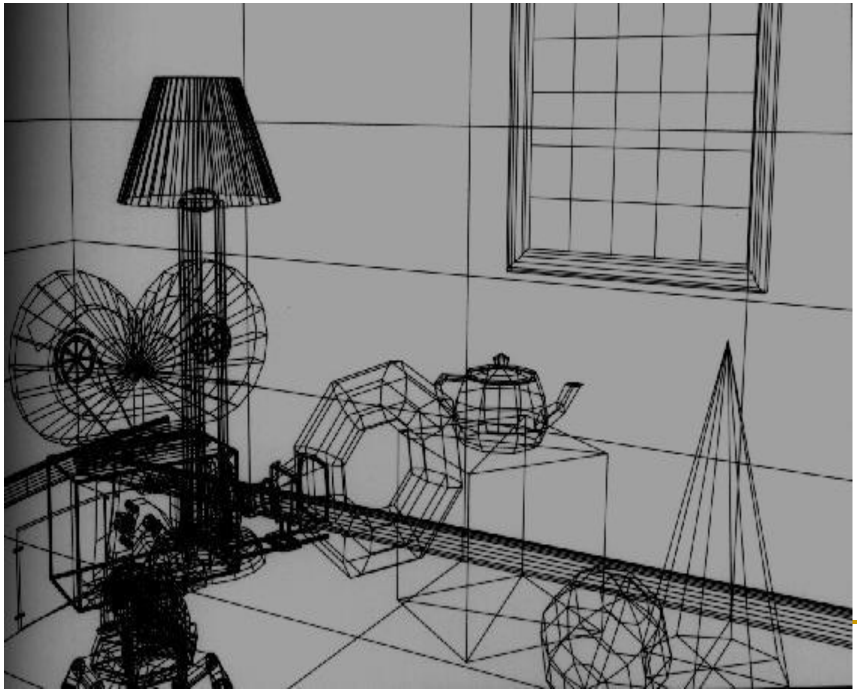
Компютърна графика

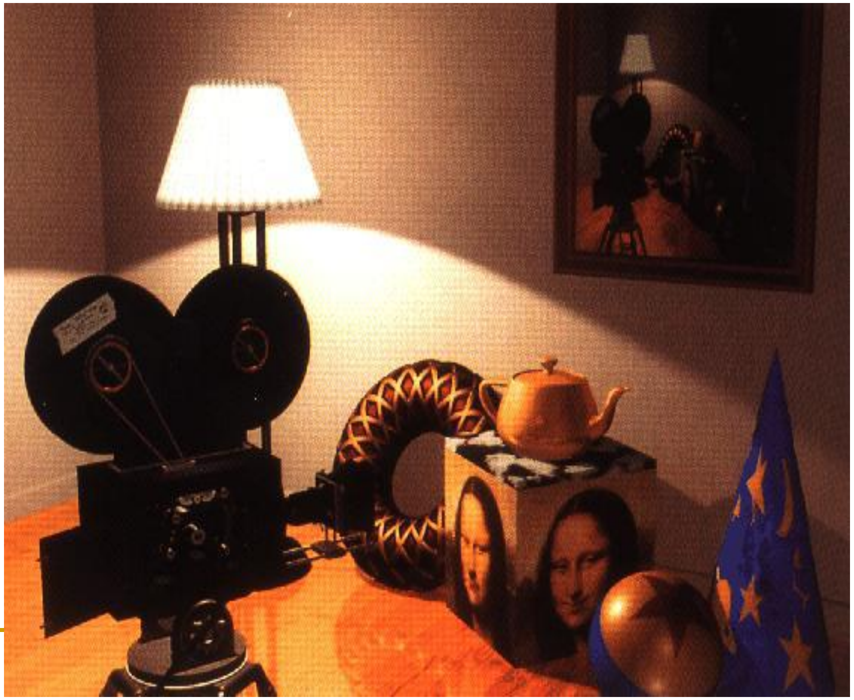
Геометрично моделиране на 2D и 3D обекти

доц. Милена Лазарова, кат. КС, ФКСУ

Геометрично моделиране

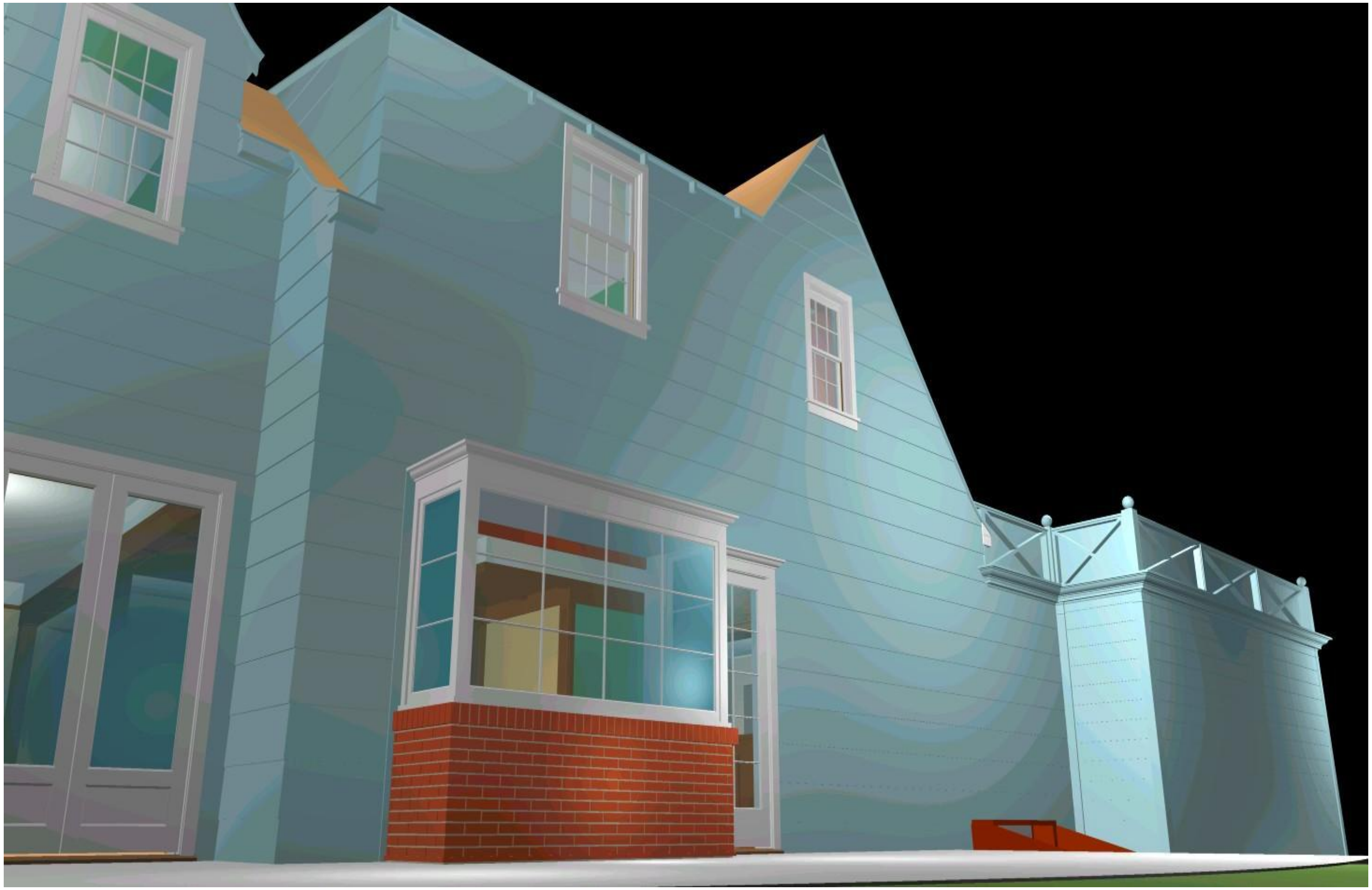
- Методи и алгоритми за математическо представяне на обекти





Геометрично моделиране

Геометрично моделиране

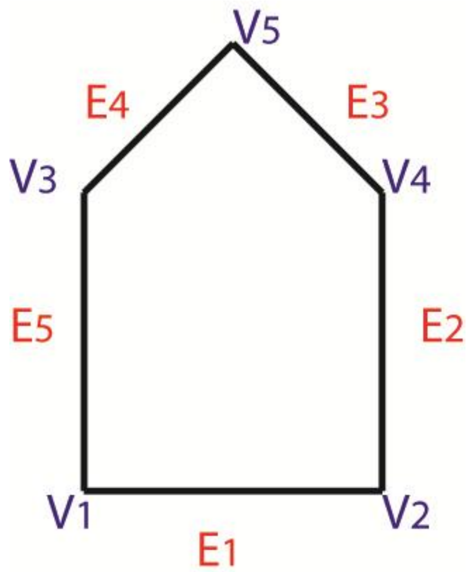


Моделиране на обекти в КГ

- Обекти в КГ
  - съвкупност от полигони
    - наричат се още ***стандартни графични обекти*** или ***примитиви***
- Основни методи за представяне на модели на графични обекти
  - ***равнинни криви и квадратични повърхнини***
    - при визуализиране се свеждат до мрежа от полигони
  - ***сплайнови повърхнини***
  - ***процедурни методи***
    - фрактали и моделиране на поведението на частици
      - particle systems

Представяне на 2D обекти

- ***Прости примитиви***
  - описват се с таблици на възли и дъги
    - всеки възел се описва с координатите си еднократно
    - всяка дъга е подредена двойка от индекси на възли

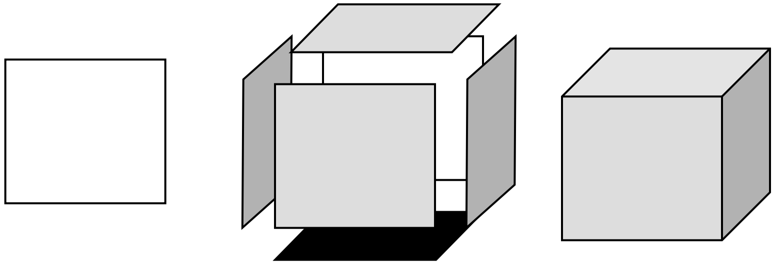


Vertex	
1	(0,0)
2	(1,0)
3	(0,1)
4	(1,1)
5	(0.5,1.5)

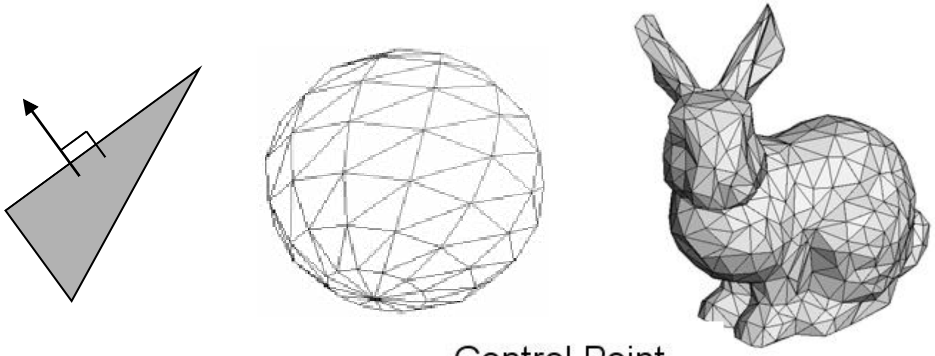
Edge	
1	(1,2)
2	(2,4)
3	(4,5)
4	(5,3)
5	(3,1)

Представяне на 3D обекти

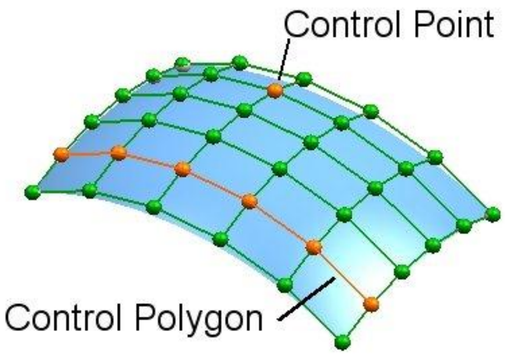
- ***3D примитиви***
  - прости стандартни примитиви



  - мрежа от многоъгълници



  - параметрични повърхнини



Представяне на 3D обекти

- Две основни категории методи
  - ***Представяне на границите на обекта***
    - множество от повърхнини, които отделят вътрешността на обекта от околната среда
  - ***Представяне с разбиване на пространството***
    - пространството, заемано от обекта, се разделя на множество от малки и непокриващи се твърди тела

Моделиране на 3D обекти

- Многостени
- Квадратични повърхнини
- Представяне чрез трансформации
- Конструктивна геометрия на твърди тела

Многостени

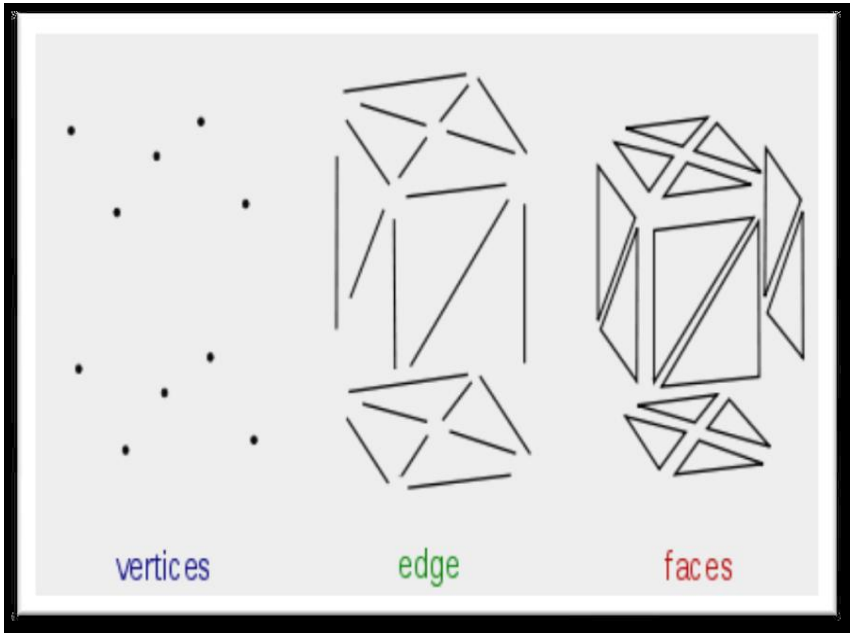
- Обектите се представят чрез множество равнинни полигони, които ограждат вътрешността на обекта
  - най-простият и най-бърз начин за рендиране на обектите
  - могат да се използват и стандартни графични обекти
  - в много случаи приложенията за графично моделиране позволяват да се дефинират обекти като криви повърхности, но в действителност ги конвертират до мрежа от плоски полигони за рендиране
- За да се зададе многостен се определят върховете на изграждащите го полигони

Многостени

- ***Плътни многостени***
  - 3D обектите се описват с множество от стени
  - всяка стена е равнинен многоъгълник (полигон)
    - стандартен графичен обект
- ***Геометрични многостени***
  - призми, пирамиди,...
  - описанието е математически точно
- ***Многостени с други повърхности***
  - апроксимация с мрежа от многоъгълници
    - polygon mesh

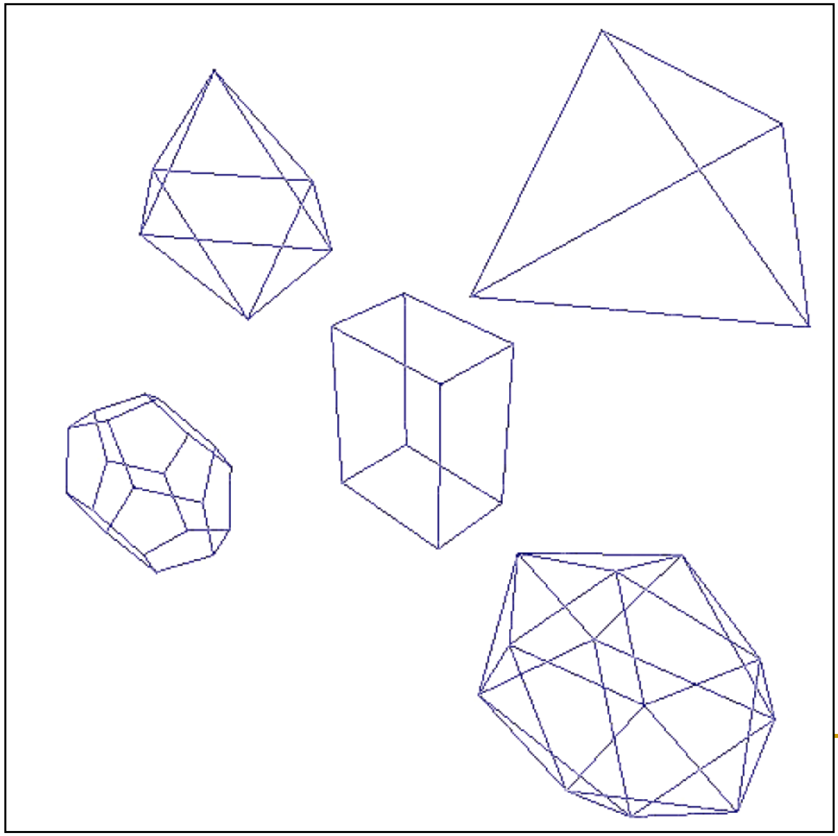
Многостени

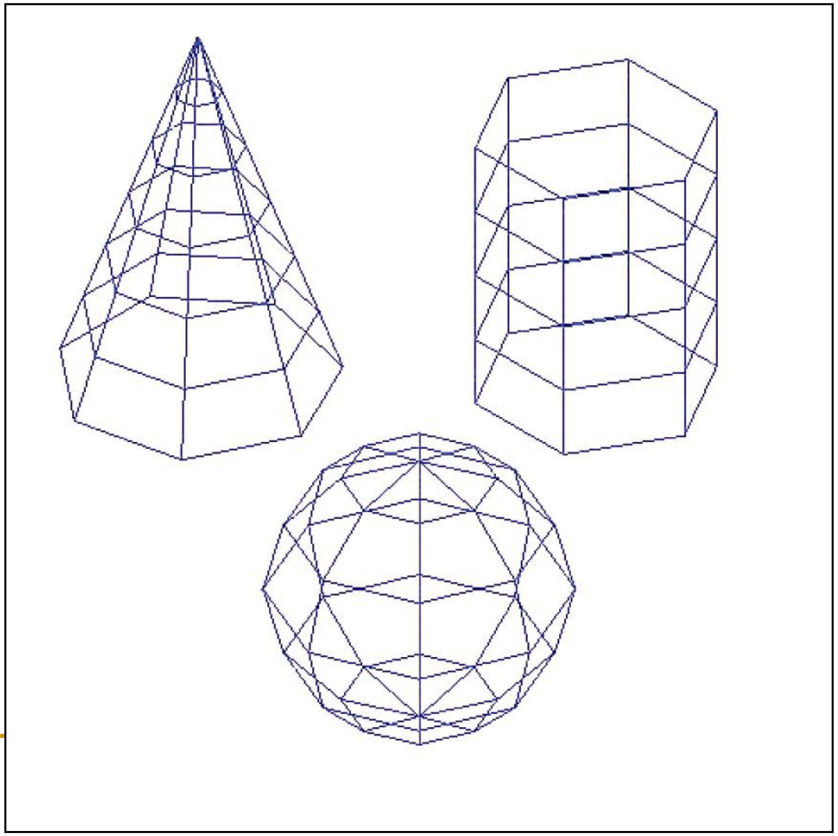
- Представяне на мрежа от многостени
  - възли
  - линии
  - полигони



Многостени

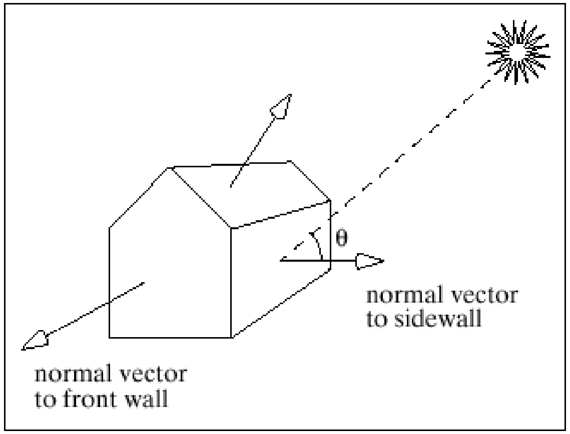
- ***Дефиниране на многостени***
  - задават се с възлите на изграждащите ги полигони





Многостени

- ***Мрежа от многоъгълници***
  - съвкупност от полигони, които представят повърхността на обект
    - полигоните са линейни апроксимации на отделни региони от повърхността
  - обекта се представя с многоъгълници (facet)
  - за всеки многоъгълник се задават
    - възлите на многоъгълника
    - нормала на многоъгълника
      - ориентацията на многоъгълника
        е важна за осветяване и рендериране

