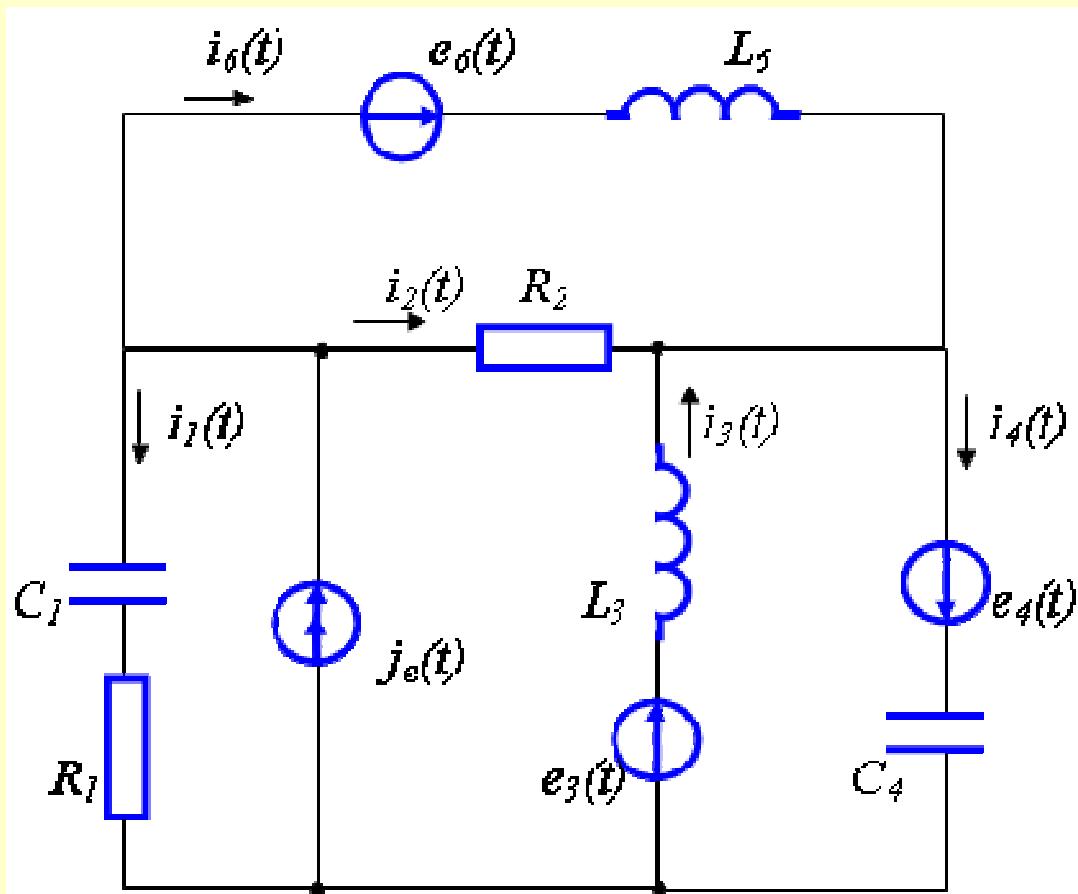


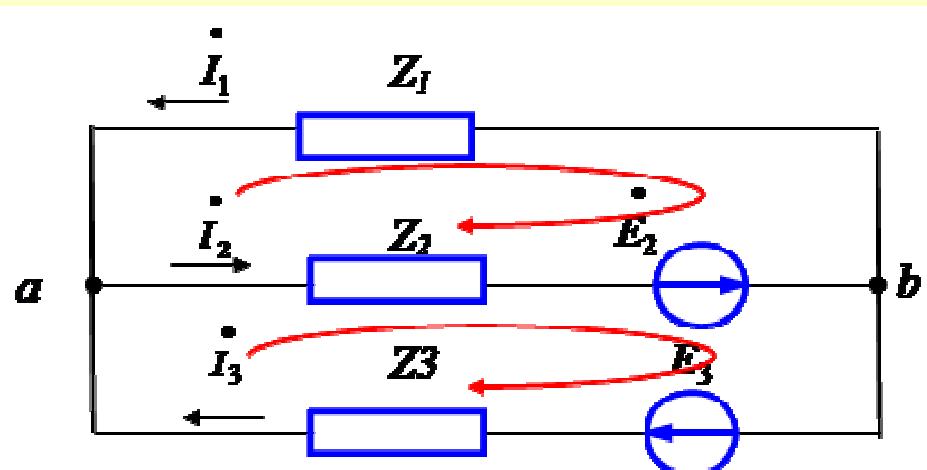
Методи за анализ на стационарни режими в линейни електрически вериги

- При анализ на вериги **с повече от един източник** и по-голям брой клонове се използват различни методи за анализ на стационарни режими



- При използването им се достига до **решаване на линейни системи уравнения** относно неизвестни токове или потенциали.

Вече познаваме един такъв метод – Методът с клонови токове



за възел "a":

$$\left| \begin{array}{l} \bullet \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \\ \bullet -\dot{I}_1 Z_1 - \dot{I}_2 Z_2 = -\dot{E}_2 \\ \bullet \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_3 Z_3 = \dot{E}_2 + \dot{E}_3 \end{array} \right.$$

за двата контура :

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

- брой възли $n=2$,
- брой клонове $m=3$

2. Записваме система уравнения по метода с клонови токове:

- $n-1=1$ уравнения по I закон на Кирхоф
- $k=m-n+1=2$ уравнения по II закон на Кирхоф

- Предимство - приложим за всяка схема независимо от входните сигнали.
- Недостатък - голям брой уравнения за по-сложни вериги.

Метод с контурни токове

Алгоритъм на метода

1. Определяме брой клонове и брой възли във веригата:

брой възли - n

брой клонове - m

2. Избираме K брой независими контура, в които протичат

K -на брой **контурни тока** $\bullet I_{\text{конт} 1}, I_{\text{конт} 2}, I_{\text{конт} 3}, \dots, I_{\text{конт} k}$

$$k = m - n + 1$$

3. Записваме система от K -на брой уравнения относно неизвестните контурни токове, която има вида:

Метод с контурни токове

Система уравнения относно неизвестните контурни токове

$$+ \overset{\bullet}{I}_{конт\,1} Z_{11} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,2} Z_{12} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,3} Z_{13} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,k} Z_{1k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\,1}$$

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,1} Z_{21} + \overset{\bullet}{I}_{конт\,2} Z_{22} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,3} Z_{23} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,k} Z_{2k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\,2}$$

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,1} Z_{31} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,2} Z_{32} + \overset{\bullet}{I}_{конт\,3} Z_{23} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,k} Z_{3k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\,3}$$

.....

.....

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,1} Z_{k1} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,2} Z_{k2} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\,k} Z_{23} \pm \dots + \overset{\bullet}{I}_{конт\,k} Z_{kk} = \overset{\bullet}{E}_{конт\,k}$$

Система уравнения по МКТ

$$+ \overset{\bullet}{I}_{конт\ 1} Z_{11} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 2} Z_{12} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 3} Z_{13} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ k} Z_{1k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\ 1}$$

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 1} Z_{21} + \overset{\bullet}{I}_{конт\ 2} Z_{22} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 3} Z_{23} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ k} Z_{2k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\ 2}$$

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 1} Z_{31} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 2} Z_{32} + \overset{\bullet}{I}_{конт\ 3} Z_{23} \pm \dots \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ k} Z_{3k} = \overset{\bullet}{E}_{конт\ 3}$$

.....

.....

$$\pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 1} Z_{k1} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ 2} Z_{k2} \pm \overset{\bullet}{I}_{конт\ k} Z_{23} \pm \dots + \overset{\bullet}{I}_{конт\ k} Z_{kk} = \overset{\bullet}{E}_{конт\ k}$$

$\overset{\bullet}{I}_{конт\ 1}, \overset{\bullet}{I}_{конт\ 2}, \overset{\bullet}{I}_{конт\ 3}, \dots, \overset{\bullet}{I}_{конт\ k}$

--- търсени контурни токове

Система уравнения по МКТ

$$\begin{aligned} + \dot{I}_{\text{конт} 1} Z_{11} \pm \dot{I}_{\text{конт} 2} Z_{12} \pm \dot{I}_{\text{конт} 3} Z_{13} \pm \dots \pm \dot{I}_{\text{конт} k} Z_{1k} &= \dot{E}_{\text{конт} 1} \\ \pm \dot{I}_{\text{конт} 1} Z_{21} + \dot{I}_{\text{конт} 2} Z_{22} \pm \dot{I}_{\text{конт} 3} Z_{23} \pm \dots \pm \dot{I}_{\text{конт} k} Z_{2k} &= \dot{E}_{\text{конт} 2} \\ \pm \dot{I}_{\text{конт} 1} Z_{31} \pm \dot{I}_{\text{конт} 2} Z_{32} + \dot{I}_{\text{конт} 3} Z_{33} \pm \dots \pm \dot{I}_{\text{конт} k} Z_{3k} &= \dot{E}_{\text{конт} 3} \\ \dots & \\ \dots & \\ \pm \dot{I}_{\text{конт} 1} Z_{k1} \pm \dot{I}_{\text{конт} 2} Z_{k2} \pm \dot{I}_{\text{конт} k} Z_{23} \pm \dots + \dot{I}_{\text{конт} k} Z_{kk} &= \dot{E}_{\text{конт} k} \end{aligned}$$

$Z_{ii} = Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}, \dots, Z_{kk}$ --- собствени контурни съпротивления

Система уравнения по МКТ

$$+\dot{I}_{конт\,1}Z_{11} \pm \dot{I}_{конт\,2}Z_{12} \pm \dot{I}_{конт\,3}Z_{13} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\,k}Z_{1k} = \dot{E}_{конт\,1}$$

$$\pm \dot{I}_{конт\,1}Z_{21} + \dot{I}_{конт\,2}Z_{22} \pm \dot{I}_{конт\,3}Z_{23} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\,k}Z_{2k} = \dot{E}_{конт\,2}$$

$$\pm \dot{I}_{конт\,1}Z_{31} \pm \dot{I}_{конт\,2}Z_{32} + \dot{I}_{конт\,3}Z_{33} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\,k}Z_{3k} = \dot{E}_{конт\,3}$$

.....

.....

$$\pm \dot{I}_{конт\,1}Z_{k1} \pm \dot{I}_{конт\,2}Z_{k2} \pm \dot{I}_{конт\,k}Z_{23} \pm \dots + \dot{I}_{конт\,k}Z_{kk} = \dot{E}_{конт\,k}$$

Z_{ij}

---- взаимни контурни съпротивления за контур "i" и за контур "j".

$$Z_{ij} = Z_{ji}$$

Система уравнения по МКТ

$$+ \dot{I}_{конт\ 1} Z_{11} \pm \dot{I}_{конт\ 2} Z_{12} \pm \dot{I}_{конт\ 3} Z_{13} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\ k} Z_{1k} = \dot{E}_{конт\ 1}$$

$$\pm \dot{I}_{конт\ 1} Z_{21} + \dot{I}_{конт\ 2} Z_{22} \pm \dot{I}_{конт\ 3} Z_{23} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\ k} Z_{2k} = \dot{E}_{конт\ 2}$$

$$\pm \dot{I}_{конт\ 1} Z_{31} \pm \dot{I}_{конт\ 2} Z_{32} + \dot{I}_{конт\ 3} Z_{23} \pm \dots \pm \dot{I}_{конт\ k} Z_{3k} = \dot{E}_{конт\ 3}$$

.....

