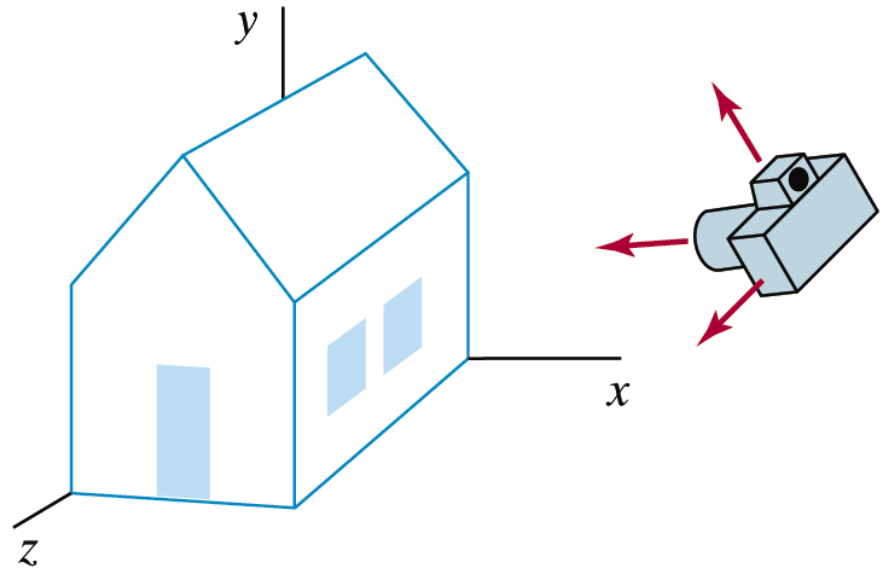
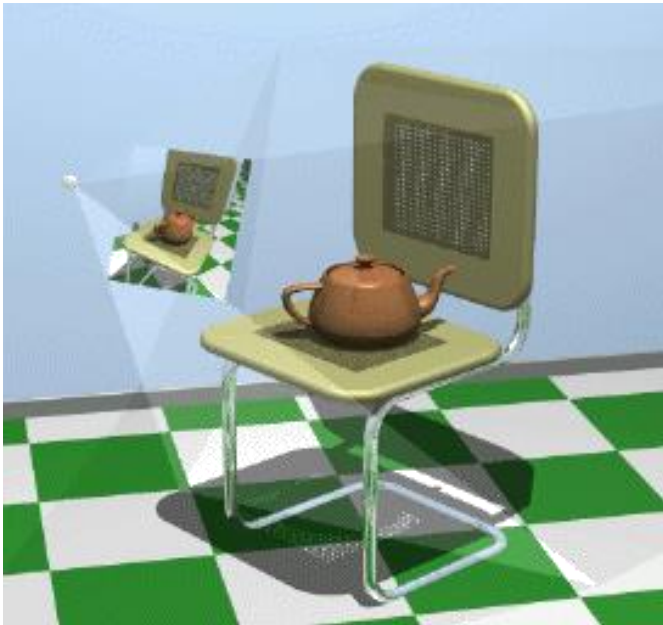