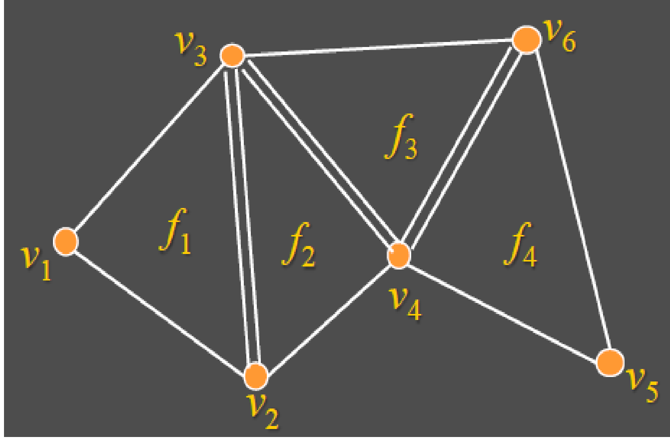


Мрежа от полигони

- Представяне
  - Polygon Soup
  - Vertex-Vertex
  - Face-Vertex
  - Winged-Edge

Мрежа от полигони

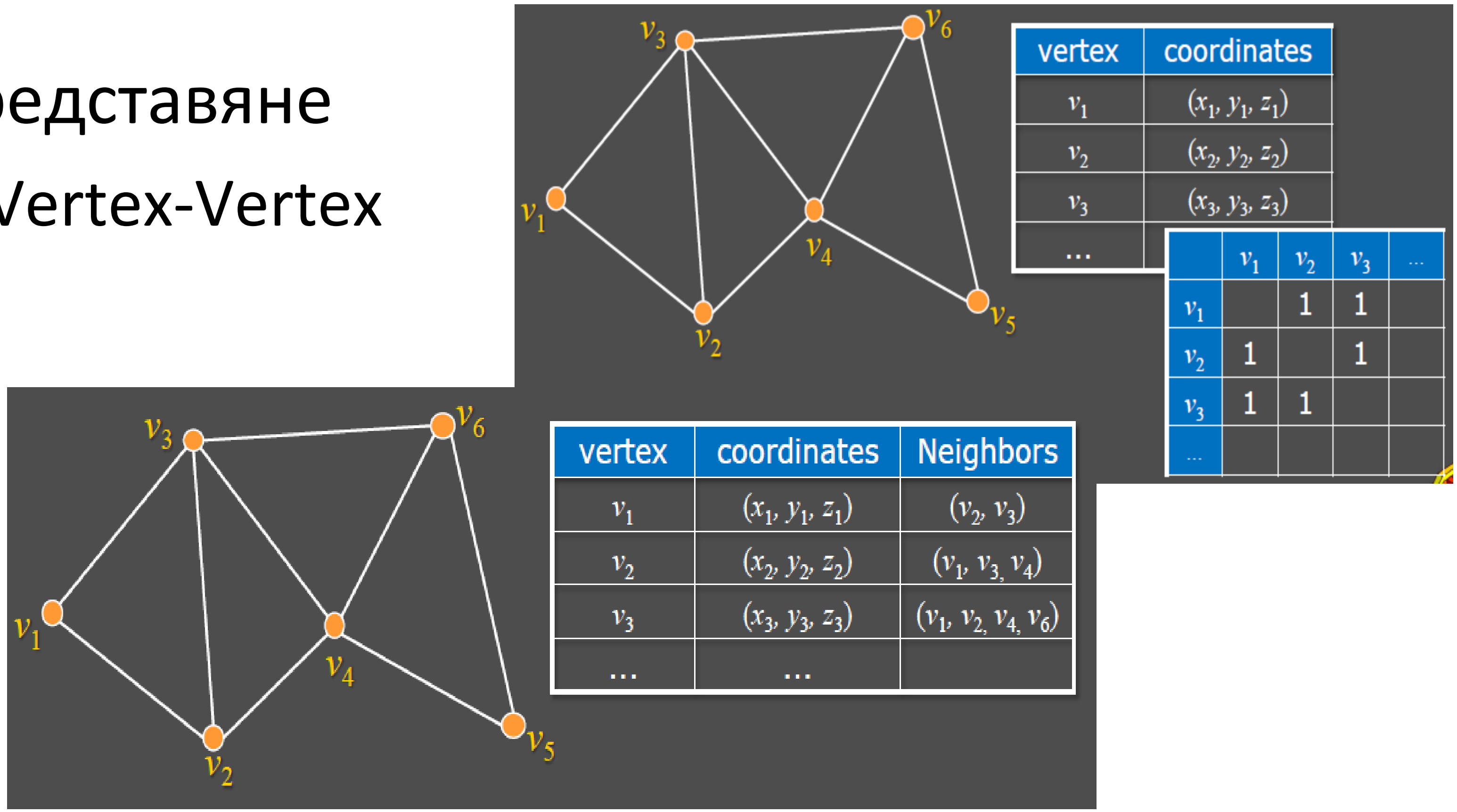
- Представяне
  - Polygon Soup



face	vertices (ccw)
f_1	(v_1, v_2, v_3)
f_2	(v_2, v_4, v_3)
...	...

Мрежа от полигони

- Представяне
  - Vertex-Vertex



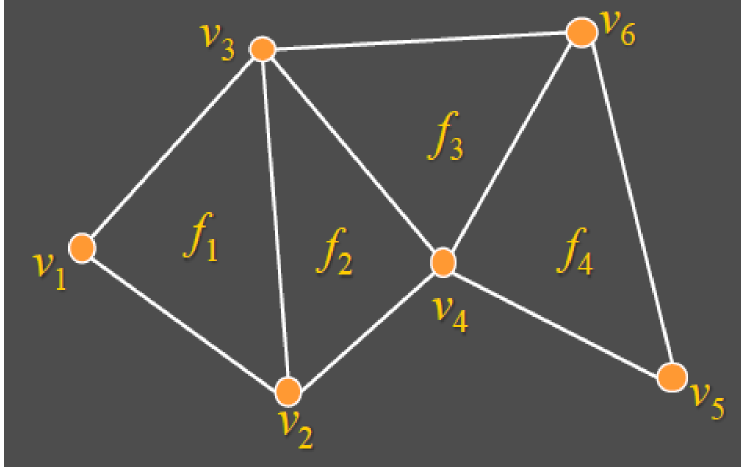
vertex	coordinates
v_1	(x_1, y_1, z_1)
v_2	(x_2, y_2, z_2)
v_3	(x_3, y_3, z_3)
...	

	v_1	v_2	v_3	...
v_1		1	1	
v_2	1		1	
v_3	1	1		
...				

vertex	coordinates	Neighbors
v_1	(x_1, y_1, z_1)	(v_2, v_3)
v_2	(x_2, y_2, z_2)	(v_1, v_3, v_4)
v_3	(x_3, y_3, z_3)	(v_1, v_2, v_4, v_6)
...	...	

Мрежа от полигони

- Представяне
  - Face-Vertex



vertex	coordinates
v_1	(x_1, y_1, z_1)
v_2	(x_2, y_2, z_2)
v_3	(x_3, y_3, z_3)

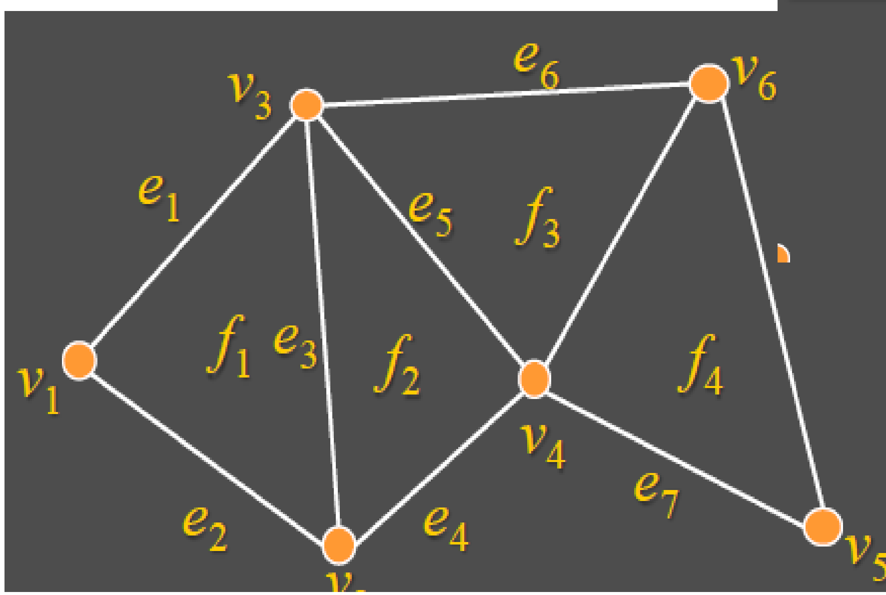
face	vertices (ccw)
f_1	(v_1, v_2, v_3)
f_2	(v_2, v_4, v_3)
...	...

Мрежа от полигони

- Представяне
  - Winged-Edge

vertex)	coordinates	Edges
v_1	(x_1, y_1, z_1)	(e_1, e_2)
v_2	(x_2, y_2, z_2)	(e_2, e_3)
v_3	(x_3, y_3, z_3)	(e_1, e_5)
…		

face	vertices (ccw)	Edges
f_1	(v_1, v_2, v_3)	(e_1, e_2, e_3)
f_2	(v_2, v_4, v_3)	(v_3, v_4, v_5)
…	…	



Многостени

- ***Мрежа от триъгълници***
  - разпространено представяне на 3D форми
  - всички възли на даден триъгълник лежат в една равнина
  - лесно се изпълняват различни операции

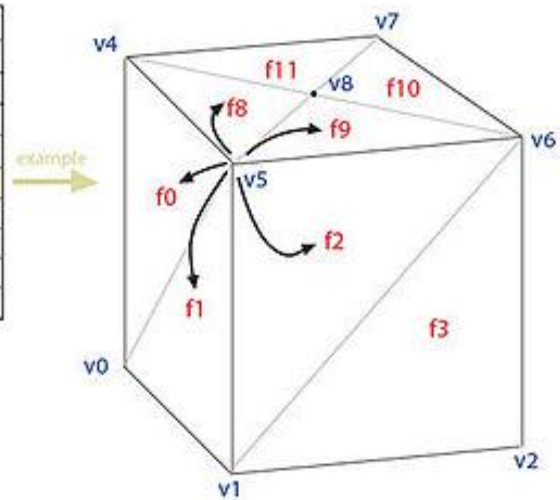
Face-Vertex Meshes

Face List

f0	v0 v4 v5
f1	v0 v5 v1
f2	v1 v5 v6
f3	v1 v6 v2
f4	v2 v6 v7
f5	v2 v7 v3
f6	v3 v7 v4
f7	v3 v4 v0
f8	v8 v5 v4
f9	v8 v6 v5
f10	v8 v7 v6
f11	v8 v4 v7
f12	v9 v5 v4
f13	v9 v6 v5
f14	v9 v7 v6
f15	v9 v4 v7

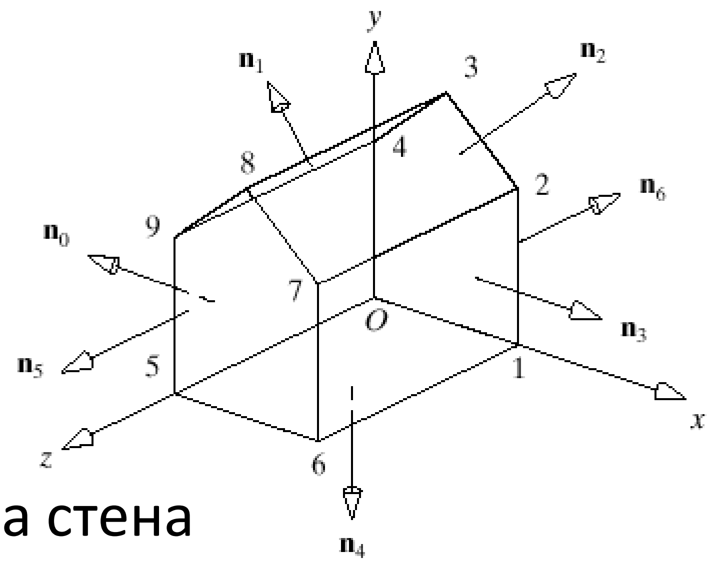
Vertex List

v0	0,0,0	f0 f1 f12 f15 f7
v1	1,0,0	f2 f3 f13 f12 f1
v2	1,1,0	f4 f5 f14 f13 f3
v3	0,1,0	f6 f7 f15 f14 f5
v4	0,0,1	f6 f7 f0 f8 f11
v5	1,0,1	f0 f1 f2 f9 f8
v6	1,1,1	f2 f3 f4 f10 f9
v7	0,1,1	f4 f5 f6 f11 f10
v8	.5,.5,0	f8 f9 f10 f11
v9	.5,.5,1	f12 13 14 15



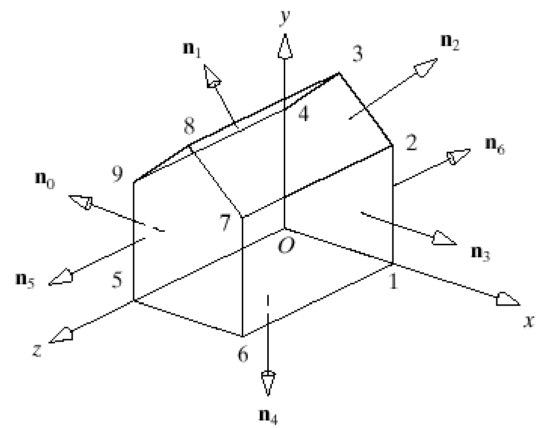
Многостени

- Пример
  - седем многоъгълника
  - 10 възела
  - плоски стени
  - по един нормален вектор за всяка стена



- Структури за представяне на мрежа от многоъгълници
  - съхраняват се уникалните възли и нормалните вектори
  - за всеки многоъгълник се описва множество от индекси на възли и нормални вектори

Многостени



- възли
  - геометрия на обекта
- нормални вектори
  - ориентация
- многоъгълници
  - топология

vertex	x	y	z
0	0	0	0
1	1	0	0
2	1	1	0
3	0.5	1.5	0
4	0	1	0
5	0	0	1
6	1	0	1
7	1	1	1
8	0.5	1.5	1
9	0	1	1

normal	n_x	n_y	n_z
0	−1	0	0
1	−0.707	0.707	0
2	0.707	0.707	0
3	1	0	0
4	0	−1	0
5	0	0	1
6	0	0	−1

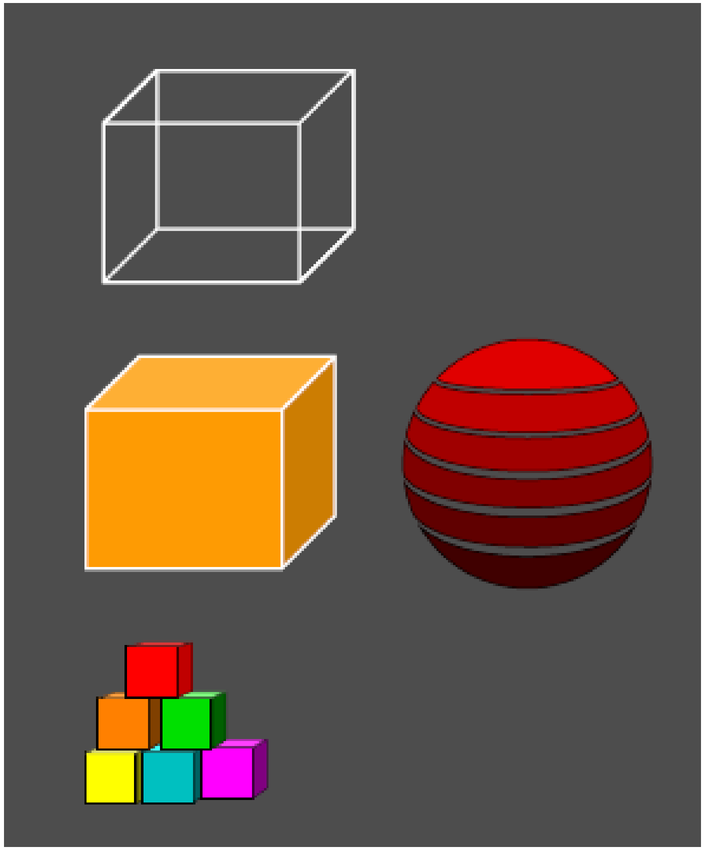
face	vertices	associated normal
0 (left)	0,5,9,4	0,0,0,0
1 (roof left)	3,4,9,8	1,1,1,1
2 (roof right)	2,3,8,7	2,2,2,2
3 (right)	1,2,7,6	3,3,3,3
4 (bottom)	0,1,6,5	4,4,4,4
5 (front)	5,6,7,8,9	5,5,5,5,5
6 (back)	0,4,3,2,1	6,6,6,6,6

Многостени

- *Мрежа от многоъгълници*
  - характеристики
    - плътност
    - свързаност
    - простота
    - равнинност
    - изпъкналост
  - недостатъци
    - равнинни многоъгълници
    - ограничена разделителна способност
    - трудно се извършват деформации
    - няма естествена параметризация

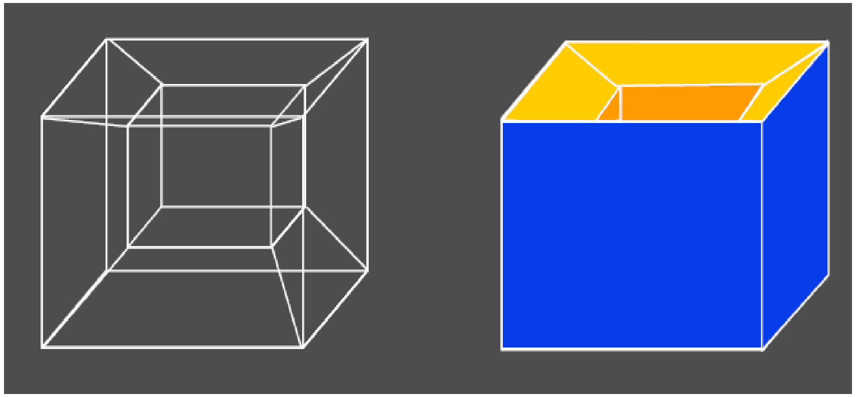
Представяне на многостени

- Категории
  - Wire-frame
  - Surface
  - Volumetric



Wire-Frame

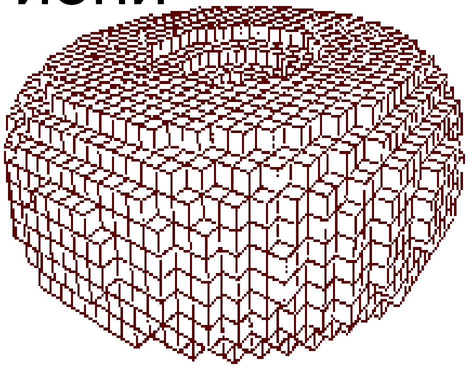
- Представяне на обектите като множество от точки (node) и линии (edge)
  - граф
  - топологична информация



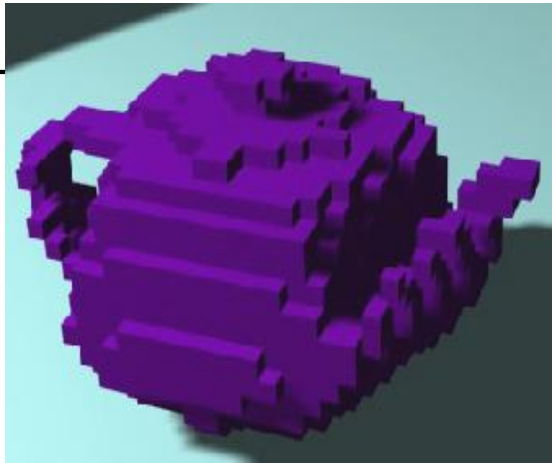
- предимства
  - бързо визуализиране в интерактивни системи
- недостатък
  - сложно

Volumetric

- Разделяне на пространството на региони
  - voxel



- предимства
  - просто използване на булеви операции
  - просто тестване за принадлежност
  - представяне на вътрешността на обект

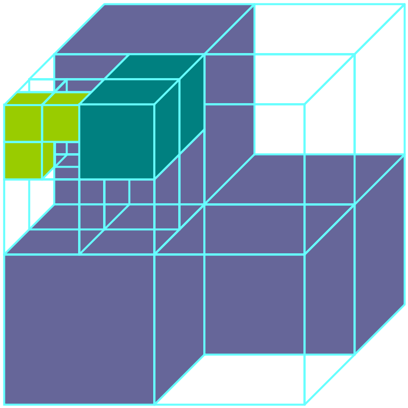


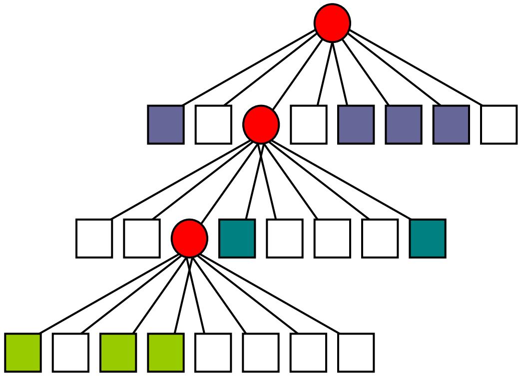
- недостатъци
  - неефективно съхранение
  - липсва гладкост
  - трудно се манипулира

