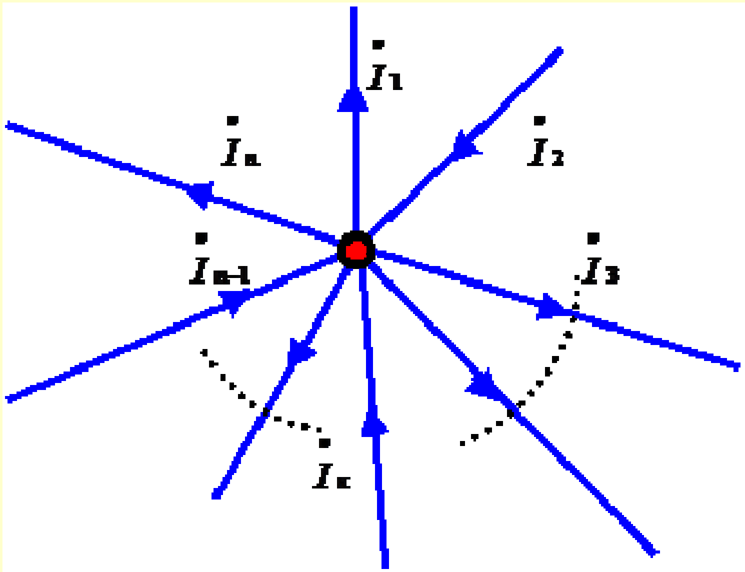
Обобщен закон на Ом



$$Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

Закони на Кирхоф

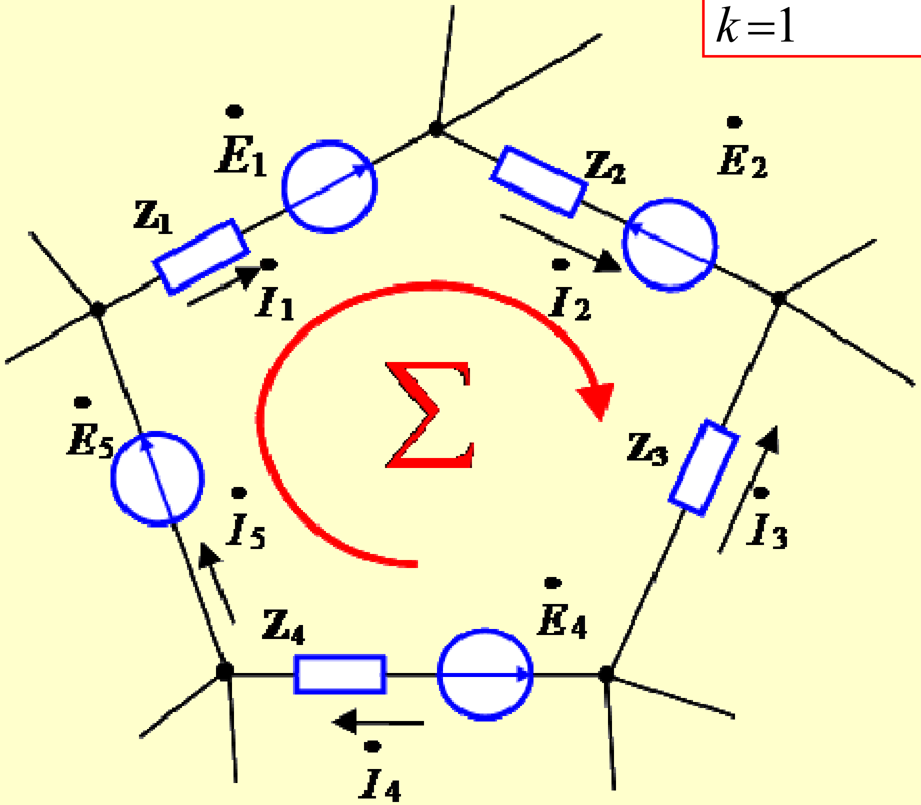
I Закон на Кирхоф $$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0$$



$$\boxed{-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 + \ldots + \dot{I}_k + \ldots + \dot{I}_{n-1} - \dot{I}_n = 0}$$

II Закон на Кирхоф

$$\sum_{k=1}^{m} \dot{I}_k Z_k = \sum_{k=1}^{m} \dot{E}_k$$



$$\dot{I}_1 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 - \dot{I}_3 Z_3 + \dot{I}_4 Z_4 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 - \dot{E}_4 + \dot{E}_5$$

Пример 1. Анализ на синусоидални режими с използване на законите на Кирхоф (Метод с клонови токове).

Да се определят токовете $i_1(t)$, $i_2(t)$ и $i_3(t)$ за веригата от фиг.3 ако е известно:

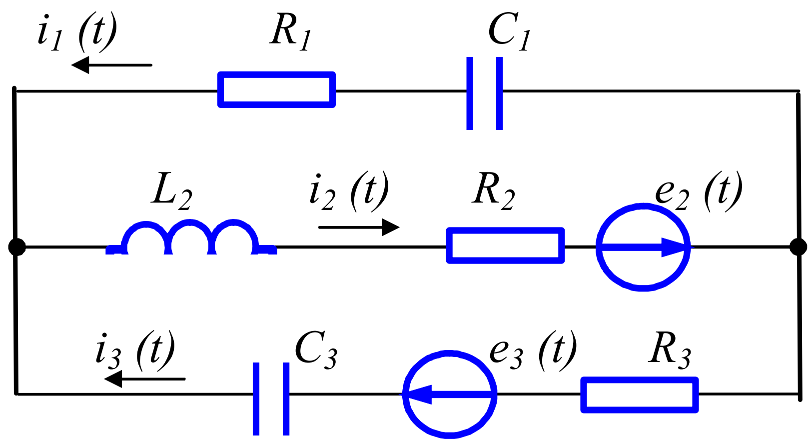
$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

$e_2(t)=113\sin(1000t+90)V$

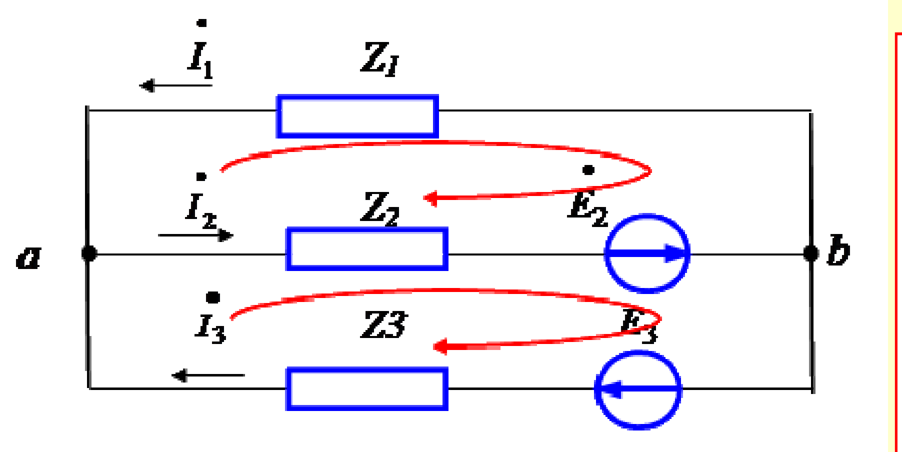
$R_1 = R2=5\Omega$, $R_3 =10\Omega$,

$L_2=10\ mH$,

$C_1=200\mu F$, $C_3=125\mu F$,.