.....

$$\pm \dot{I}_{конт\ 1} Z_{k1} \pm \dot{I}_{конт\ 2} Z_{k2} \pm \dot{I}_{конт\ k} Z_{23} \pm \dots + \dot{I}_{конт\ k} Z_{kk} = \dot{E}_{конт\ k}$$

\bullet \bullet \bullet \bullet
 $\dot{E}_{конт\ 1}, \dot{E}_{конт\ 2}, \dot{E}_{конт\ 3}, \dots, \dot{E}_{конт\ k}$

----- контурни е. д. н.

Метод с контурни токове

Алгоритъм на метода

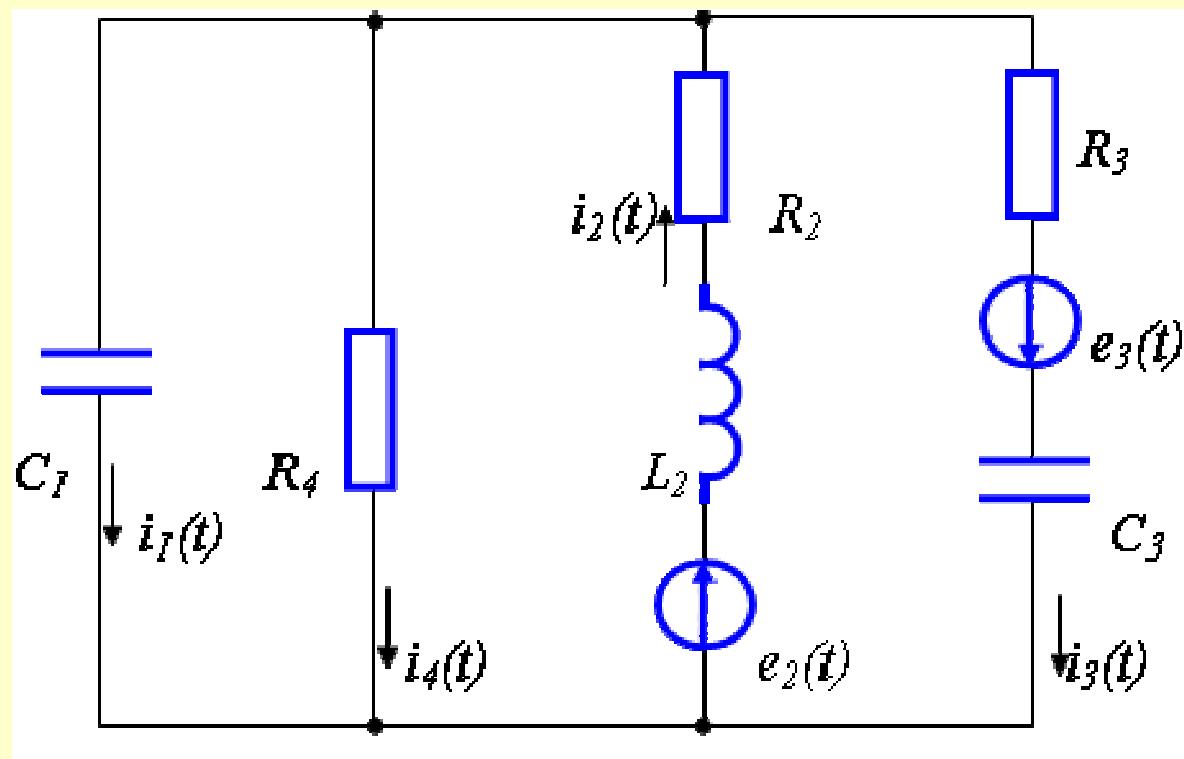
4. Решаваме системата уравнения и определяме контурните токове:

- $I_{конт\ 1} = \dots\dots\dots$
- $I_{конт\ 2} = \dots\dots\dots$
- $I_{конт\ 3} = \dots\dots\dots$
-
- $I_{конт\ k} = \dots\dots\dots$

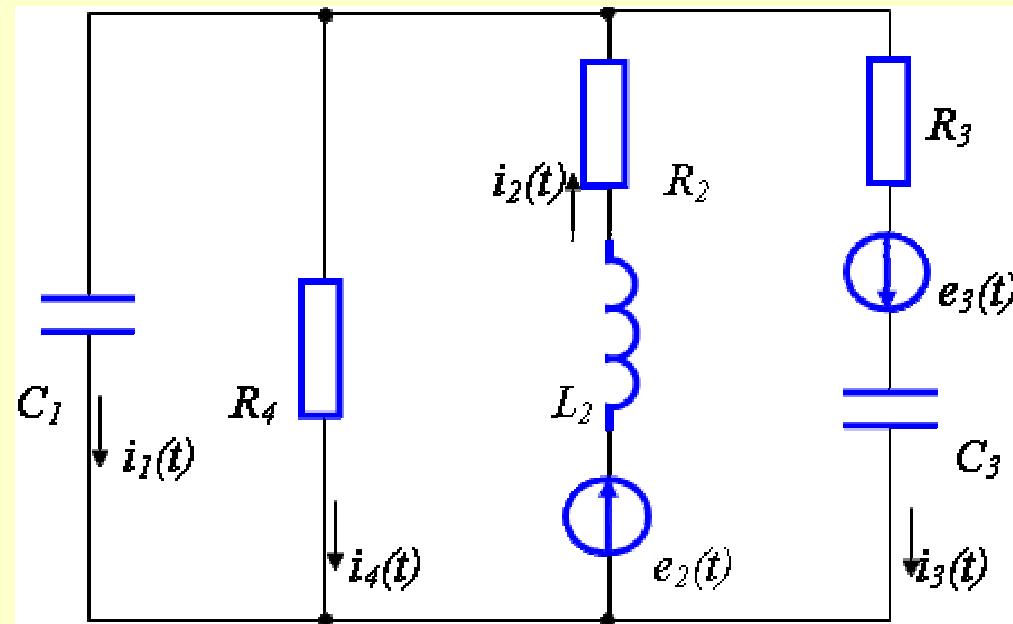
5. Определяме клоновите токове **като алгебрична сума от контурните токове**, които минават през съответния клон

Пример 1:

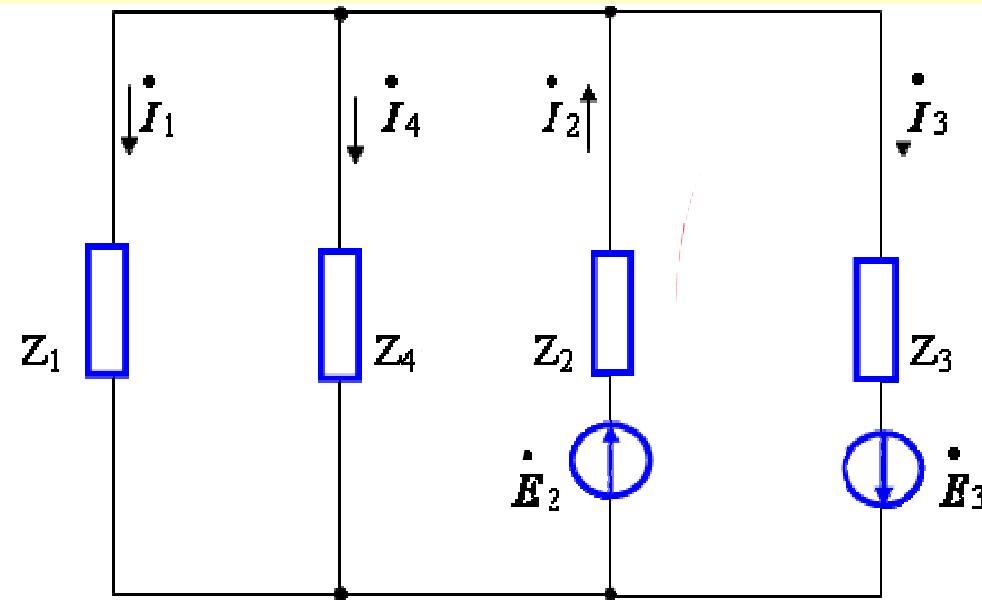
Да се определят клоновите токове за веригата показана на фигурата, като се използва МКТ



$$\begin{aligned}f &= 160 \text{Hz}, \\R_4 &= R_3 = 10 \Omega, R_2 = 5 \Omega, \\L_2 &= 10 \text{mH}, \\C_1 &= 100 \mu\text{F}, C_3 = 125 \mu\text{F}, \\e_2(t) &= 71 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{V} \\e_3(t) &= 112 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{V}\end{aligned}$$

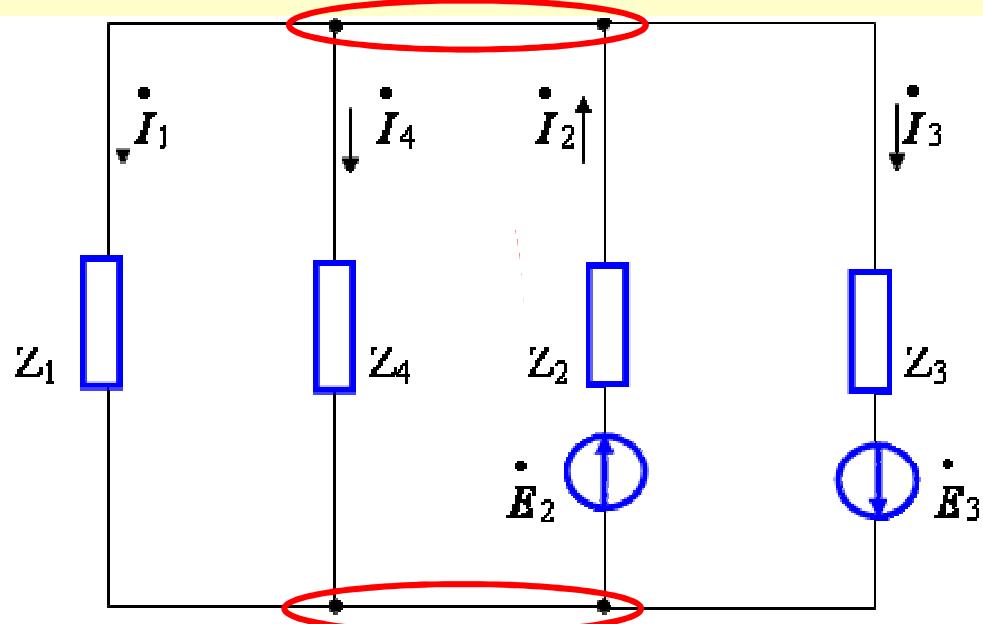


$f = 160 \text{ Hz}$,
 $R_4 = R_3 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$,
 $L_2 = 10 \text{ mH}$,
 $C_1 = 100 \mu\text{F}$, $C_3 = 125 \mu\text{F}$,
 $e_2(t) = 71 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$
 $e_3(t) = 112 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{ V}$



$$\begin{aligned}
 Z_1 &= -j \frac{1}{\omega C_1} = -j 10 \Omega \\
 Z_2 &= R_2 + j \omega L_2 = (5 + j 10) \Omega \\
 Z_3 &= R_3 - j \frac{1}{\omega C_3} = (10 - j 8) \Omega \\
 Z_4 &= R_4 = 10 \Omega
 \end{aligned}$$

Решение на задачата по МКТ



1. Определяме :

