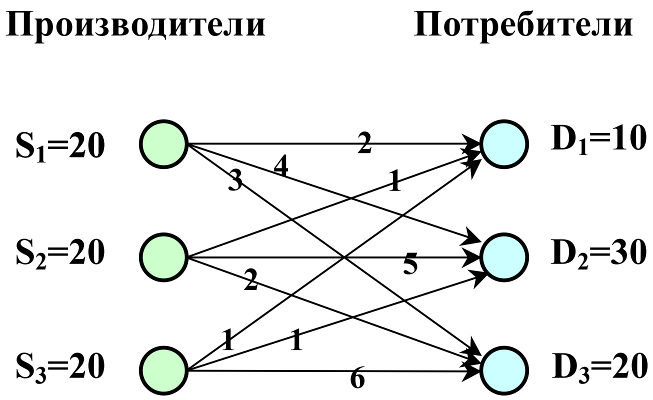
Пример за решаване на транспортна задача

Задача



1.1 Таблично представяне на задачата

		Потребители			
		1	2	3	S_i
	1	2	4	3	20
Доставчици	2	1	5	2	20
	3	1	1	6	20
	D_j	10	30	20	

1.2 Решаване на задачата

Итерация 1

Стъпка 1. Избор на начално базисно решение

		Потребители			
		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2 / 10	4 / 10	3	20
	2	1	5 / 20	2 / 0	20
	3	1	1	6 / 20	20
	D_j	10	30	20	

Избират се $m+n-1=3+3-1=5$ дъги, задаващи начално базисно решение, в случая – изродено $(x_{23}=0)$

Общите разходи са:

$$2\times 10+4\times 10+5\times 20+6\times 20=280$$

Базисни променливи са:

$x_{11},\ x_{12},\ x_{22},\ x_{23},\ x_{33}$

Стъпка 2.

Уравненията за двойствените променливи са:

$$\begin{cases} v_1+w_1=2 \\ v_1+w_2=4 \\ v_2+w_2=5 \\ v_2+w_3=2 \\ v_3+w_3=6 \end{cases}$$

Полагаме $v_1=0$ и получаваме:

$$w_1=2,\ w_2=4,\ w_3=1$$

$$v_3=5,\ v_2=1$$

Оценките за свободните променливи са $(v_i+w_j-c_{ij})$:

x_{13}	$0+1-3=-2$	Избираме променлива x_{32} за въвеждане в базиса.
x_{21}	$1+2-1=2$	
x_{31}	$5+2-1=6$	
x_{32}	$5+4-1=8$	

Стъпка 3. Определяне на максималната стойност, която може да получи x_{32} - цикълът, започващ от x_{32} и минаващ само през базисни променливи, е:

$$x_{32} \to x_{22} \to x_{23} \to x_{33} \to x_{32}$$

Потребители

		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2 / 10	4 / 10	3	20
	2	1	5 / 20	2 / 0	20
	3	1	1 / *	6 / 20	20
D_j		10	30	20	

Максималната стойност на x_{32} е **20**, а променливата x_{22} или x_{33} трябва да се изключи от базиса - да изберем x_{22}.

Стъпка 4. Преразпределение на потоците спрямо новия базис

Потребители

		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2 / 10	4 / 10	3	20
	2	1	5	2 / 20	20
	3	1	1 / 20	6 / 0	20
D_j		10	30	20	

Общите разходи са **120**.

Базисните променливи са:

$x_{11},\ x_{12},\ x_{23},\ x_{32},\ x_{33}$

Итерация 2 Стъпка 2.

Сега уравненията за двойствените променливи за новия базис са:

$$\left|\begin{array}{l} v_1 + w_1 = 2 \\ v_1 + w_2 = 4 \\ v_2 + w_3 = 2 \\ v_3 + w_2 = 1 \\ v_3 + w_3 = 6 \end{array}\right.$$

При $v_1 = 0$ решенията са:

$$w_1 = 2,\ w_2 = 4,\ w_3 = 9$$

$$v_3 = -3,\ v_2 = -7$$

Оценките за свободните променливи са:

x_{13}	$0 + 9 - 3 = 6$	Избираме променлива x_{13} за въвеждане в базиса.
x_{21}	$-7 + 2 - 1 = -6$	
x_{22}	$-7 + 4 - 5 = -8$	
x_{31}	$-3 + 2 - 1 = -2$	

Стъпка 3. Цикълът е $x_{13} \to x_{12} \to x_{32} \to x_{33} \to x_{13}$, а максималната стойност на x_{21} е 0.

Потребители

		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2 / 10	4 / 10	3 / *	20
	2	1	5	2 / 20	20
	3	1	1 / 20	6 / 0	20
	D_j	10	30	20	

Стъпка 4. Преразпределение на потоците според новия базис:

		Потребители			
		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2 / 10	4 / 10	3 / 0	20
	2	1	5	2 / 20	20
	3	1	1 / 20	6	20
	D_j	10	30	20	

Общите разходи са **120**.

Базисните променливи са:

$x_{11},\ x_{12},\ x_{13},\ x_{23},\ x_{32}$

Итерация 3

Сега уравненията за двойствените променливи за новия базис са:

$$\begin{cases} v_1 + w_1 = 2 \\ v_1 + w_2 = 4 \\ v_1 + w_3 = 3 \\ v_2 + w_3 = 2 \\ v_3 + w_2 = 1 \end{cases}$$

При $v_1 = 0$ решенията са:

$$w_1 = 2,\ w_2 = 4,\ w_3 = 3$$

$$v_3 = -3,\ v_2 = -1$$

Оценките за свободните променливи са:

x_{21}	$-1 + 2 - 1 = 0$	Няма свободна променлива с положителна оценка, но x_{21} .има оценка 0, следователно задачата има множество от алтернативни оптимални решения.
x_{22}	$-1 + 4 - 5 = -2$	
x_{31}	$-3 + 2 - 1 = -2$	
x_{33}	$-3 + 3 - 6 = -6$	

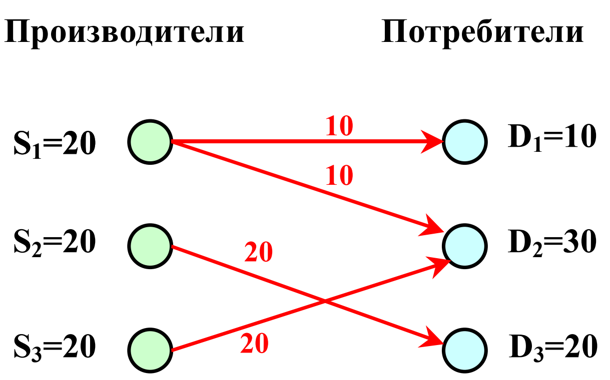
Ако въведем x_{21} в базиса, ще се получи алтернативно оптимално решение със стойност на целевата функция отново **120**:

		Потребители			
		1	2	3	S_i
Доставчици	1	2	4 / 10	3 / 10	20
	2	1 / 10	5	2 / 10	20
	3	1	1 / 20	6	20
	D_j	10	30	20	

1.3 Решение на задачата

Задачата има повече от едно оптимално решение:

$x_{11} = 10,\; x_{12} = 10,\; x_{23} = 20,\; x_{32} = 20$



$x_{12} = 10,\; x_{13} = 10,\; x_{21} = 10,$
$x_{23} = 10,\; x_{32} = 20$