Компютърна графика

Фрактални модели

доц. Милена Лазарова, кат. КС, ФКСУ

Фрактални обекти

- Евклидови обекти
  - описват се с уравнения
- Фрактални обекти
  - описват се с процедури за генерирането им
- Основни свойства
  - безкрайни подробности във всяка точка
  - себеподобие на самия обект и на части от него

Фрактални обекти

- Основни свойства
  - безкрайни подробности и сложност във всяка точка
  - себеподобие на самия обект и на части от него
  - лесни алгоритми за генериране
  - описват ефективно огромен брой природни обекти
    - планини, облаци, снежинки, мъгла, огън, водни басейни, брегове, експлозии, фойерверки, растения, галактики, вени и артерии, клетки, изменения на стокови пазари, метеорологични системи, ...

Генериране на фрактали

- Фрактален обект се получава чрез прилагане на повтаряща се трансформираща функция над множество от точки в област от пространството
  - дадена е начална точка $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$
  - дадена е трансформираща функция F
  - генериране на фрактален обект

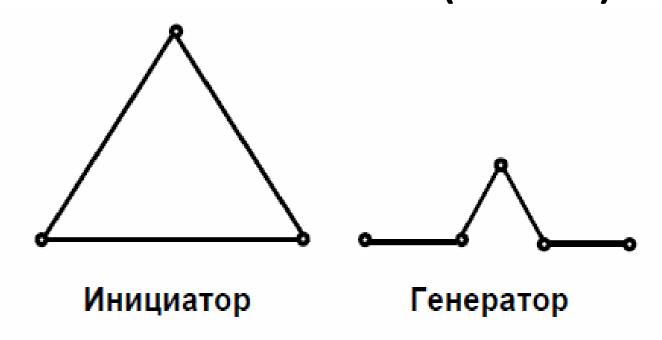
    $P_1 = F(P_0)$, $P_2 = F(P_1)$, $P_2 = F(P_3)$, …

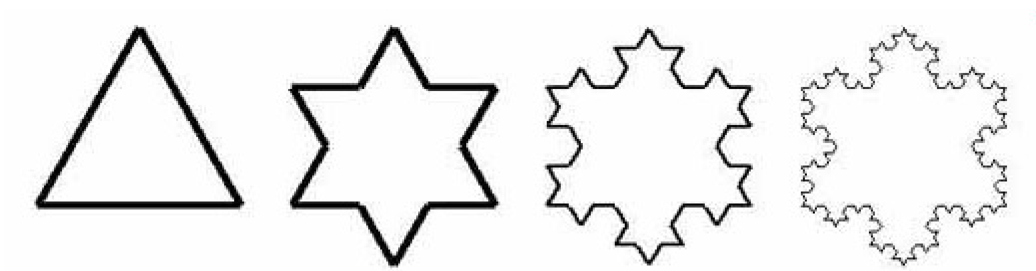
Видове фрактали

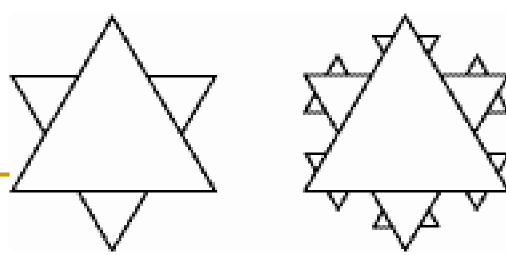
- Себеподобни (self-similar)
  - Снежинката на Кох (Koch)
- Статистически себеподобни
- Инвариантни фрактални множества
  - Множество на Манделброт (Mandelbrot)
  - Множества на Джулия-Фату

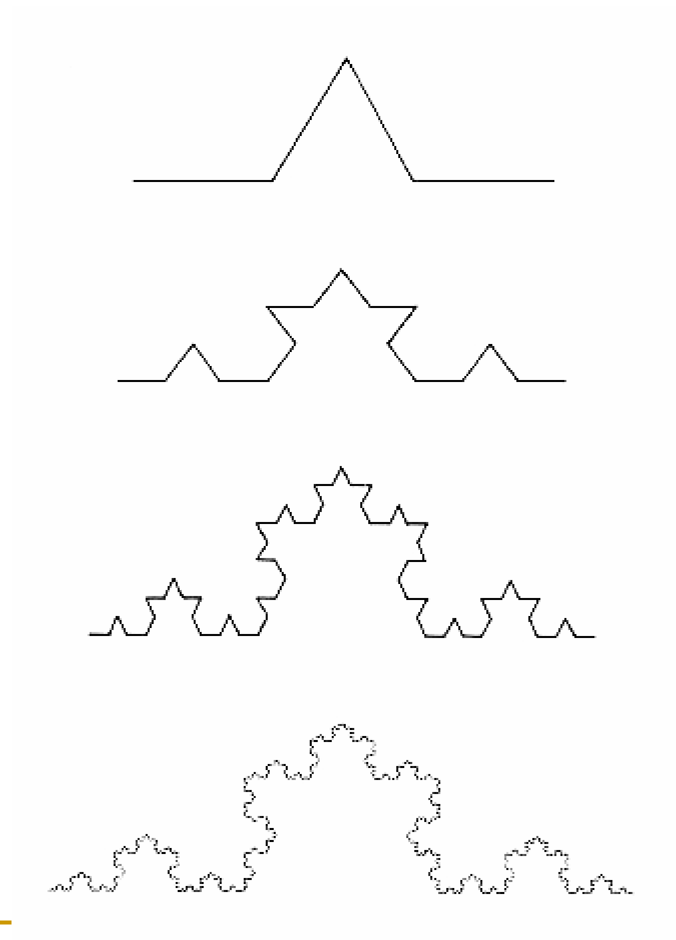
Себеподобни фрактали

- Снежинка на Кох (Koch)