Компютърна графика

Проекции

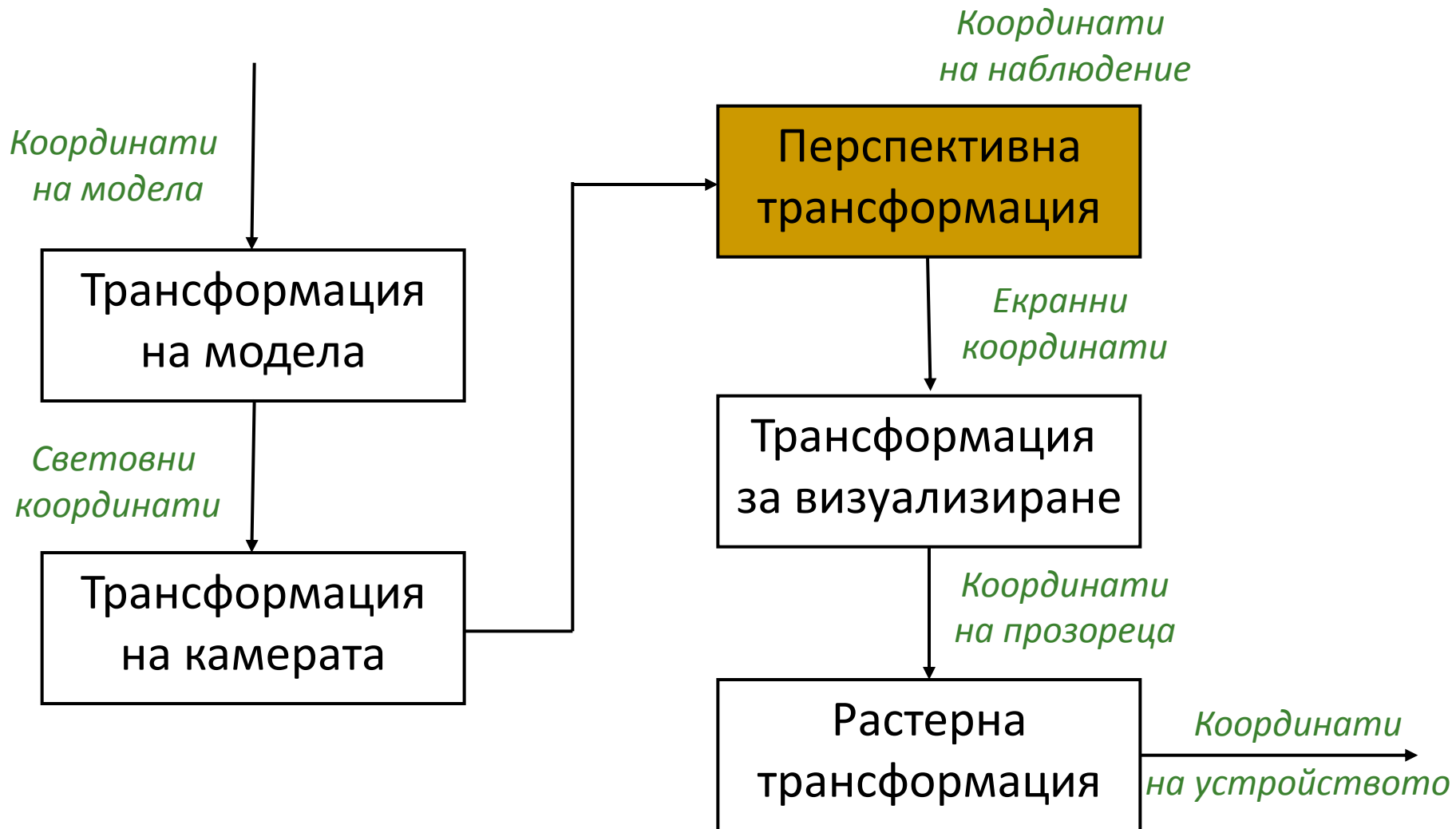
Компютърна графика

- Цел: създаване на компютърно генерирани образи



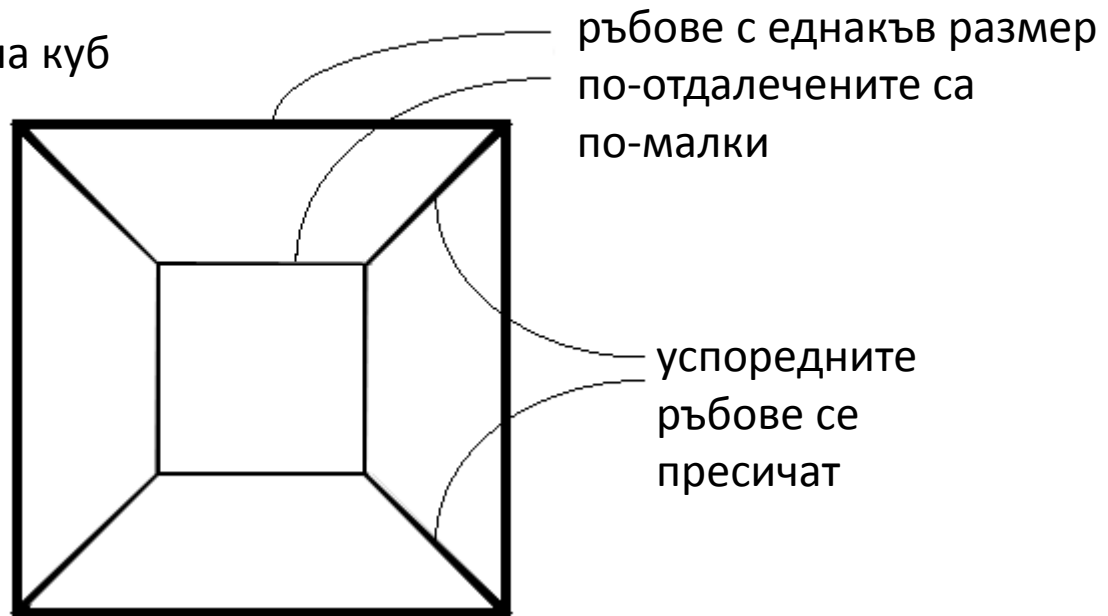
двумерно изображение на тримерен обект

Основен графичен конвейер



Перспектива

- Успоредните линии се сливат в безкрайността
 - *vanishing point*
- По-отдалечените обекти се смаляват
 - пример
 - перспектива на куб