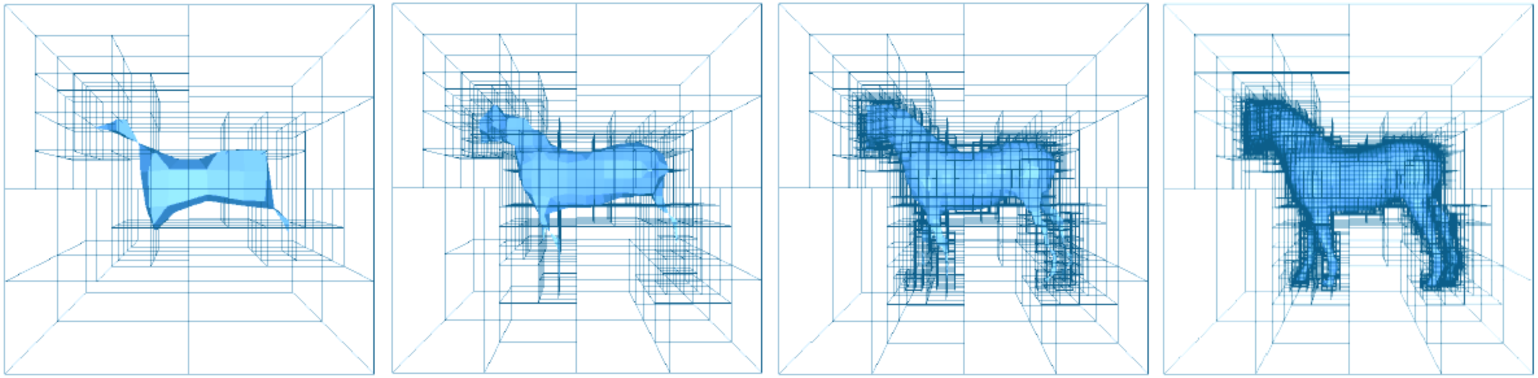
Представяне с осмични дървета

- Octree
  - итеративно разделяне на пространството на кубични под-региони (voxels)
  - условие за край на разделянето
    - еднородност на региона – запълнен или празен
  - предимства
    - удобно съхраняване на 3D модели
    - опростен анализ на скрити стени
    - контрол на степента на детайлност в модела

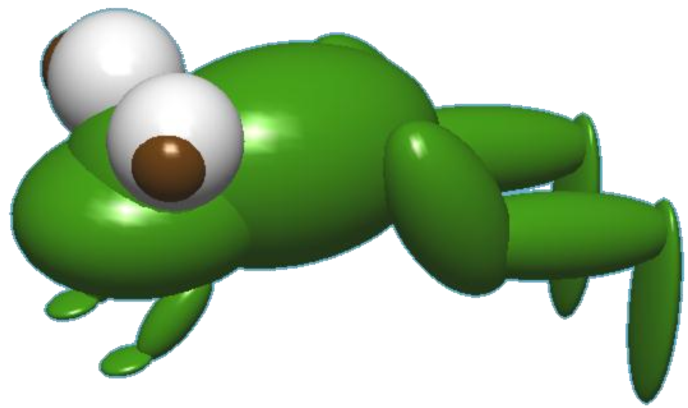
Представяне с осмични дървета

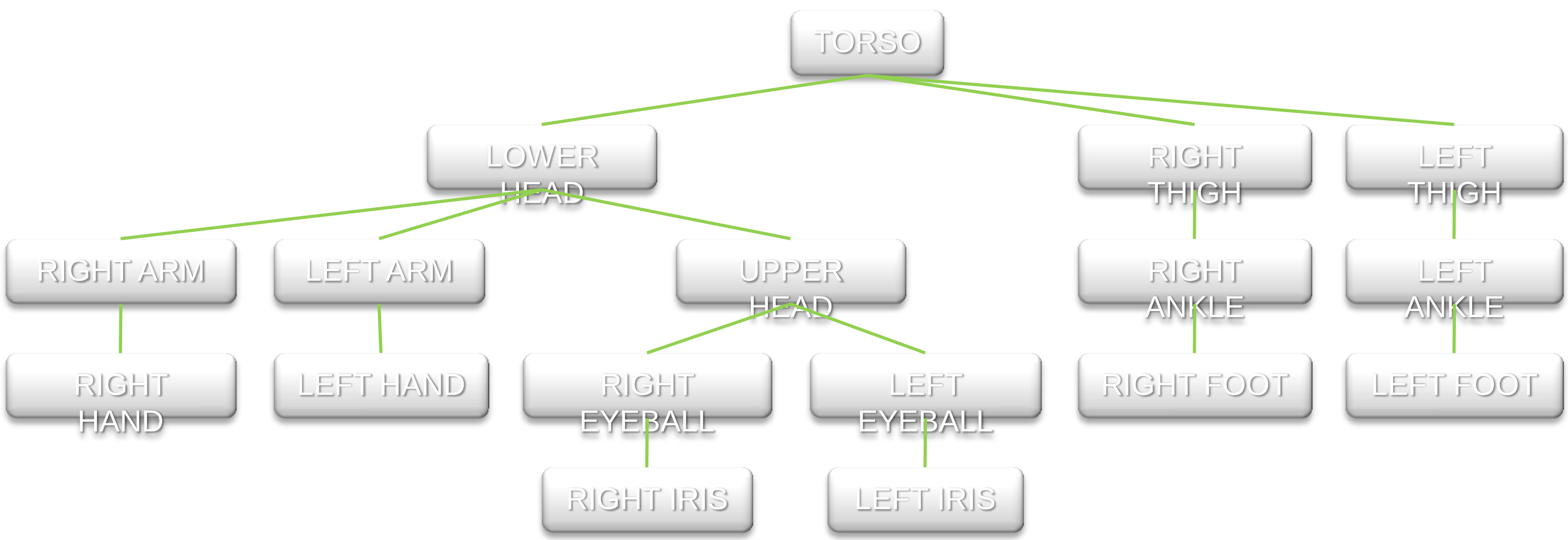






Йерархични модели

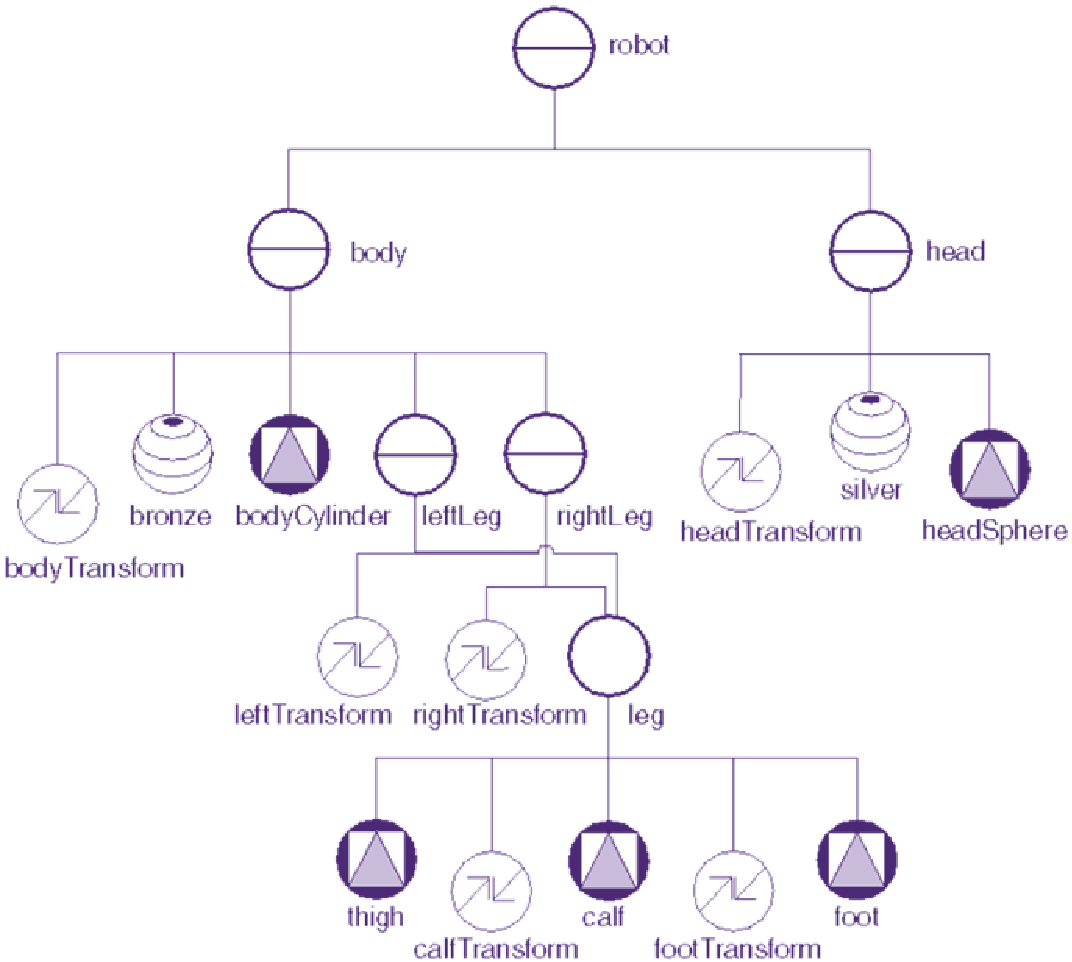


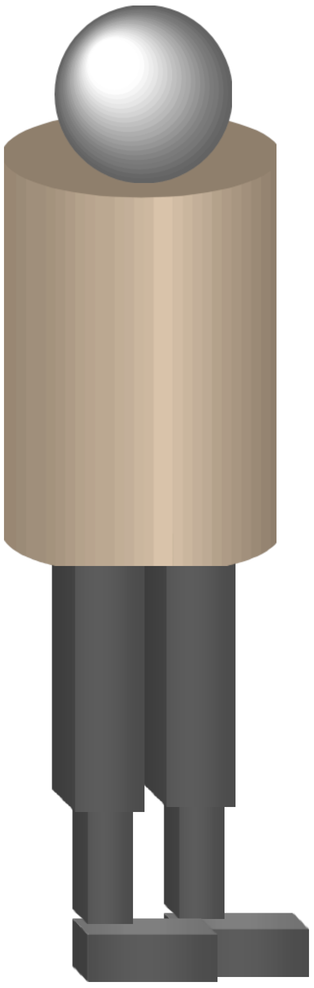


Представяне с граф

- Scene graph
  - йерархично подреждане на компонентите на графичната сцена
  - предимство
    - моделиране и визуализиране на вторичните компоненти се опростява заради наследяването на основните компоненти

Представяне с граф





Моделиране на 3D обекти

- Многостени
- ***Квадратични повърхнини***
- Представяне чрез трансформации
- Конструктивна геометрия на твърди тела

Квадратични повърхности

- Често използван подход за моделиране на класове обекти
  - 3D повърхнините се описват ***с квадратични уравнения***

- Квадратични повърхности
  - сфера
  - елипсоид
  - тороид
  - параболоид
  - хиперболоид

Сфера

- Сферична повърхност с радиус r и център в началото на координатната система
  - множеството от точки (x, y, z), за които е изпълнено

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$$

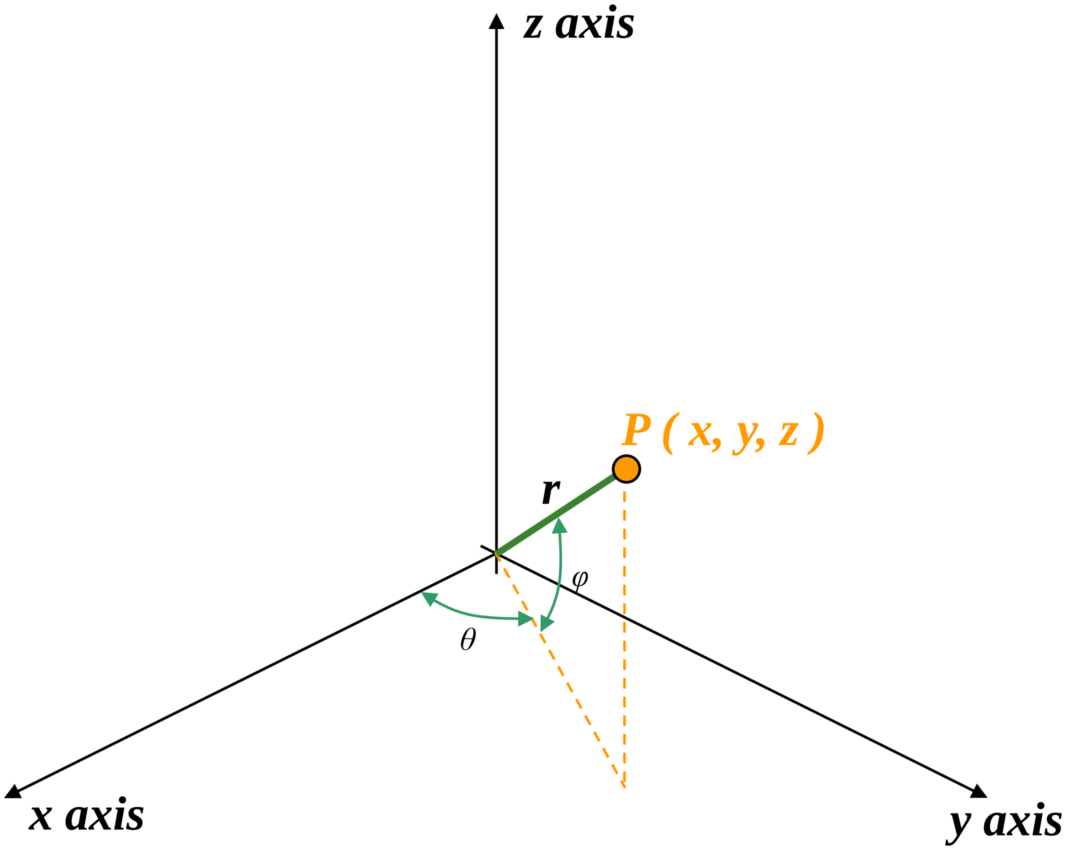
- Параметрично представяне

$$x = r\cos\phi\cos\theta \qquad -\pi/2 \le \phi \le \pi/2$$

$$y = r\cos\phi\sin\theta \qquad -\pi \le \theta \le \pi$$

$$z = r\sin\phi$$

Сфера



Сфера

- Представяне на сфера в OpenGL с използване на GLUT

```
GLUquadricObj *mySphere

mySphere=gluNewQuadric();
//create the new sphere object

gluQuadricDrawStyle(mySphere,GLU_FILL);
// some other styles: GLU_POINT, GLU_LINE

gluSphere(mySphere,1.0,12,12);
// radius, # longitude lines, # latitude lines
```

Квадратични повърхности

- Представяне на квадратични повърхности в OpenGL с използване на GLUT
  - предефинирани обекти с квадратични повърхности
  - `glutWire***()`
  - `glutSolid***()`
    - примери
      - `glutWireCube(size); glutSolidCube(size);`
      - `glutWireSphere(radius,nlongitudes,nlatitudes);`
      - `glutWireCone(rbase,height,nlongitudes,nlatitudes);`
      - `glutWireTeapot(size);`
      - и др.

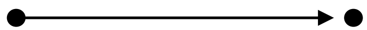
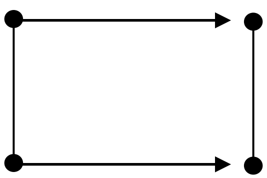
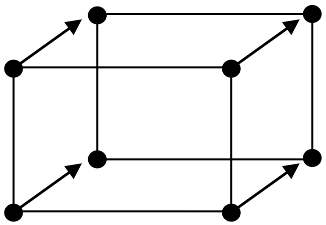
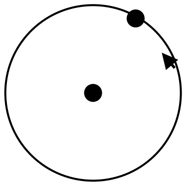
Моделиране на 3D обекти

- Многостени
- Квадратични повърхнини
- ***Представяне чрез трансформации***
- Конструктивна геометрия на твърди тела

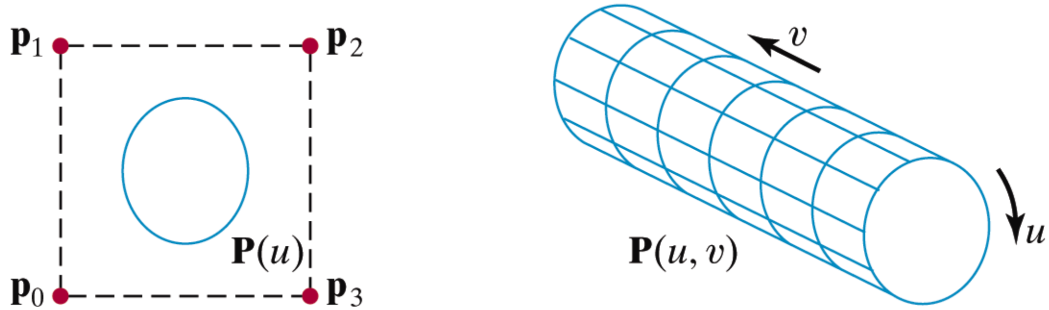
Представяне чрез трансформации

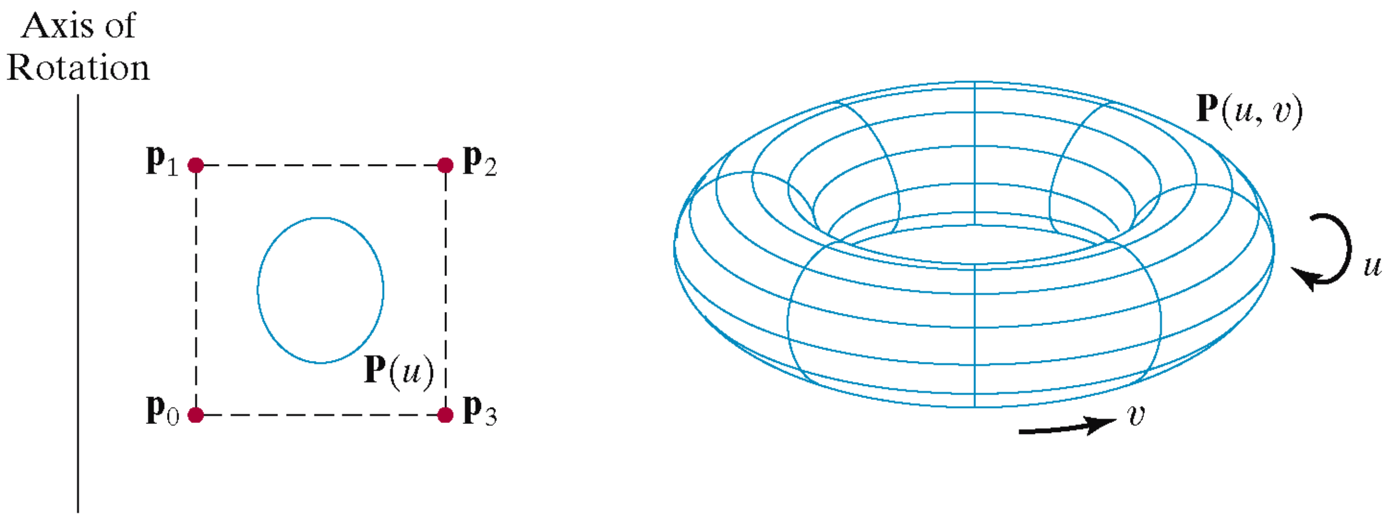
- ***Sweep presentation***
  - полезно представяне на 3D обекти с транслационна, ротационна и други симетрии
  - обектите се задават като двумерни модели и преобразуване, което премества тези модели в пространството

Представяне чрез трансформации

- ***Generative object description***
  - представяне на 3D чрез движение на 2D (възли + движение)
- Линия
  
  - път на движение на точка (едномерен случай)
- Квадрат
  
  - път на движение на линия перпендикулярно на себе си (двумерен случай)
- Куб
  
  - път на движение на възлите на квадрат перпендикулярно на себе си (тримерен случай)
- Окръжност
  
  - път на движение на точка при завъртането й на фиксирано разстояние около център

Представяне чрез трансформации



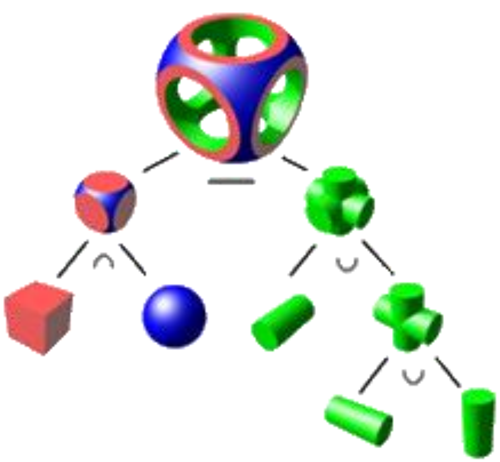


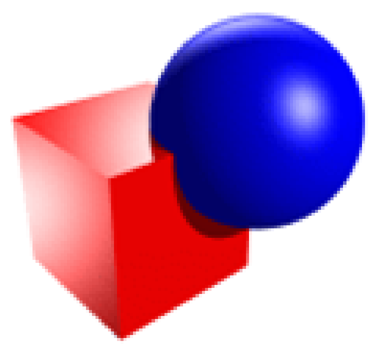
Моделиране на 3D обекти

- Многостени
- Квадратични повърхнини
- Представяне чрез трансформации
- ***Конструктивна геометрия на твърди тела***