Решение



фиг.4

$$\omega = 1000 = 10^3\, rad/s$$

$$Z_1 = R_1 - j\frac{1}{\omega C_1} = 5 - j\frac{1}{10^3.200.10^{-6}} = (5 - j5)\Omega$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 = 5 + j.10^3.10.10^{-3} = (5 + j10)\Omega$$

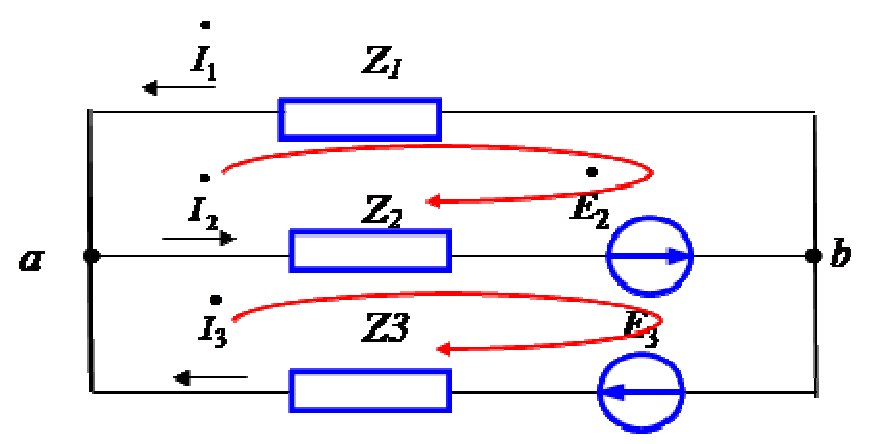
$$Z_3 = R_3 - j\frac{1}{\omega C} = 10 - j\frac{1}{10^3.125.10^{-6}} = (5 - j8)\Omega$$

$$\dot{E}_2 = E_2 e^{j\psi_{e2}} = \frac{e_{2m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e2}} = \frac{71}{\sqrt{2}} e^{j45} =$$

$$50.(\cos 45 + j\sin 45) = 50.(\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\sqrt{2}}{2}) = (35{,}5 + j35{,}5)V$$

$$\dot{E}_3 = E_3 e^{j\psi_{e3}} = \frac{e_{3m}}{\sqrt{2}} e^{j\psi_{e3}} = \frac{80}{\sqrt{2}} e^{j90} =$$

$$80.(\cos 90 + j\sin 90) = 80.(0 + j) = j80V$$



фиг.4

2. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

- брой възли *n=2,*
- брой клонове *m=3*

3. Записваме система уравнения по метода с клонови токове:

•*n-1=1* уравнения по I закон на Кирхоф

•*k=m-n+1=2* уравнения по II закон на Кирхоф

за възел ”*a*”: $-\dot{I}_1+\dot{I}_2-\dot{I}_3=0$

за двата контура :

$$-\dot{I}_1 Z_1-\dot{I}_2 Z_2=-\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_2 Z_2+\dot{I}_3 Z_3=\dot{E}_2+\dot{E}_3$$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ -\dot{I}_1(5 - j5) - \dot{I}_2(5 + j10) = -(35{,}5 + j35{,}5) \\ \dot{I}_2(5 + j10) + \dot{I}_3(10 - j8) = (35{,}5 + j35{,}5) + j80 \end{cases}$$

5. Получаваме комплексите на трите тока:

$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}\,A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}\,A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}\,A$$

$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}A$$

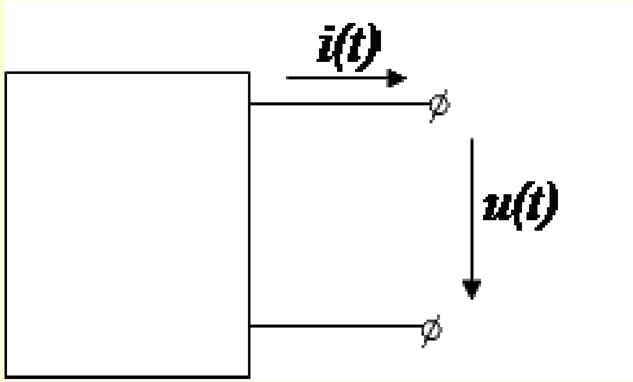
6. Тогава моментните стойности на токовете са:

$$i_1(t) = I_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_1) = 6{,}85\sqrt{2}\sin(1000t - 11{,}58^0)A$$

$$i_2(t) = I_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_2) = 6{,}82\sqrt{2}\sin(1000t + 20{,}04^0)A$$

$$i_3(t) = I_3\sqrt{2}\sin(\omega t + \psi_3) = 3{,}73\sqrt{2}\sin(1000t + 94{,}65^0)A$$

<u>**Мощности при синусоидални режими**</u>



$u(t) = u_m sin(\omega t + \psi_u)$,

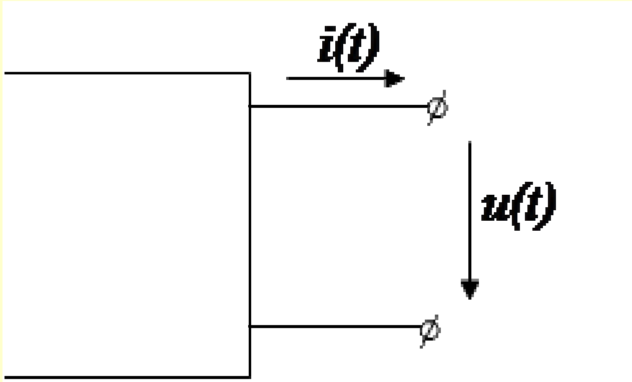
$i(t) = i_m sin(\omega t + \psi_i) = i(t) = i_m sin(\omega t + \psi_u - \varphi)$

$\psi_u = 0 \longrightarrow$ $u(t) = u_m sin\,\omega t$

$i(t) = i_m sin(\omega t - \varphi)$

1.<u>Моментна мощност - ***p(t)***</u>

Активна мощност- *P*



$u(t) = u_m \sin \omega t$

$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T U.I[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)].dt =$$

$$U.I\cos\varphi - \frac{1}{T}U.I\int_0^T \cos(2\omega t - \varphi).dt$$

0 - интеграл на хармонична функция

$$\boxed{\Rightarrow P = U.I\cos\varphi}$$

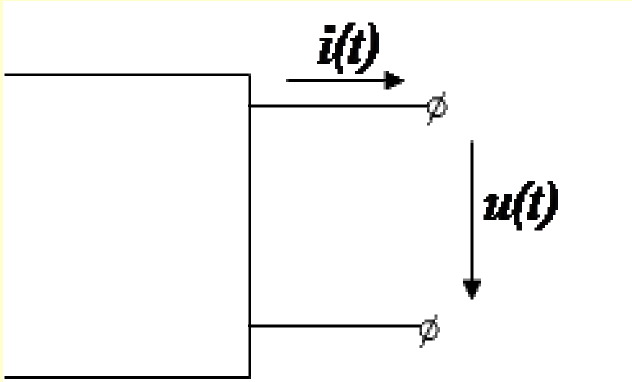
[P]=W

Активната мощност <u>физически представлява енергията, която се отделя за единица време във вид на топлина</u> за участъка от верига с активно съпротивление ***R***

$$P = U.I\cos\varphi = I^2 z.\cos\varphi = I^2 R$$

$$R = z.\cos\varphi$$

Реактивна мощност- ***Q***



u(t) = u

$u(t) = u_m \sin \omega t$

$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$

$$\boxed{Q = U.I \sin\varphi}$$

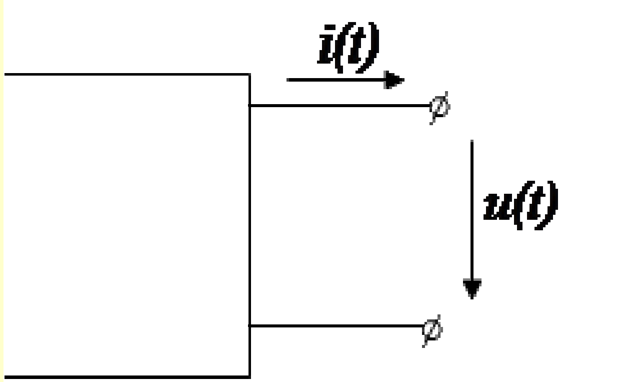
Реактивната мощност ***Q*** е енергия, която се обменя между източника и консуматора (за време равно на периода ***T*** се предава 2 пъти от генератора към консуматора и обратно)

$$\boxed{Q = U.I \sin\varphi = I^2 z.\sin\varphi = I^2 X}$$

[Q]=VAr

От триъгълника на съпротивленията е известно, че $X = z.\sin\varphi; \quad X = X_L - X_C$