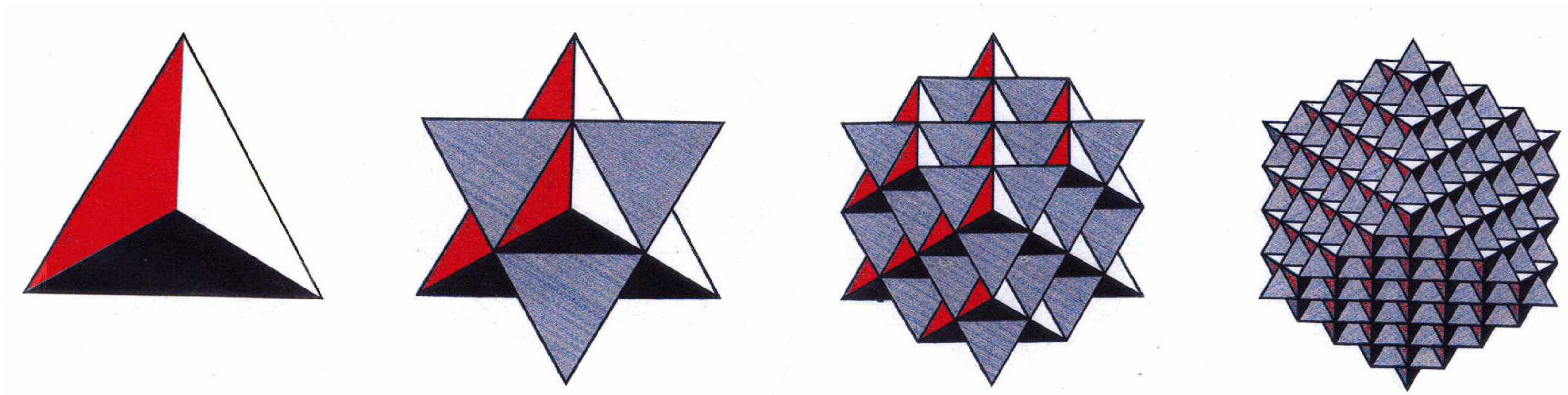


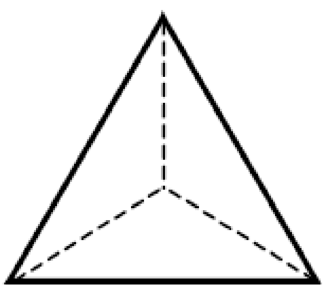


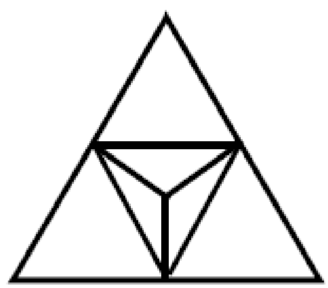


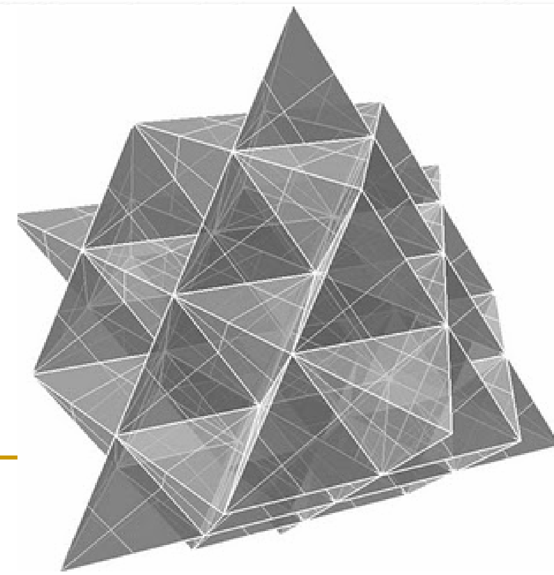
Себеподобни фрактали

- Снежинка на Кох (Koch)



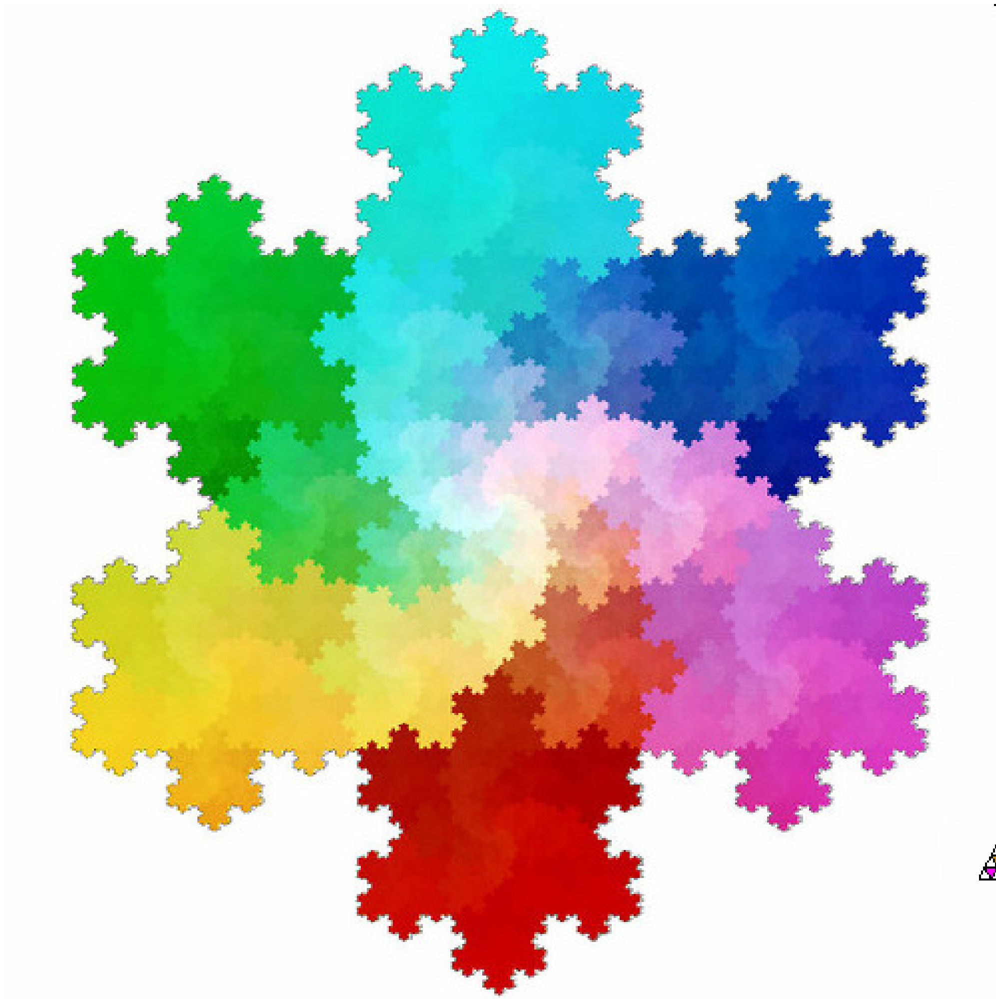


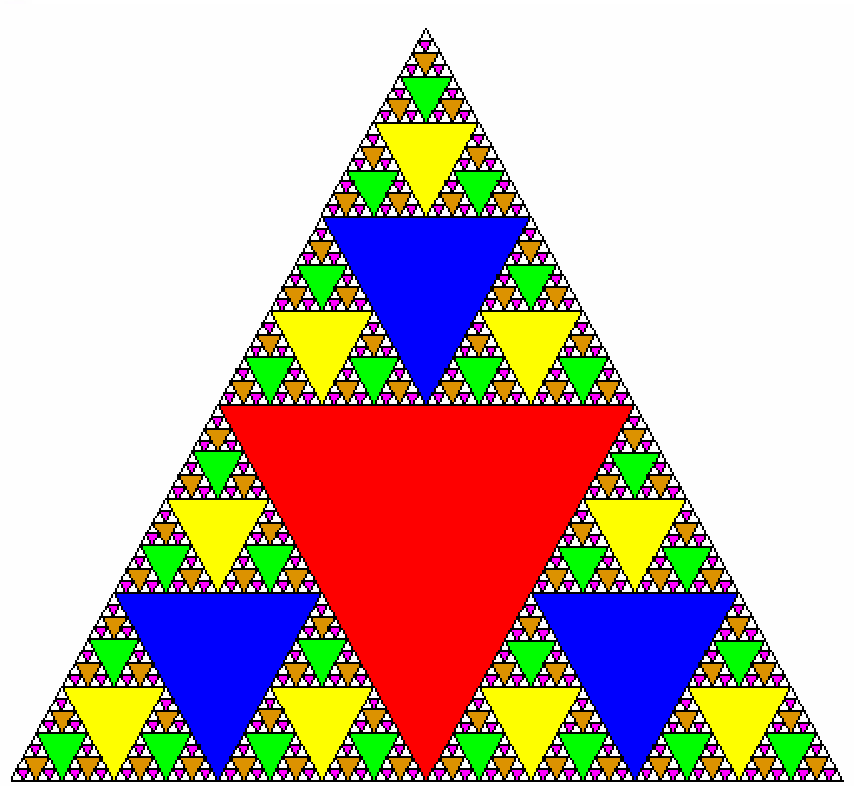




Себеподобни фрактали

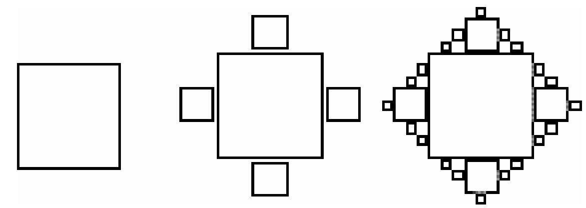
- Снежинка на Кох (Koch)