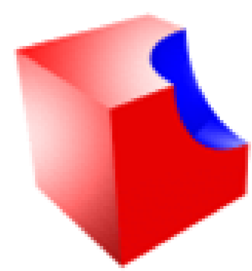
Конструктивна геометрия

- Constructive Solid Geometry
  - метод за моделиране на 3D обекти чрез комбиниране на примитивни геометрични форми с булеви операции

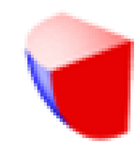




обединение



разлика

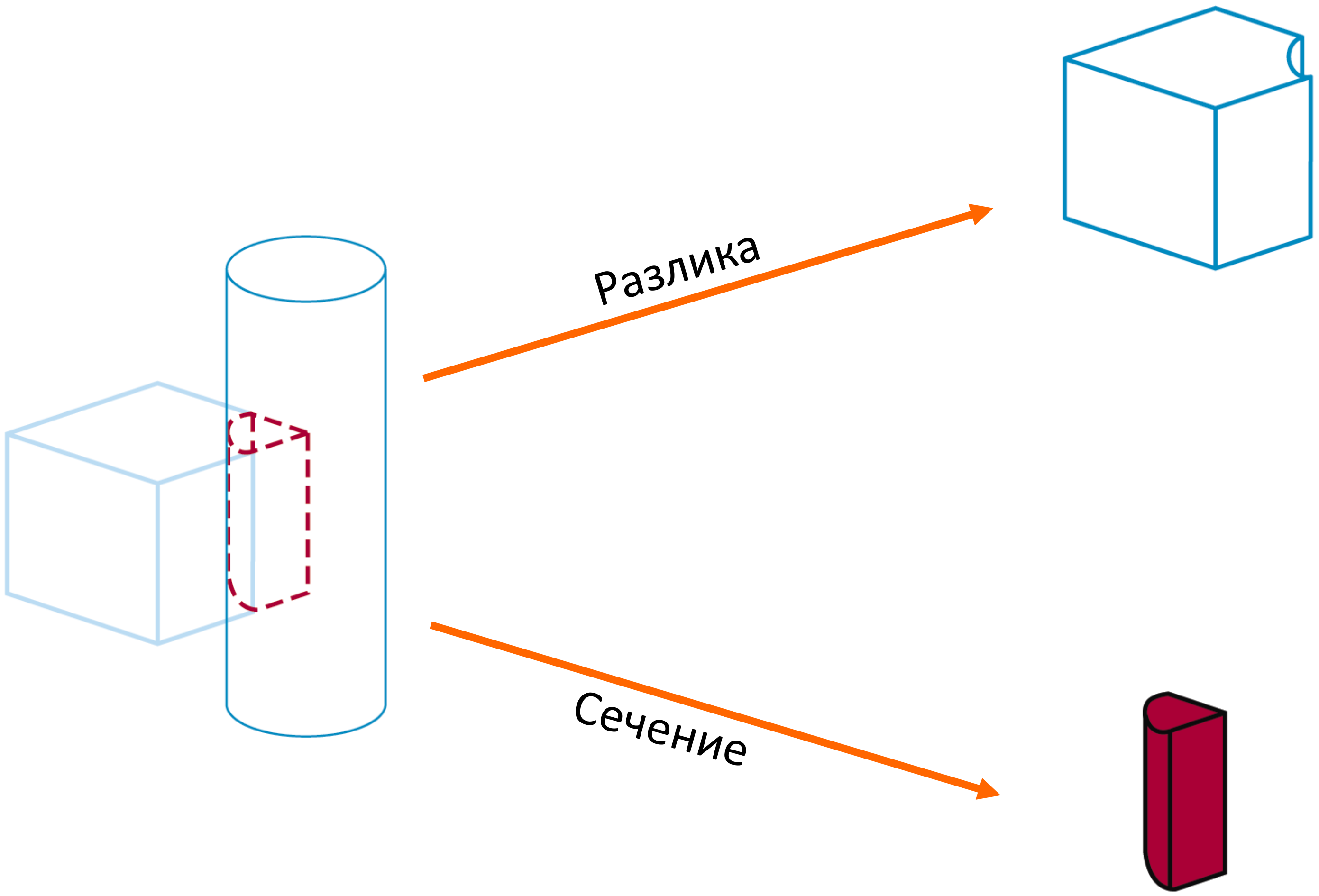


сечение

Констр. геометрия на твърди тела

- ***Йерархични модели***
  - частите на модела зависят един от друг
- ***Constructive Solid Geometry (CSG)***
  - методи за представяне на обекти чрез плътни геометрични многостени и теоретико-множествени операции между тях
- Използвани теоретико-множествени операции
  - обединение
  - сечение
  - разлика

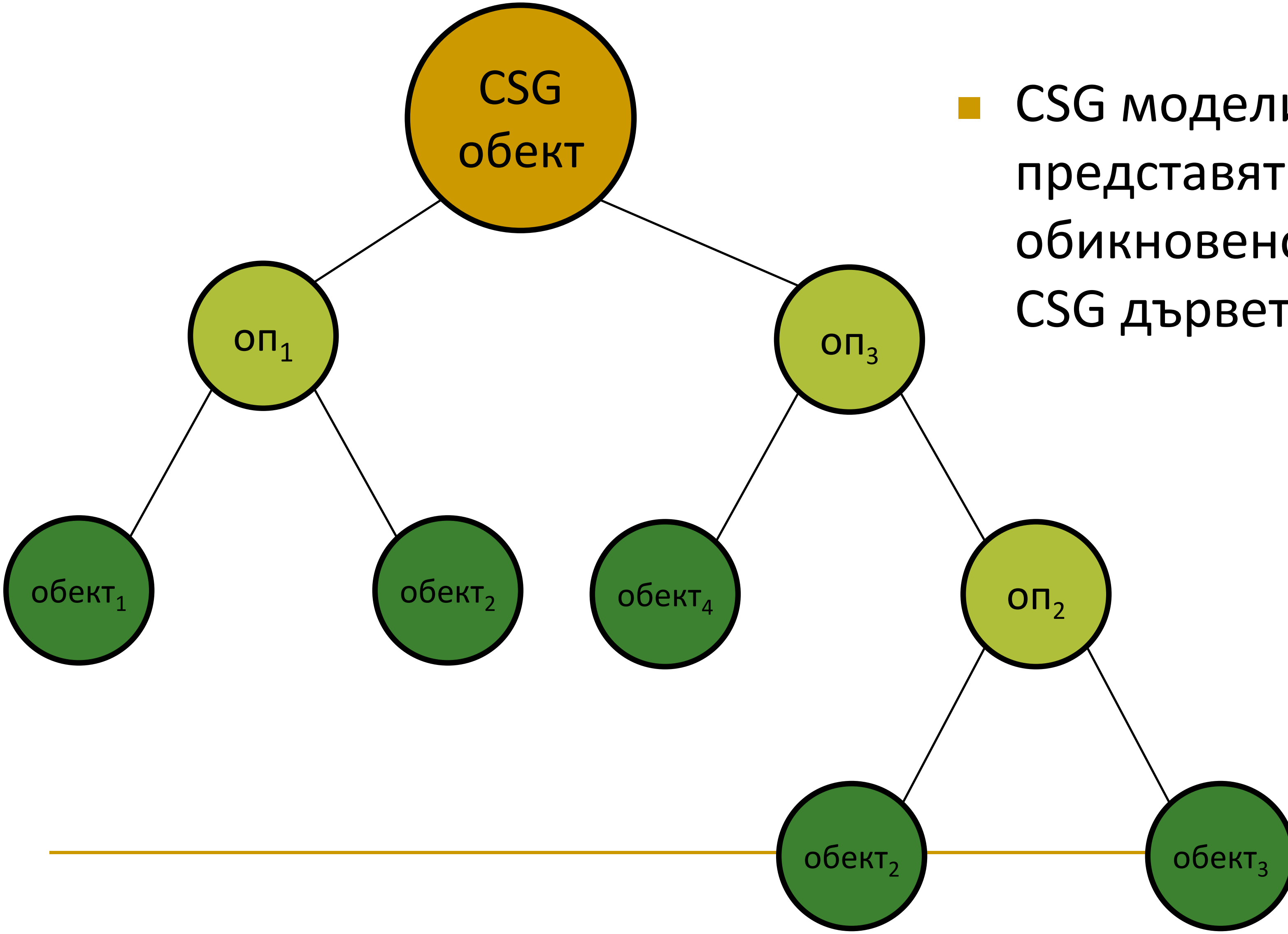
Констр. геометрия на твърди тела



Констр. геометрия на твърди тела

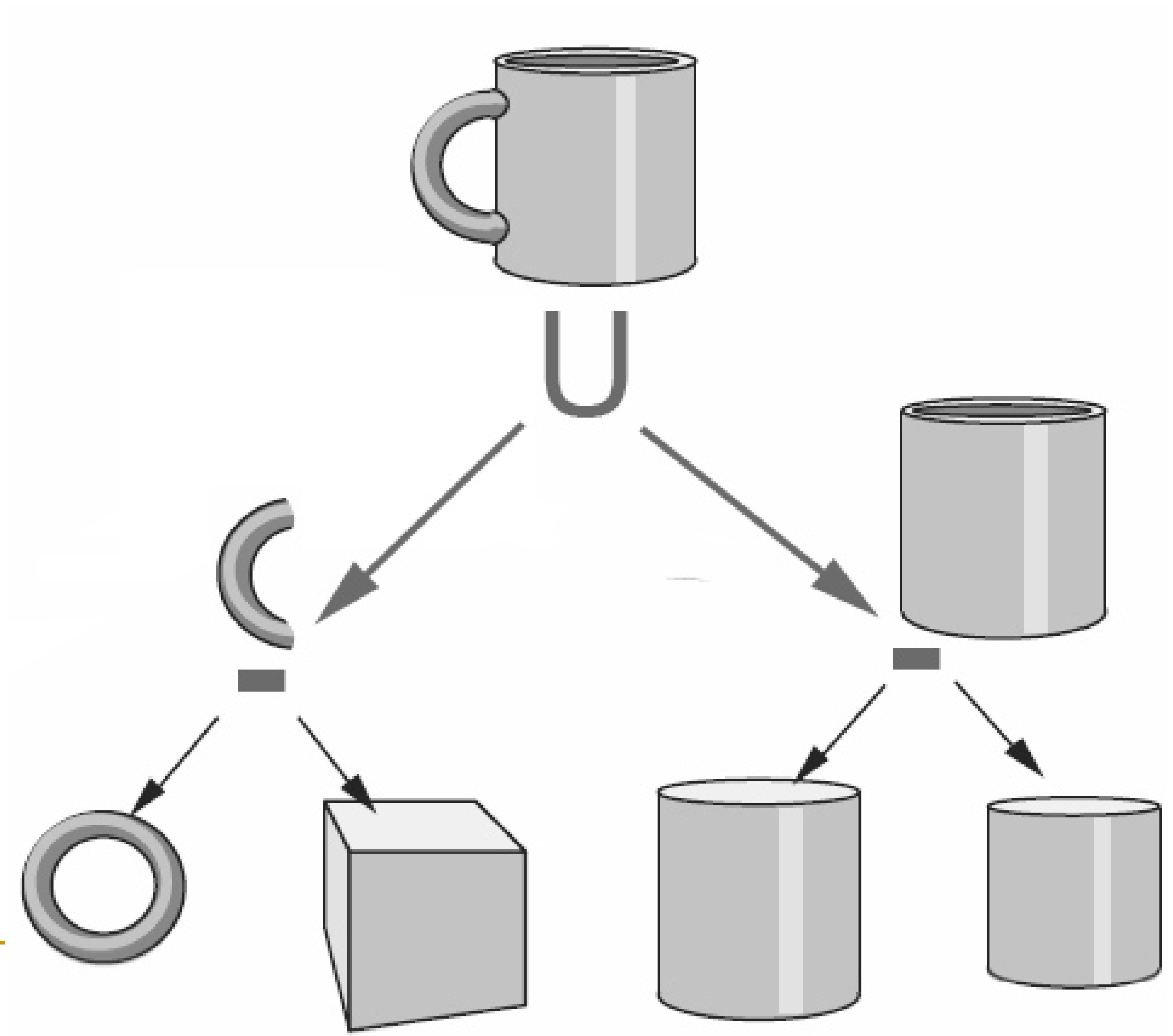
- Използва се малко можество примитиви
  - куб, пирамида, сфера, конус
- Модел на нов обект се създава от моделите на два обекта, комбинирани чрез теоретико-множетсвена операция
- Новите модели могат да се използват за създаване на друг модел
- Процесът продължава докато се моделира цялата сцена с всички необходими обекти

Констр. геометрия на твърди тела

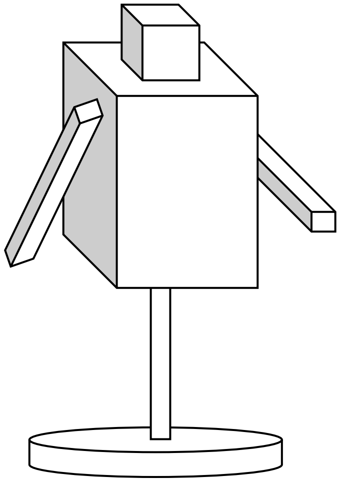


- CSG моделите се представят обикновено като CSG дървета

Констр. геометрия на твърди тела

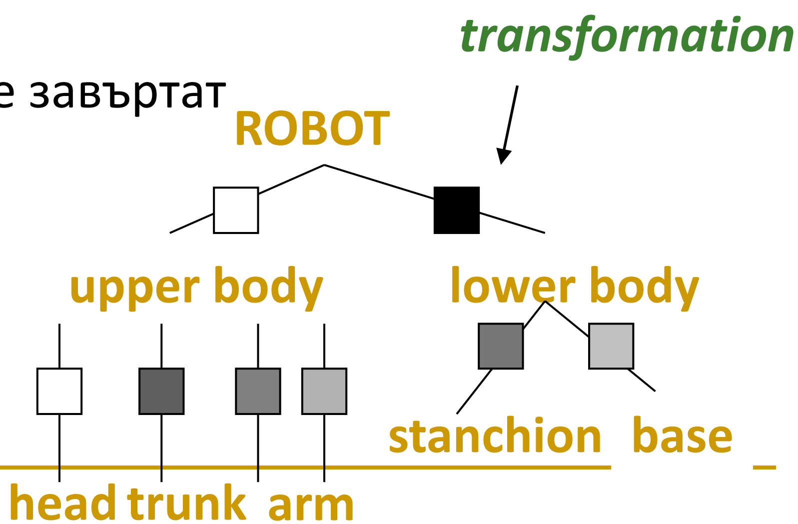


Констр. геометрия на твърди тела



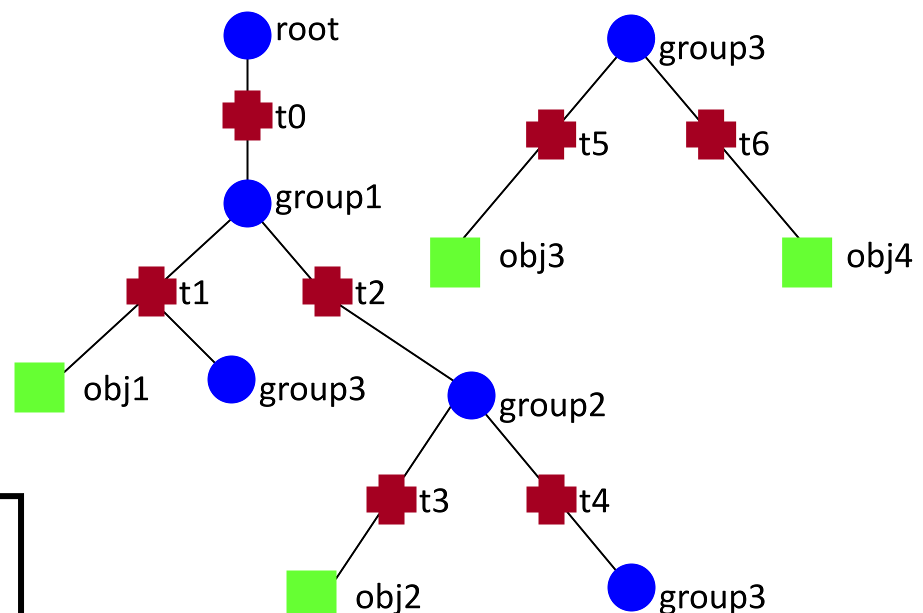
- Трансформациите на възел родител се прилагат и за възлите-деца

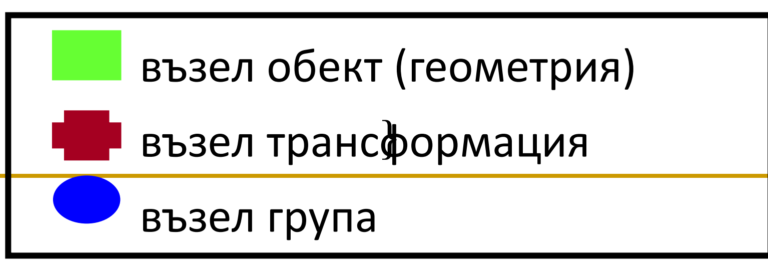
- ***Пример***: робот
- онова, долна част , горна част
  - роботът се завърта
    - долната и горната част също се завъртат
  - горната част се завърта
    - главата и рамото също се завъртат



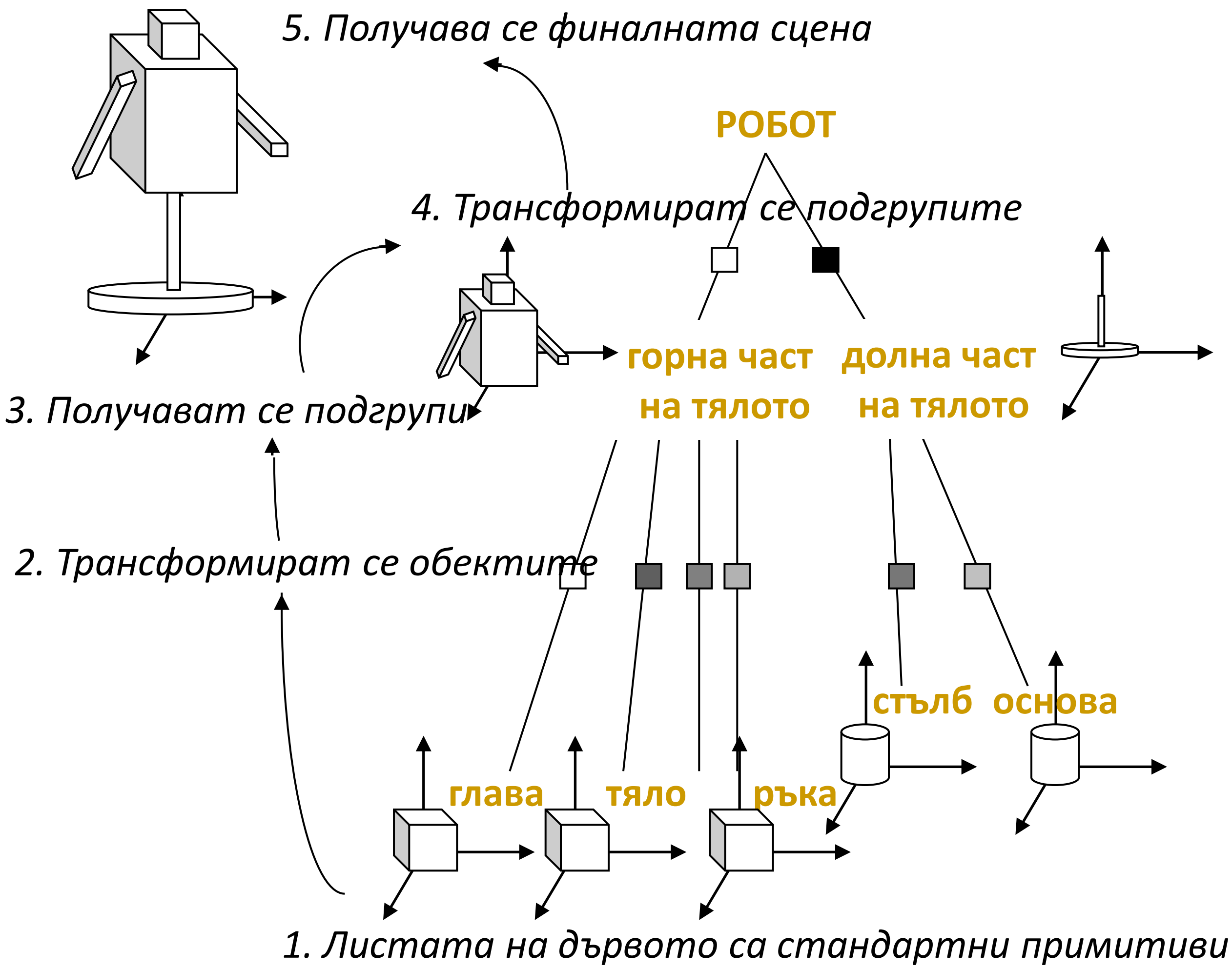
Констр. геометрия на твърди тела

- Трансформациите променят всички възли-деца
- Под-дърветата се наричат подгрупи и могат да се използват отново като обекти
- Обект може да се подложи на различни трансформации
  - например възел group3 се използва 2 пъти
    - след трансформация t1
    - след трансформация t4





