

Задача за разпределение на ресурсите

Съставете математически модел на следната практическа задача като задача от линейното програмиране:

Фирма, произвеждаща два вида продукция (**A** и **B**), иска да определи какви количества от всеки продукт трябва да се произведат в продължение на фиксиран период от време. За производството на продукцията се използват 4 вида технологични процеси, като **първият** и **вторият** вид се прилагат за производството на продукцията от тип **A**, а **третият** и **четвъртият** – за тип **B**.

Разходите, свързани с всеки от технологичните процеси, се определят от количеството вложен труд (измерен в човеко-седмици), от количеството (в кг), необходими в продължение на една седмица от материал тип **Y** и количеството (в брой опаковачни материали) от материал от тип **Z**, отново за една седмица.

При производството фирмата е ограничена както по отношение на човешките ресурси, така и от количествата използани материали.

Производствено-икономическите показатели и всички ограничения са показани в технологичната таблица:

	За единица продукция от тип A		За единица продукция от тип B		Налични ресурси
	Технологичен процес 1	Технологичен процес 2	Технологичен процес 3	Технологичен процес 4	
Количество човеко-седмици	1	1	1	1	15
Количество от материал Y (в кг)	7	5	3	2	120
Количество от материал Z (в единици опаковачен материал)	3	5	10	15	100
Доход от единица продукция (в лв)	4	5	9	11	

Задача: Какво количество от всеки вид продукт да се произведе, за да се получат максимални приходи?

Математически модел

Елементи на решението (управляеми променливи):

x_1 - количество произведена продукция от тип **A** с използване на технологичен процес 1

x_2 - количество произведена продукция от тип **A** с използване на технологичен процес 2

x_3 - количество произведена продукция от тип **B** с използване на технологичен процес 1

x_4 - количество произведена продукция от тип **B** с използване на технологичен процес 2

Целева функция – печалбата от продажбата на двата вида продукция за един планов период:

$$L = 4x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 11x_4 \quad \Rightarrow \text{Да се максимизира!}$$

Ограничения:

- от наличните трудови ресурси: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 15$
- от наличните материали от тип **Y**: $7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 120$
- от наличните материали от тип **Z**: $3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \leq 100$
- съображения от здрав разум : $x_i \geq 0$.

Задача от линейното програмиране

Да се намерят неотрицателни стойности на променливите x_1, \dots, x_4 , които да удовлетворяват ограниченията

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 15$$

$$7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 120$$

$$3x_1 + 5x_2 + 10x_3 + 15x_4 \leq 100$$

и да превърнат в максимум функцията:

$$L = 4x_1 + 5x_2 + 9x_3 + 11x_4.$$