Пълна мощност- *S*



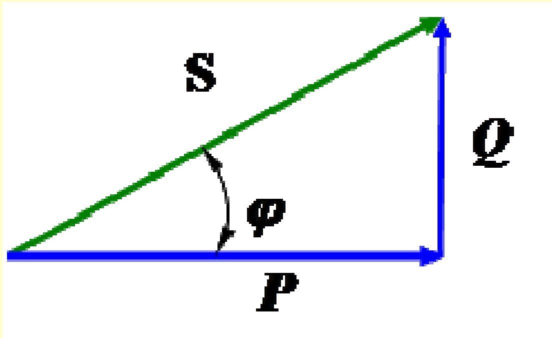
$$u(t) = u_m sin\,\omega t$$
$$i(t) = i_m sin(\omega t - \varphi)$$

$$\boxed{S = U.I}$$

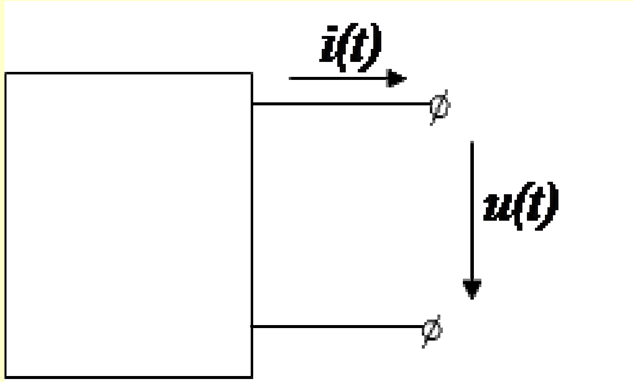
[S]=VA

Пълната мощност ***S*** характеризира тази мощност, която източника би отдавал на потребителя при $\boldsymbol{cos\varphi = 1}$

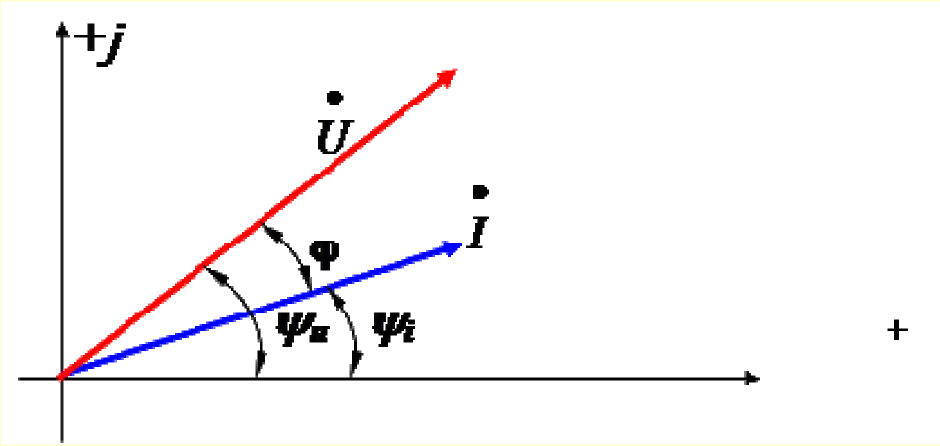
$$\boxed{S^2 = P^2 + Q^2}$$



Комплексна мощност- $\dot{S}$



$$u(t) = u_m \sin \omega t$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t - \varphi)$$



$$\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$$
$$\dot{I} = Ie^{j\psi_i}$$
$$\overset{*}{I} = Ie^{-j\psi_i}$$

$$\dot{S} = \dot{U}.\overset{*}{I} = Ue^{j\psi_u}.Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = UIe^{j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi + UI\sin\varphi = P + jQ$$

$$P = \mathrm{Re}[\dot{S}]$$
$$Q = \mathrm{Im}[\dot{S}]$$

<u>Пример 2.</u> Да се направи баланс на мощностите за веригата

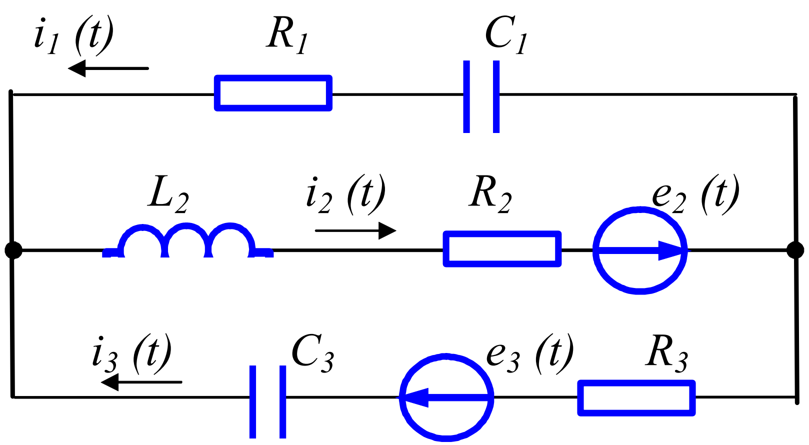
$e_2(t)=71\sin(1000t+45)V$

$e_2(t)=113\sin(1000t+90)V$

$R_1 = R2=5\Omega,\ R_3=10\Omega,$

$L_2=10\ mH,$

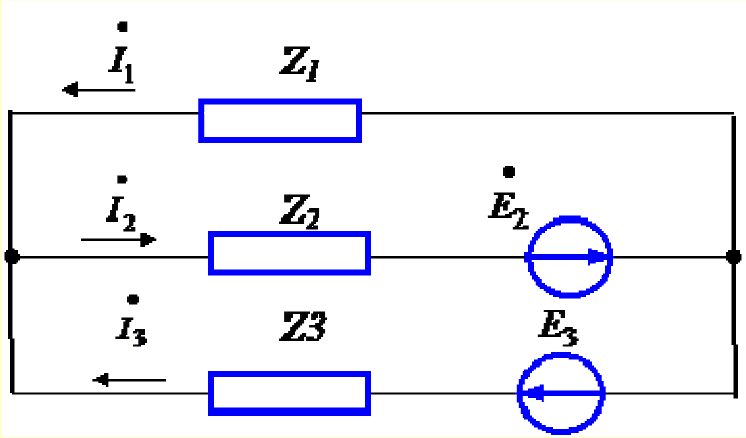
$C_1=200\mu F,\ C_3=125\mu F,.$



<u>Решение</u>

Да се направи баланс на мощностите означава да се направи проверка дали **<u>мощността на източниците е равна на мощността на консуматорите</u>**.

$$\boxed{\sum \dot{S}_{изт} = \sum \dot{S}_{конс}}$$



$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}A$$

$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}A$$

$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}A$$

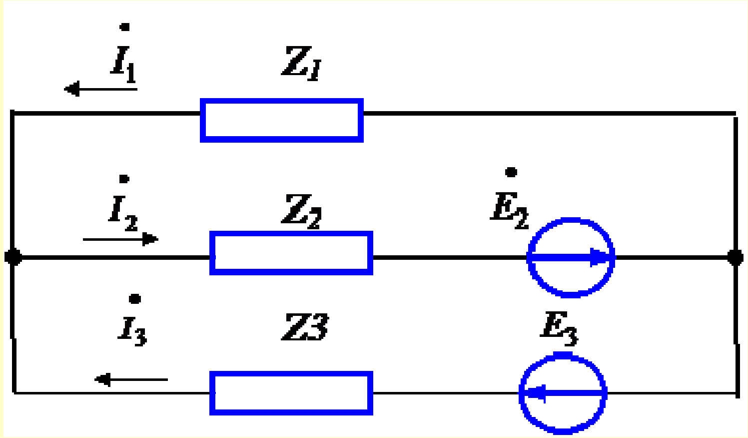
$$\dot{E}_2 = (35{,}5 + j35{,}5)V \qquad \dot{E}_3 = j80V$$