Перспектива



Без перспектива



С перспектива

Перспектива

- В древността

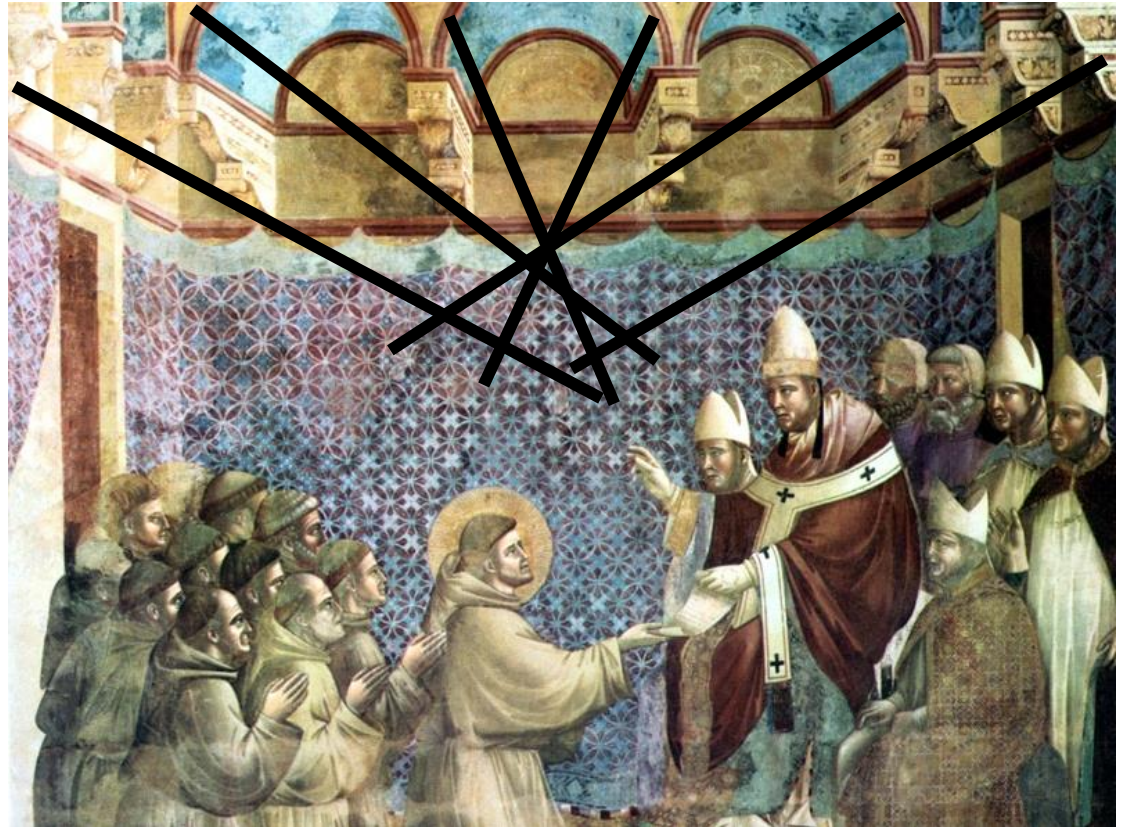
- няма

систематичност

успоредните линии

не се пресичат в

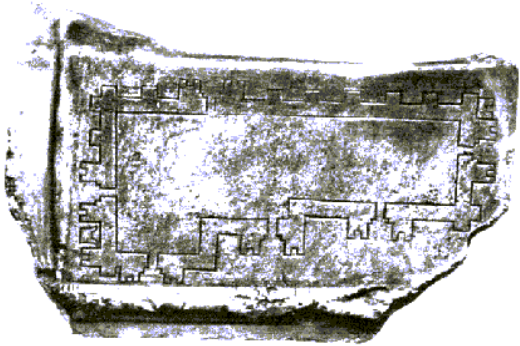
една точка



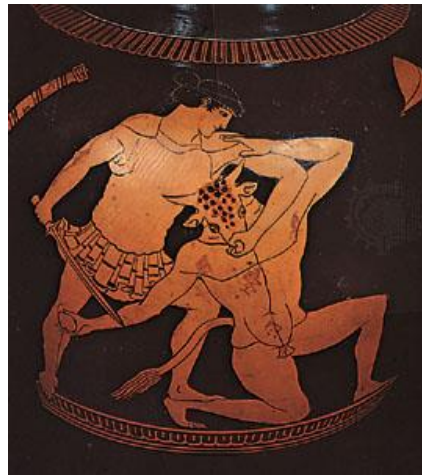