брой възли

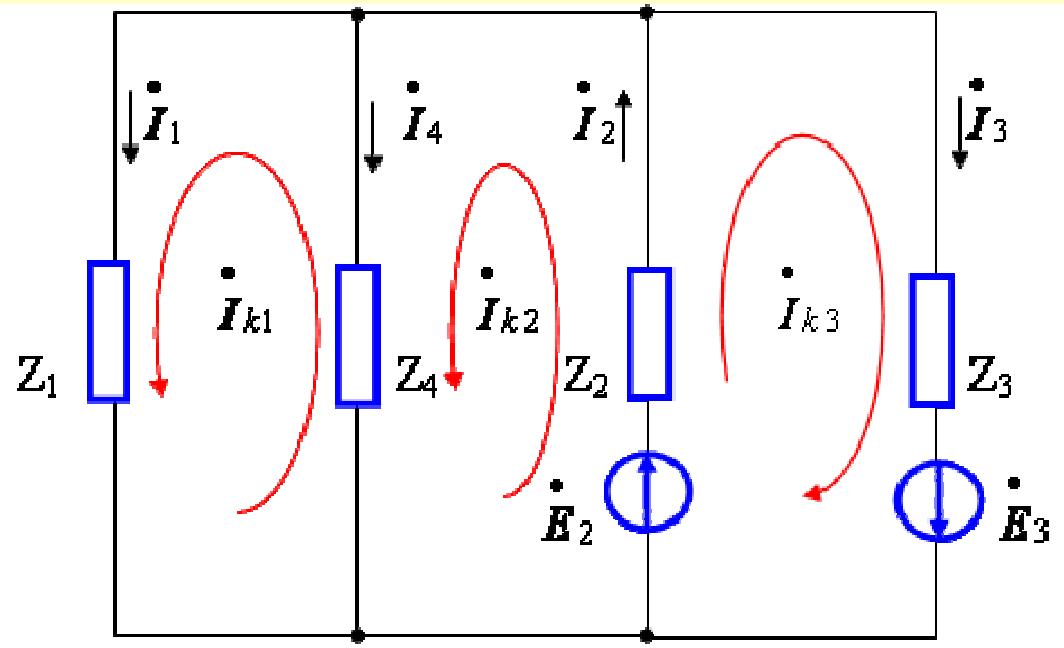
брой клонове

2. Определяме :

$$k = m - n + 1 = 3$$

3. Записваме системата уравнения по метода с контурни токове

Решение на задачата по МКТ



- $I_{k1} = (4,044 + j2,7)A$
- $I_{k2} = (6,714 - j1,376)A$
- $I_{k3} = (-0,302 + j3,714)A$

4. Заместваме със стойности и решаваме системата:

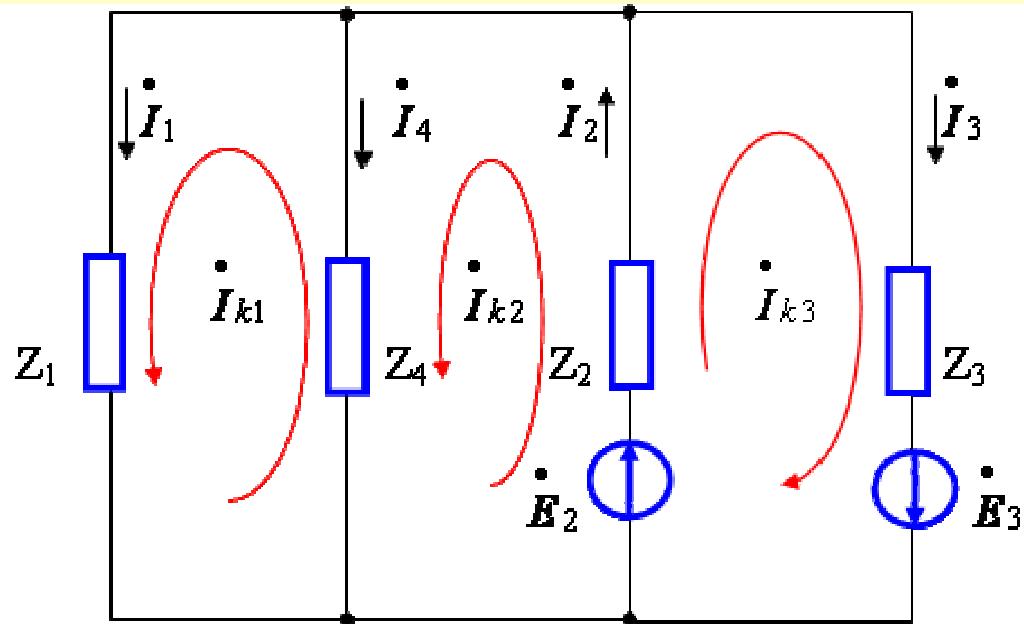
$$\dot{I}_{k1}(-j10+10)-\dot{I}_{k2}10=0$$

$$-\dot{I}_{k1}10 + \dot{I}_{k2}(10+5+j10)+\dot{I}_{k3}(5+j10)=35+j35$$

$$+\dot{I}_{k2}(10-j8) + \dot{I}_{k3}(5+j10+10-j8)=35+j35+j80$$

Решение на задачата по МКТ

6. Определяме клоновите токове:

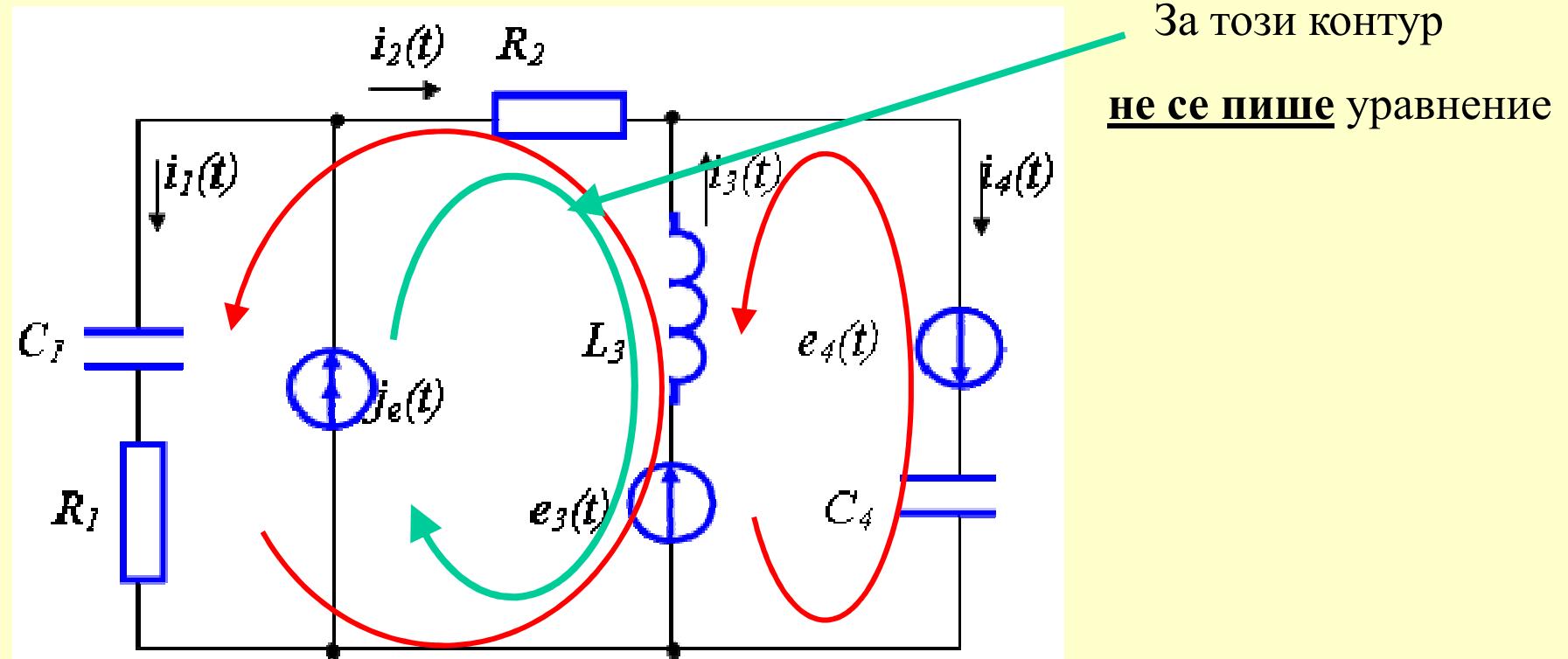


$$\begin{aligned} \bullet I_{k1} &= (4,044 + j2,7)A \\ \bullet I_{k2} &= (6,714 - j1,376)A \\ \bullet I_{k3} &= (-0,302 + j3,714)A \end{aligned}$$

$$\bullet I_1 = I_{k1}$$

Особеност при метода с контурни токове

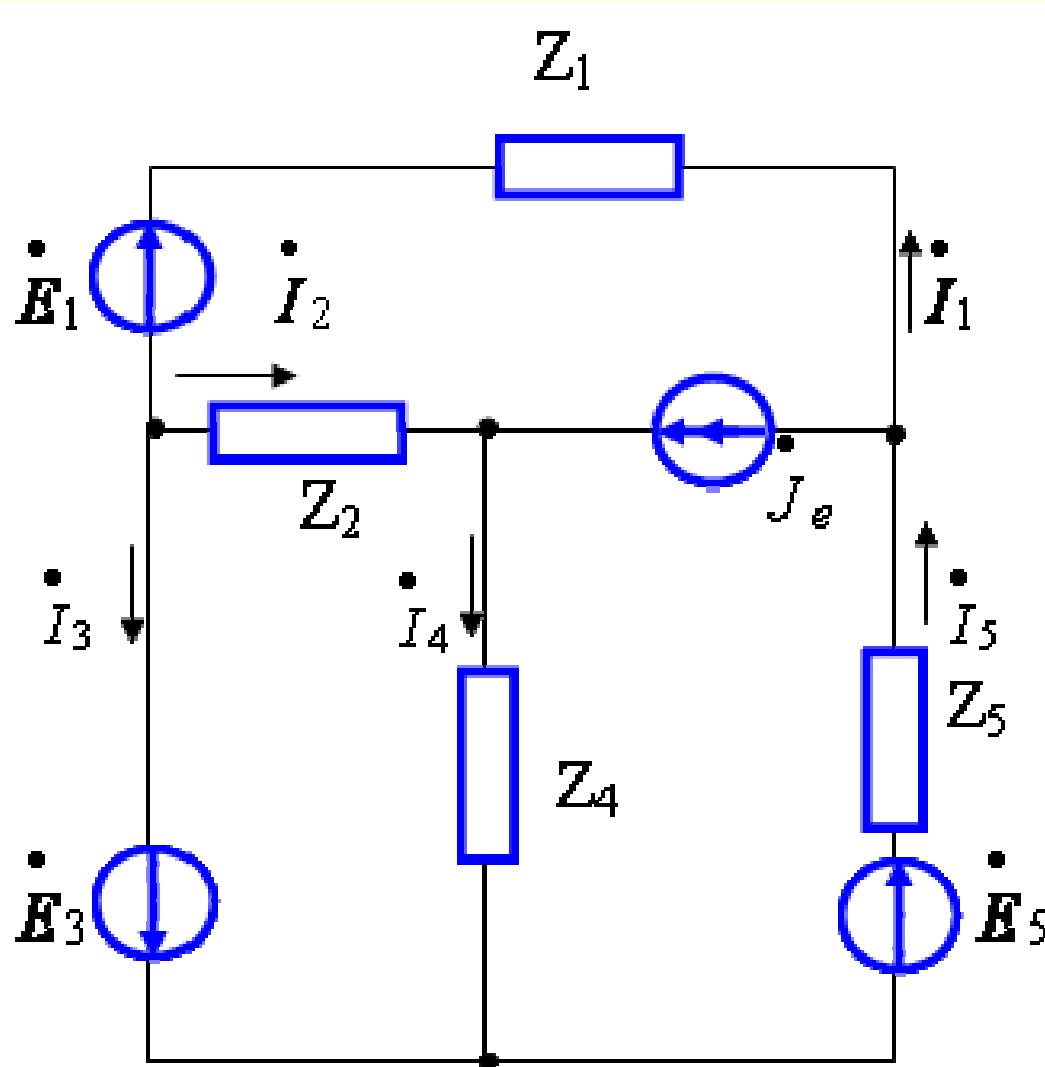
Методът с контурни токове има особеност, когато във веригата има източник на ток.



