

студент: група:..... преподавател:

БРОЙНИ СИСТЕМИ. КОДОВЕ. ПРЕОБРАЗУВАНЕ. АРИТМЕТИЧНИ ОПЕРАЦИИ

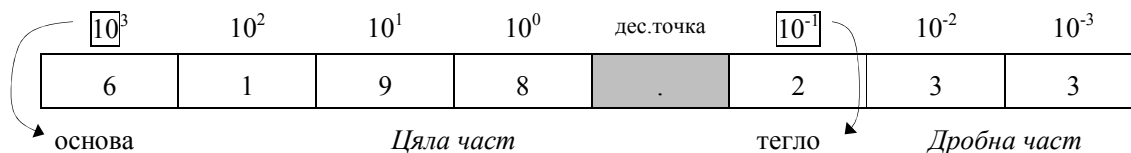
I. ТЕОРЕТИЧНА ПОСТАНОВКА

- **Позиционни бройни системи (БС). Запис, преобразуване в десетичен код**

Обобщен запис на число, изразено в позиционна БС: **K P N L K K N**

$S \in \{K,L,N,P\}$ - общ брой символи/цифри (в случая 4) в съответната БС - **основа**;

Всяка цифра в запис на числото има **тегло**, съответстващо на неговата позиция, увеличаващо се наляво /за цялата част/ и намаляващо надясно /за дробната част/, пропорционално на основата. Пример на число в десетична бройна система – 6198.233:



- **Десетична бройна система:** $S \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \rightarrow$ основа 10 (decimal, DEC)

Пример:

4	9	0	1	3	}	4.10 ⁴ +9.10 ³ +0.10 ² +1.10 ¹ +3.10 ⁰ =49013 ₁₀
				3.10 ⁰		
			1.10 ¹			
		0.10 ²				
4.10 ⁴	9.10 ³					

- **Двоична бройна система:** $S \in \{0,1\} \rightarrow$ основа 2 (binary, BIN)

Пример:

1	0	0	1	1	}	10011 ₂ =1.2 ⁴ +0.2 ³ +0.2 ² +1.2 ¹ +1.2 ⁰ =19 ₁₀
				1.2 ⁰		
			1.2 ¹			
		0.2 ²				
1.2 ⁴	0.2 ³					

- **Осмична бройна система:** $S \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\} \rightarrow$ основа 8 (octal, OCT)

Пример:

6	7	2	0	2	}	67202 ₈ =6.8 ⁴ +7.8 ³ +2.8 ² +0.8 ¹ +2.8 ⁰ =28290 ₁₀
				2.8 ⁰		
			0.8 ¹			
		2.8 ²				
6.8 ⁴	7.8 ³					

- **Шестнадесетична бройна система:** $S \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\} \rightarrow$ основа 16 /цифри от 0 до 9 и символи от A до F/ (hexagonal, HEX)

Пример:

A	3	F	B	4	}	A3FB4 ₁₆ =10.16 ⁴ +3.16 ³ +15.16 ² +11.16 ¹ +4.16 ⁰ =671668 ₁₀
				4.16 ⁰		
			11.16 ¹			
		15.16 ²				
10.16 ⁴	3.16 ³					

Забележка: символите от A до F се записват директно с техния десетичен еквивалент, т.е. A=10,B=11,C=12,D=13,E=14,F=15.

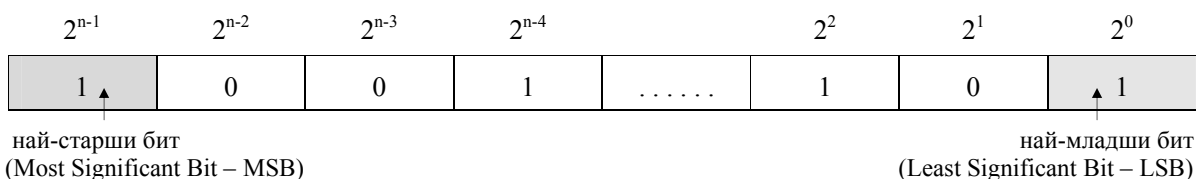
- **Двоично-десетична бройна система/ BCD код:** $S \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \rightarrow$ кодира само десетичните цифри от 0 до 9 в двоичен код.