<u>Определяме мощността на източниците</u> $\sum \dot{S}_{изт} = \dot{S}_{E2} + \dot{S}_{E3}$

$$\dot{S}_{E_2} = \dot{E}_2.\overset{*}{I}_2 = (35{,}5 + j35{,}5)(6{,}41 - j2{,}34)$$

$$\dot{S}_{E_3} = \dot{E}_3.\overset{*}{I}_3 = j80.(-0{,}3 - j3{,}72)$$

$$\sum \dot{S}_{изт} = (606{,}4 + j120)VA$$



$$\dot{I}_1 = (6{,}71 - j1{,}375) = 6{,}853e^{-j11{,}58}A$$
$$\dot{I}_2 = (6{,}41 + j2{,}34) = 6{,}82e^{j20{,}04}A$$
$$\dot{I}_3 = (-0{,}3 + j3{,}71) = 3{,}73e^{j94{,}65}A$$

$$Z_1 = (5 - j5)\Omega$$
$$Z_2 = (5 + j10)\Omega$$
$$Z_3 = (5 - j8)\Omega$$

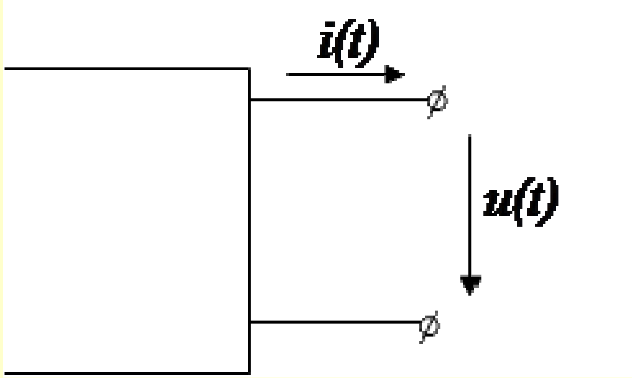
<u>Определяме мощността на консуматорите</u>

$$\sum \dot{S}_{конс} = Z_1 I_1^2 + Z_2 I_2^2 + Z_3 I_3^2 =$$
$$(5 - j5)(6{,}71^2 + 1{,}375^2) + (5 + j10)(6{,}41^2 + 2{,}34^2) + (10 - j8)(0{,}3^2 + 3{,}72^2) =$$
$$(606{,}4 + j120)VA$$

<u>Следователно се получава баланс на мощностите, а именно:</u>

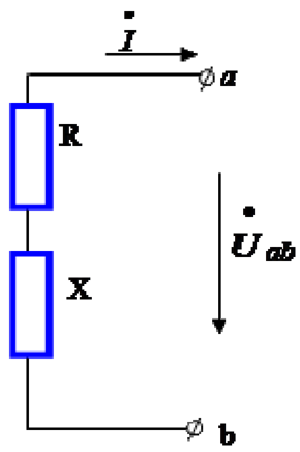
$$\boxed{\sum \dot{S}_{изт} = \sum \dot{S}_{конс} = (606{,}4 + j120)VA} \longrightarrow \boxed{\begin{aligned} P &= \mathrm{Re}[\dot{S}] = 606{,}4W \\ Q &= \mathrm{Im}[\dot{S}] = 120VAr \end{aligned}}$$

Еквивалентни схеми на пасивен двуполюсник от последователен и паралелен тип при синусоидален режим. Взаимно преминаване.



$$u(t) = u_m sin\,\omega t$$
$$i(t) = i_m sin(\omega t - \varphi)$$

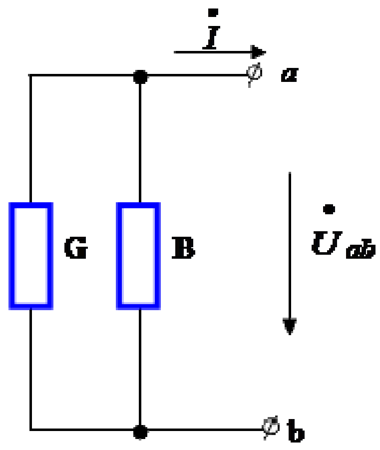
Заместваща схема от последователен тип



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R + jX$

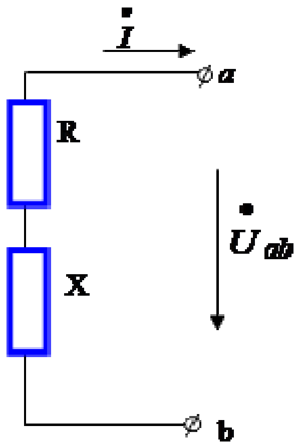
Заместваща схема от паралелен тип



$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G - jB$

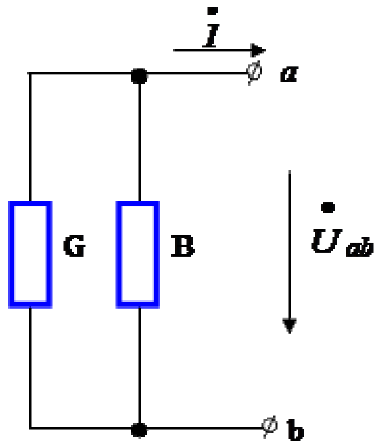
Заместваща схема от последователен тип



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R+jX$

Заместваща схема от паралелен тип



$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

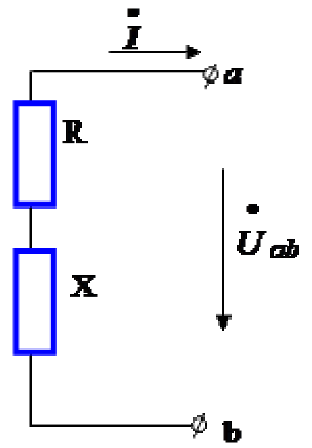
където: $Y = G\text{-}jB$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \qquad B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

$$\longrightarrow$$

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \qquad X = \frac{B}{G^2 + B^2}$$

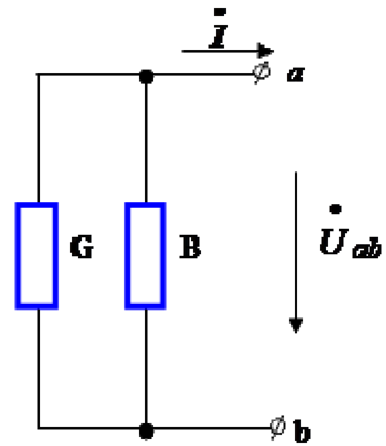
Заместваща схема от последователен тип



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z},$$

където: $Z = R+jX$

Заместваща схема от паралелен тип



$$\dot{I} = Y.\dot{U}_{ab},$$

където: $Y = G\text{-}jB$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{(R + jX)}\frac{(R - jX)}{(R - jX)} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j\frac{X}{R^2 + X^2} = G - jB$$

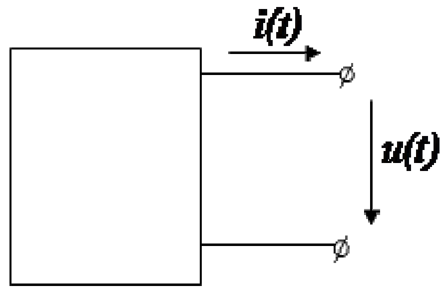
$$\Rightarrow G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G - jB} = \frac{1}{(G - jB)}\frac{(G + jB)}{(G + jB)} = \frac{G}{G^2 + B^2} + j\frac{B}{G^2 + B^2} = R + jX$$

$$\Rightarrow R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2}$$

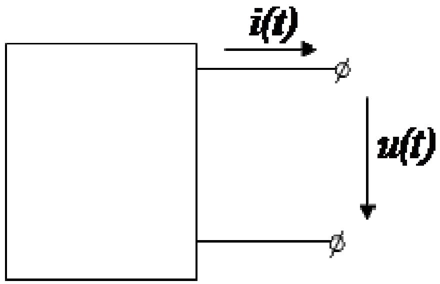
<u>Резонанс.</u>

Резонансът е такова състояние на една пасивна ел.верига, включваща поне 1 бобина и поне 1 кондензатор, при <u>което входният ток и входното напрежение съвпадат по фаза</u>.