- контурите се избират така, че през клона с източник на ток да минава само един контурен ток.
- За контура с източник на ток не се пише уравнение, тъй като контурният ток в него е известен – това е токът на източника на ток.

Пример:

Анализ на верига с особеност по метода с контурни токове



$$\dot{E}_1 = j30 V; \quad \dot{E}_3 = j100 V;$$

$$\dot{E}_5 = 50 V; \quad J_e = j2 A$$

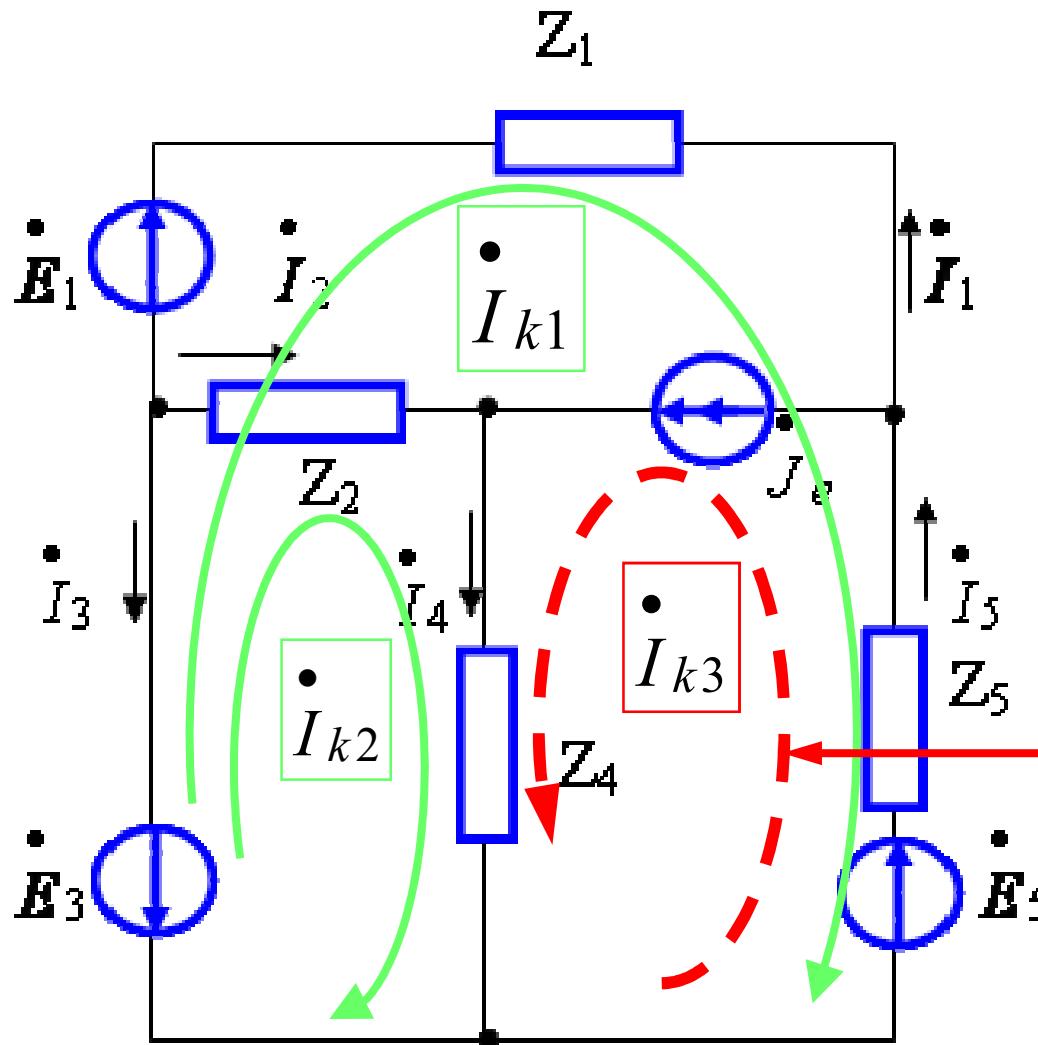
$$Z_1 = -j10\Omega$$

$$Z_2 = (5 + j10)\Omega$$

$$Z_4 = 5\Omega$$

$$Z_5 = 10\Omega$$

Решение на задачата по МКТ

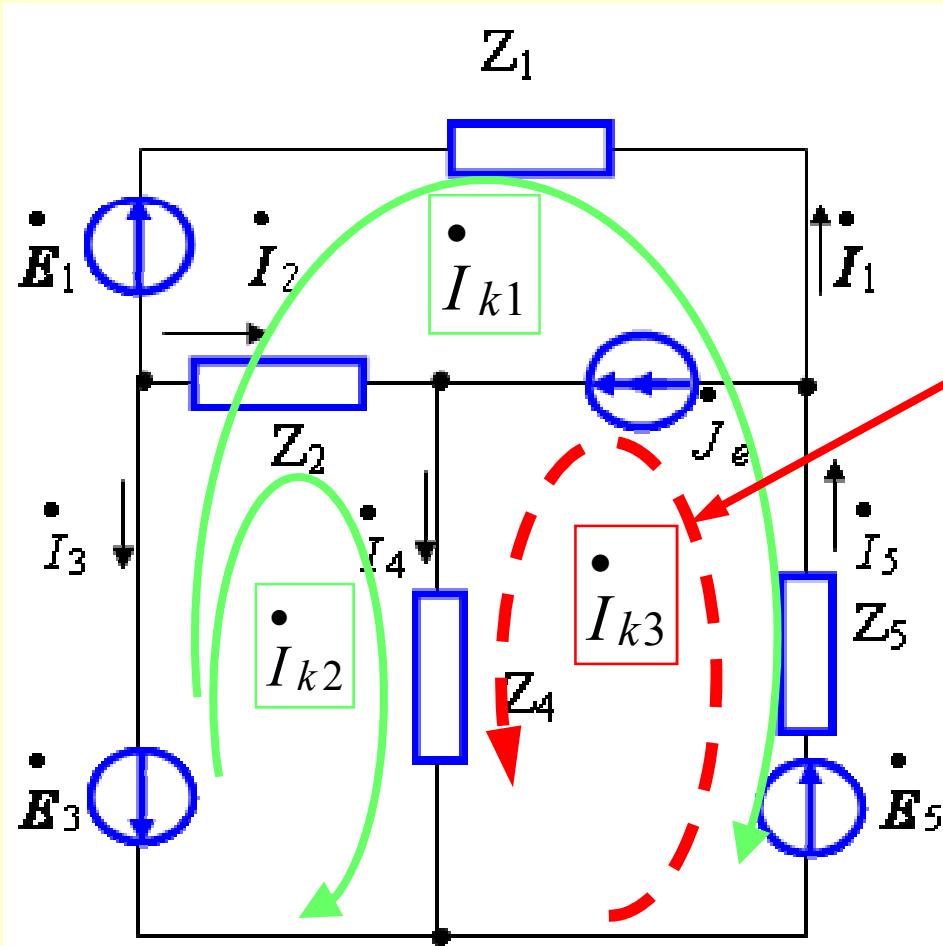


1. Определяме:
брой възли $n=4$,
брой клонове $m=6$

2. Определяме :
 $k=m-n+1=3$

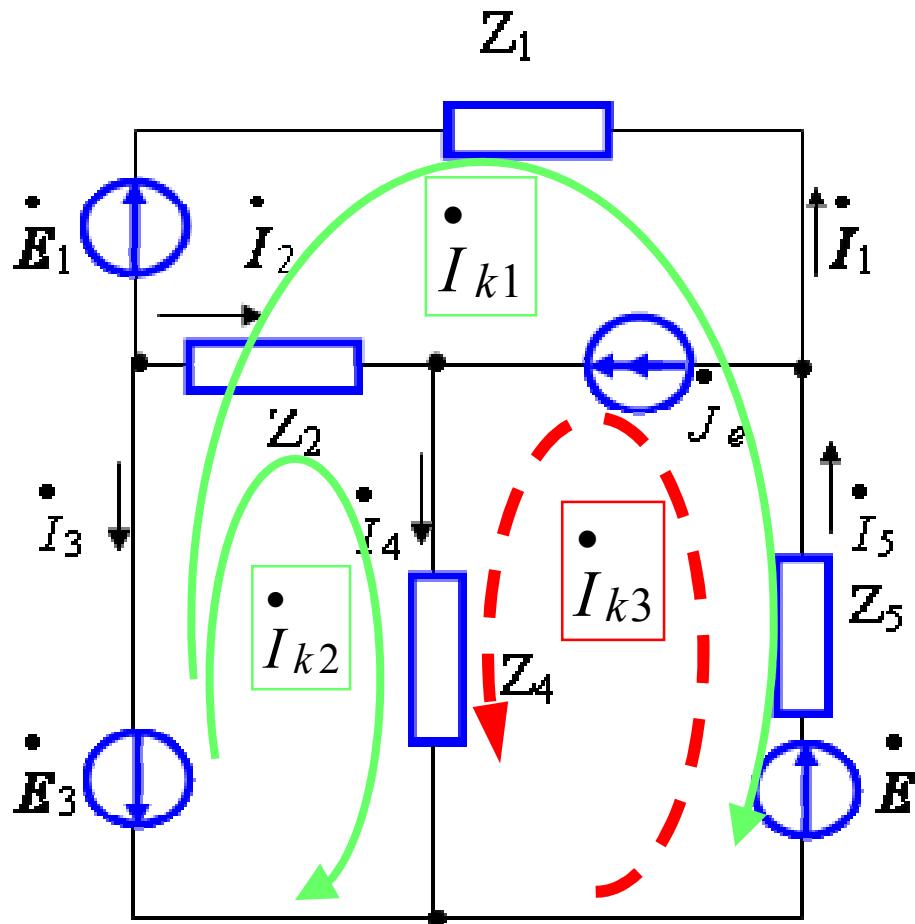
3. Избираме контурите

$$I_{k3} = J_e = j2A$$



За този контур
не се пише уравнение

$$I_{k3} = J e = j2A$$



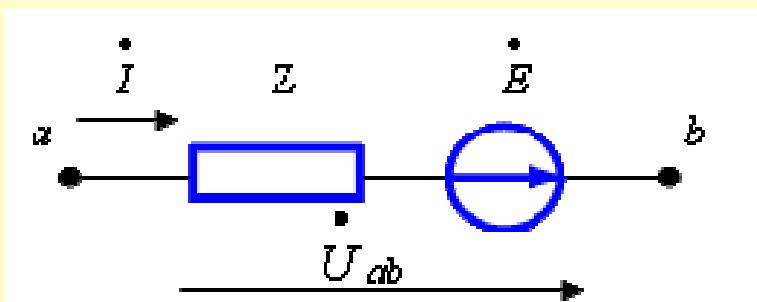
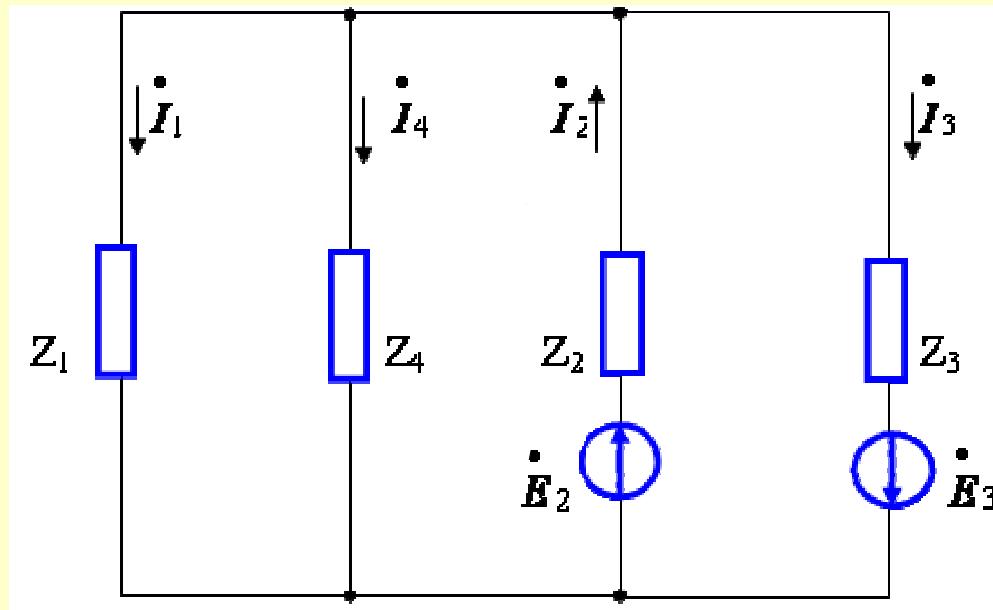
5. Определяме трите контурни тока:

$$\begin{aligned} \bullet & I_{k1} = -j5A \\ \bullet & I_{k2} = (-5,5 + j5,5)A \\ \bullet & I_{k3} = j2A \end{aligned}$$

6. Определяме клоновите токове:

Метод с възлови потенциали

Идеята на метода е предложена от Максуел



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab} + \dot{E}}{Z} = \frac{\dot{V}_a - \dot{V}_b + \dot{E}}{Z}$$

Метод с възлови потенциали

Алгоритъм на метода

1. Определяме брой възли във веригата:

брой възли - ***n***

2. Избираме възел с нулев потенциал

$$\overset{\bullet}{V}_n = 0$$

3. Записваме система от *n-1* уравнения относно неизвестните потенциали

Система от $n-1$ уравнения относно неизвестните потенциали

$$+\dot{V}_1 Y_{11} - \dot{V}_2 Y_{12} - \dot{V}_3 Y_{13} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{1,n-1} = \dot{J}_{възел\ 1}$$

$$-\dot{V}_1 Y_{21} + \dot{V}_2 Y_{22} - \dot{V}_3 Y_{23} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{2,n-1} = \dot{J}_{възел\ 2}$$

$$-\dot{V}_1 Y_{31} - \dot{V}_2 Y_{32} + \dot{V}_3 Y_{33} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{3,n-1} = \dot{J}_{възел\ 3}$$

.....

.....

$$-\dot{V}_1 Y_{n-1,1} - \dot{V}_2 Y_{n-1,2} - \dot{V}_3 Y_{n-1,3} \pm \dots + \dot{V}_{n-1} Y_{n-1,n-1} = \dot{J}_{възел\ n-1}$$

$\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{V}_3, \dots, \dot{V}_{n-1}$

- са търсените потенциали

Система от $n - 1$ уравнения относно неизвестните потенциали

$$\begin{aligned}
 + \dot{V}_1 Y_{11} - \dot{V}_2 Y_{12} - \dot{V}_3 Y_{13} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 1} \\