Констр. геометрия на твърди тела

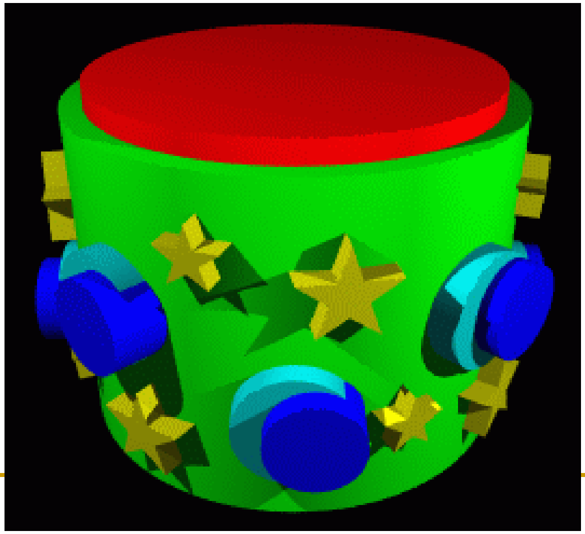


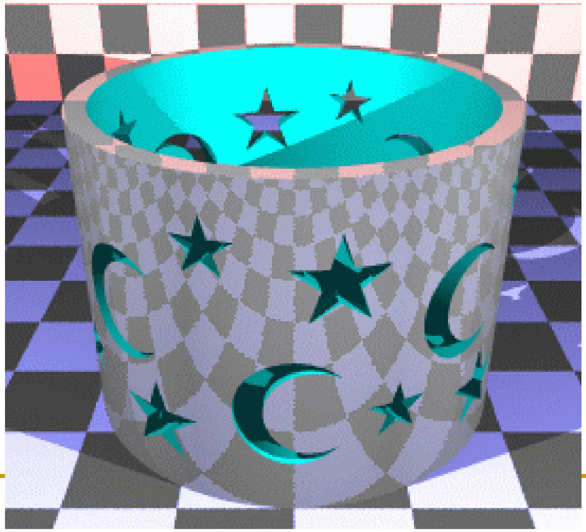
Констр. геометрия на твърди тела

- Съхраняване на 3D сцени
  - Граф на сцената (***Scene Graph***)
    - Directed acyclic graph (DAG)
- Типичен формат на граф на сцената
  - обекти
    - куб, сфера, конус, многостен, и т.н.
  - съхраняват се чрез възлите си
  - задават се атрибутите им
    - цвят, текстура, и др.
  - трансформации
    - възли в графа на сцената

Конструктивна геометрия

- Предимства
  - просто моделиране
  - херархичност
- често прилаган подход в CAD/CAM системите





Констр. геометрия на твърди тела

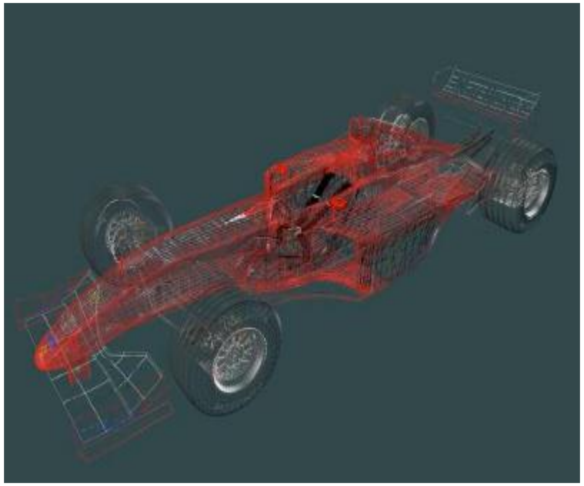
- ***Йерархични модели в OpenGL***
  - имплементират се с използване на матричен стек
    - матричният стек съхранява матриците за проектиране и трансформация на моделите на обектите и за визуализиране на обектите (projection & model-view)
  - използват се функциите за промяна съдържанието на матричния стек
    - `glPushMatrix();`
    - `glPopMatrix();`
- Определя се визуализиране на цял обект по зададен модел, като се запазва модела за генериране и на друг модели
  - с използване на геометрични трансформации

Констр. геометрия на твърди тела

- ***Йерархични модели в OpenGL***
- Създаване на йерархично представяне на сцена (дърво)
  - моделът на всеки обект се представя в собствена координатна система
  - обхожда се дървото и се прилагат трансформациите за преобразуване на моделите на обектите в световна координатна система
  - *правило за обхождане*
    - при преход наляво от възел към възел с необходен десен възел-наследник се изпълнява glPushMatrix();
    - при връщане обратно в този възел се изпълнява glPopMatrix();

Моделиране на сложни форми

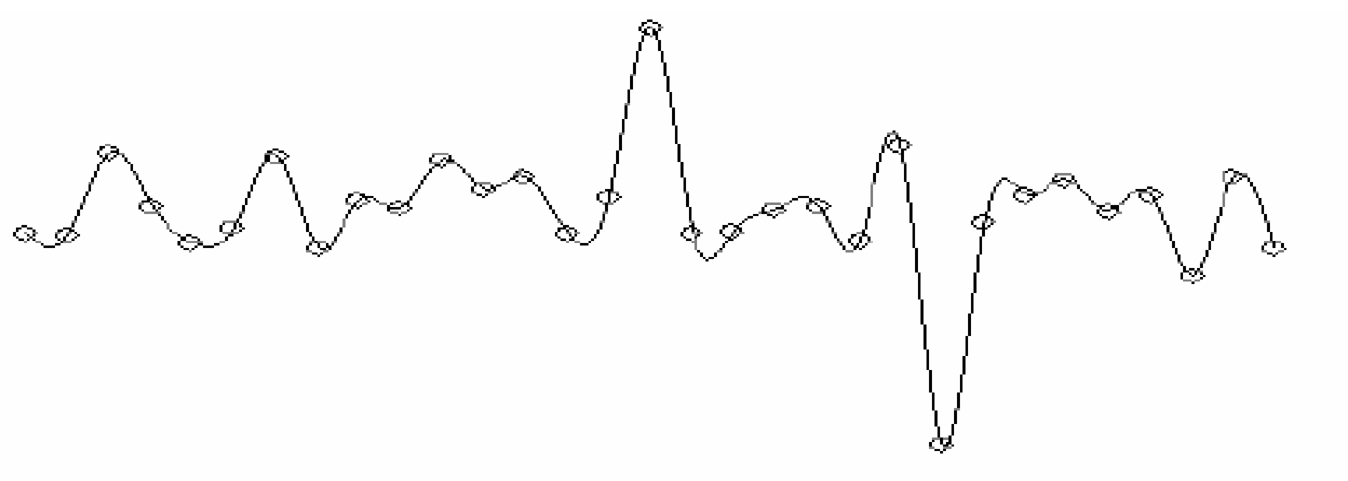
- Апроксимиране с прости примитиви
  - линии, полигони



- При сложни обекти
  - недостатъци
    - голям брой примитиви
    - може да се използва уравнение на сфера, но не и на телефон или човешко лице
  - решение
    - по-сложни примитиви
      - криви (2D) и повърхнини (3D)

Моделиране на сложни форми

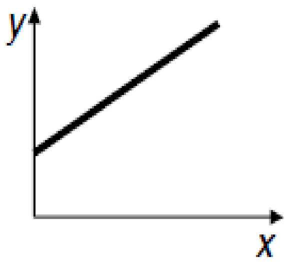
- Изисквания към криви/повърхнини в КГ
  - локално управление на формата
    - за да се създава и модифицира лесно
  - гладкост, непрекъснатост
  - възможност за оценяване на производни
  - лесно визуализиране



Представяне на криви

- Три форми за представяне на криви в пространството
  - ***явно***
  - ***неявно***
  - ***параметрично***

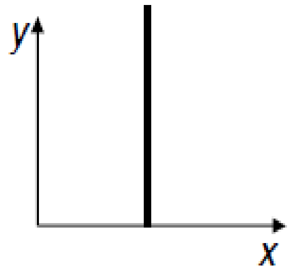
Представяне на криви



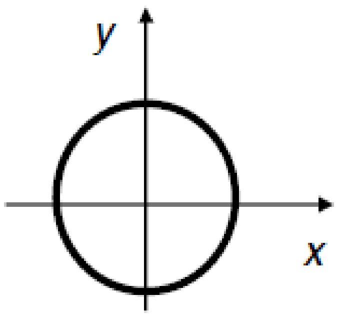
- ***Явно***
  - y = f(x)
    - y = mx + b
  - лесно се генерират точки
  - трябва да бъде функция
    - ограничение
      - вертикални линии

Представяне на криви

- Явно: $y = f(x)$

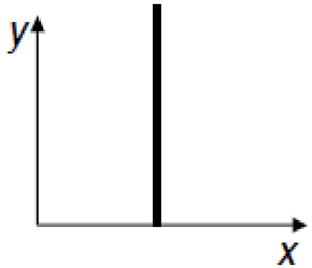


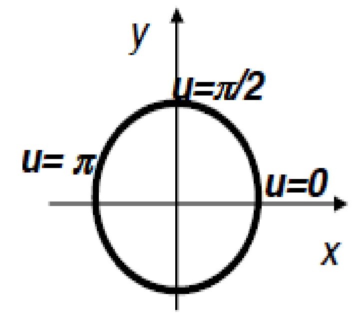
- ***Неявно***
  - $f(x,y) = 0$
    - $x^2 + y^2 - r^2 = 0$
  - лесно се проверява дали точка лежи на кривата
  - трудно се генерират точки

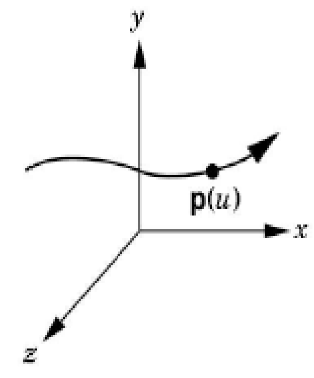


Представяне на криви

- Явно: y = f(x)
- Неявно: f(x,y) = 0
- ***Параметрично***
  - (x,y) = (f(u), g(u))
    - (x, y) = (cos u, sin u)
  - лесно се генерират точки

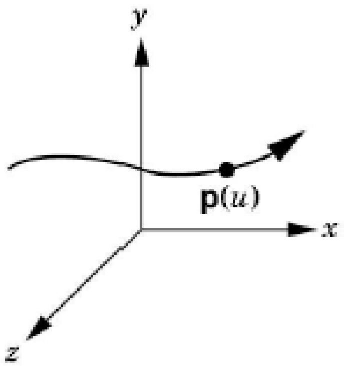






Параметрично представяне

- ***Параметризиране на крива***
  - зависимост между промените на *u* и промяната на вида на дадена крива в xyz пространството



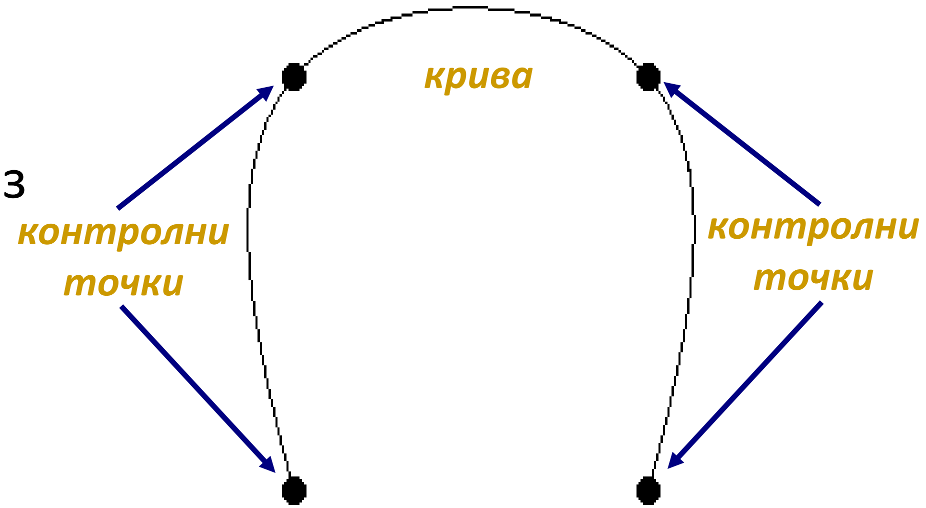
- Защо криви, а не полилинии?
  - редуцира се броя точки
  - лесно се имплементират интерактивни промени
- Защо параметрични, а не криви от вида y,z=f(x)?
  - лесно се представят произволни криви
  - ротационна инвариантност
- Защо параметрични, а не явни?
  - по-просто
  - по-ефективно

Параметрични криви

- параметрични криви
  - аналогично на траектория на обект в пространството
  - параметър t
    - аналогичен на време на движение
  - чрез параметъра се задава
    - позиция
    - тангентна скорост
    - кривина

Сплайн криви

- ***Параметрични криви***
  - гладка крива минаваща през зададени контролни точки



Pierre Bézier

- ***криви на Безие***
  - метод за апроксимация на сплайнови криви
  - предложен от френския инженер Пиер Безие за дизайн на корпуса на автомобилите на Рено

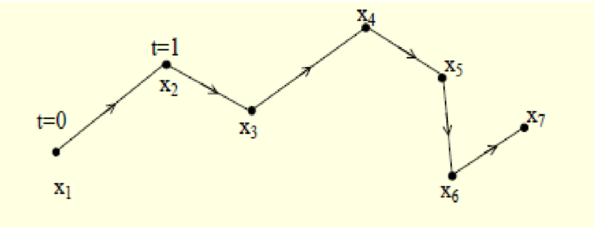
Сплайн криви

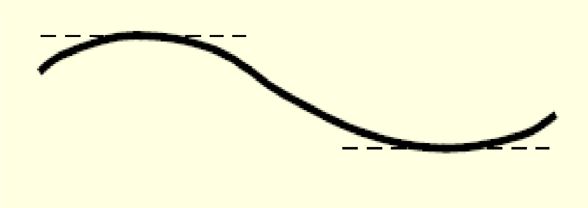
- Крива със свободна форма минаваща през или в близост до множество точки

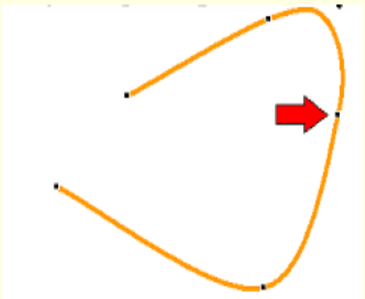
- Стандартни входни данни
  - множество контролни точки ndard spline input – set of points {*Pi*} *i* = 0, *n*

Сплайн криви

- Параметрични криви, при които линейната интерполация с прави линии се обобщава за интерполационни параметри от по-висок ред
  - линейна интерполация
  - квадратична интерполация
  - кубична интерполация

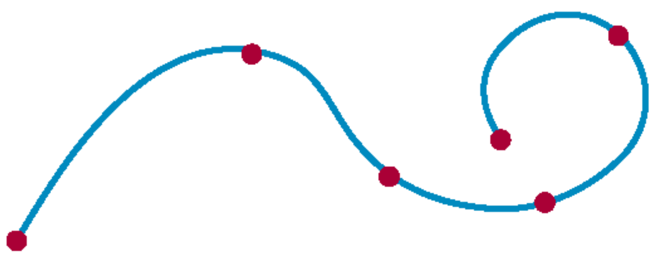




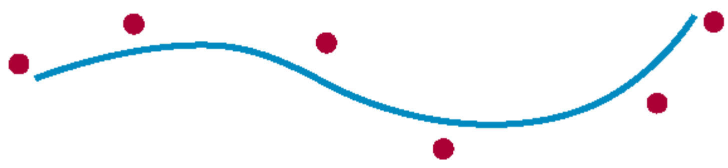


Сплайн криви

- Два подхода за определяне на крива според зададени контролни точки
  - ***Интерполация***
    - кривата минава през всички контролни точки

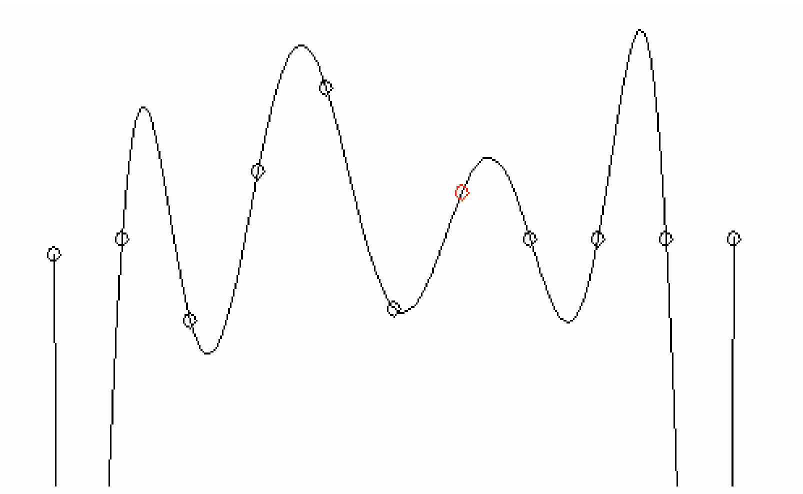


  - ***Апроксимация***
    - кривата не минава през всички контролни точки



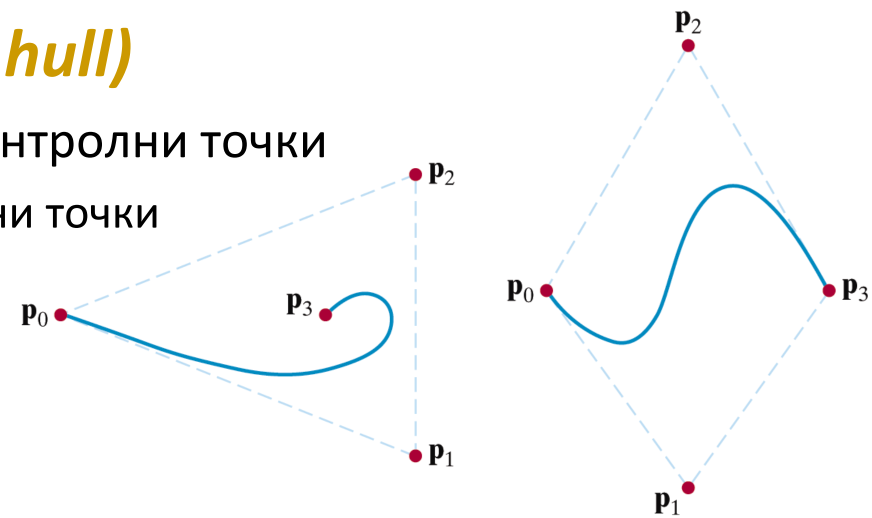
Сплайн криви

- ***Полиномна интерполация***
  - кривата се апроксимира с *n* степенен полином в *n+1* точки
    - нарича се интерполация на Лагранж
  - голямо изместване между контролните точки
  - обикновено се изисква получаване на колкото е възможно по-гладки криви
    - методите с полиноми с голяма степен дават лоши резултати

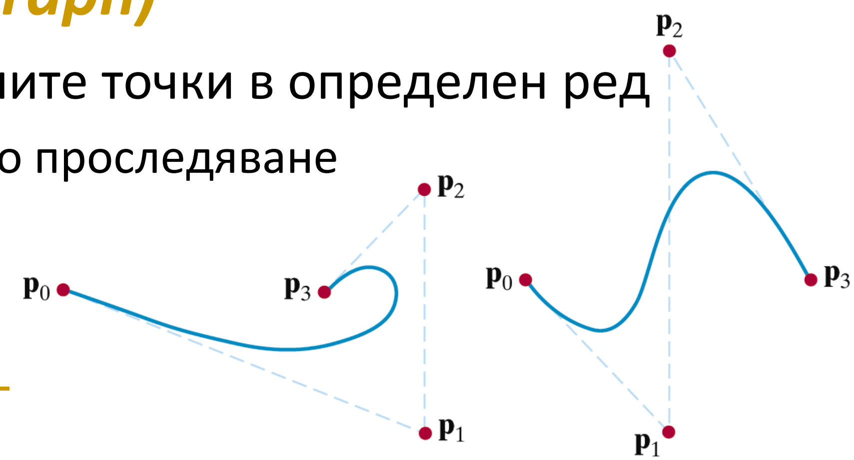


Сплайн криви

- ***Изпъкнала обвивка (convex hull)***
  - граница, определена от всички контролни точки
    - ластик обхващащ всички контролни точки