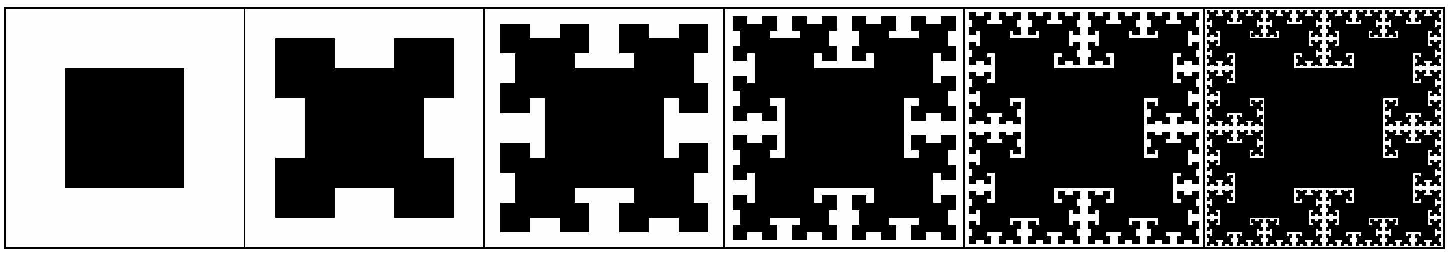


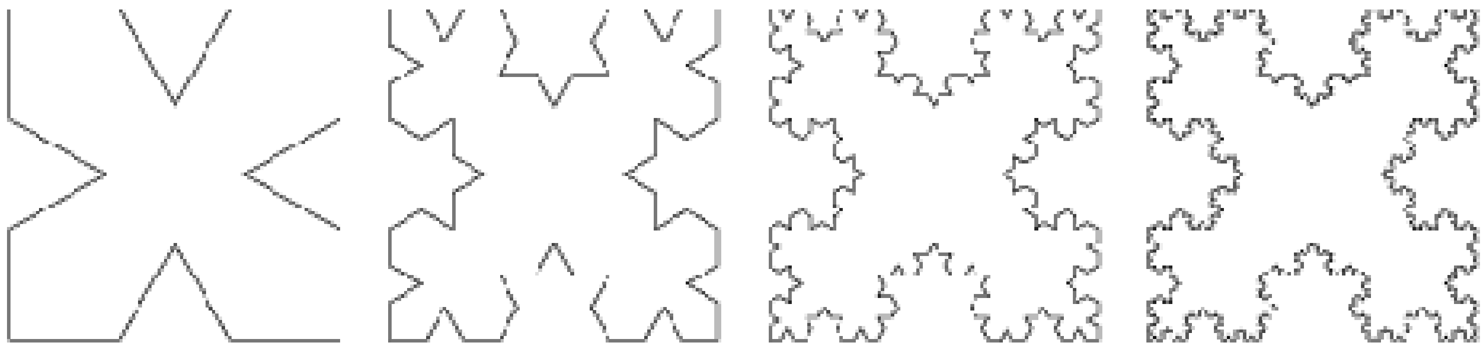


Себеподобни фрактали

- Torn square (фрактал на Cesàro)