 - \dot{V}_1 Y_{21} + \dot{V}_2 Y_{22} - \dot{V}_3 Y_{23} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{2,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 2} \\
 - \dot{V}_1 Y_{31} - \dot{V}_2 Y_{32} + \dot{V}_3 Y_{33} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{3,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 3} \\
 \dots & \\
 \dots & \\
 - \dot{V}_1 Y_{n-1,1} - \dot{V}_2 Y_{n-1,2} - \dot{V}_3 Y_{n-1,3} \pm \dots & + \dot{V}_{n-1} Y_{n-1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } n-1}
 \end{aligned}$$

$$Y_{ii} = Y_{11}, Y_{22}, Y_{33}, \dots, Y_{n-1,n-1}$$

--собствени възлови проводимости

Система от $n - 1$ уравнения относно неизвестните потенциали

$$\begin{aligned}
 + \dot{V}_1 Y_{11} - \dot{V}_2 Y_{12} - \dot{V}_3 Y_{13} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 1} \\
 - \dot{V}_1 Y_{21} + \dot{V}_2 Y_{22} - \dot{V}_3 Y_{23} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{2,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 2} \\
 - \dot{V}_1 Y_{31} - \dot{V}_2 Y_{32} + \dot{V}_3 Y_{33} - \dots & - \dot{V}_{n-1} Y_{3,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } 3} \\
 \dots & \\
 \dots & \\
 - \dot{V}_1 Y_{n-1,1} - \dot{V}_2 Y_{n-1,2} - \dot{V}_3 Y_{n-1,3} \pm \dots & + \dot{V}_{n-1} Y_{n-1,n-1} = \dot{J}_{\text{възел } n-1}
 \end{aligned}$$

$$Y_{ij}$$

взаимни възлови поводимости
за възел " i " и за възел " j ".

$$Y_{ij} = Y_{ji}$$

Система от $n - 1$ уравнения относно неизвестните потенциали

$$+\dot{V}_1 Y_{11} - \dot{V}_2 Y_{12} - \dot{V}_3 Y_{13} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{1,n-1} = \dot{J}_{възел\ 1}$$

$$-\dot{V}_1 Y_{21} + \dot{V}_2 Y_{22} - \dot{V}_3 Y_{23} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{2,n-1} = \dot{J}_{възел\ 2}$$

$$-\dot{V}_1 Y_{31} - \dot{V}_2 Y_{32} + \dot{V}_3 Y_{33} - \dots - \dot{V}_{n-1} Y_{3,n-1} = \dot{J}_{възел\ 3}$$

.....

.....

$$-\dot{V}_1 Y_{n-1,1} - \dot{V}_2 Y_{n-1,2} - \dot{V}_3 Y_{n-1,3} \pm \dots + \dot{V}_{n-1} Y_{n-1,n-1} = \dot{J}_{възел\ n-1}$$

$\dot{J}_{възел\ 1}, \dot{J}_{възел\ 2}, \dot{J}_{възел\ 3}, \dots, \dot{J}_{възел\ n-1}$

---- възлови
електродвижещи токове

Метод с възлови потенциали

Алгоритъм на метода

4. Решаваме системата уравнения и определяме неизвестните потенциали:

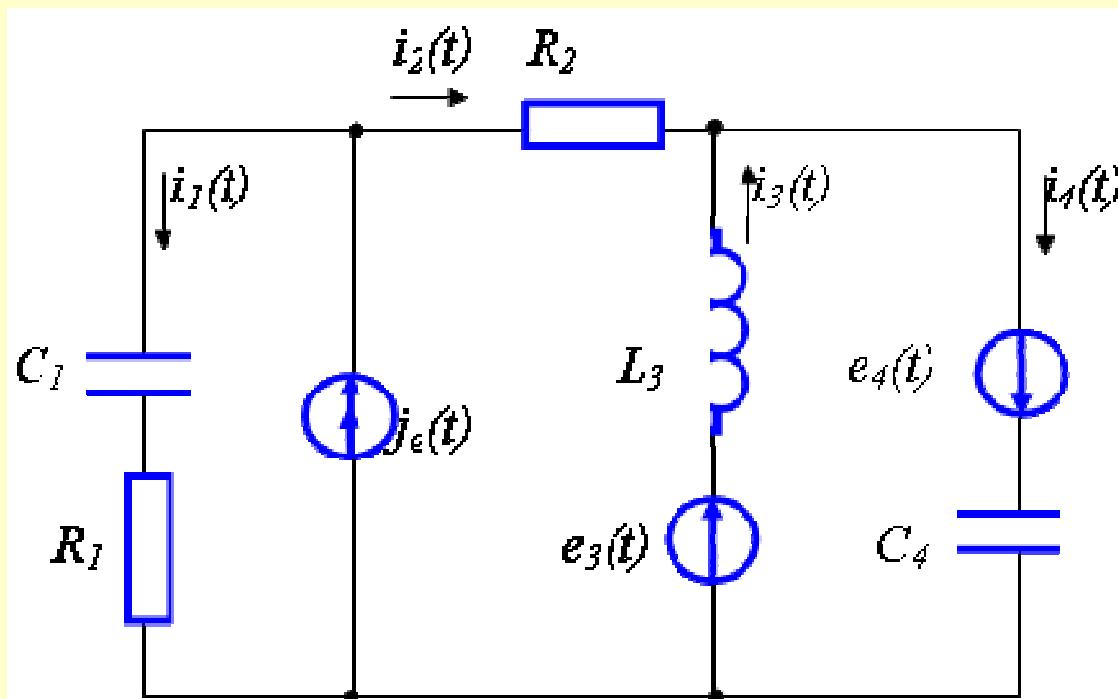
$$\begin{aligned}\dot{V}_1 &= \dots\dots\dots \\ \dot{V}_2 &= \dots\dots\dots \\ \dot{V}_3 &= \dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dot{V}_{n-1} &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

5. Определяме клоновите токове по закона на Ом.