- ***Управляващ граф (control graph)***
  - полилиния, свързваща контролните точки в определен ред
    - обикновено се използва за лесно проследяване на сплайновите криви



Сплайн криви на Безие

- Сплайнова крива с произволен брой контролни точки
  - обикновено се използват 4

- Нека са зададени n+1 контролни точки

$$p_k = (x_k, y_k, z_k), \qquad k = 0 \div n$$

- По координатите на контролните точки се определя позиционен вектор $P(u)$
  - описва с Безие полиномна функция пътя между p_0 и p_n

$$P(u) = \sum_{k=0}^{n} p_k BEZ_{k,n}(u), \qquad 0 \le u \le 1$$

Сплайн криви на Безие

- Безие функциите $BEZ_{k,n}(u)$ са полиноми на Бернщайн

$$BEZ_{k,n}(u) = C(n,k)u^k(1-u)^{n-k}$$

където параметрите C(n,k) са биномни коефициенти: $C(n,k) = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

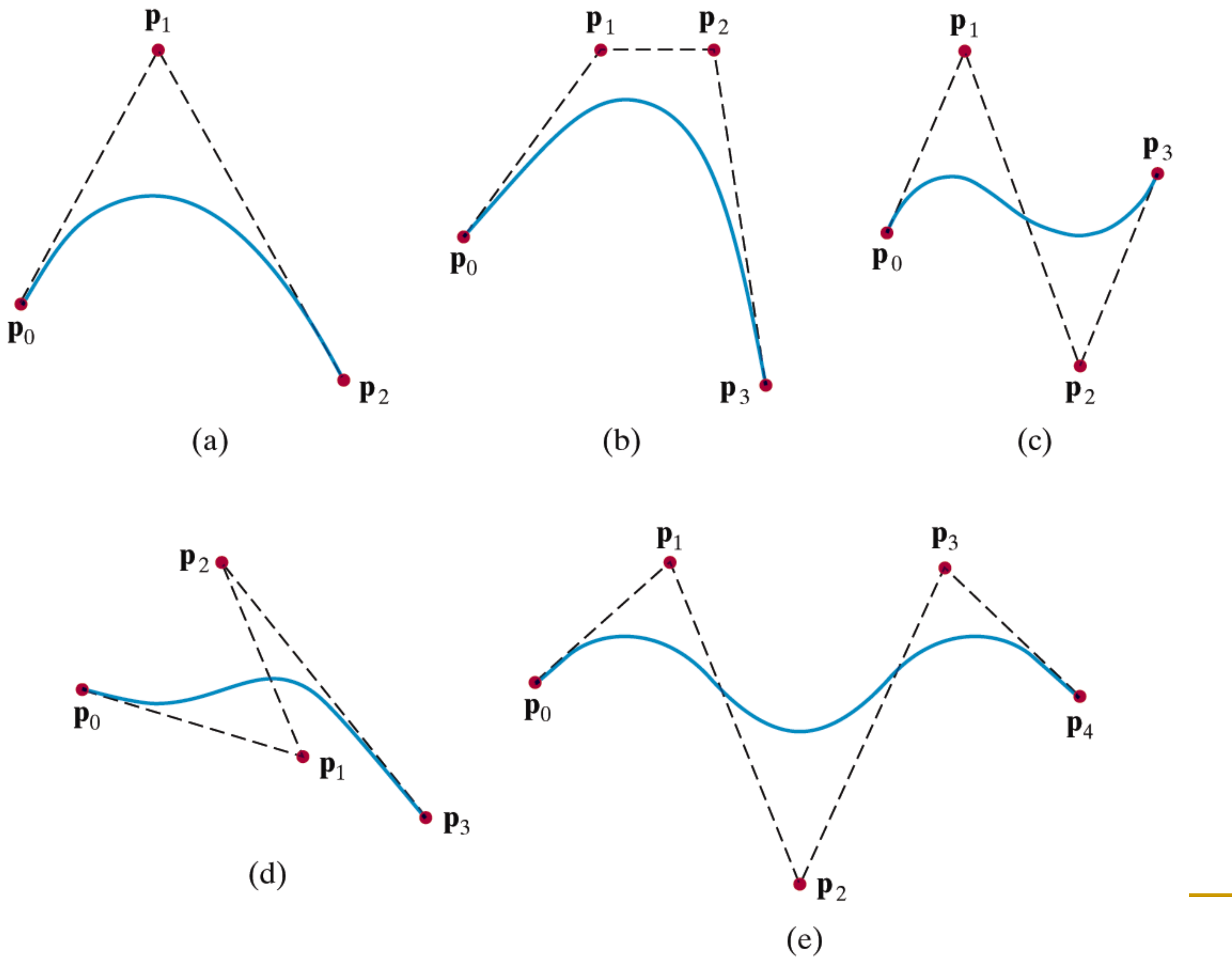
- Координати на точките от кривата

$$x(u) = \sum_{k=0}^{n} x_k BEZ_{k,n}(u)$$

$$y(u) = \sum_{k=0}^{n} y_k BEZ_{k,n}(u)$$

$$z(u) = \sum_{k=0}^{n} z_k BEZ_{k,n}(u)$$

Сплайн криви на Безие



Сплайн криви на Безие

- Първата и последната контролни точки са първата и последната точки от кривата
  - $P(0) = p_0$
  - $P(1) = p_n$
- Кривата лежи в изпъкналата обвивка
  - тъй като всички Безие функции са положителни и сумата им е 1

$$\sum_{k=0}^{n} BEZ_{k,n}(u) = 1$$

Сплайн криви на Безие

- ***Линейна*** $\mathbf{B}(t) = \mathbf{P}_0 + t(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0) = (1-t)\mathbf{P}_0 + t\mathbf{P}_1 \ , t \in [0,1]$
  - дадени са две точки
  - Безие кривата е правата между тях
    - еквивалентна на линейна интерполация
- ***Квадратична*** $\mathbf{B}(t) = (1-t)^2\mathbf{P}_0 + 2(1-t)t\mathbf{P}_1 + t^2\mathbf{P}_2 \ , t \in [0,1]$
  - дадени са три точки
  - използват се в True Type шрифтове
- ***Кубична***

$$\mathbf{B}(t) = (1-t)^3\mathbf{P}_0 + 3(1-t)^2t\mathbf{P}_1 + 3(1-t)t^2\mathbf{P}_2 + t^3\mathbf{P}_3 \ , t \in [0,1]$$

Сплайн криви на Безие

- При 4 контролни точки
  - n = 3
  - Безие функции

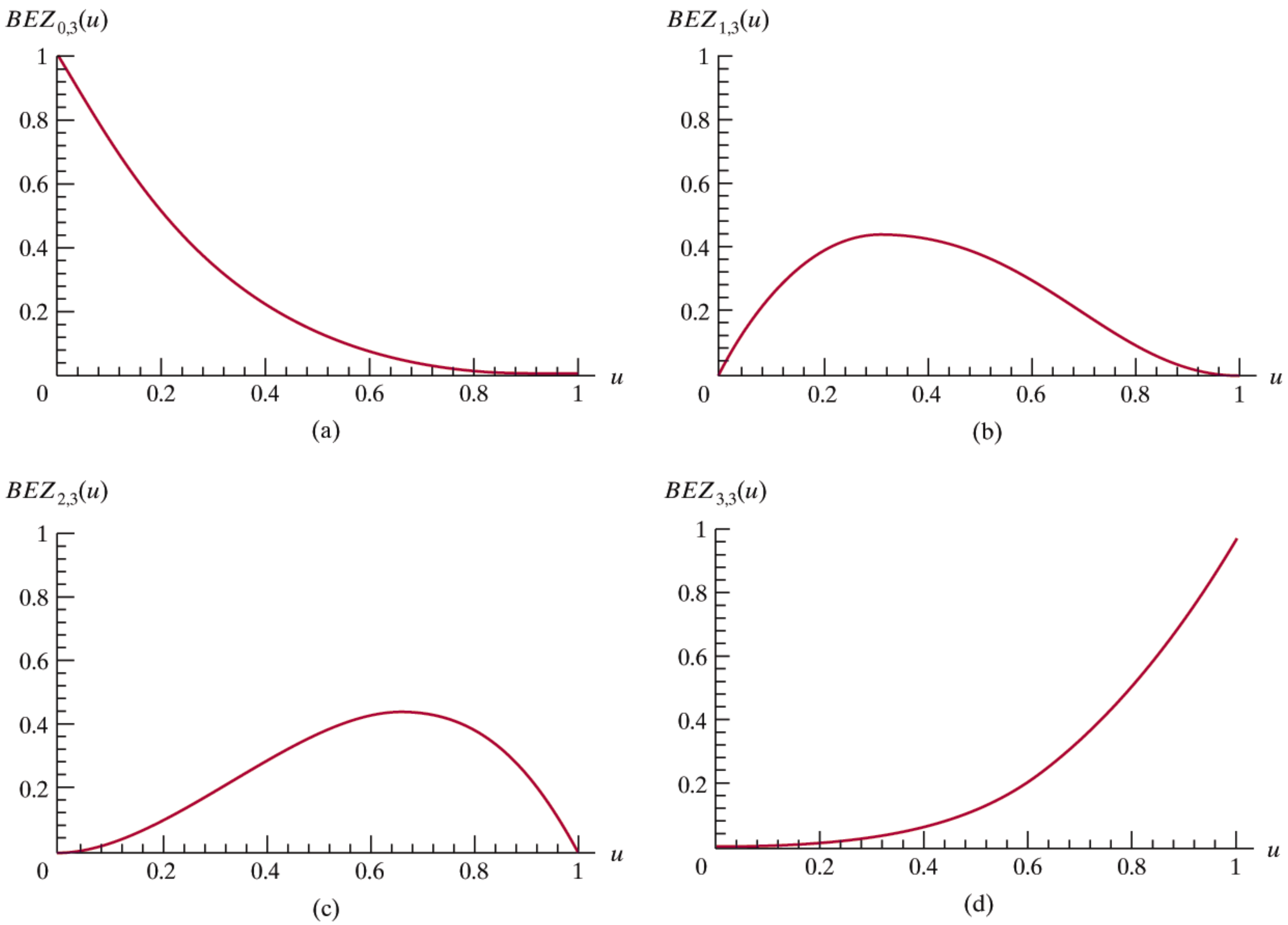
$$BEZ_{0,3} = (1-u)^3$$

$$BEZ_{1,3} = 3u(1-u)^2$$

$$BEZ_{2,3} = 3u^2(1-u)$$

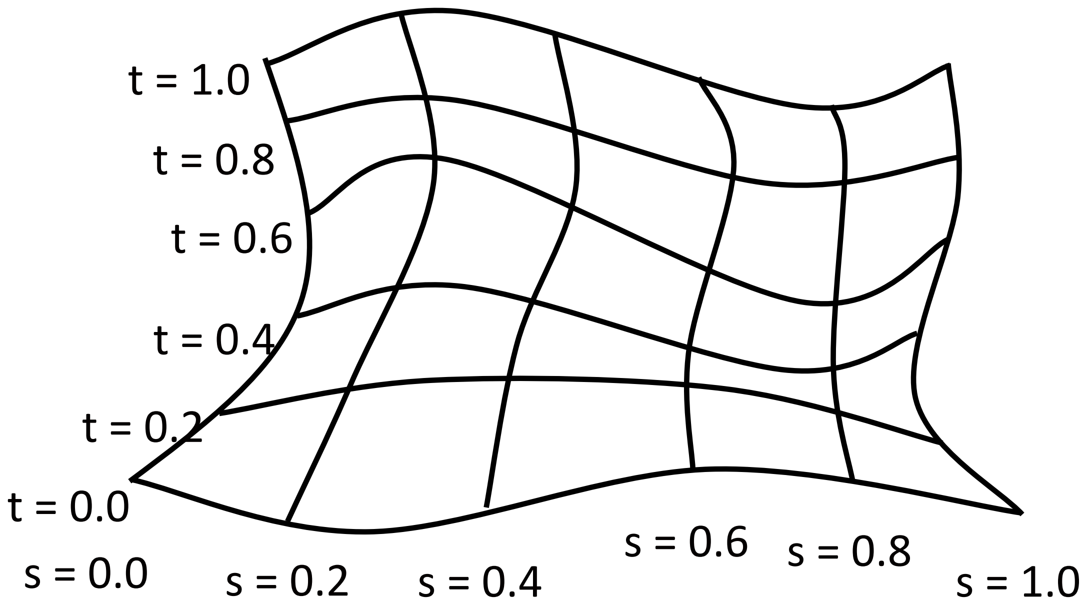
$$BEZ_{3,3} = u^3$$

Сплайн криви на Безие



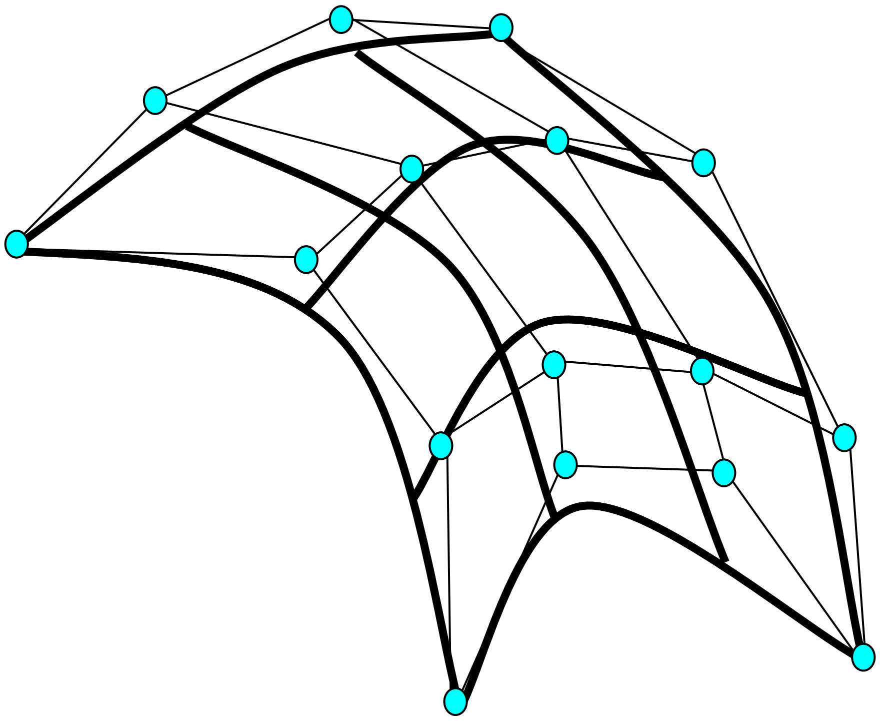
Параметрични повърхности

- ***Параметрични бикубични повърхности***
  - разширение на кривите с добавяне на още едно измерение



Безие повърхности

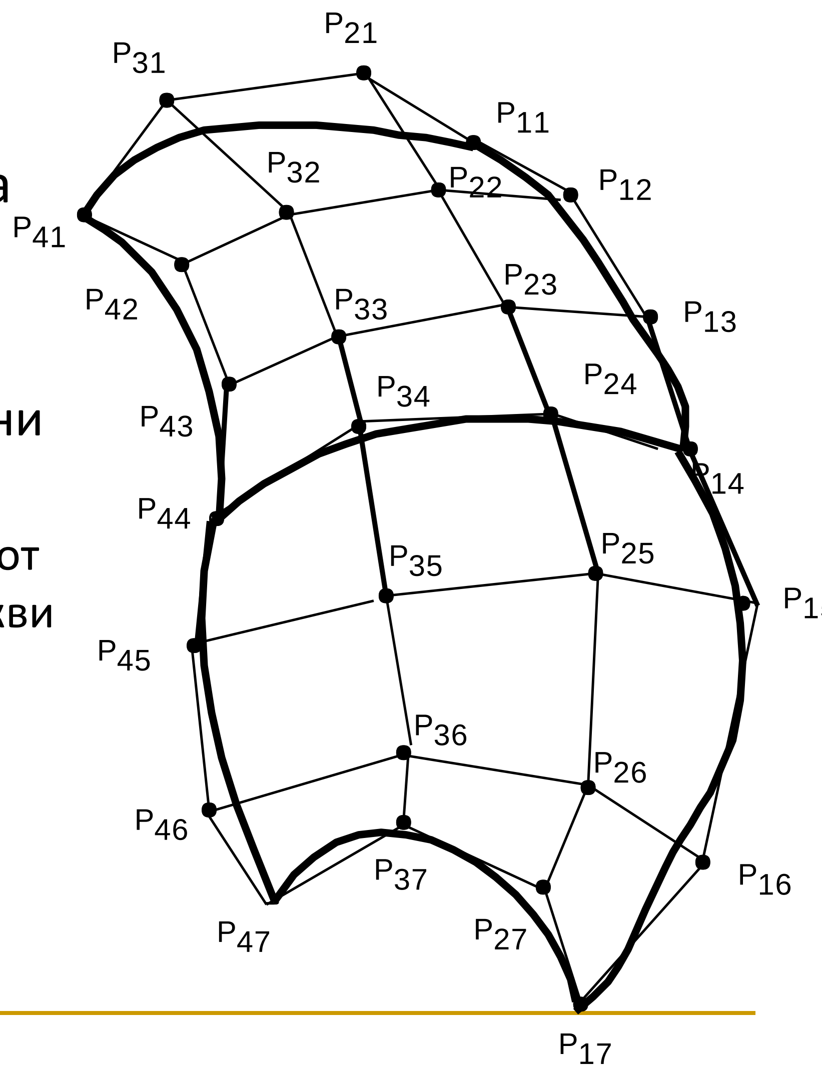
- За всяка област се изискват по 16 контролни точки
  - по 4 контролни точки в s направление
  - по 4 контролни точки в t направление



Безие повърхности

- Свързване на Безие повърхности
  - четири общи контролни точки за двете области
  - допълнително условие
    - колинеарни точки от двете страни на свързването
      - т.е. двойките линейни сегменти от колинеарни точки да имат еднакви отношения
      - за примера

$$\frac{P_{13}P_{14}}{P_{14}P_{15}} = \frac{P_{23}P_{24}}{P_{24}P_{25}} = \frac{P_{33}P_{34}}{P_{34}P_{35}} = \frac{P_{43}P_{44}}{P_{44}P_{45}}$$



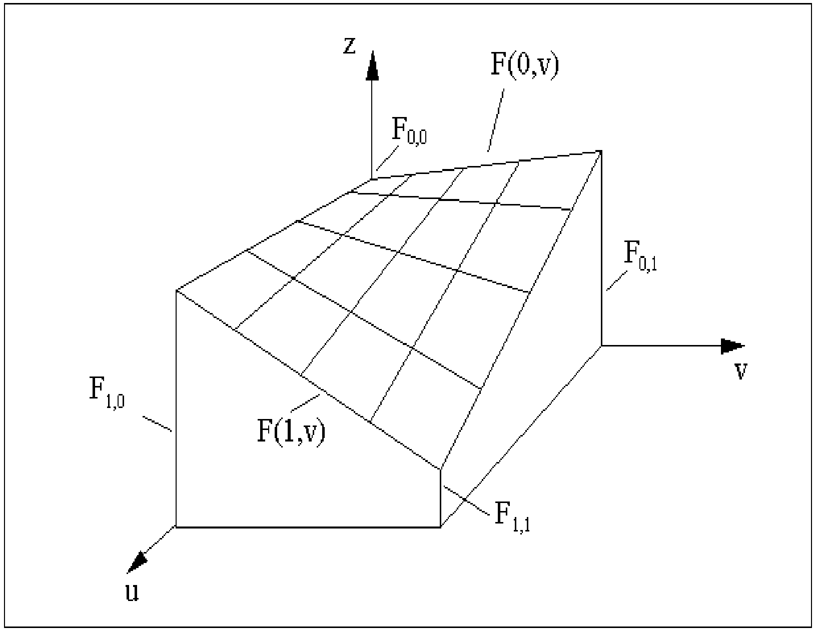
Безие повърхности

- Повърхностите се визуализират подобно на кривите

1. Итеративно се определя уравнението на повърхността за s и t в определен интервал със зададена стъпка и изобразяване на полигони за тези области
2. Разделяне на повърхността докато областите станат достатъчно малки