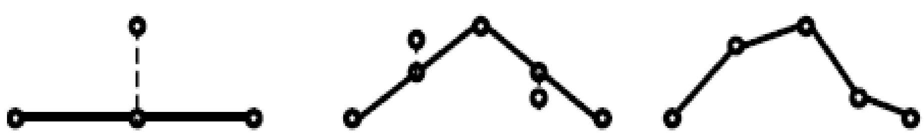


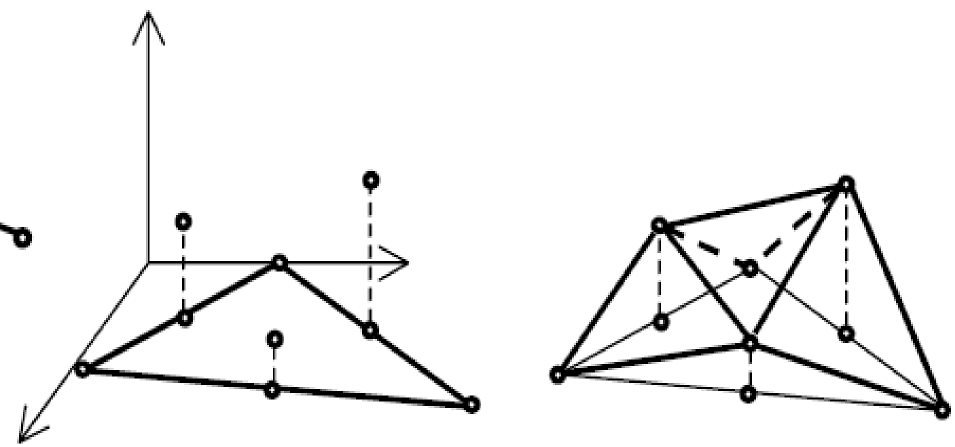
Себеподобни фрактали

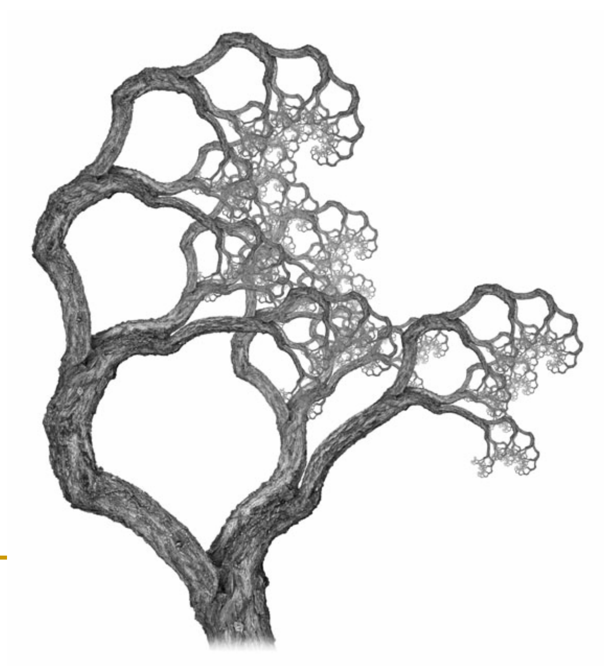
- Tree fractal

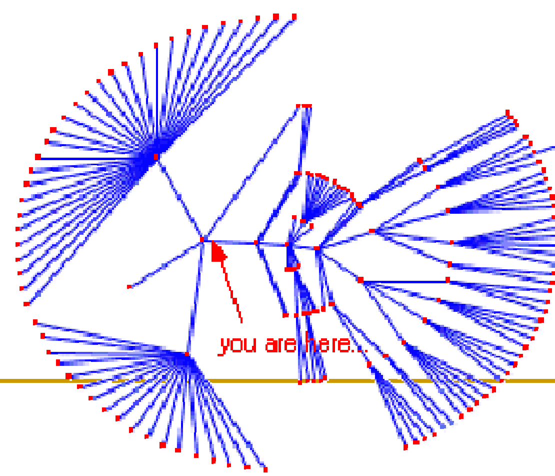
Статистически подобни фрактали

- Отместване на средната точка на отсечка със случайна стойност



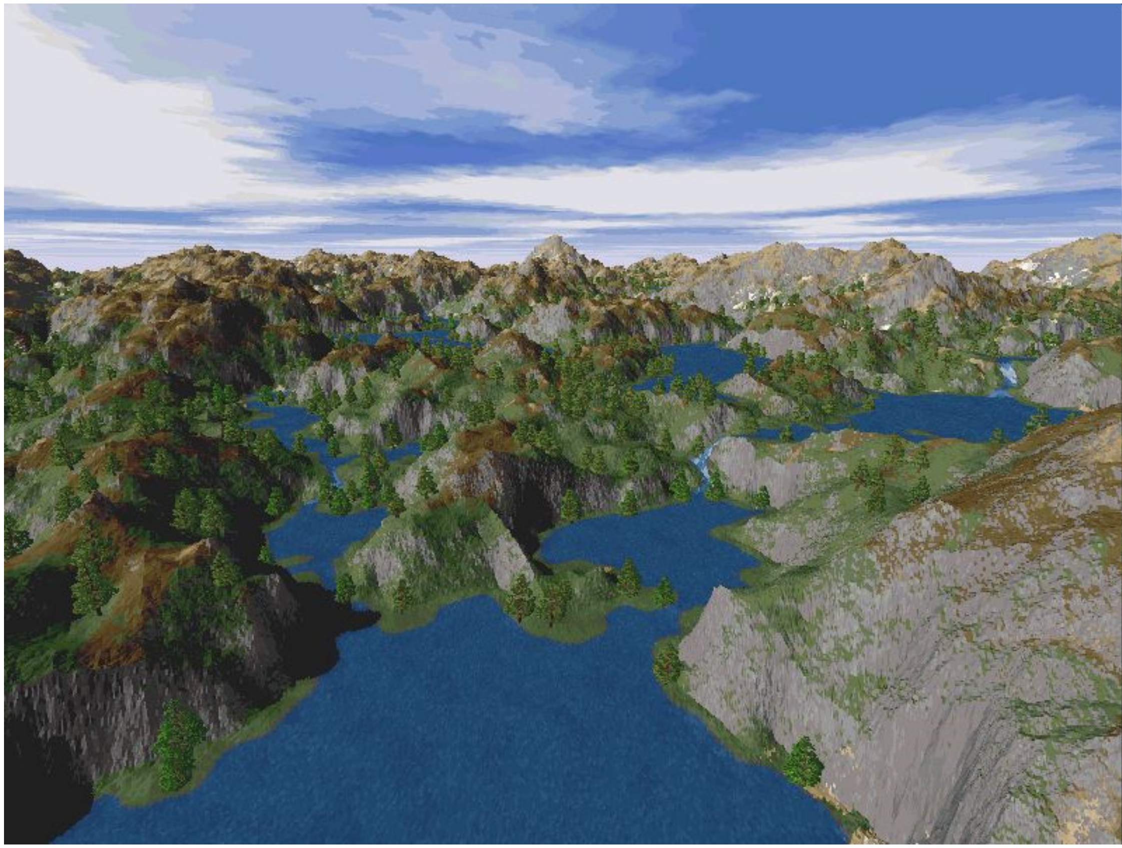






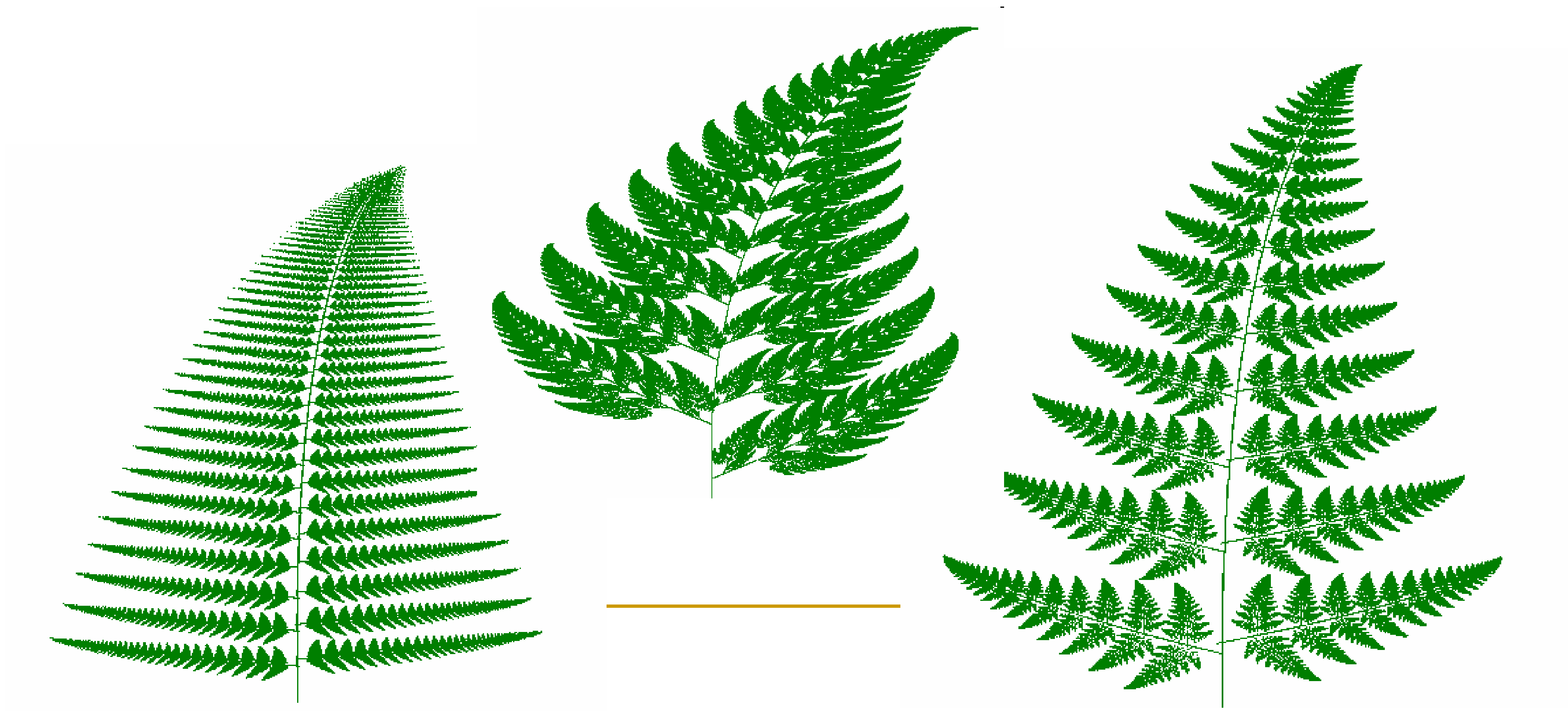
Статистически подобни фрактали

- Отместване на средната точка на отсечка със случайна стойност



Статистически подобни фрактали

- Barnsley Fern
  - използва се афинна трансформация $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$