$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Резонанс.



$$u(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u),$$
$$i(t) = i_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\boxed{\varphi = \psi_u - \psi_i = 0}$$

Реактивната мощност на двуполюсника е равна на нула- т.е. между генератора и консуматора няма енергийни колебания.

Колебания се осъществяват само между консервативните елементи, като общата сума от електрическата и магнитна енергии, има неизменна големина във времето.

Резонанс може да се постигне

- изменение на параметрите на веригата или
- изменение на честотата на входния сигнал.

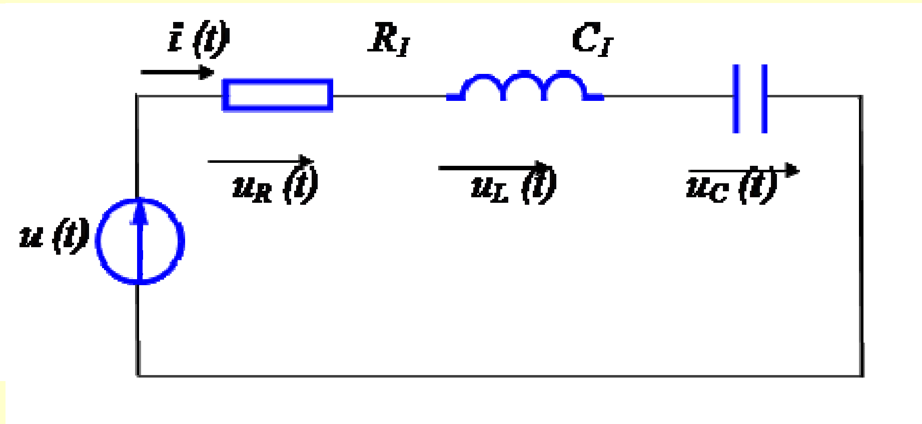
Амплитудата на входния сигнал не оказва влияние върху резонансните явления.

При определени условия резонансните колебания могат да имат много по- голяма амплитуда от амплитудата на входния сигнал.

Различават се два вида резонансни режими:

- напрежителен (последователен) резонанс
- токов (паралелен) резонанс

Напрежителен резонанс в R, L, C двуполюсник от последователен тип



$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

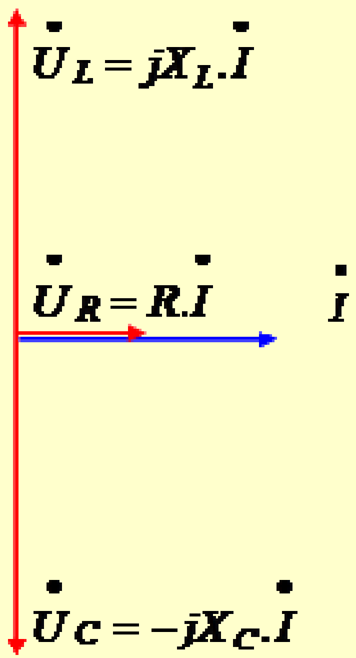
$$\Rightarrow \dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C =$$

$$= \dot{I}R + \dot{I}\,j\omega L + \dot{I}\left(\frac{1}{j\omega C}\right) =$$

$$= \dot{I}\left(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right) =$$

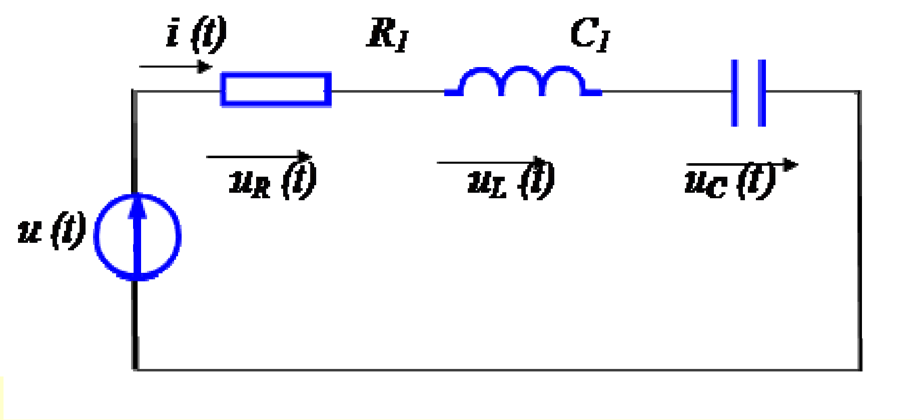
$$= \dot{I}Z = \dot{I}(R_{екв} + jX_{екв})$$

$$Z = R_{екв} + j\cancelto{0}{X_{екв}}$$



$\varphi = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{X_{екв} = 0}$ - **условие за напрежителен резонанс**

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \cancelto{0}{(\dot{U}_L + \dot{U}_C)} = \dot{U}_R$$



Резонансна честота

$$X_{екв} = X_L - X_C = 0$$

$$\Rightarrow X_L = X_C$$

$$\Rightarrow \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C}$$

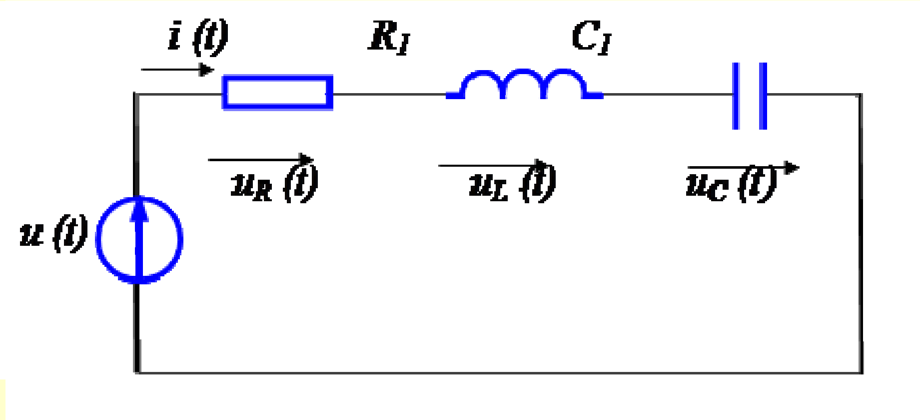
$$\boxed{\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L.C}}}$$

Токът при напрежителен резонанс е максимален: $\dot{I}_p = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R}$

Характеристично съпротивление

$$\boxed{\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}}$$

$$X_L = X_C = \omega_p L = \frac{1}{\sqrt{LC}}.L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$$



Качествен фактор

$$Q = \frac{\rho}{R}$$

Q - показва колко пъти напрежението върху реактивните елементи ***L*** и ***C*** е по-голямо от входното напрежение

$$Q = \frac{U_L}{U_{вх}} = \frac{U_C}{U_{вх}} = \frac{\omega_p L.I}{R.I} = \frac{\omega_p L}{R} = \frac{1/\omega_p C}{R} = \frac{\rho}{R}$$