Пример:

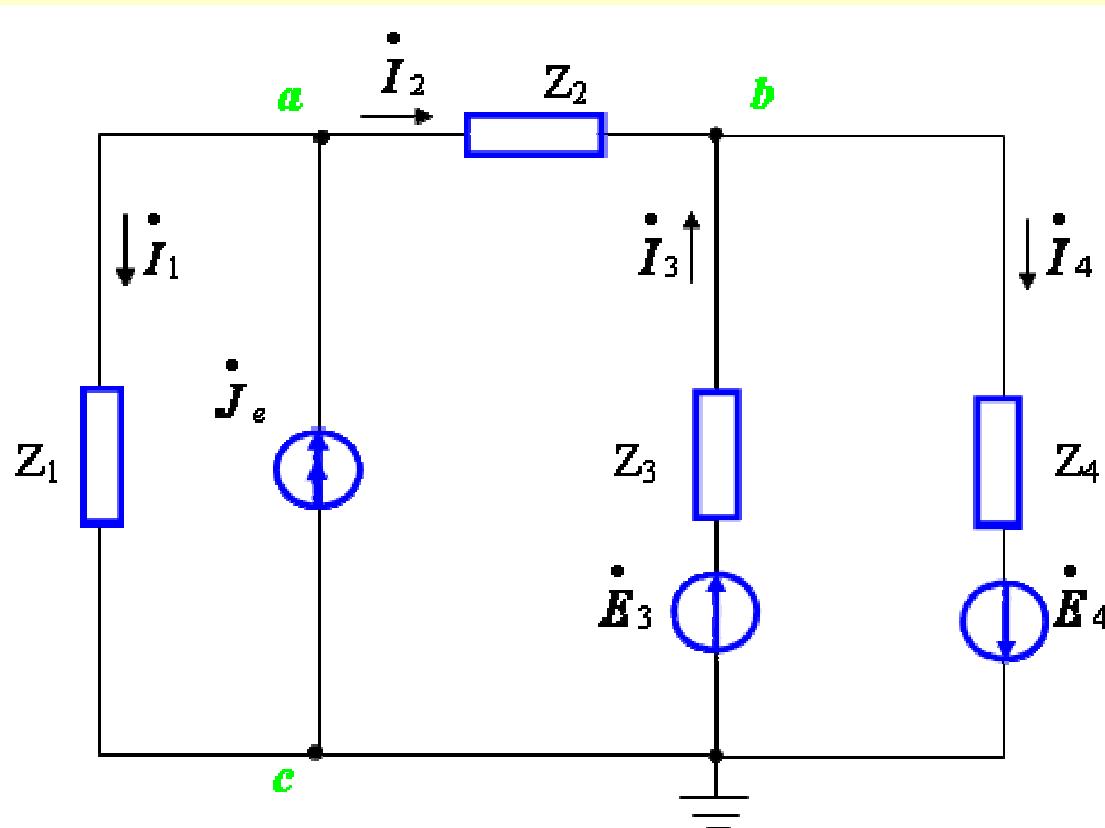
Анализ на верига по метода с възлови потенциали.

Да се определят клоновите токове за веригата показана на фигурата, като се използва метода с възлови потенциали



$$\begin{aligned}f &= 160 \text{Hz}, \\R_1 &= R_2 = 10 \Omega, \\L_3 &= 10 \text{mH}, \\C_1 &= C_4 = 100 \mu\text{F}, \\e_3(t) &= 200 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{V} \\e_4(t) &= 141 \sin(\omega t + 90^\circ) \text{V} \\j_e(t) &= 14,1 \sin(\omega t - 90^\circ) \text{V}\end{aligned}$$

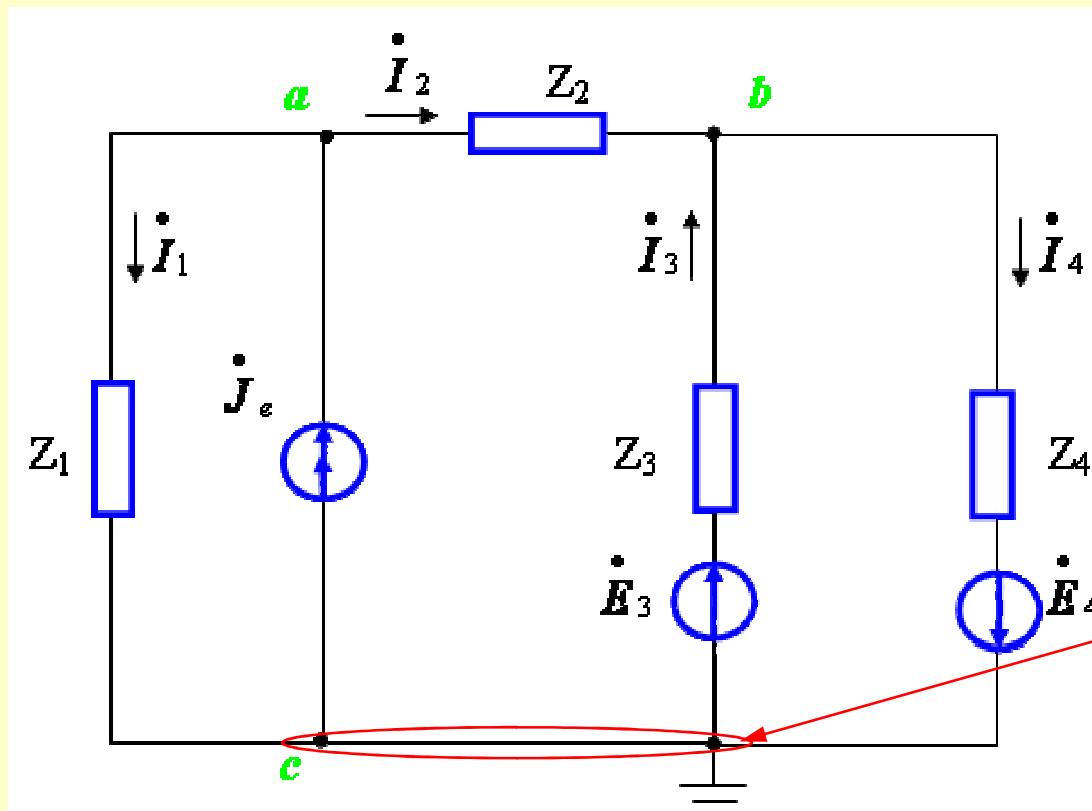
Определяме комплексните съпротивления и източници във веригата



$$\begin{aligned}\dot{E}_3 &= (100 + j100)V \\ \dot{E}_4 &= j100 V \\ J_e &= -j10A\end{aligned}$$

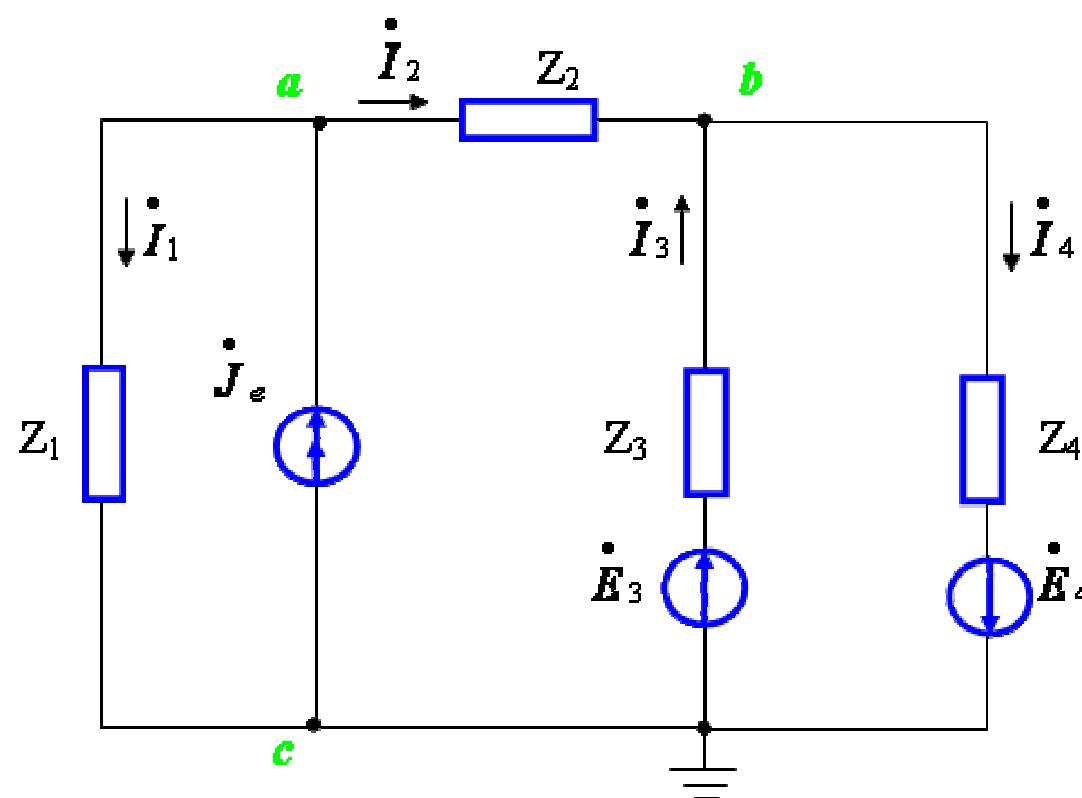
$$\begin{aligned}Z_1 &= (10 - j10)\Omega \\ Z_2 &= 10\Omega \\ Z_3 &= j10\Omega \\ Z_4 &= -j10\Omega\end{aligned}$$

Решение по МВП



1. Определяме :
брой възли $n=3$
2. Избираме възел с
нулев потенциал :
 $\overset{\bullet}{V}_c = 0$
3. Записваме системата
уравнения по МВП

Решение по МВП

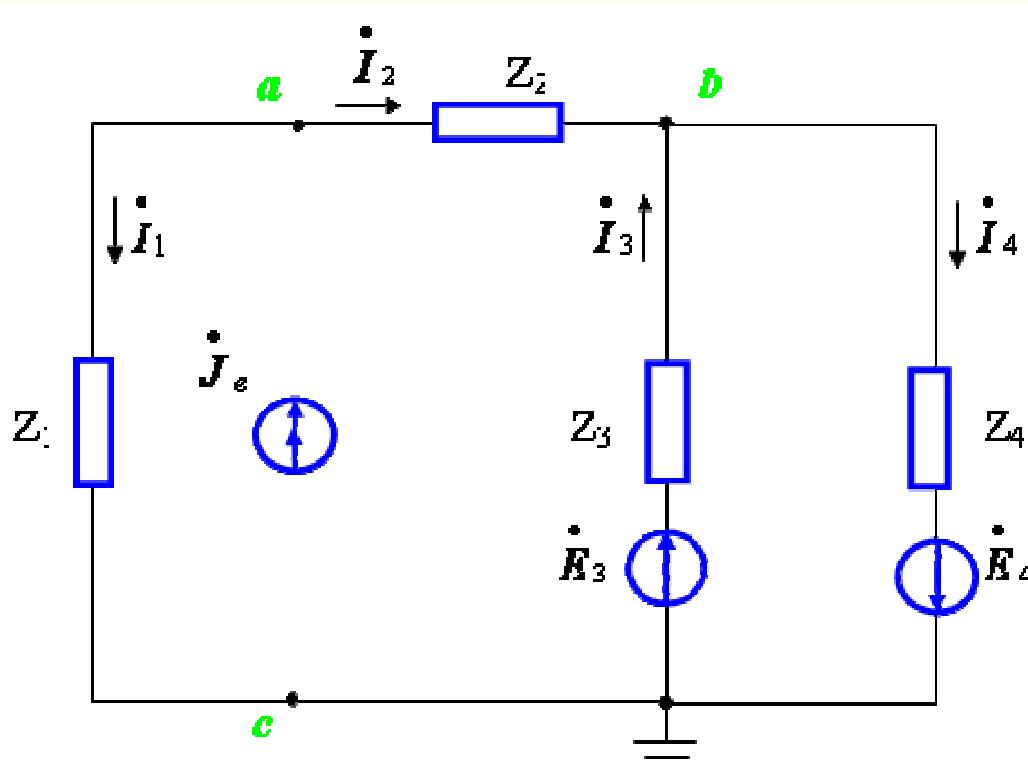


4. Решаваме системата

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= -j400V \\ \dot{V}_b &= (200 - j500)V \\ \dot{V}_c &= 0V\end{aligned}$$

5. Определяме клоновите токове **по закона на Ом**:

Решение по МВП



4. Решаваме системата

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= -j400V \\ \dot{V}_b &= (200 - j500)V \\ \dot{V}_c &= 0V\end{aligned}$$