Десетична цифра: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 BCD кодиране: 0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001

- **Преобразуване на дробно число от двоична в десетична БС:**

Пример: 1 1 0 . 0 1
 $1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 + 0.2^{-1} + 1.2^{-2} = 6.025$

- **Двоична бройна система – графично представяне, понятия**



- **Преобразуване от един код в друг**

>> От десетичен в двоичен и в шестнадесетичен код: Пример: $219_{DEC} \rightarrow \%11011011 \rightarrow \DB

219:2=109	остатък 1 →	LSB=1	13:2=6	остатък 1 →	1
109:2=54	остатък 1 →	1	6:2=3	остатък 0 →	0
54:2=27	остатък 0 →	0	3:2=1	остатък 1 →	1
27:2=13	остатък 1 →	1	1:2=0	остатък 1 →	1= MSB

! Край на процеса на преобразуване – докато частното от делението стане 0.

>> От шестнадесетичен в двоичен: Пример: $B2A_{HEX} \rightarrow \%1011\ 0010\ 1010$

$B2A_{HEX} = 1011\ 0010\ 1010$
B 2 A ← директно заместване

- **Прав, обратен, допълнителен код**

Представяне на числа без знак - т.нар. ”прав” код: Най-простото представяне на едно число.

Пример: числото 5 без знак в прав код като 4-битово число → 0101

Представяне на числа със знак:

- (1) **Двоичен код със знаков бит (sign and magnitude)** - прибавя се допълнителен бит като най-старши, който играе ролята на знаков (0- знак „+”, 1-знак „-“), а в оставащите битове - абсолютната стойност на числото: Примери: числото $+5_{10}$ със знак → 0, 0101
 числото -5_{10} със знак → 1, 0101

- (2) **Обратен код (one’s complement):** Друг начин за представяне на числа със знак. Получава се от правия код на числото чрез инвертиране (заместване на всички нули с единици и единиците с нули). Обхватът на представяните числа е от $-(2^{N-1}-1)$ до $(2^{N-1}-1)$, където N е броят двоични разряди и ± 0 - като 00000000 (+0) или 11111111 (-0).

Пример: $+41_{10} \rightarrow 0,0101001$
 $-41_{10} \rightarrow 1,1010110$

(3) **Допълнителен код (two's complement):** Получава се като се инвертират всички битове, разположени наляво от първата единица. Кодът позволява еднакво извършване на операциите сумиране и изваждане на числа без и със знак.

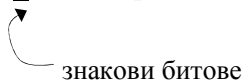
Пример: $+52_{10} \rightarrow 0110100$
 $-52_{10} \rightarrow 1001100$

- **Аритметични операции с числа, представени в двоичен код**

>> **Сумиране на двоични числа**

Пример - събиране на положителните числа 9_{10} (1001_2) и 4_{10} (0100_2):

$+9 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} 1\ 0\ 0\ 1$ (първо събираемо)
 $+4 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} 0\ 1\ 0\ 0$ (второ събираемо)
 $+13 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} 1\ 1\ 0\ 1$ (резултат)

знакови битове

Знаковите битове също участват в сумирането!

Пример - Събиране на 2-цифрени BCD числа:

$$\begin{array}{r} 45 \rightarrow 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ 33 \rightarrow 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 78 \rightarrow 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \end{array}$$

- правилна BCD сума (2-цифрена)

>> **Умножение на двоични числа**

Пример - $9 \rightarrow 1\ 0\ 0\ 1$ - множимо
 $11 \rightarrow 1\ 0\ 1\ 1$ - множител

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0\ 1 \\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 0\ 0\ 1 \\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0 \\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

- 1-во частично произведение
- 2-ро частично произведение
- 3-то частично произведение
- 4-то частично произведение
 $99 \rightarrow 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1$ - крайно произведение

>> **Деление на двоични числа**

Пример - $1\ 0\ 0\ 1 : 1\ 1 = 0\ 0\ 1\ 1$ ($9:3=3$)

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

- **Представяне на символна информация в компютърните системи – ASCII код (American Standard Code for Information Interchange).**

Стандартизиран код за обмен на символна информация между микропроцесорни устройства – 7-битов код (Табл.1), а за буквите от кирилица – допълнителен 8-ми бит (Табл.2).