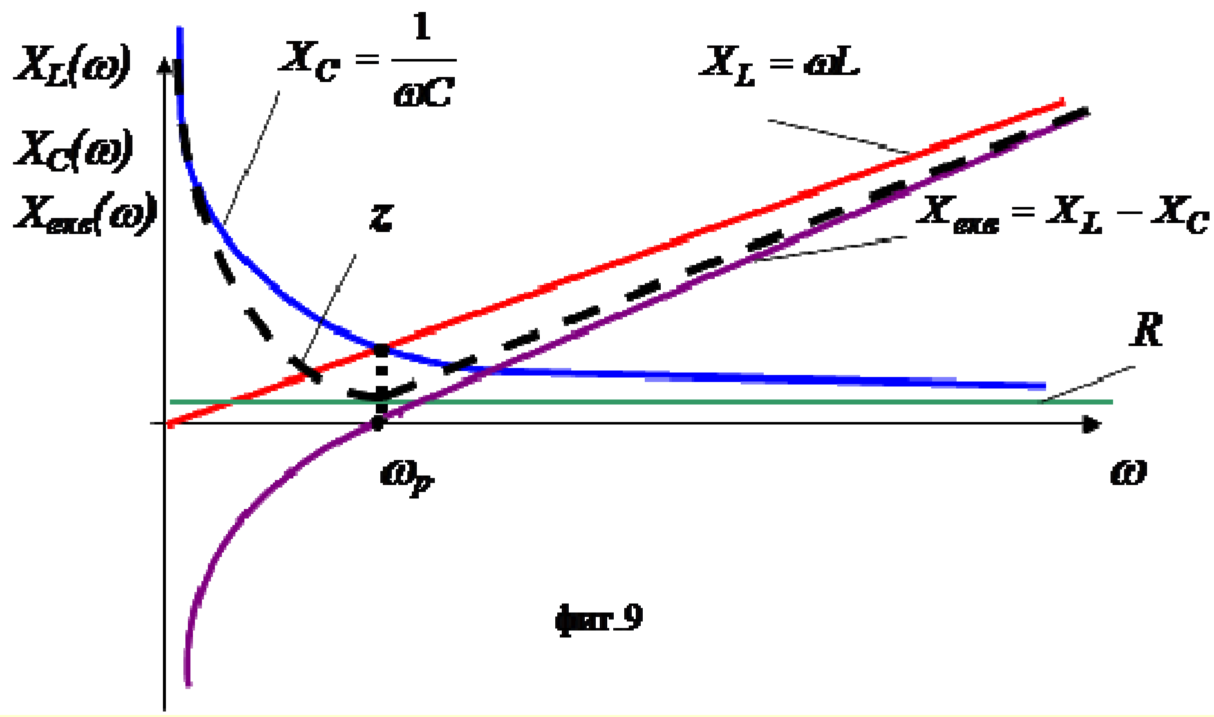
Честотни характеристики

Зависимостта на даден параметър от честотата е честотна характеристика

За да получим честотните характеристики ще разгледаме как се променят параметрите на веригата при изменение на честотата ω от нула **към безкрайност** $(\omega = 0 \div \infty)$.

При този анализ приемаме, че амплитудата на входното напрежение не зависи от честотата (***Um* =** const), както и че R=const, L=const, C=const.

Честотни характеристики



фиг.9

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_{екв} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

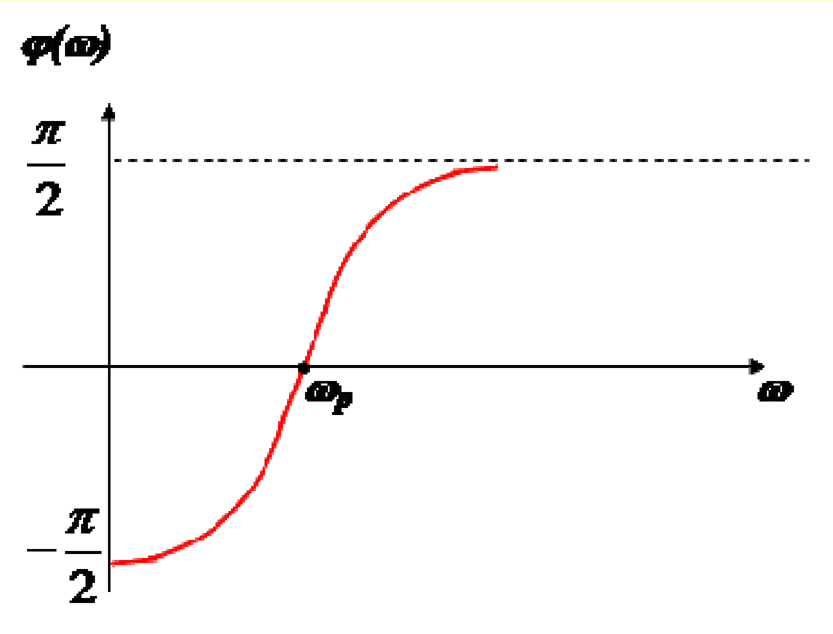
$$z = \sqrt{R^2 + X_{екв}{}^2}$$

$\omega = \omega_p \Rightarrow X_{екв} = 0, \; z = R$

$\omega < \omega_p \Rightarrow$ вх. съпрот. има капацитивен характер

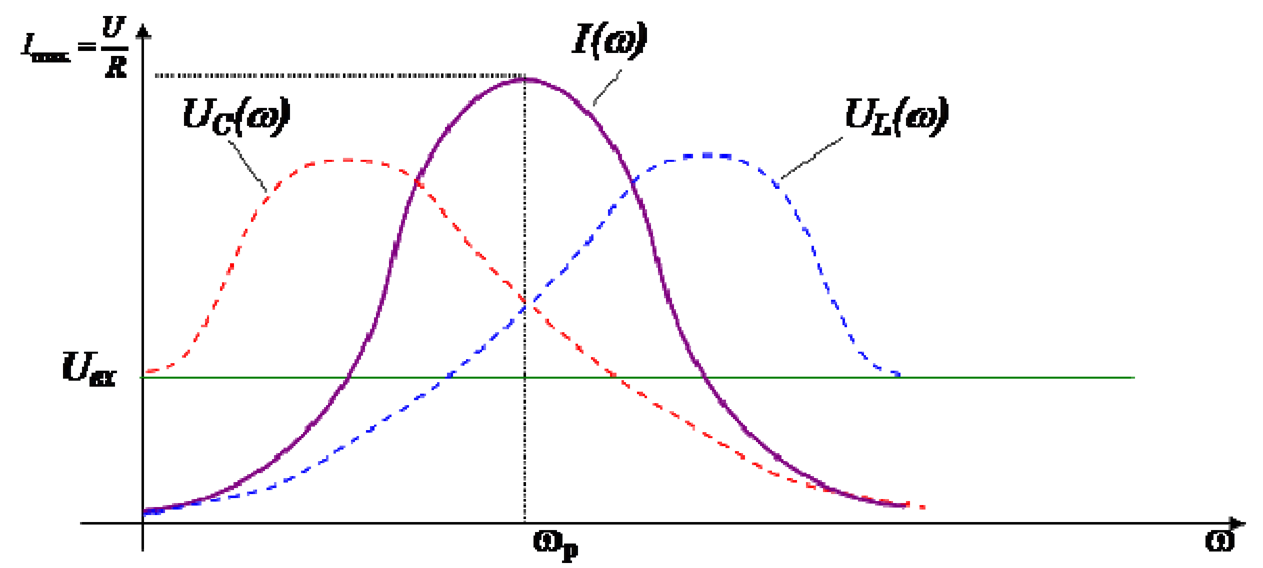
$\omega > \omega_p \Rightarrow$ вх. съпрот. има индуктивен характер