Безие повърхности

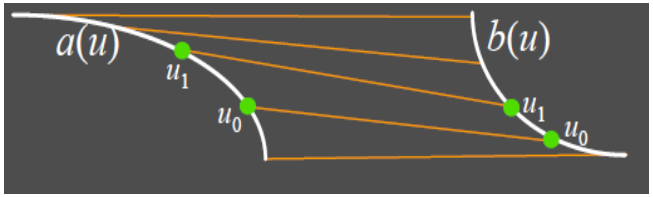
- Bilinear patch



$$P(u,v) = (1-u)(1-v)P_{00} + (1-u)vP_{01} + u(1-v)P_{10} + uvP_{11}$$

Безие повърхности

- Ruled surface
  - по дадени две криви се дефинира повърхност между тях

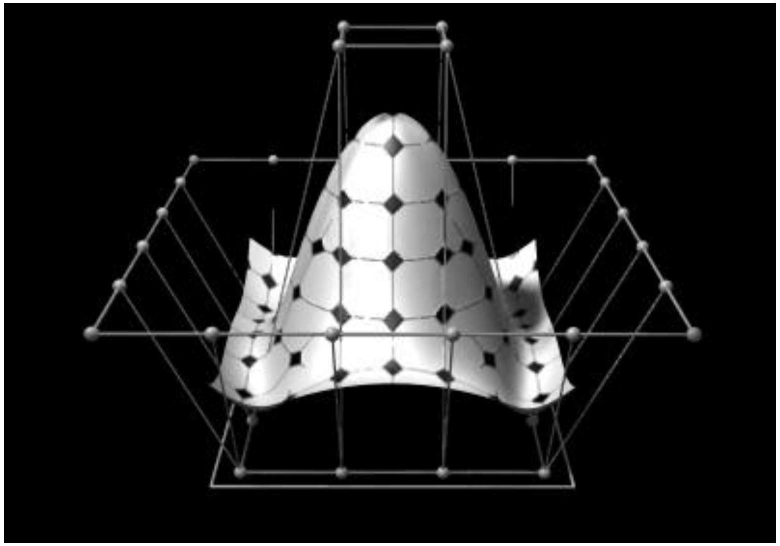


Безие повърхности

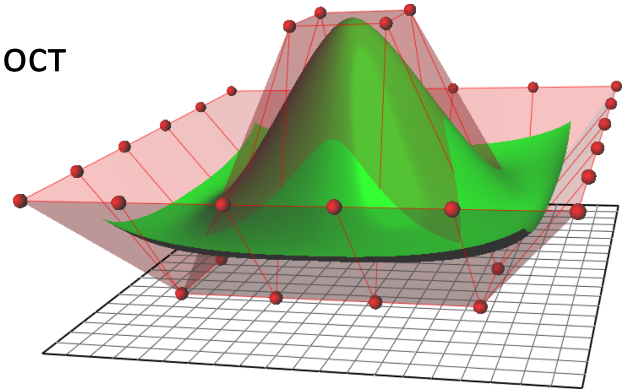
- Недостатъци
  - броя контролни точки определят степените на свобода
    - промяна в една контролна точка променя цялата крива
  - при голям брой контролни точки кривата се отклонява от точки
  - не могат да се представят конични повърхности

- преодоляване на недостатъците
  - rational curves – ***B-splines***

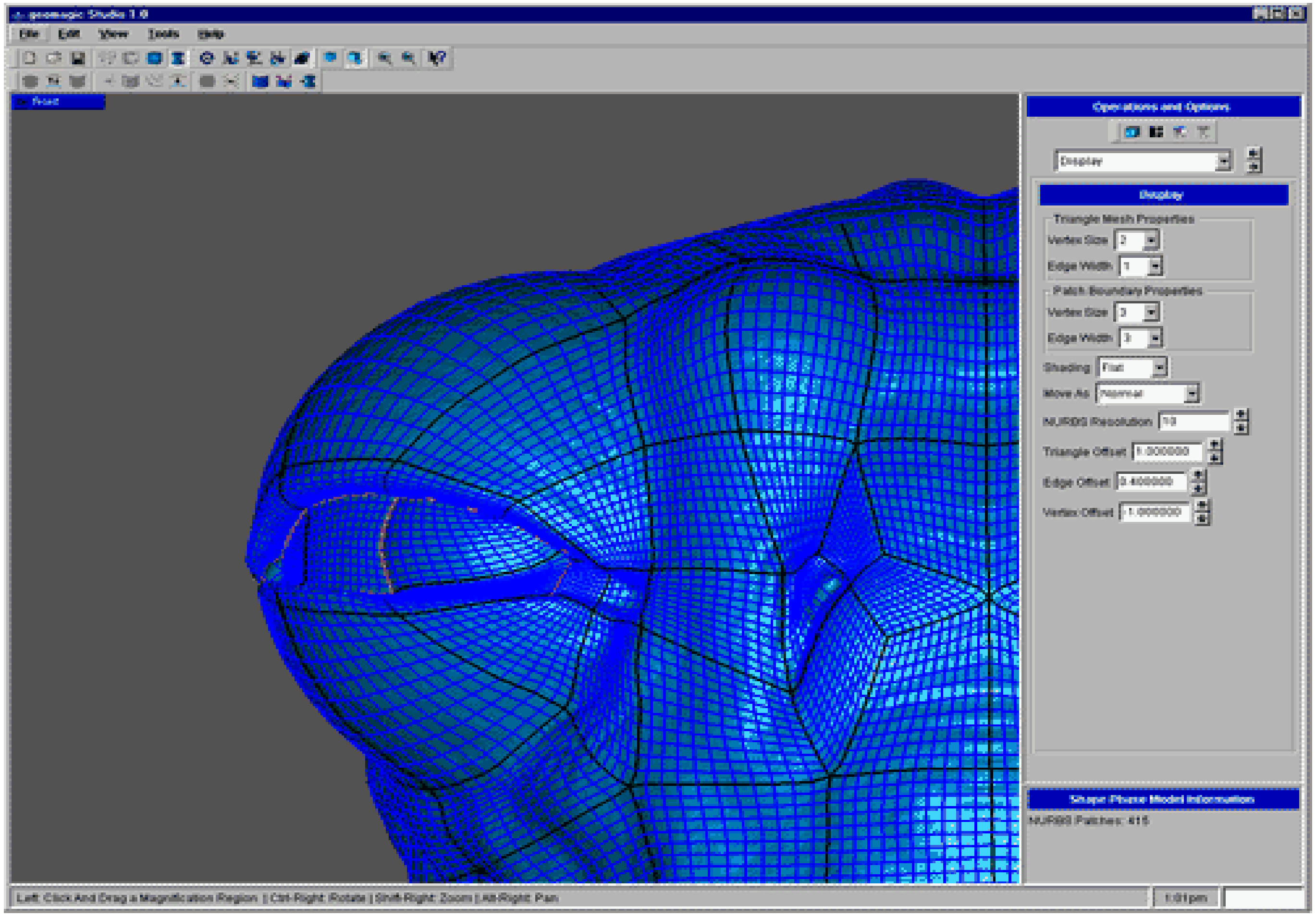
NURBS повърхности



- NURBS
  - Non-Uniform Rational Basis Spline
    - Non Uniform
      - произволно желано разстояние между възлите
    - Rational
      - сплайновите функции са отношение на два полинома
    - B-Spline
      - повърхността е Безие сплайнова повърхност
  - гъвкави, мощни, сложни



NURBS примери



http://www.geomagic.com

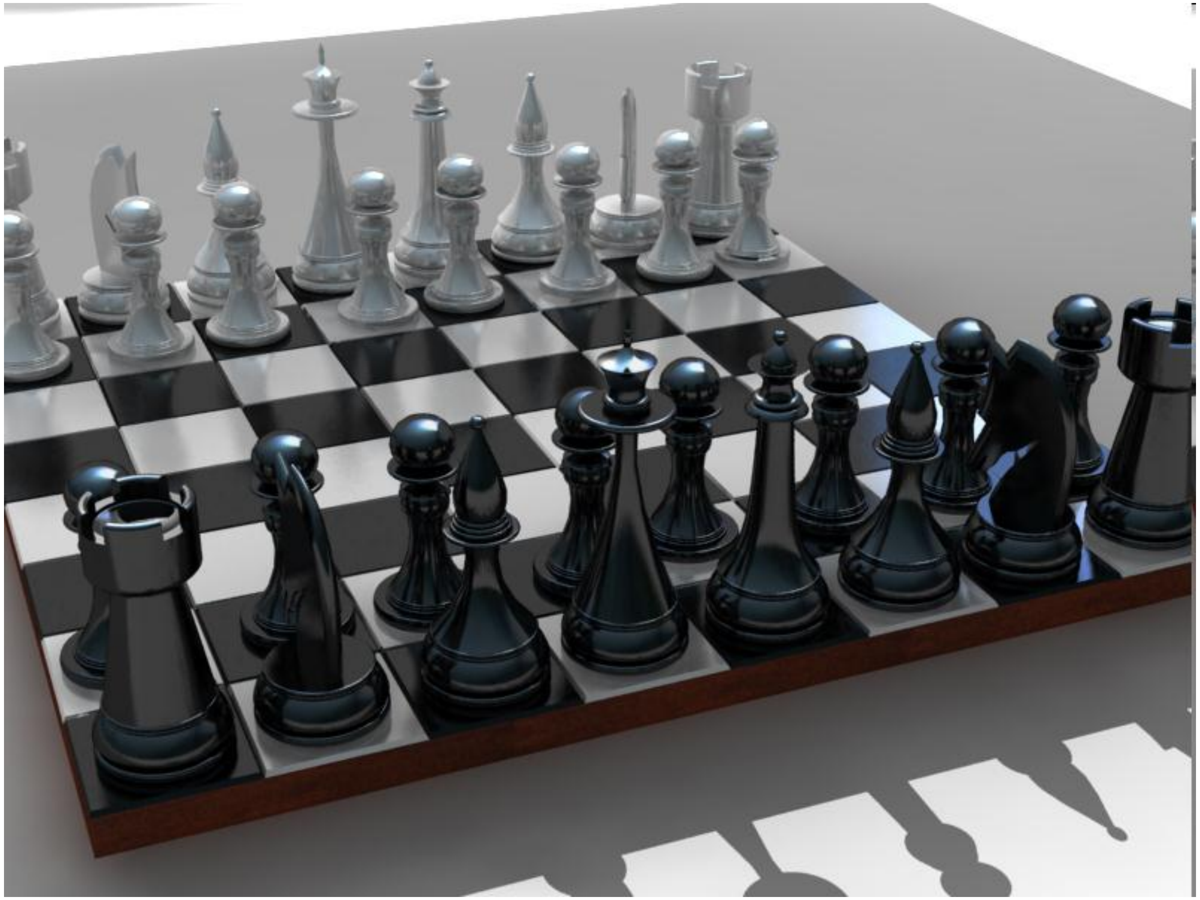
NURBS примери

http://gallery.mcneel.com

NURBS примери

http://gallery.mcneel.com

NURBS примери

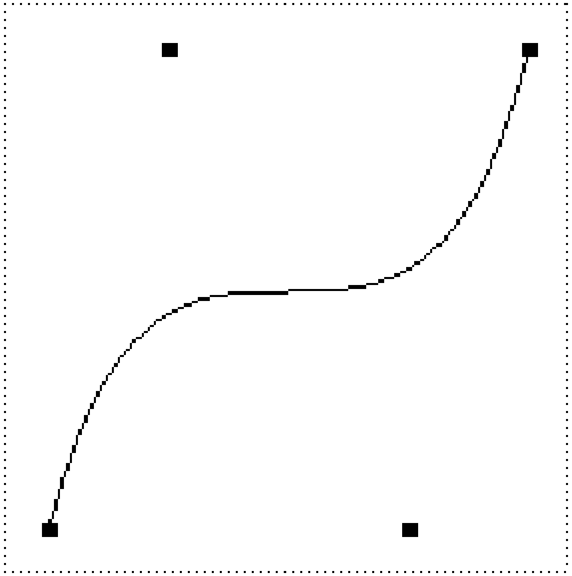


http://gallery.mcneel.com

Сплайн криви в OpenGL

- One-Dimensional Evaluators
  - пример: визуализиране на Безие крива с 4 контролни точки

```
GLfloat ctrlpoints[4][3] = {{ -4.0, -4.0, 0.0},
                            { -2.0, 4.0, 0.0},
                            {2.0, -4.0, 0.0},
                            {4.0, 4.0, 0.0} };
```



Сплайн криви в OpenGL

```
 void myinit(void) {
 glClearColor(0.0, 0.0, 0.0, 1.0);
 glMap1f(GL_MAP1_VERTEX_3, 0.0, 1.0, 3, 4,
                                   &ctrlpoints[0][0]);
 glEnable(GL_MAP1_VERTEX_3);
 glShadeModel(GL_FLAT);
}
```

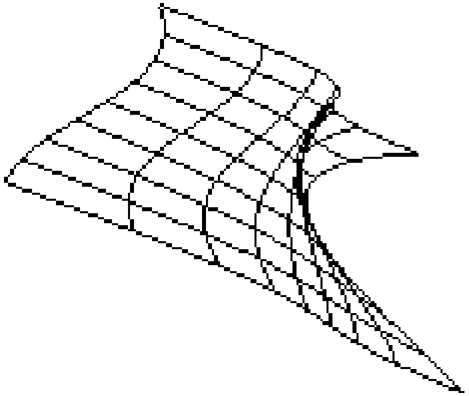
- GL_MAP1_VERTEX_3
  - генерира тримерни възли
    - 0: ниска стойност на параметъра u
    - 1: висока стойност на параметъра u
    - 3: брой реални числа за определяне на стойности между две контролни точки
    - 4: ред на сплайн кривата (степента+1)
    - &ctrlpoints[0][0]: указател към първата контролна точка

Сплайн криви в OpenGL

```
void display(void) {
   int i;
   glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
   glColor3f(1.0, 1.0, 1.0);
   glBegin(GL_LINE_STRIP);
     for (i = 0; i <= 30; i++)
       glEvalCoord1f((GLfloat) i/30.0);
   glEnd();
/* The following code displays the control points as dots. */
   glPointSize(5.0);
   glColor3f(1.0, 1.0, 0.0);
   glBegin(GL_POINTS);
     for (i = 0; i < 4; i++)
       glVertex3fv(&ctrlpoints[i][0]);
   glEnd();
   glFlush();
 }
```

Сплайн повърхнини в OpenGL

- Two-Dimensional Evaluators
  - пример: визуализиране на Безие повърхност



```
GLfloat ctrlpoints[4][4][3] = {
 {{-1.5, -1.5, 4.0}, {-0.5, -1.5, 2.0},
  {0.5, -1.5, -1.0}, {1.5, -1.5,2.0}},
 {{-1.5, -0.5, 1.0}, {-0.5, -0.5, 3.0},
  {0.5, -0.5, 0.0},  {1.5, -0.5,-1.0}},
 {{-1.5, 0.5, 4.0},  {-0.5, 0.5, 0.0},
  {0.5, 0.5, 3.0},   {1.5, 0.5, 4.0}},
 {{-1.5, 1.5, -2.0}, {-0.5, 1.5, -2.0},
  {0.5, 1.5, 0.0},   {1.5, 1.5, -1.0}} };
```

Сплайн повърхнини в OpenGL

```
void myinit(void){
 glClearColor (0.0, 0.0, 0.0, 1.0);
 glMap2f(GL_MAP2_VERTEX_3, 0, 1, 3, 4, 0, 1, 12, 4,
                                    &ctrlpoints[0][0][0]);
 glEnable(GL_MAP2_VERTEX_3);
 glEnable(GL_DEPTH_TEST);
 glShadeModel(GL_FLAT);
}
```

Сплайн повърхнини в OpenGL

```
void display(void) {
  int i, j;
  glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
  glColor3f(1.0, 1.0, 1.0);
  glPushMatrix ();
  glRotatef(85.0, 1.0, 1.0, 1.0);
  for (j = 0; j <= 8; j++) {
    glBegin(GL_LINE_STRIP);
     for (i = 0; i <= 30; i++)
      glEvalCoord2f((GLfloat)i/30.0, (GLfloat)j/8.0);
    glEnd();
    glBegin(GL_LINE_STRIP);
     for (i = 0; i <= 30; i++)
      glEvalCoord2f((GLfloat)j/8.0, (GLfloat)i/30.0);
    glEnd();
  }
 glPopMatrix(); glFlush();
}
```

Сплайн повърхнини в OpenGL

- Two-Dimensional Evaluators
  - пример: визуализиране на осветена рендирана Безие крива чрез мрежа

```
void initlights(void) {
 GLfloat ambient[] = { 0.2, 0.2, 0.2, 1.0 };
 GLfloat position[] = { 0.0, 0.0, 2.0, 1.0 };
 GLfloat mat_diffuse[] = {0.6, 0.6, 0.6, 1.0 };
 GLfloat mat_specular[] = {1.0,1.0, 1.0, 1.0 };
 GLfloat mat_shininess[] = { 50.0 };
 glEnable(GL_LIGHTING);
 glEnable(GL_LIGHT0);
 glLightfv(GL_LIGHT0,GL_AMBIENT, ambient);
 glLightfv(GL_LIGHT0,GL_POSITION, position);
 glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK,GL_DIFFUSE,mat_diffuse);
 glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK,GL_SPECULAR,mat_specular);
 glMaterialfv(GL_FRONT_AND_BACK,GL_SHININESS,mat_shininess);
}
```

Сплайн повърхнини в OpenGL

```
void display(void) {
 glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
 glPushMatrix();
 glRotatef(85.0, 1.0, 1.0, 1.0);
 glEvalMesh2(GL_FILL, 0, 8, 0, 8);
 glPopMatrix();
 glFlush();
}

 void myinit(void) {
 glClearColor (0.0, 0.0, 0.0, 1.0);
 glEnable(GL_DEPTH_TEST);
 glMap2f(GL_MAP2_VERTEX_3, 0, 1, 3, 4,0, 1, 12, 4,
                                     &ctrlpoints[0][0][0]);
 glEnable(GL_MAP2_VERTEX_3);
 glEnable(GL_AUTO_NORMAL);
 glMapGrid2f(8, 0.0, 1.0, 8, 0.0, 1.0);
 initlights();
}
```

NURBS в OpenGL

```
gluNurbsSurface ( GLUnurbs *nurb,
                  Glint sKnotCount,
                  GLfloat *sKnots,
                  Glint tKnotCount,
                  GLfloat *tKnots,
                  Glint sStride,
                  Glint tStride,
                  GLfloat *control,
                  Glint sOrder,
                  Glint tOrder,
                  GLenum type)
```

NURBS в OpenGL

```
gluNurbsSurface(GLUnurbs *nurb,
                Glint sKnotCount,
                GLfloat *sKnots,
                Glint tKnotCount,
                GLfloat *tKnots,
                Glint sStride,
                Glint tStride,
                GLfloat *control,
                Glint sOrder,
                Glint tOrder,
                GLenum type)
```

- *nurb*
  - специфицира NURBS обект
  - създаден с gluNewNurbsRenderer
- *sKnotCount*
  - брой възли в направление *s*
- *sKnots*
  - масив от *s* възли
- *tKnotCount*
  - брой възли в направление *t*
- *tKnots*
  - масив от *t* възли
- *sStride*
  - отместване между контролните точки в направление *s*
- *tStride*
  - отместване между контролните точки в направление *t*
- *control*
  - масив с контролни точки
- sOrder
  - степен на NURBS по s
- tOrder
  - степен на NURBS по t
- type
  - вид на повърхнината

NURBS в OpenGL

- GLUT предоставя интерфейс за NURBS създаден върху функцията за evaluator
  - пример: визуализиране на NURBS повърхност

```
include <GL/glu.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
GLfloat ctlpoints[4][4][3];
GLUnurbsObj *theNurb;
```

NURBS в OpenGL

```
void init_surface(void) {
 int u, v;
 for (u = 0; u < 4; u++) {
   for (v = 0; v < 4; v++) {
     ctlpoints[u][v][0] = 2.0*((GLfloat)u - 1.5);
     ctlpoints[u][v][1] = 2.0*((GLfloat)v - 1.5);
     if ( (u == 1 || u == 2) && (v == 1 || v == 2))
        ctlpoints[u][v][2] = 3.0;
     else
        ctlpoints[u][v][2] = -3.0;
   }
  }
}
```

NURBS в OpenGL

```
void myinit(void) {
   GLfloat mat_diffuse[]  = { 0.7, 0.7, 0.7, 1.0 };
   GLfloat mat_specular[] = { 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 };
   GLfloat mat_shininess[]= { 100.0 };
   glClearColor (0.0, 0.0, 0.0, 1.0);

   glMaterialfv(GL_FRONT, GL_DIFFUSE, mat_diffuse);
   glMaterialfv(GL_FRONT, GL_SPECULAR, mat_specular);
   glMaterialfv(GL_FRONT, GL_SHININESS, mat_shininess);

   glEnable(GL_LIGHTING);     glEnable(GL_LIGHT0);
   glDepthFunc(GL_LEQUAL);    glEnable(GL_DEPTH_TEST);
   glEnable(GL_AUTO_NORMAL); glEnable(GL_NORMALIZE);

   init_surface();
   theNurb = gluNewNurbsRenderer();
```