Статистически подобни фрактали

- Barnsley Fern

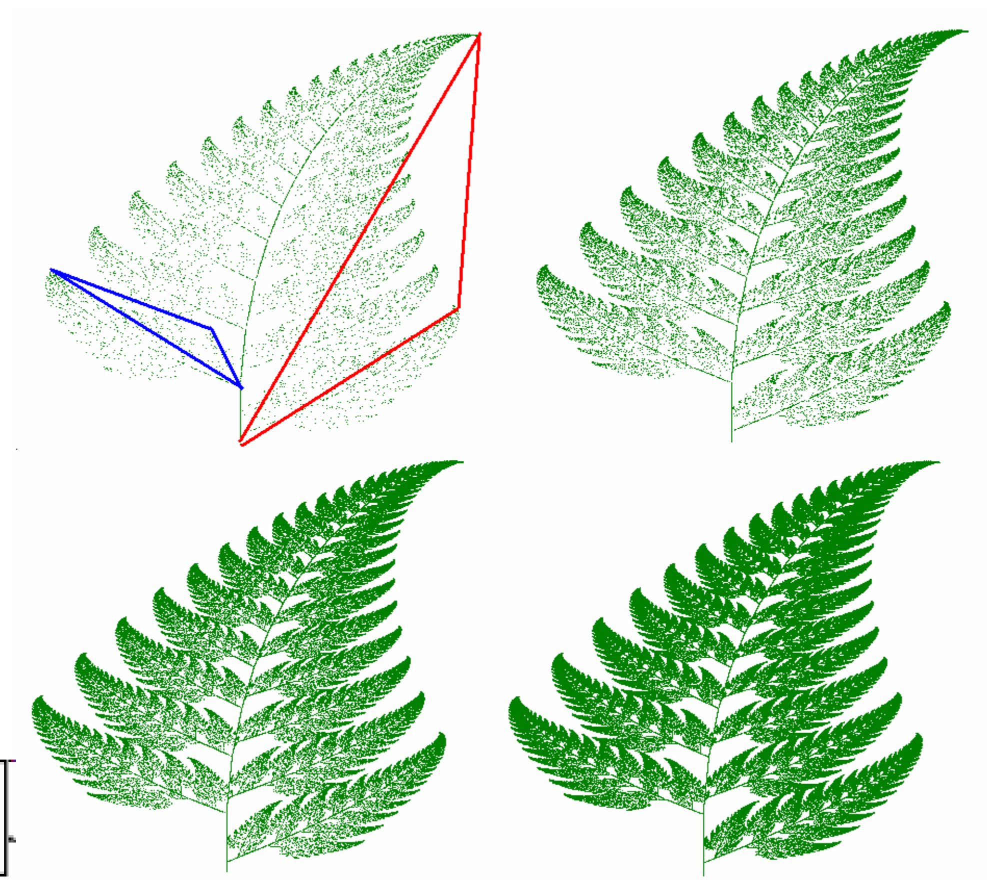
w	a	b	c	d	e	f	p
f_1	0	0	0	0.16	0	0	0.01
f_2	0.85	0.04	−0.04	0.85	0	1.6	0.85
f_3	0.2	−0.26	0.23	0.22	0	1.6	0.07
f_4	−0.15	0.28	0.26	0.24	0	0.44	0.07

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}.$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.04 \\ -0.04 & 0.85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}.$$

$$f(x,y) = \begin{bmatrix} 0.20 & -0.26 \\ 0.23 & 0.22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.60 \end{bmatrix}.$$

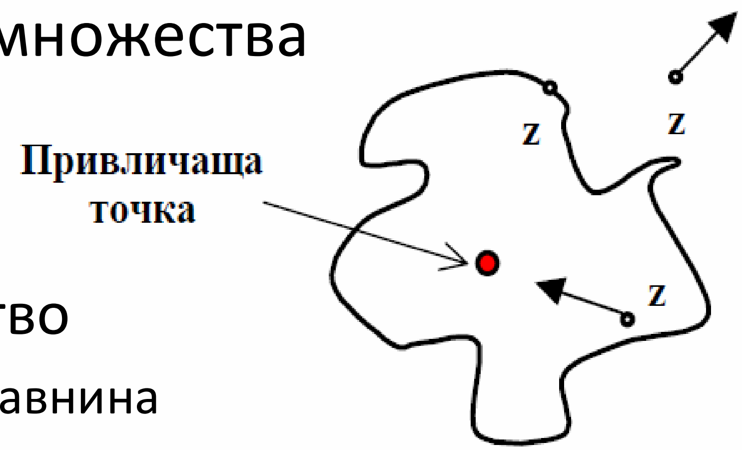
$$f(x,y) = \begin{bmatrix} -0.15 & 0.28 \\ 0.26 & 0.24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00 \\ 0.44 \end{bmatrix}.$$

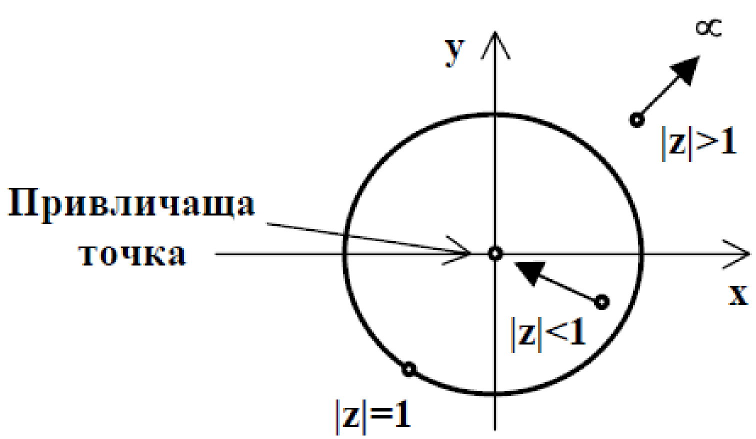


Инвариантни фрактали

- Квази-себеподобни фрактални множества
  - трансформираща функция ***F*** се прилага последователно към точки от комплексно пространство
    - дадена е точка z от комплексната равнина

      $z = x + i.y$, където $i^2 = -1$
    - примерна функция *F* **–** повдигане на квадрат





Инвариантни фрактали

- ***Множество на Манделброт (Mandelbrot)***
  - множеството от всички точки, за които при рекурсивно прилагане на трансформираща функция се получава последователност, която не клони към безкрайност
  - начална точка c