Примери: CR \rightarrow 0D h \rightarrow 68.
S \rightarrow 53 [\rightarrow 5B.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	NUL	DLE	space	0	@	P	`	p
1	SOH	DC1 XON	!	1	A	Q	a	q
2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	ETX	DC3 XOFF	#	3	C	S	c	s
4	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	BS	CAN	(8	H	X	h	x
9	HT	EM)	9	I	Y	i	y
A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	VT	ESC	+	;	K	[k	{
C	FF	FS	,	<	L	\	l	
D	CR	GS	-	=	M]	m	}
E	SO	RS	.	>	N	^	n	~
F	SI	US	/	?	O	_	o	del

128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175
176	177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191
192	193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207
208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223
224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239
240	241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255

Табл.1

Табл.2

II. ЗАДАЧИ ЗА ИЗПЪЛНЕНИЕ

1. Попълнете в таблица числата от 0 до 15 в дадените позиционни бройни системи (с основа 10, 2, 8, 16 и в BCD код):

Десетична DEC	Двоична BIN %	Осмична OCT @	Шестнадесетична HEX \$	Двоично-десетична /BCD код/
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				

2. Преобразувайте от една в друга бройна система следните числа:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| $541_{10} = \dots\dots\dots_2$ | $2745,214_{10} = \dots\dots\dots_2$ |
| $1011,101_2 = \dots\dots\dots_{BCD}$ | $372_8 = \dots\dots\dots_2$ |
| $100110_2 = \dots\dots\dots_{10};$ | $0,110001_2 = \dots\dots\dots_{10};$ |
| $11110011,0101_2 = \dots\dots\dots_{10};$ | $632,85_{10} = \dots\dots\dots_2$ |
| $25,375_{10} = \dots\dots\dots_2;$ | $11010,1011_2 = \dots\dots\dots_8;$ |
| $54,31_8 = \dots\dots\dots_2;$ | $356_{16} = \dots\dots\dots_{10};$ |
| $2AF_{16} = \dots\dots\dots_{10};$ | $4B81_{16} = \dots\dots\dots_{10};$ |
| $1110100110_2 = \dots\dots\dots_{16};$ | $9F2_{16} = \dots\dots\dots_2$ |

3. Преобразувайте в обратен и допълнителен код числата:

$$4_{10} - \dots \quad -47_{10} - \dots$$

4. Преобразувайте от десетичен в двоично-десетичен (BCD) код и обратно числата:

$$874_{10} = \dots_{\text{BCD}}; \quad 94,3_{10} = \dots_{\text{BCD}}$$

$$0110100000111001_{\text{BCD}} = \dots_{10}; \quad 011111000001_{\text{BCD}} = \dots_{10}$$

5. Съберете в двоичен код следните числа, като представите в допълнителен код отрицателните числа:

$$+9 \text{ и } -4 = \dots_2; \quad -9 \text{ и } -4 = \dots_2;$$

$$-9 \text{ и } +4 = \dots_2; \quad -9 \text{ и } +9 = \dots_2;$$

6. Съберете в двоично-десетичен (BCD) код следните числа (при необходимост, направете необходимата корекция чрез прибавяне на 6):

$$+5 \text{ и } +4 = \dots_{\text{BCD}}; \quad +45 \text{ и } +33 = \dots_{\text{BCD}};$$

$$+6 \text{ и } +7 = \dots_{\text{BCD}}; \quad +47 \text{ и } +35 = \dots_{\text{BCD}}.$$

7. Умножете следните двоични числа:

$$1101 \text{ по } 1001.$$

8. Разделете следните двоични числа:

$$1010,0 \text{ на } 100.$$

9. Преобразувайте в поредица от ASCII кодове произволен израз, например името си (вж. Табл.1 и Табл.2).

име