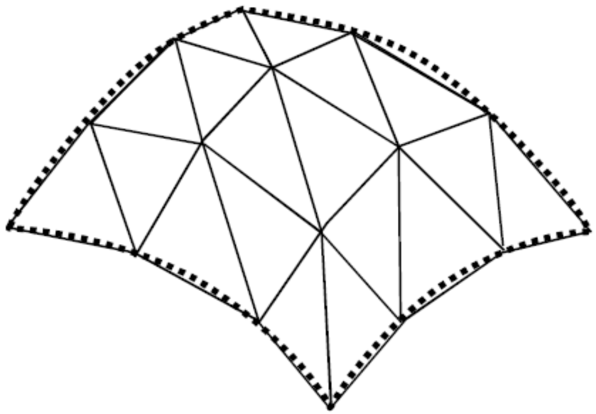
NURBS в OpenGL

```
gluNurbsProperty(theNurb, GLU_SAMPLING_TOLERANCE, 25.0);
gluNurbsProperty(theNurb, GLU_DISPLAY_MODE, GLU_FILL);
}

void display(void) {
  GLfloat knots[8] = {0.0,0.0,0.0,0.0,1.0,1.0,1.0,1.0};
  glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
  glPushMatrix();
  glRotatef(330.0, 1.,0.,0.); glScalef (0.5, 0.5, 0.5);
  gluBeginSurface(theNurb);
    gluNurbsSurface(theNurb, 8, knots, 8, knots, 4 * 3,
        3, &ctlpoints[0][0][0], 4, 4, GL_MAP2_VERTEX_3);
  gluEndSurface(theNurb);
  glPopMatrix();
  glFlush();
}
```

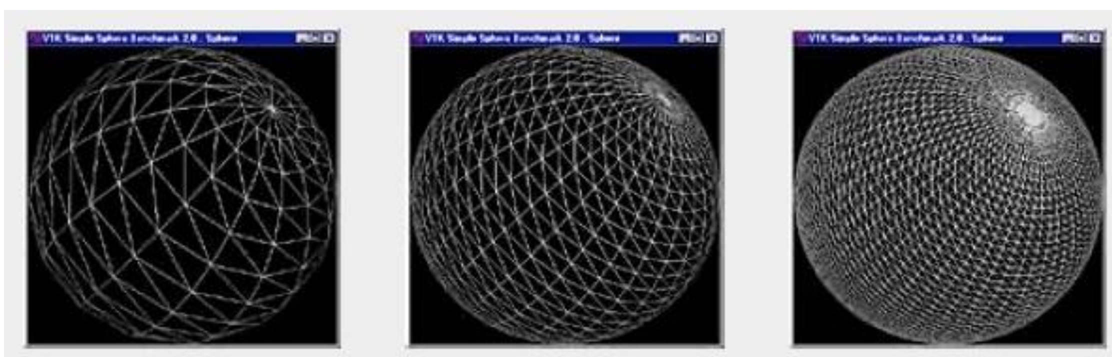
Параметрични повърхности

- Tessellation
  - бикубичните повърхности не могат директно да се манипулират при синтеза на изображения
  - повърхността се разделя на триъгълници



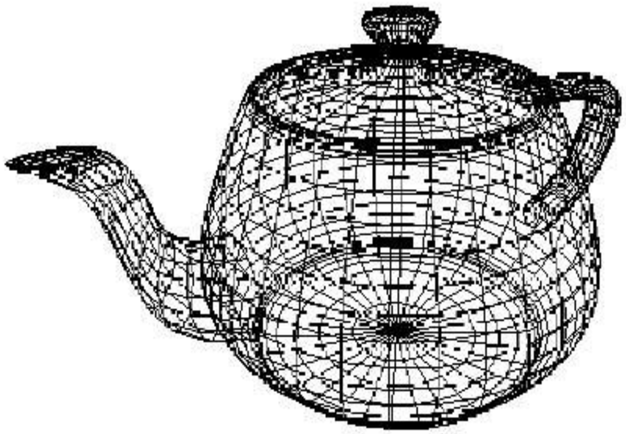
Параметрични повърхности

- Tessellation
  - Подходи
    - равномерно дискретизиране на параметричното пространство
    - адаптивно разделяне на базата на кривината на повърхността



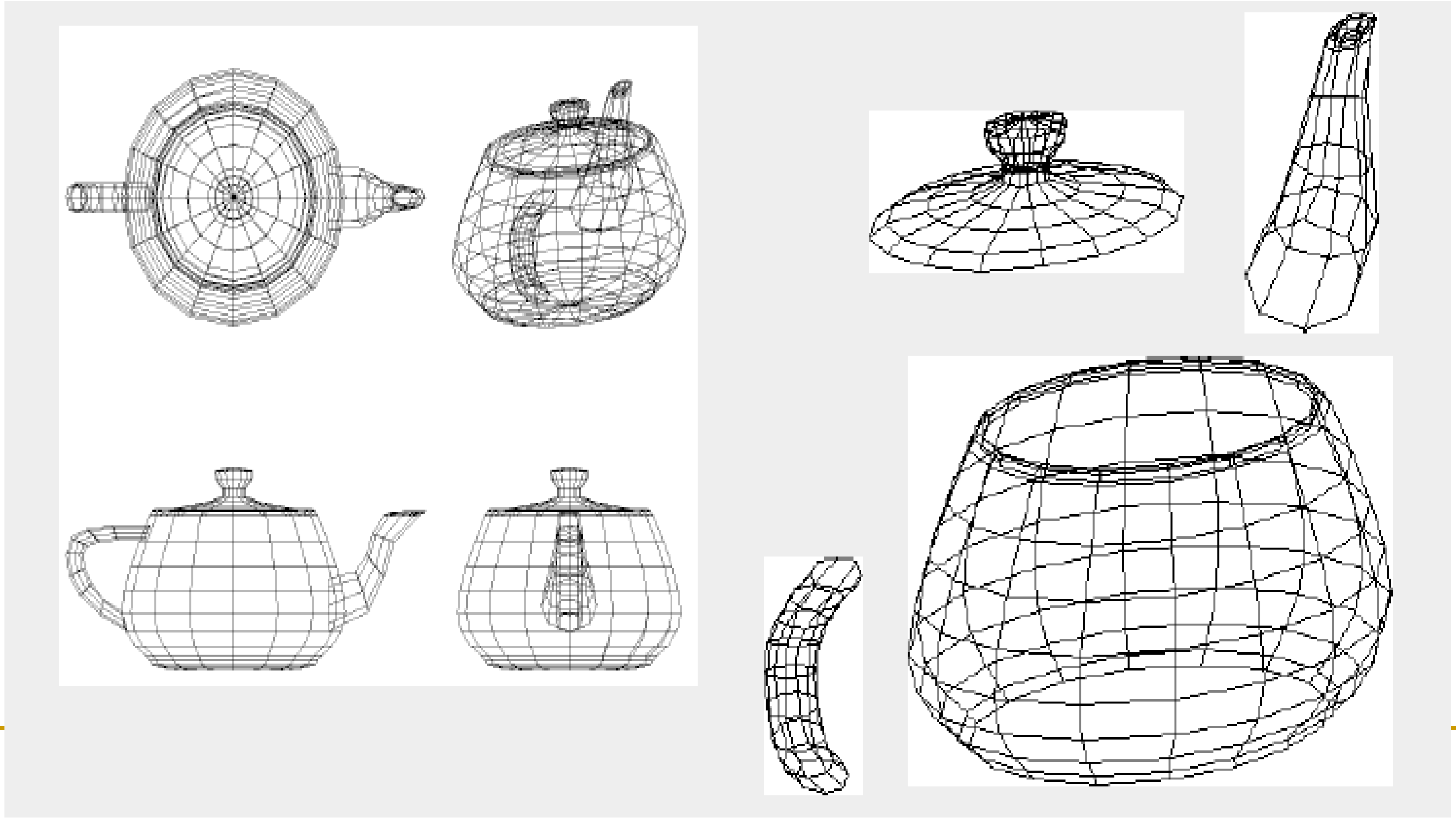
Параметрични повърхности

- Tessellation
  - пример: Utah Teapot
    - моделът е създаден през 19
      от Martin Newell от Универси
    - 32 Bezier surface patches
      - 10 уникални
      - останалите огледални образи
    - използва се като геометричен примитив в OpenGL



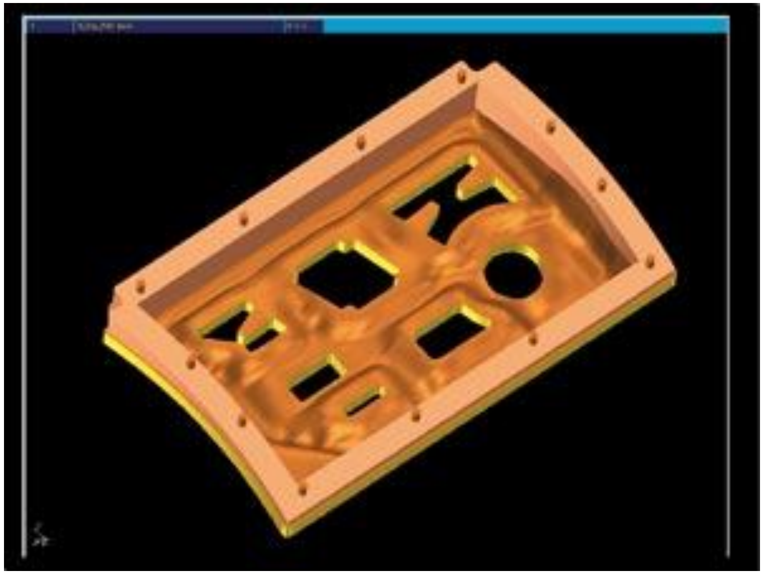
Параметрични повърхности

- Tessellation
  - пример: Utah Teapot

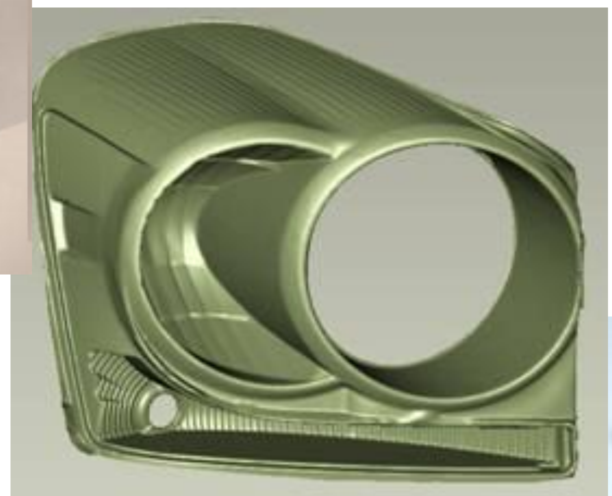


Изрязващи криви

- Задават отвори в повърхността
  - изрязващата крива е NURBS крива върху NURBS повърхността
  - повърхността се визуализира навсякъде, освен във вътрешността на изрязващите криви



Изрязващи криви



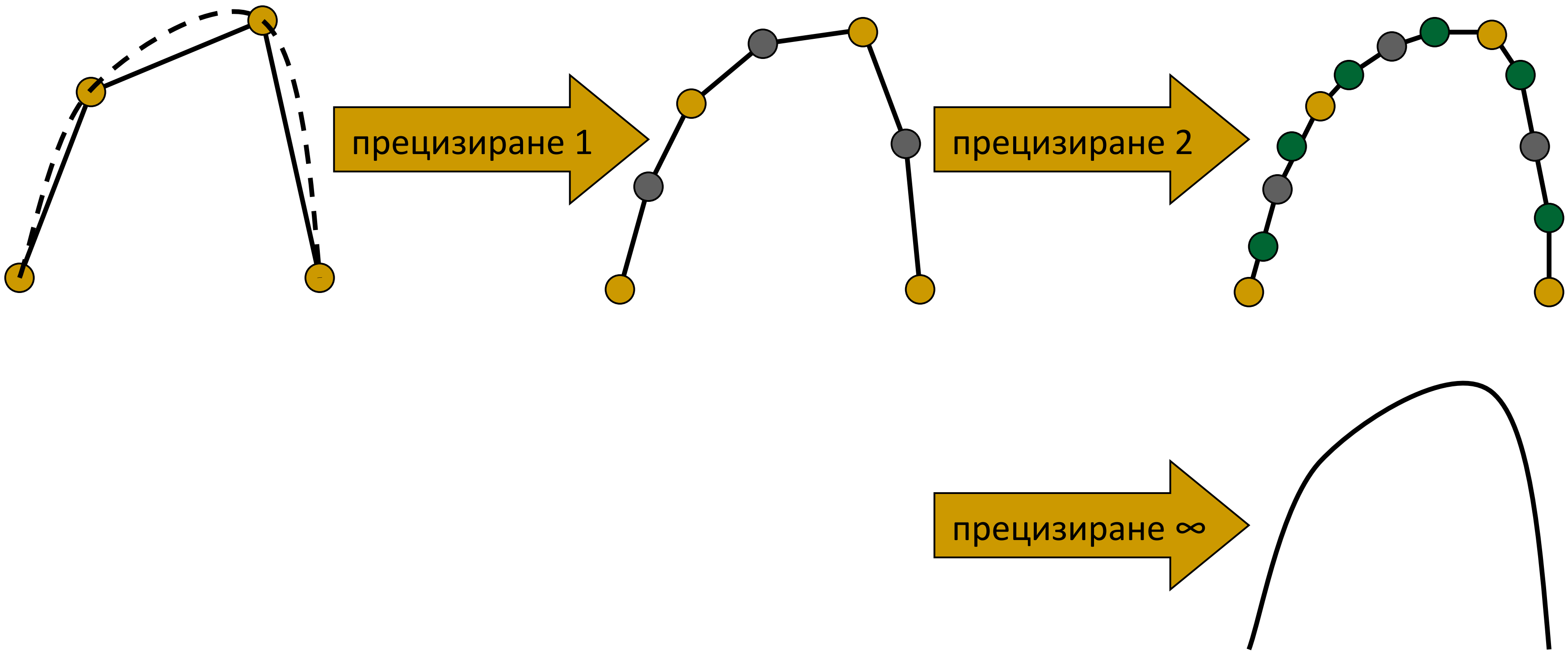
Разделящи повърхности

- Проблем при повърхностите
  - промяна на разделителната способност за част от повърхността
    - за да се визуализират повече детайли само в част от дадена област трябва да се опише и визуализира цялата област

- Разделящи повърхности
  - позволяват локален контрол на мрежите
    - по-голяма гъвкавост при моделирането на обектите

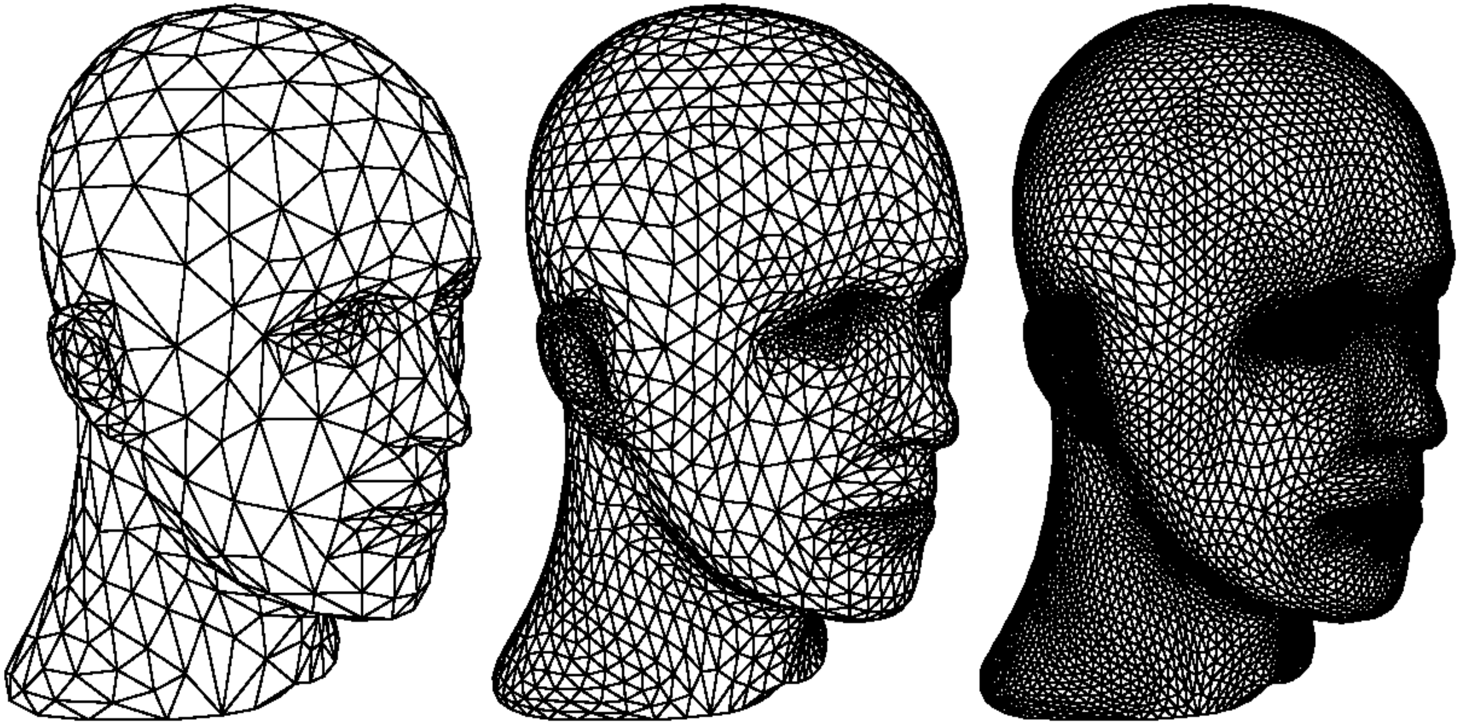
Разделящи повърхности

- Рекурсивно разделяне на областта от повърхността за визуализиране на по-фина резолюция



Стандартно разделяне

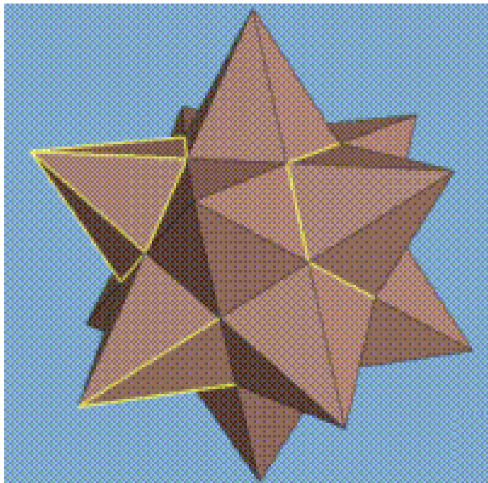
- При зададени начални контролни точки се прилага рекурсивно разделяне докато се достигне желана гладкост



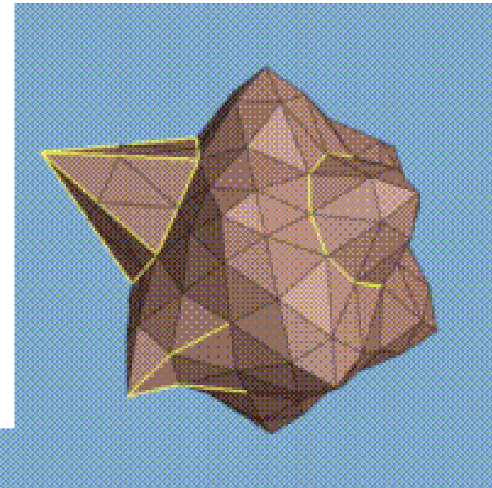
Адаптивно разделяне

- Обикновено някои региони в повърхността имат по-голяма кривина и следва да бъдат разделени допълнително на повече области от останалите региони
- Адаптивно разделяне
  - региони с голяма кривина
  - региони, в които се цели по-фина разделителна способност

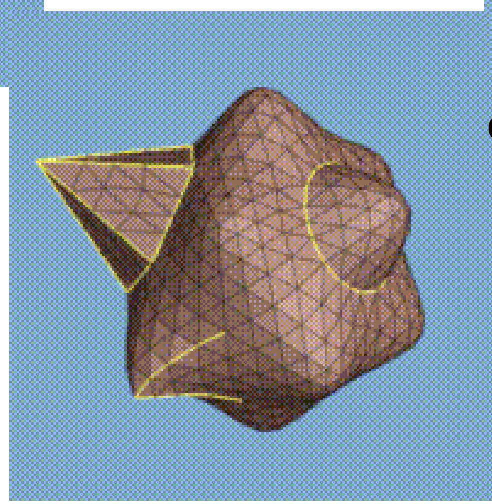
Адаптивно разделяне



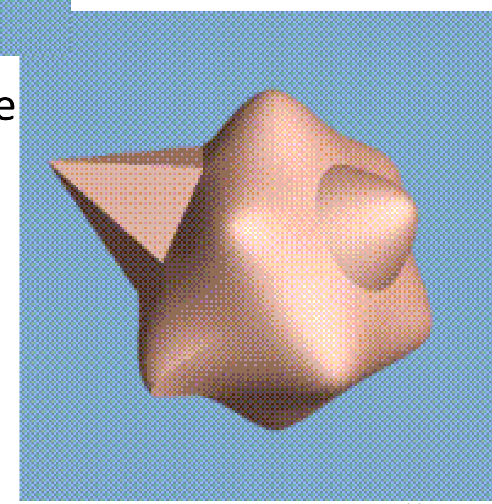
оригинална мрежа



след едно разделяне



след две разделяния



граничен случай
(безкраен брой разделяния)

http://grail.cs.washington.edu/projects/subdivision/

Адаптивно разделяне

Geri's Game (1997), Pixar Animation Studios

КРАЙ

Следваща тема:

Осветеност