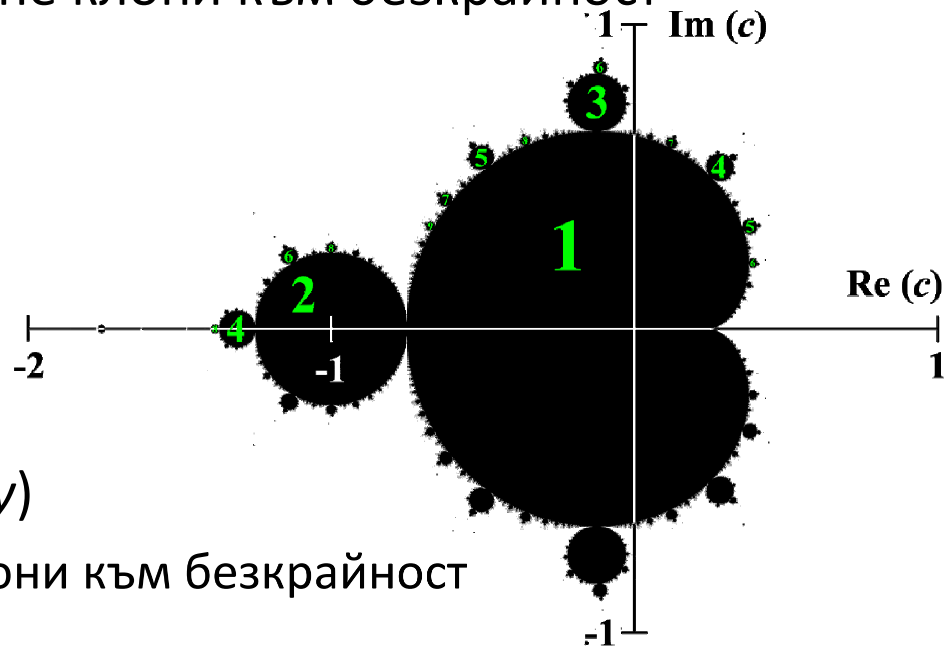
$$c = c_x + i.c_y$$

  - комплексни точки

$$z_0 = c$$

$$z_к = z_{к-1}^2 + c$$

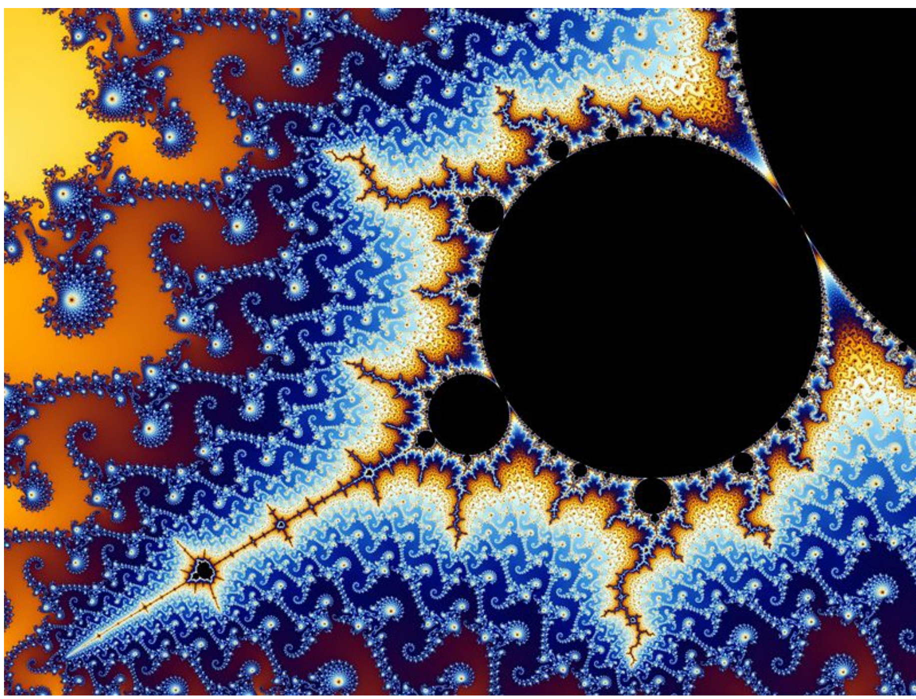
$$z^2 = (x^2+y^2)+i.(2xy)$$



  - при |z| > 2, редицата ще клони към безкрайност

Инвариантни фрактали

- ***Множество на Манделброт***
  - за всяка точка от множеството на Манделброт се задава цвят, който съответства на броя итерации необходими за отдалечаване на резултата на дадено разстояние от началната точка



Инвариантни фрактали

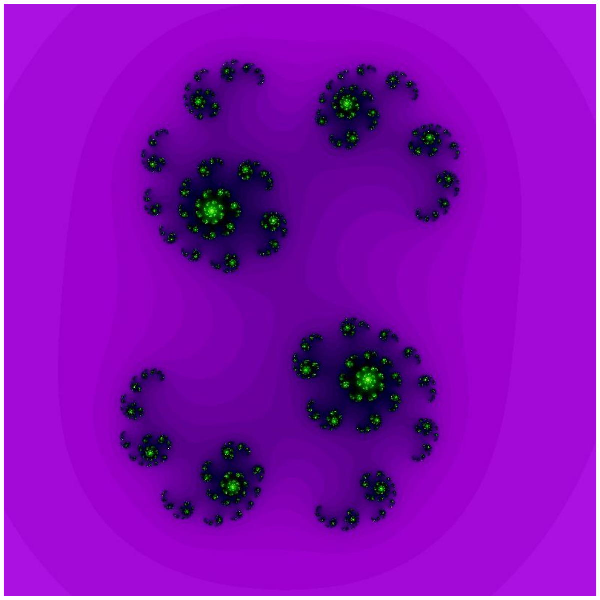
- ***Множество на Джулиа-Фату (Julia-Fatou)***
  - множеството от комплексни точки, изчислявани чрез