Giotto, **Franciscan Rule Approved**, Assisi, Upper Basilica, c.1295-1300

Перспектива

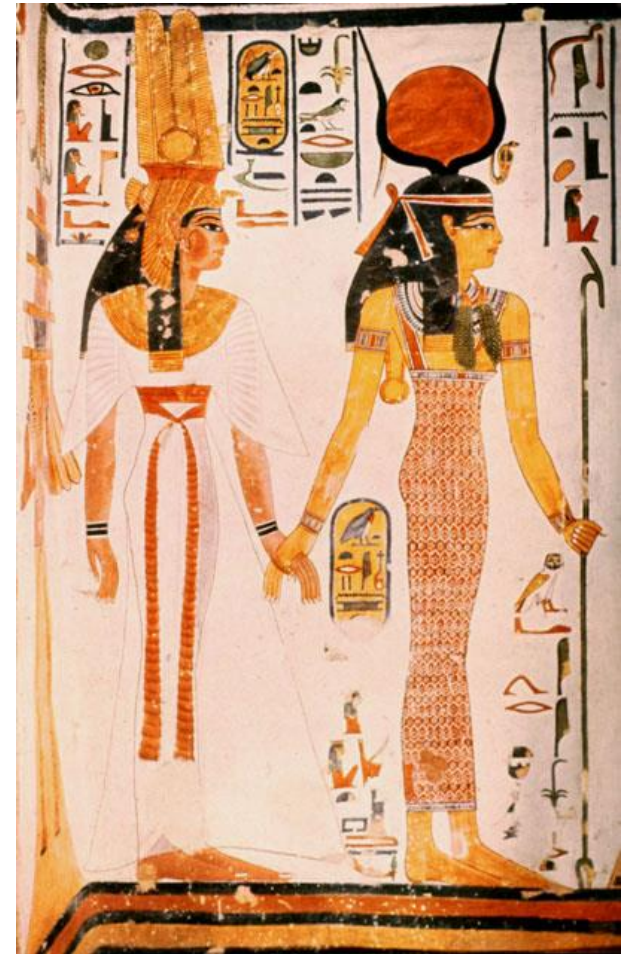
- В древността
 - първи прояви на перспектива



Месопотамия (2150 пр.н.е.)



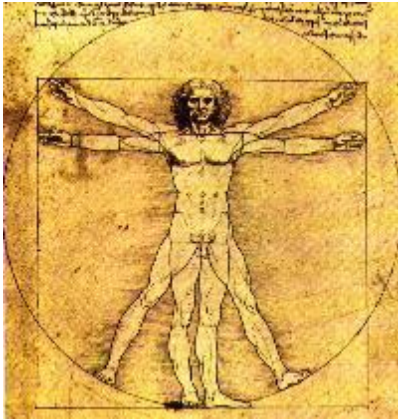
Гръцка ваза (6 в. пр.н.е.)



Египетско изкуство
(ок.1270 пр.н.е.)