<u>фазочестотната характеристика</u>



$$\varphi = arctg\,\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}$$

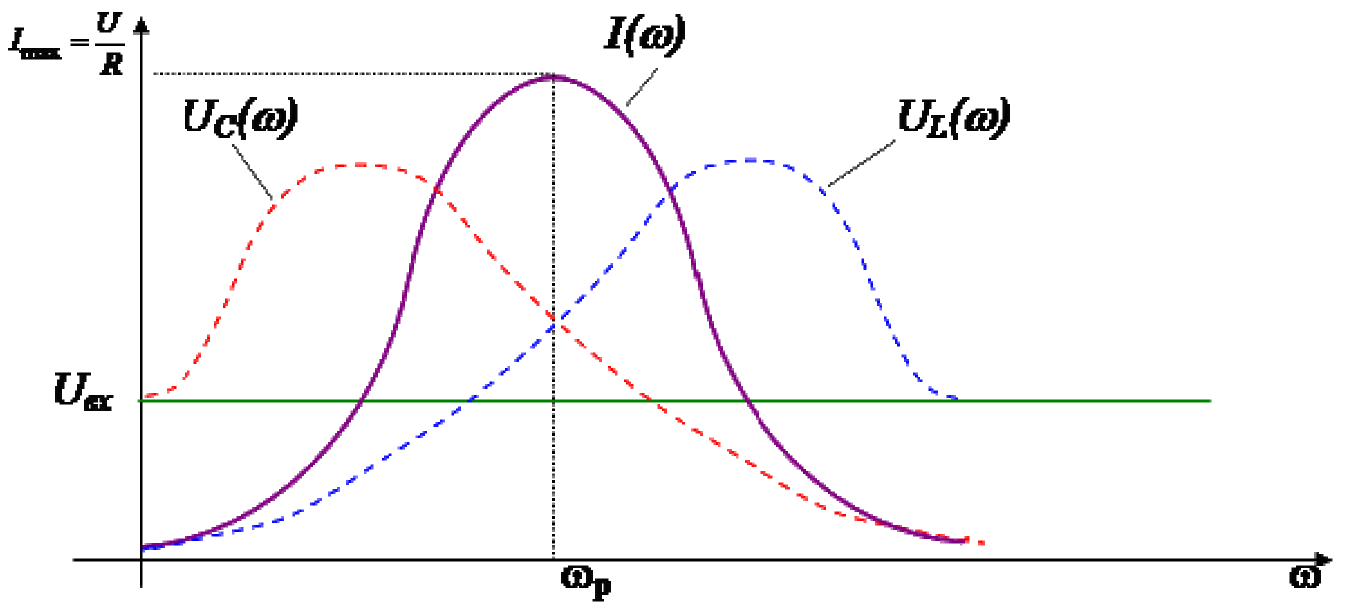
Ефективни стойности на напреженията U_L, U_C и тока I, в зависимост от честотата



фиг.11

$$I(\omega)=\frac{U}{z(\omega)}=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}};$$

$$U_L=I(\omega).\omega L=\frac{U.\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}};\quad U_C=I(\omega).\frac{1}{\omega C}=\frac{U}{\omega C.\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}$$



фиг.11

1. $\omega = 0 \quad \Rightarrow X_C = \dfrac{1}{\omega C} \to \infty \quad \Rightarrow I = 0, \quad U_C = U_{вх}$.Следователно не протича ток, а входното напрежение е приложено върху кондензатора.

2 . $\omega = 0 \div \omega_p \quad \Rightarrow X_C \downarrow, \quad X_L \uparrow$ токът нараства

3. $\omega = \omega_p \quad \Rightarrow X_C = X_L \Rightarrow X_{екв} = 0 \quad I_p = I_{max} = \dfrac{U}{R}$ токът е максимален

4. $\omega = \omega_p \div \infty \quad \Rightarrow X_L = \omega L \to \infty \quad \Rightarrow I = 0, \quad U_L = U_{вх}$ Следователно не протича ток, а входното напрежение е приложено върху бобината.

Съпоставяне на резонансните качества на отделни контури

За да се <u>съпоставят</u> резонансните качества на отделните контури, честотната характеристика $I(\omega)$ се представя в <u>относителни единици</u>

$$\boxed{F_I\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) = \frac{I}{I_p}}$$

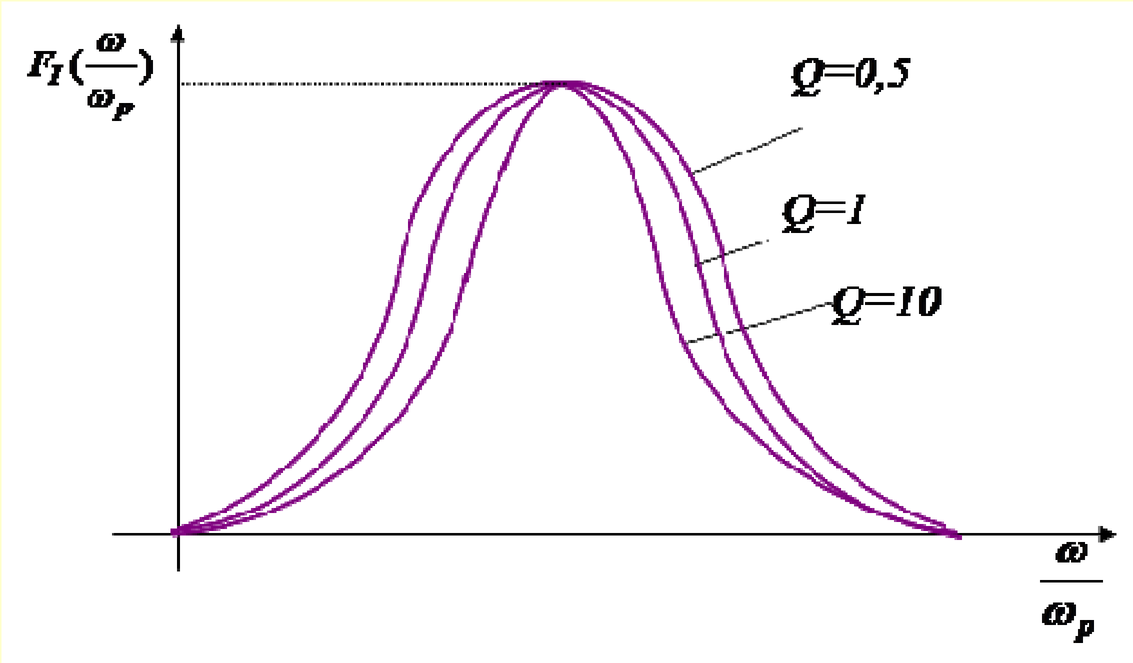
$$\rho = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C}$$

$$Z = R + j\left(\frac{\omega}{\omega_p}.\rho - \frac{\omega_p}{\omega}\rho\right) = R + j\rho\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)$$

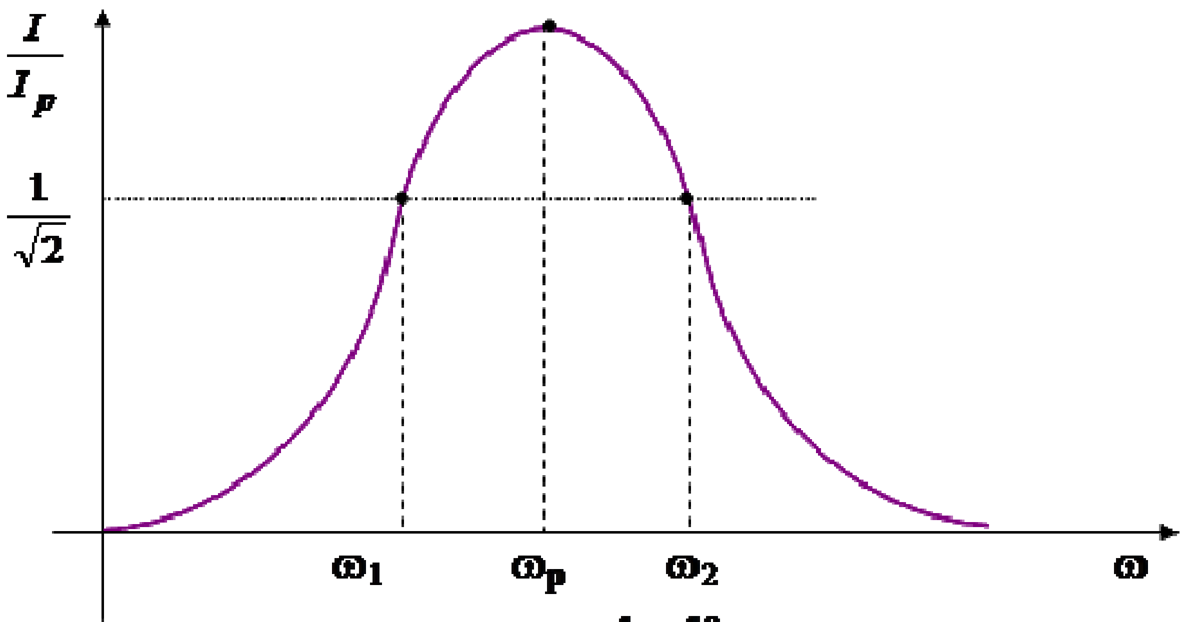
$$\Rightarrow z = \sqrt{R^2 + \rho^2\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} = R\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}$$