$z_0 = z + c$

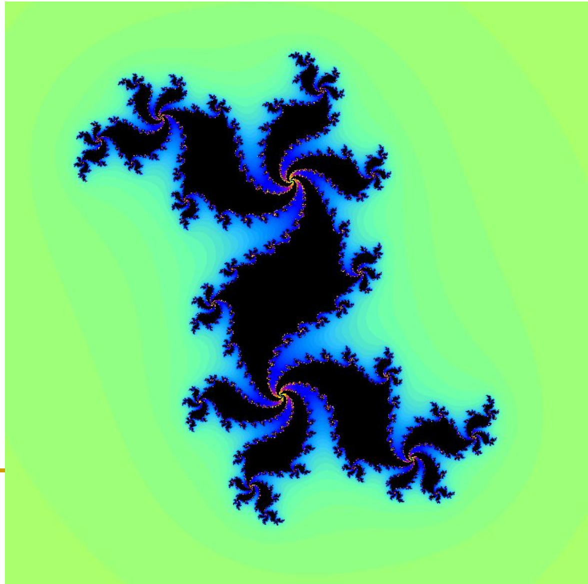
$z_к = z_{к-1}^2 + c$

$x = x^2 - y^2 + c_x$

$y = 2xy + c_y$

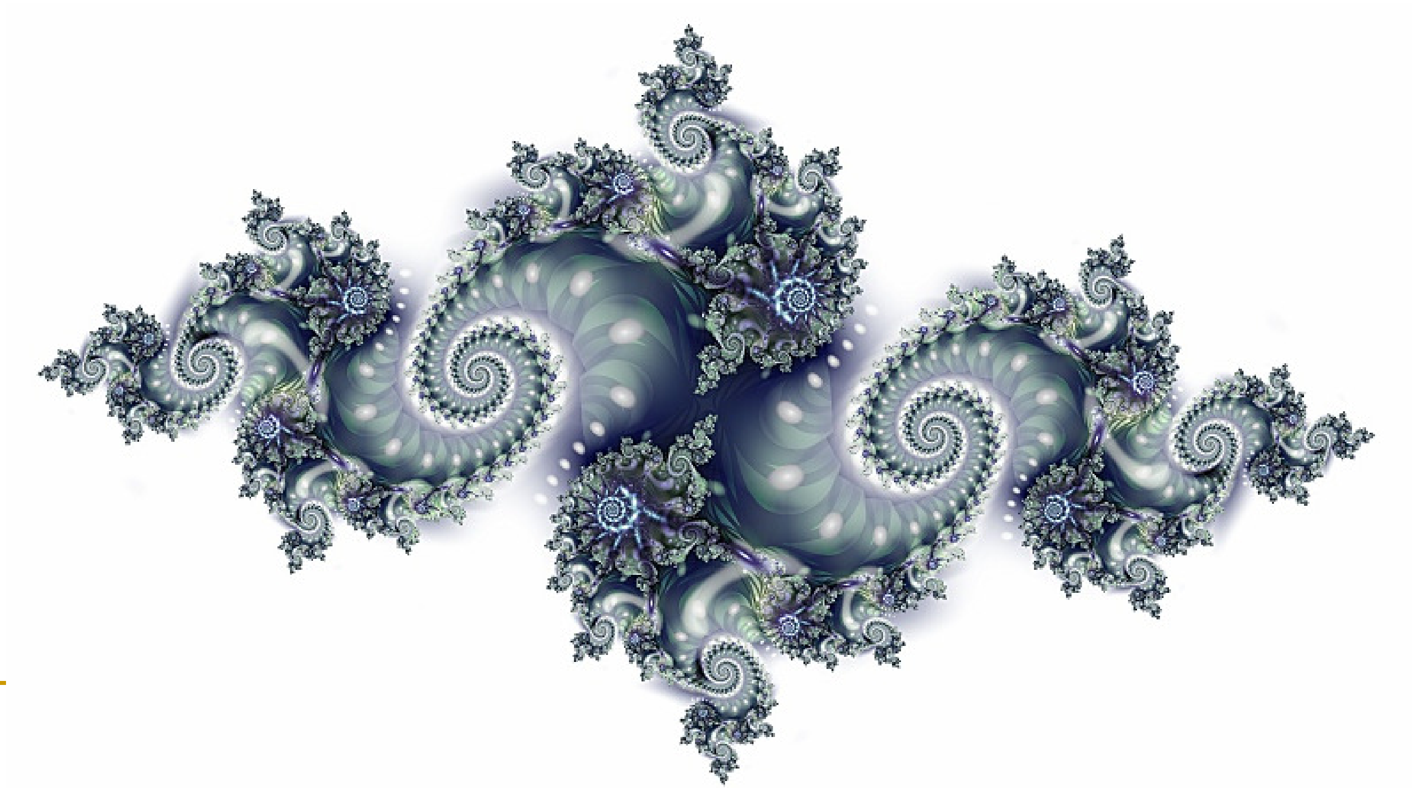


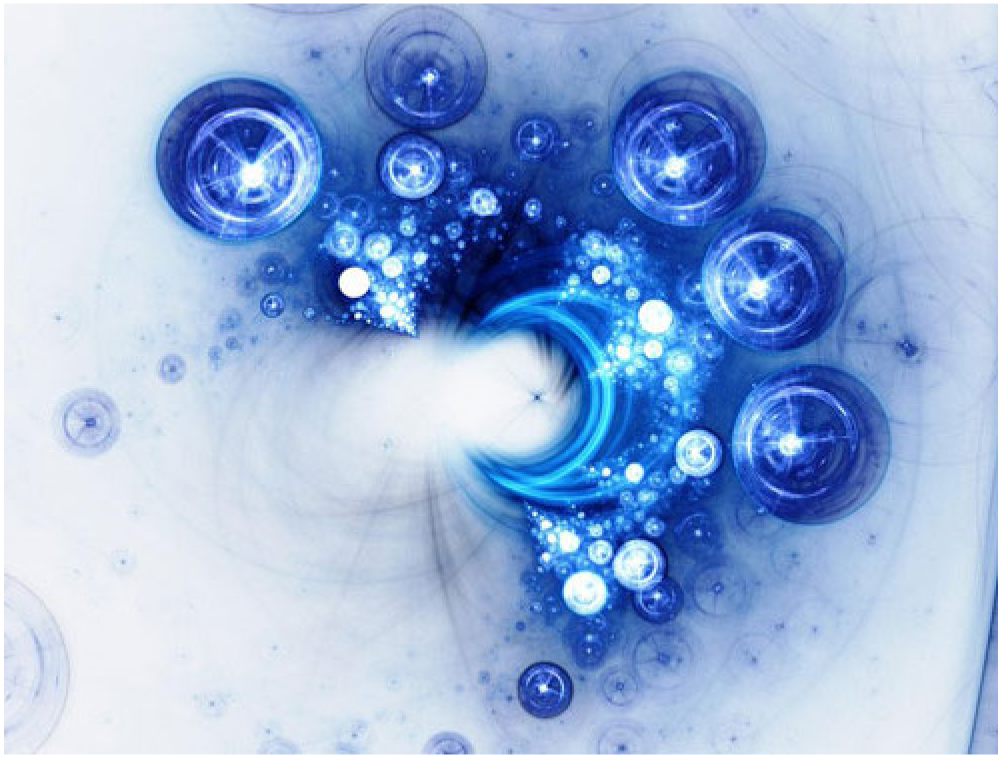
  - за всяко комплексно число се получават различни множества на Джулия



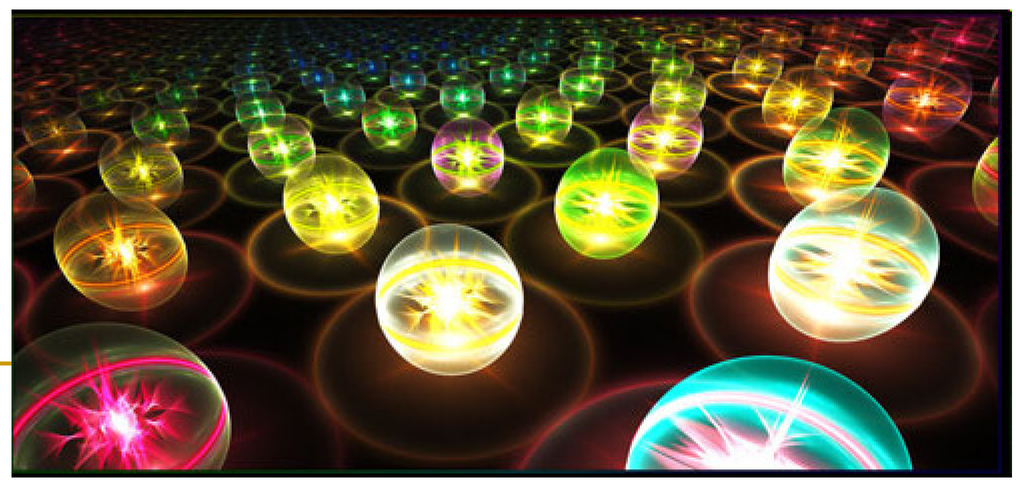
Инвариантни фрактали

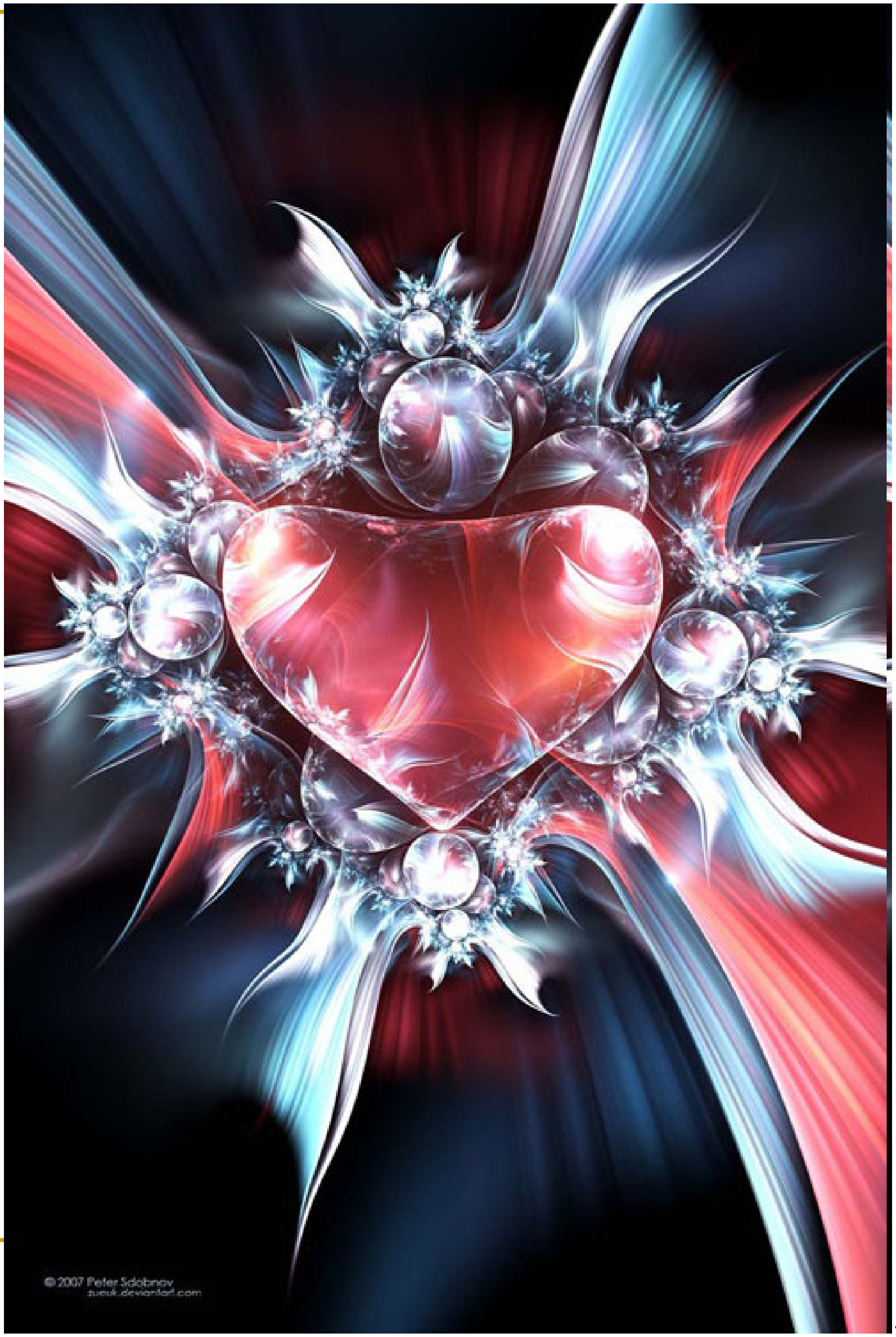
- ***Множество на Джулиа-Фату (Julia-Fatou)***
  - обединението на всички свързани множества на Джулия е множеството на Манделброт