Перспектива

- Идея за перспективна проекция
 - Ренесанс
 - Леонардо, Донатело, Нютон



Ender, Tycho Brahe and Rudolph II in Prague

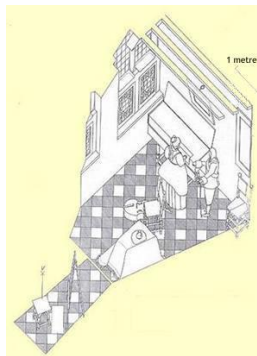
Перспектива

■ Vermeer

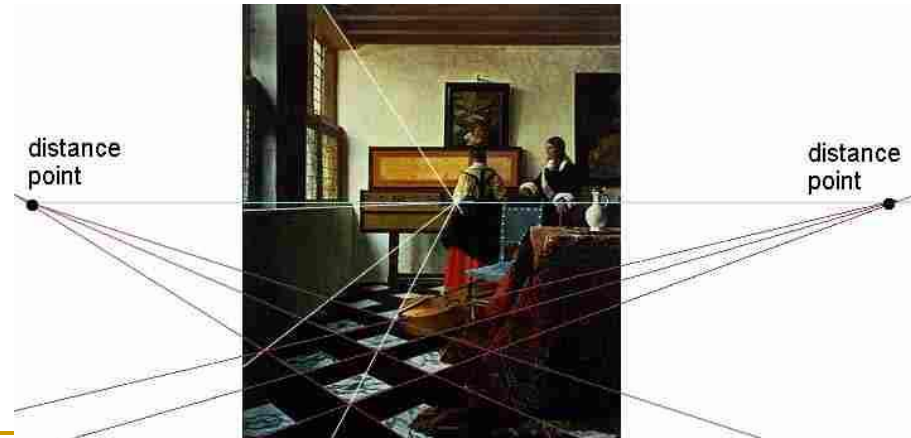
- създава “перспективни кутии”
 - когато картината се наблюдава от определена точка има коректна перспектива
- <http://essentialvermeer.20m.com>
- http://www.grand-illusions.com/articles/mystery_in_the_mirror



Vermeer, **The Music Lesson**



Реконструкция



Перспектива

- van Hoogstraten
 - създава “перспективни кутии”



Perspective Box
Samuel van Hoogstraten

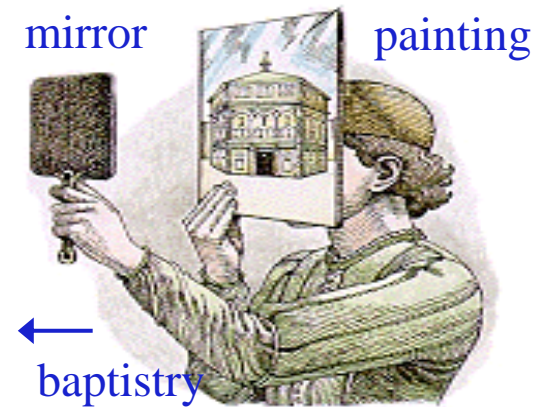


Perspective Box of a Dutch Interior
Samuel van Hoogstraten

Перспектива

■ Brunelleschi

- систематичен подход за създаване на изображения с перспективна проекция (началото на 15 в.)