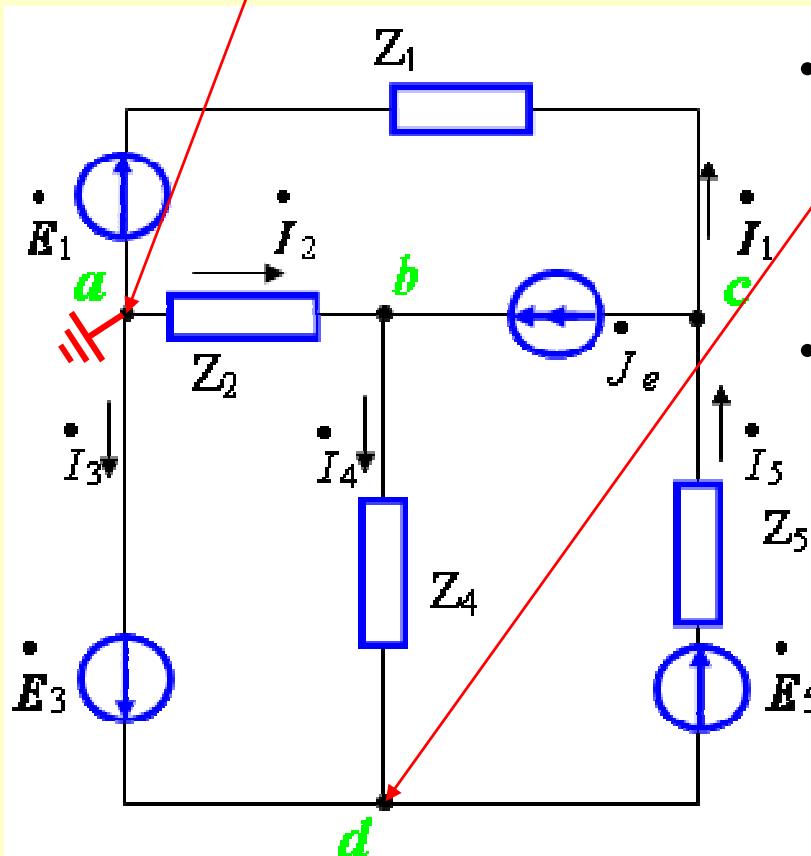
5. Определяме клоновите токове **по закона на Ом:**

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{V}_c - \dot{V}_b + \dot{E}_3}{Z_3}$$

Особеност при МВП

МВП има особеност, ако във веригата има клон с идеален източник на е.д.н.

- Възел с нулев потенциал- единият от възлите, на клона с идеален източник на е.д.н.



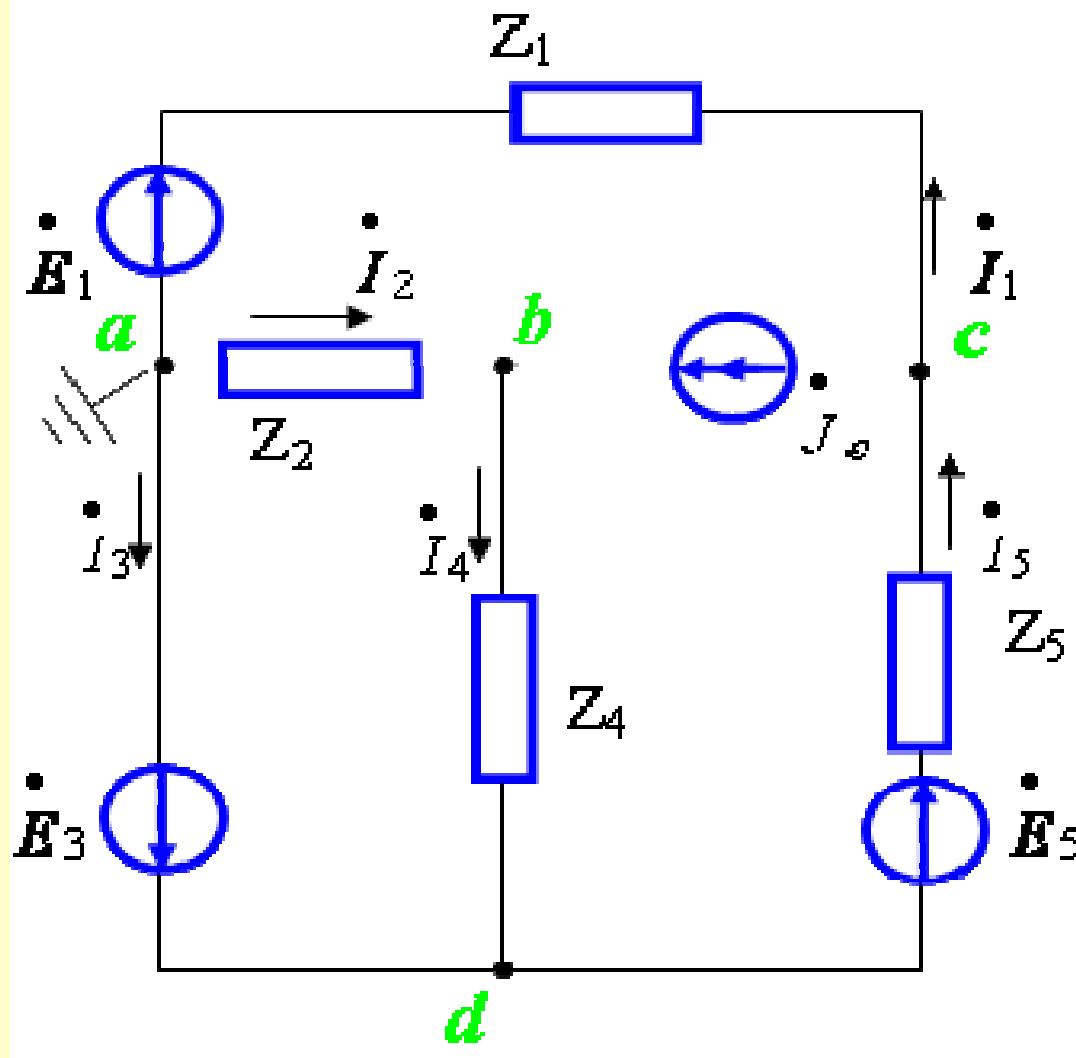
- Потенциалът на втория възел е известен и за него не се пише уравнение.

Токът в клона с идеален източник на е.д.н. не може да се определи по закона на Ом.

Той се определя последен по първия закон на Кирхоф.

Пример:

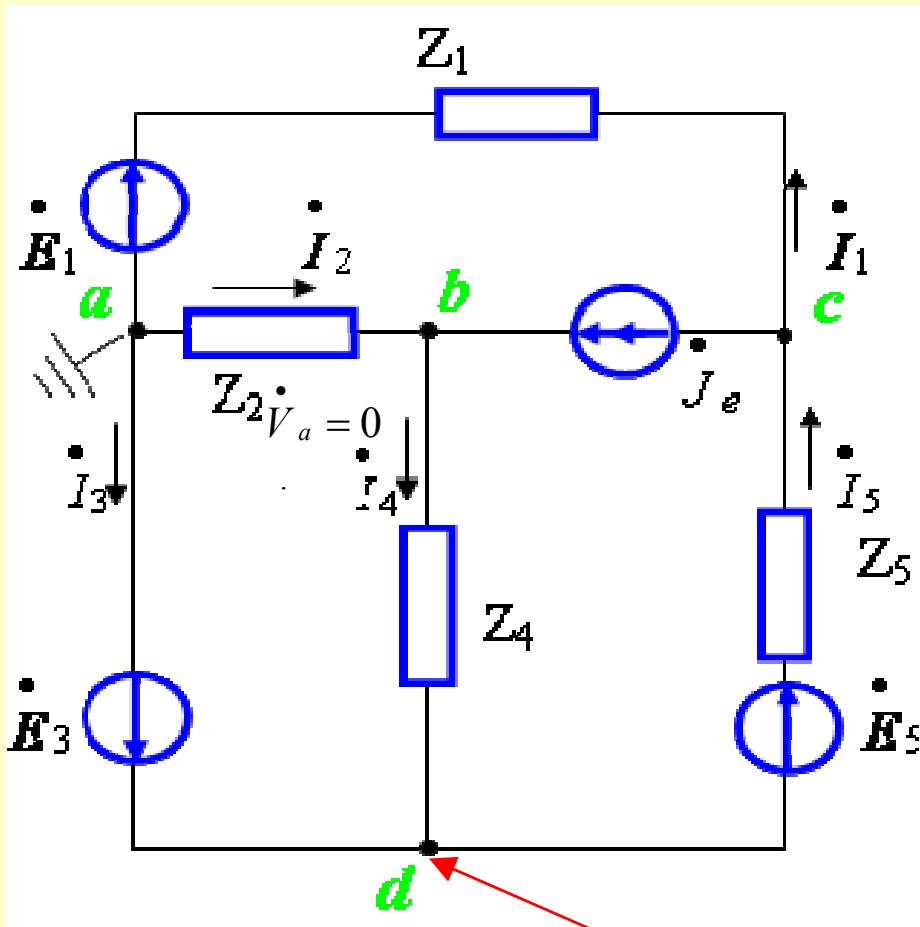
Анализ на верига с особеност по МВП



- $\dot{E}_1 = j30 \text{ V}$
- $\dot{E}_3 = j100 \text{ V}$
- $\dot{E}_5 = 50 \text{ V}$
- $J_e = j2 \text{ A}$

$Z_1 = -j10\Omega$
$Z_2 = (5 + j10)\Omega$
$Z_4 = 5\Omega$
$Z_5 = 10\Omega$

Решение на задачата по метод с възлови потенциали



1. Определяме :