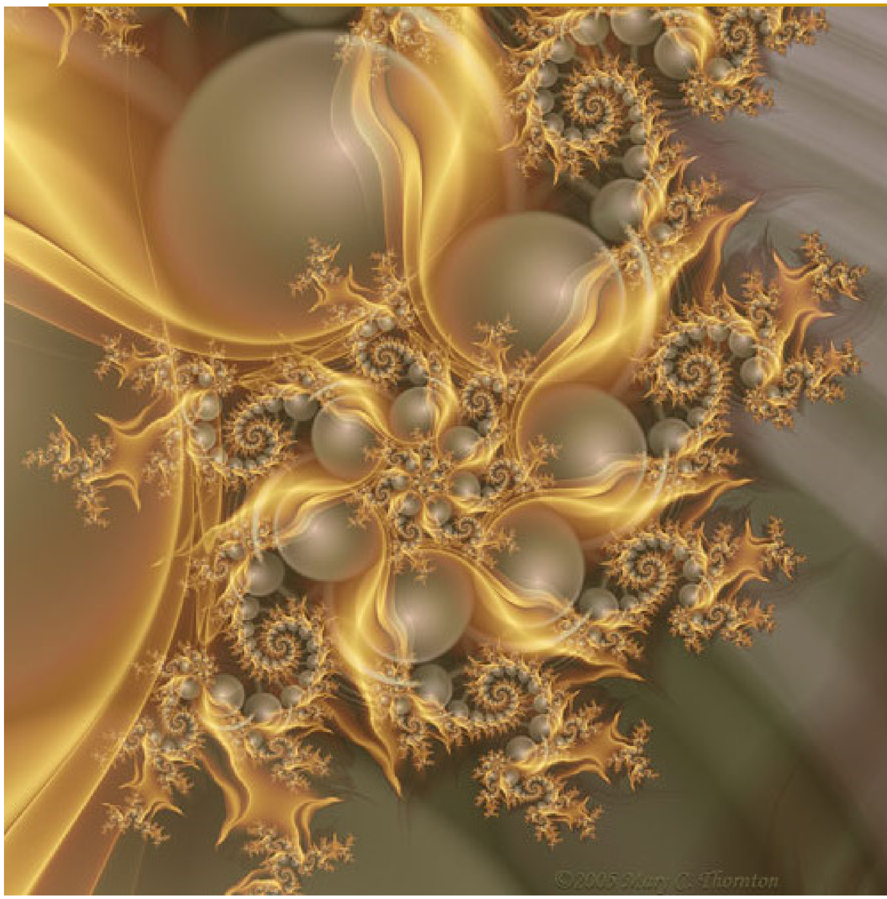





FLY2007




© 2007 Peter Sdobnov
zueuk.deviantart.com

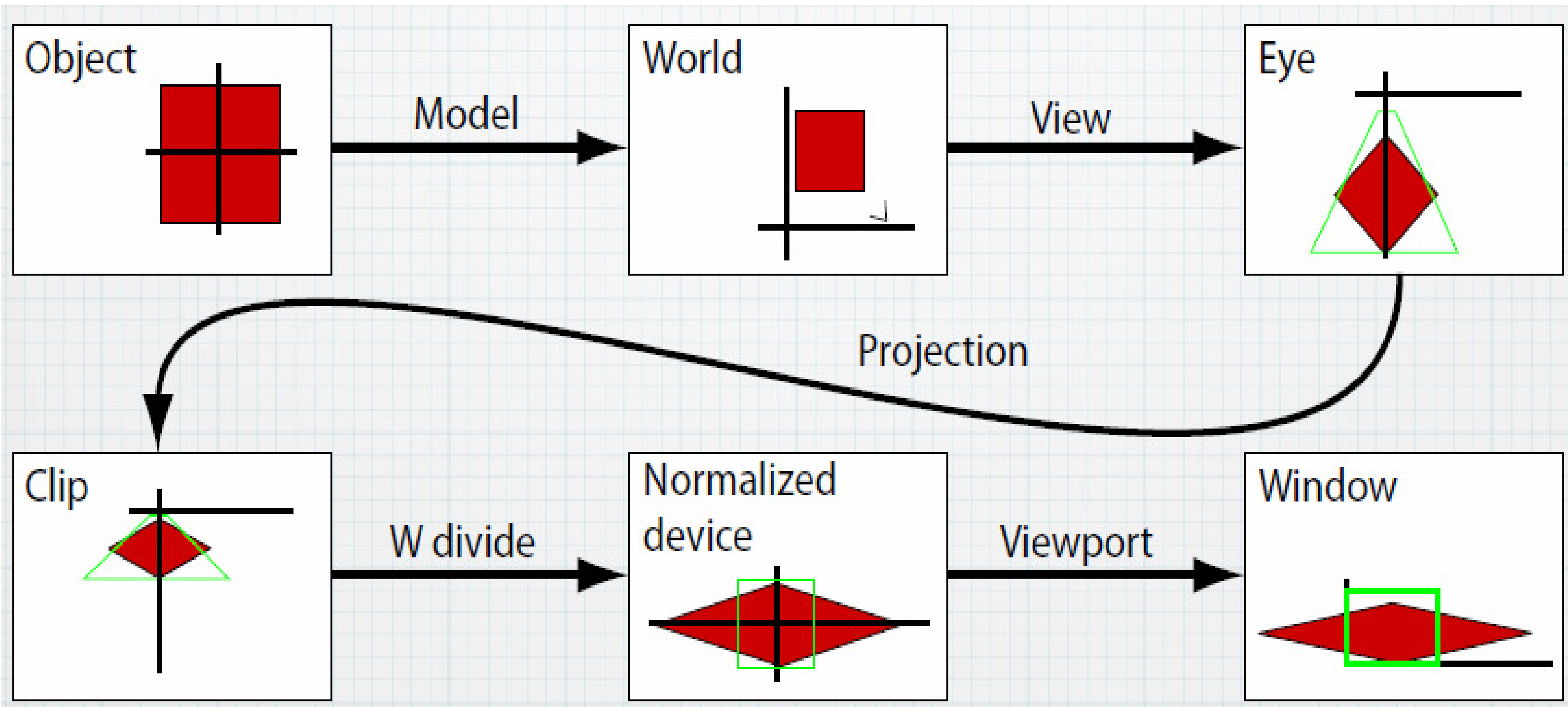

©2005 Mary C. Thornton


Yuline

Компютърна графика – обобщение

- Трансформации за моделиране на обекти
- Визуализираща трансформация
- Проекция (перспективна, паралелна)
- Определяне на видими повърхнини
- Осветеност
- Рендериране

Компютърна графика – обобщение



КРАЙ

Следваща тема:

Графични процесори. Програмиране за GPU