Перспектива

■ David Hockney

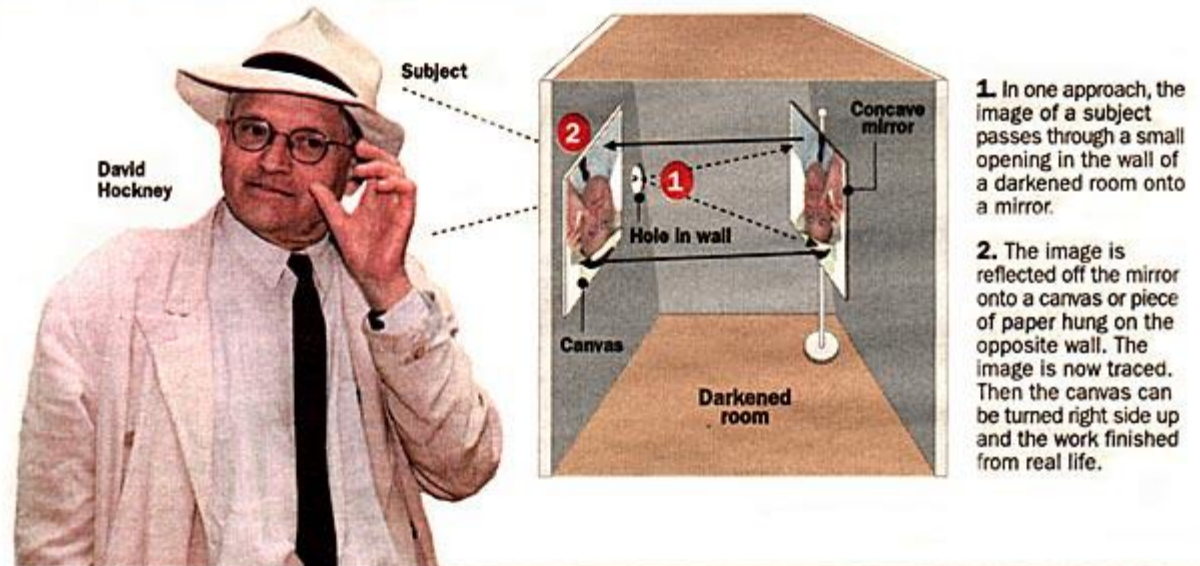
- смята, че много Ренесансови художници са използвали при рисуването на произведенията си “camera obscura”
- <http://brightbytes.com/cosite/what.html>

■ David Stork

- оборва Хокни

Hockney, D. (2001) *Secret Knowledge: Rediscovering the Lost Techniques of the Old Masters*. New York: Viking Studio.
Stork, D. (2004) Optics and Realism in Renaissance Art. *Scientific American* 12, 52-59.