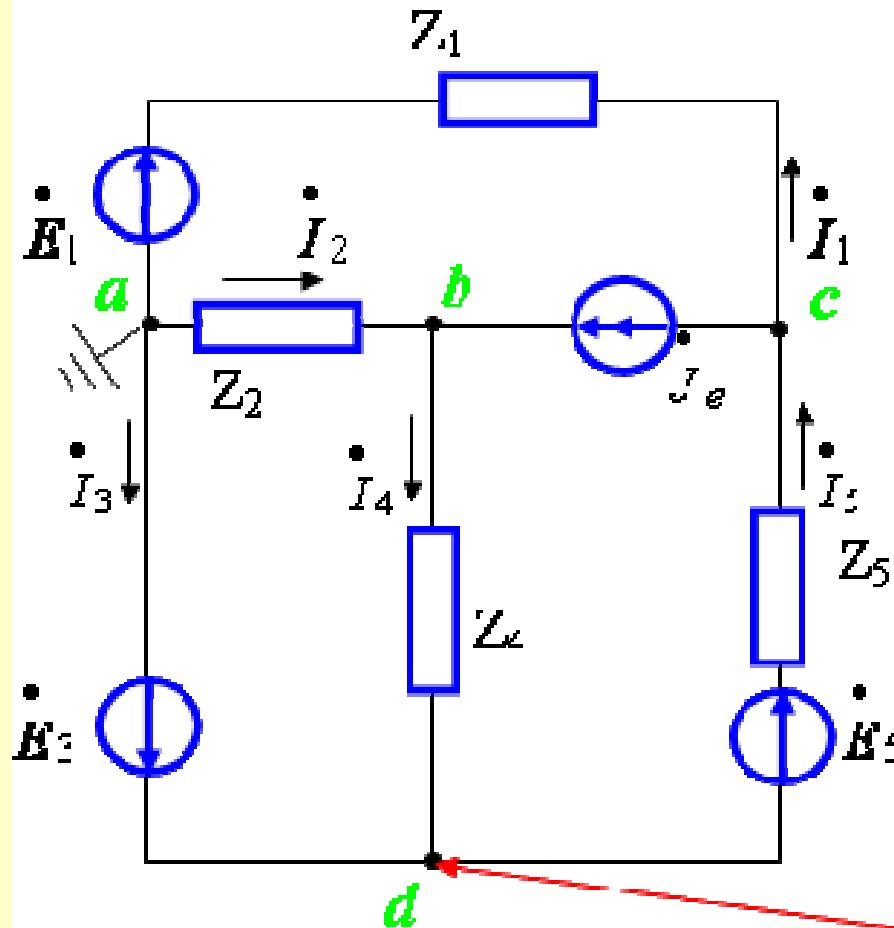
брой възли $n=4$

2. Избираме $\dot{V}_a = 0$

$$\dot{V}_a = 0 \Rightarrow \dot{V}_d = \dot{E}_3$$

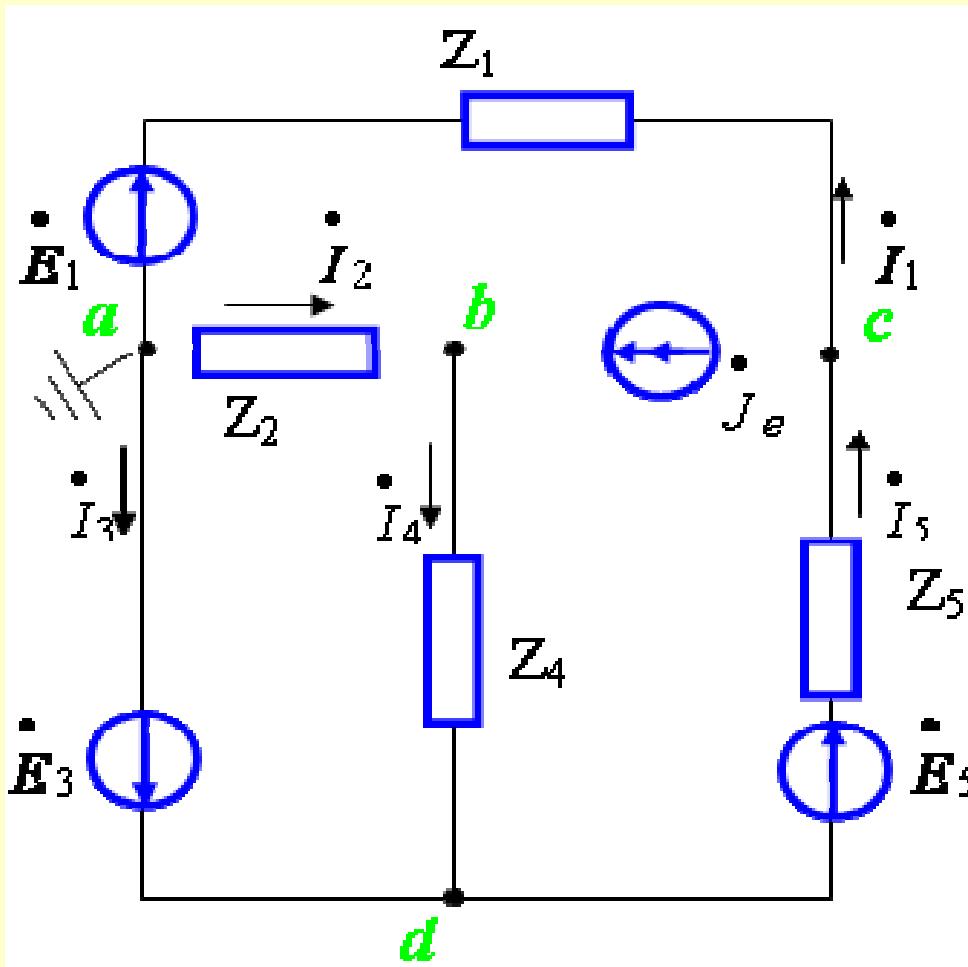
за възел «**d**» не пишем уравнение

Решение на задачата по метод с възлови потенциали



За този възел не се пише уравнение
 $\dot{V}_d = 0 \rightarrow \dot{V}_d = \dot{E}_3 = j100V$

Решение на задачата по метод с възлови потенциали

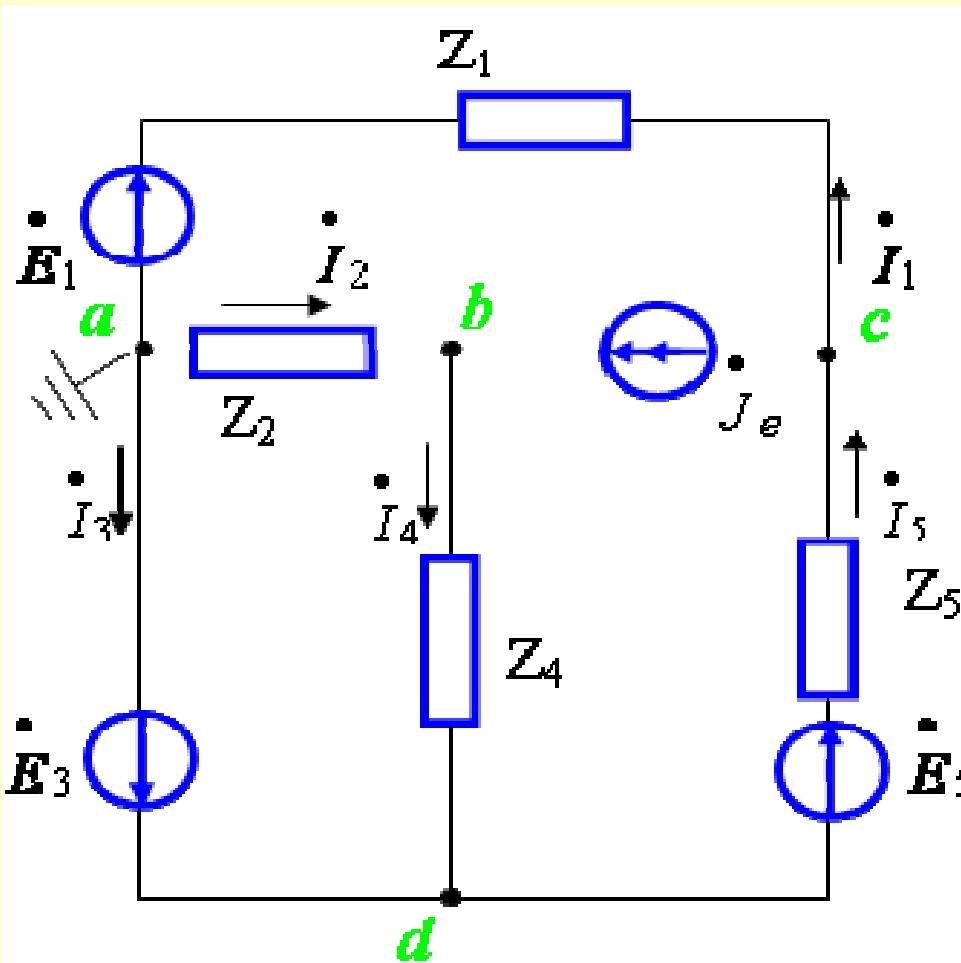


$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= 0 \\ \dot{V}_b &= (-22,5 + j67,5)V \\ \dot{V}_c &= (50 + j30)V \\ \dot{V}_d &= j100V\end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_c - \dot{V}_a - \dot{E}_1}{Z_1} = j5A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_a - \dot{V}_b}{Z_2} = (-5,5 + j5,5)A$$

Решение на задачата по метод с възлови потенциали

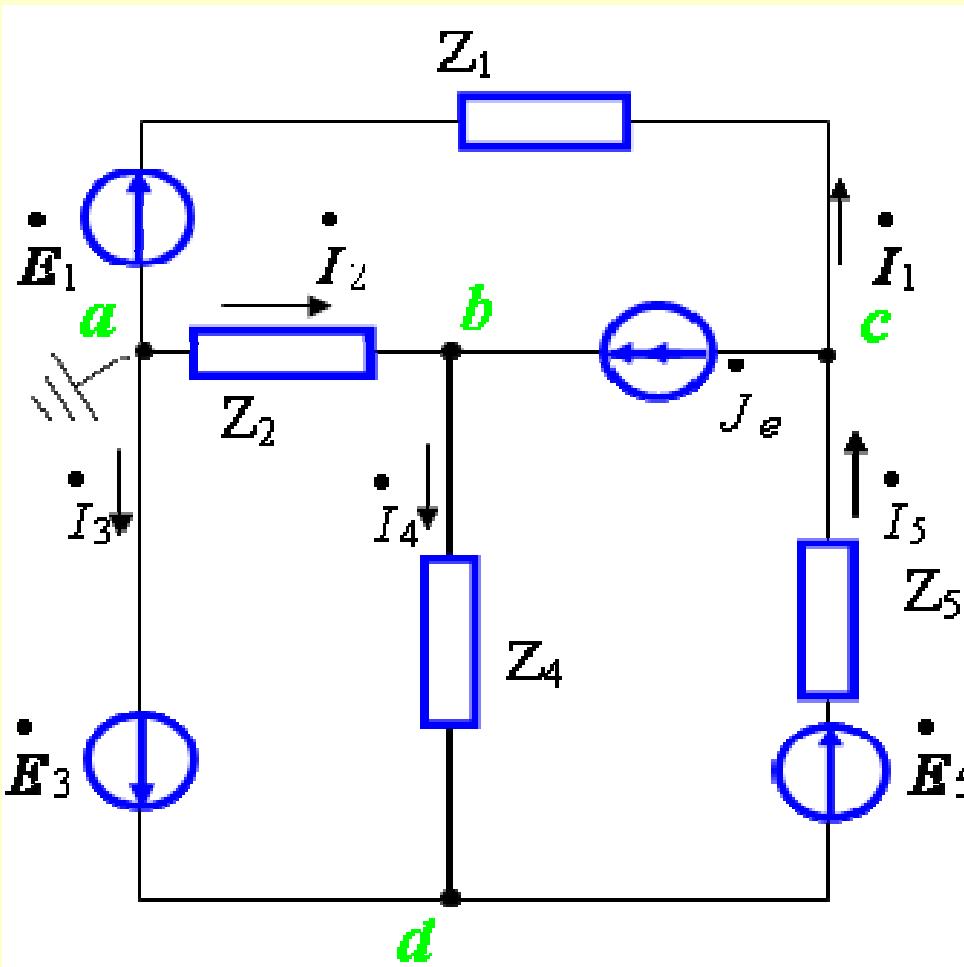


$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= 0 \\ \dot{V}_b &= (-22,5 + j67,5)V \\ \dot{V}_c &= (50 + j30)V \\ \dot{V}_d &= j100V\end{aligned}$$

$$\cancel{\dot{I}_3 = \frac{\dot{V}_a - \dot{V}_d + \dot{E}_3}{Z_3} =}$$

Определя се последен по Кирхоф

Решение на задачата по метод с възлови потенциали



$$\dot{V}_a = 0$$

$$\dot{V}_b = (-22,5 + j67,5)V$$

$$\dot{V}_c = (50 + j30)V$$

$$\dot{V}_d = j100V$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{V}_b - \dot{V}_d}{Z_4} = (-5,5 + j7,5)A$$

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{V}_d - \dot{V}_c + \dot{E}_5}{Z_5} = j5 + j2 = j7A$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_5 - \dot{I}_4 = (5,5 - j5,5)A$$