$$F_I\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) = \frac{I}{I_p} = \frac{U}{z}.\frac{R}{U} = \frac{R}{z} = \frac{R}{R\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}}$$

Съпоставяне на резонансните качества на отделни контури



Резонансната крива на тока зависи изключително много от ***Q*** фактора на веригата. Колкото по-малко е съпротивлението ***R*** в контура, т.е. колкото ***Q*** фактора е по-голям толкова кривата на тока е по- остра (пикообразна).



$$\frac{I(\omega_1)}{I_p} = \frac{I(\omega_2)}{I_p} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

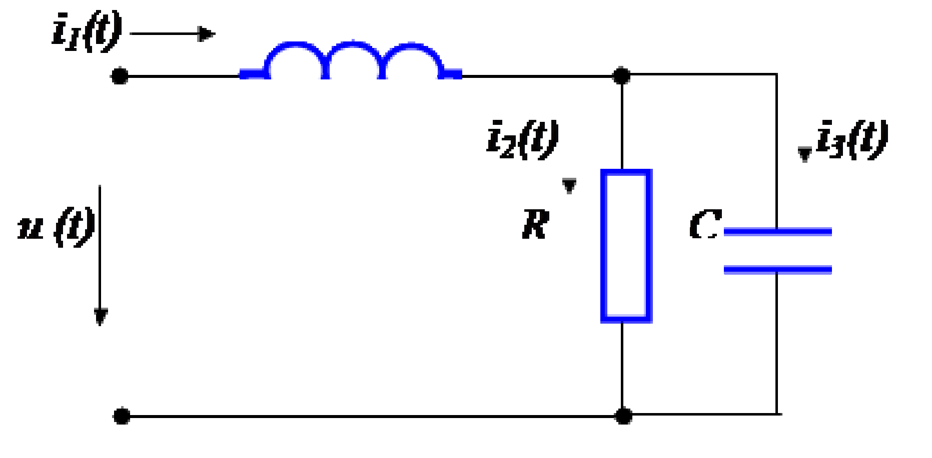
$$\omega_1 \le \omega \le \omega_2 \quad \Leftrightarrow \frac{I}{I_p} \ge \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$P(\omega_p) = I_p^2 R$$

$$P(\omega_1) = I(\omega_1)^2 R = (\frac{I_p}{\sqrt{2}})^2 R = \frac{I_p{}^2}{2} R = \frac{P(\omega_p)}{2}$$

Пример за определяне на резонансен параметър

Да се определи стойността на капацитета C (фиг.13) за която във веригата има напрежителен резонанс

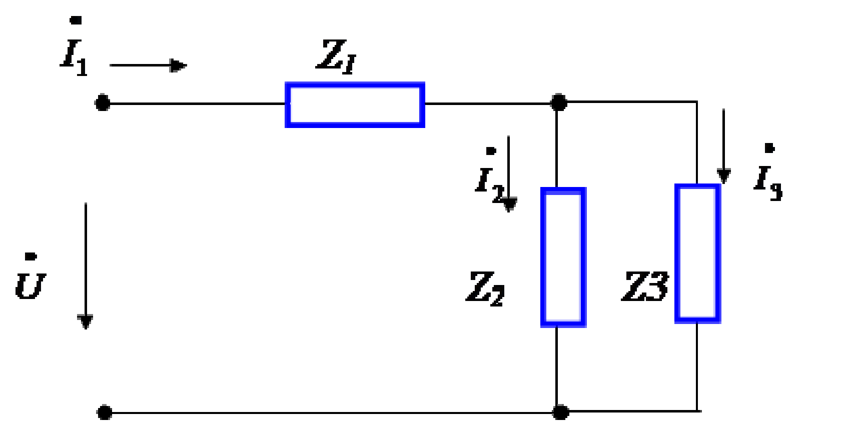


фиг.13

f=160Hz,
R = 10Ω, L=5 mH,

Решение

$$X_{екв} = 0$$



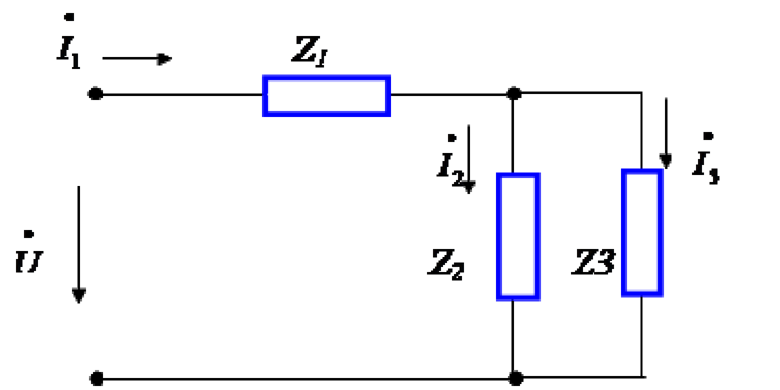
фиг.14

$$\omega = 2\pi f = 2\pi .160 \approx 1000 = 10^3 \, rad/s$$

$$Z_1 = j\omega L = j.10^3.5.10^{-3} = j5\Omega$$

$$Z_2 = R = 10\Omega$$

$$Z_3 = -j\frac{1}{\omega C} = -jX_C$$



фиг.14

$$R_{екв} = \frac{10.X_C{}^2}{100 + X_C{}^2}; \quad X_{екв} = (5 - \frac{100.X_C}{100 + X_C{}^2})$$

$$Z_{екв} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

$$\Rightarrow \quad Z_{екв} = j5 + \frac{10.(-jX_C)}{10 - jX_C} = j5 + \frac{10.(-jX_C)(10 + jX_C)}{(10 - jX_C)(10 + jX_C)} =$$

$$= j5 + \frac{10.(-jX_C)(10 + jX_C)}{100 + X_C{}^2} = j5 - j\frac{100.X_C}{100 + X_C{}^2} + \frac{10.X_C{}^2}{100 + X_C{}^2} =$$

$$= \frac{10.X_C{}^2}{100 + X_C{}^2} + j(5 - \frac{100.X_C}{100 + X_C{}^2}) = R_{екв} + jX_{екв}$$

$$X_{екв} = (5 - \frac{100.X_C}{100 + X_C{}^2}) = 0$$

$$\Rightarrow 5(100 + X_C{}^2) - 100X_C = 0$$

$$\Rightarrow 5X_C{}^2 - 100X_C + 500 = 0$$

$$\Rightarrow X_C{}^2 - 20X_C + 100 = 0$$

$$\Rightarrow X_C = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{2} = 10\Omega$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{10^3 10} = 10^{-4}F = 100.10^{-6}F = 100\mu F$$