How the Camera Obscura Works



Перспектива

- Perspective street drawing



Перспектива

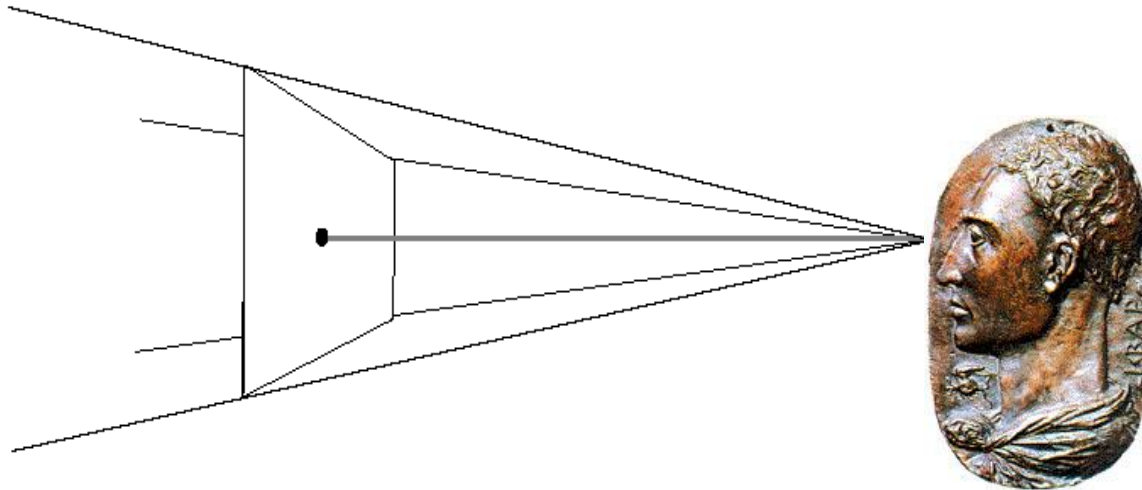
- Perspective street drawing



Перспектива

■ Leon Battista Alberti

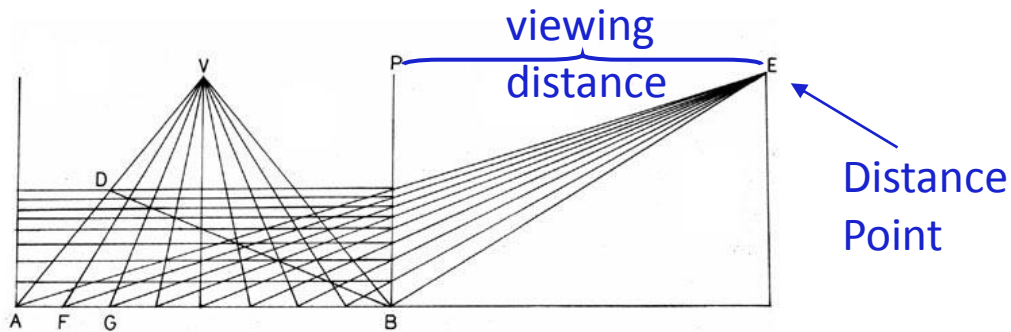
- публикува трактат за перспективата: *Della Pittura*, 1435



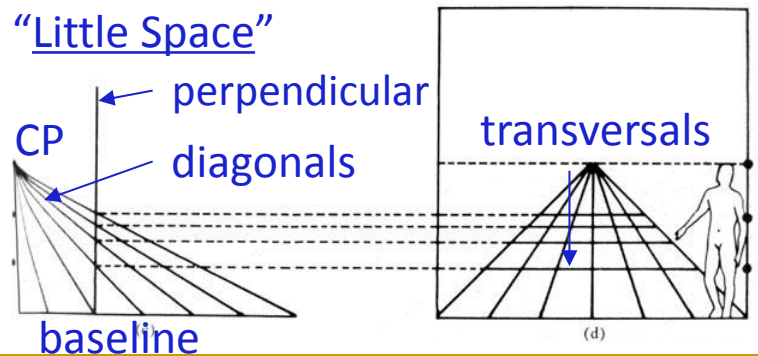
- “A painting [*the projection plane*] is the intersection of a visual pyramid [*view volume*] at a given distance, with a fixed center [*center of projection*] and a defined position of light, represented by art with lines and colors on a given surface [*the rendering*].” (Leon Battista Alberti (1404-1472), *On Painting*, pp. 32-33)

Перспектива

- Линейна перспектива
 - ТОЧКИ НА СХОДИМОСТ



МЕТОД НА
Leonardo Da Vinci

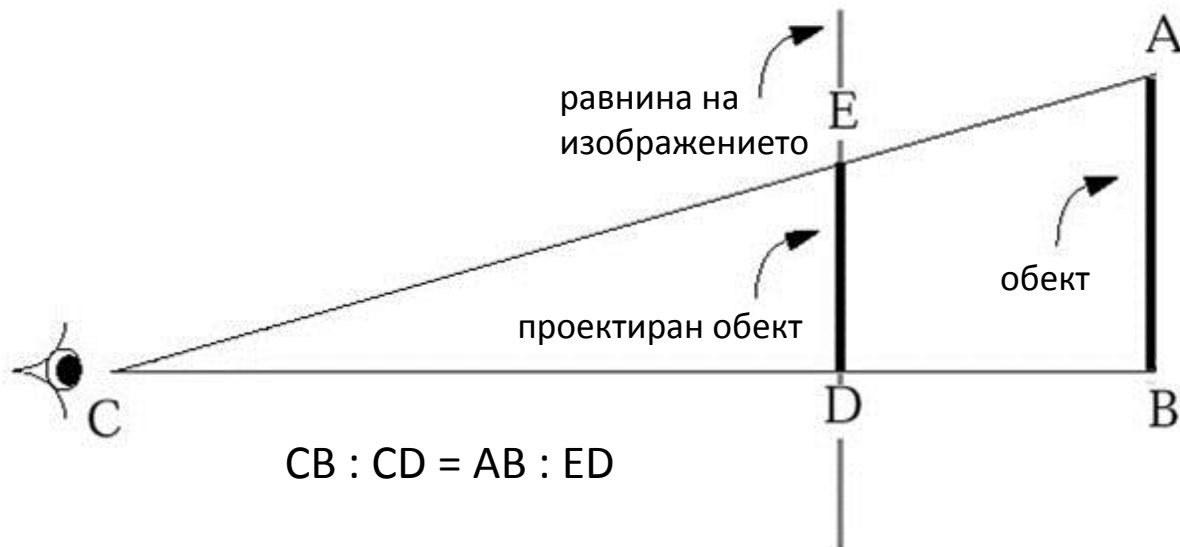


метод на Alberti

Перспектива

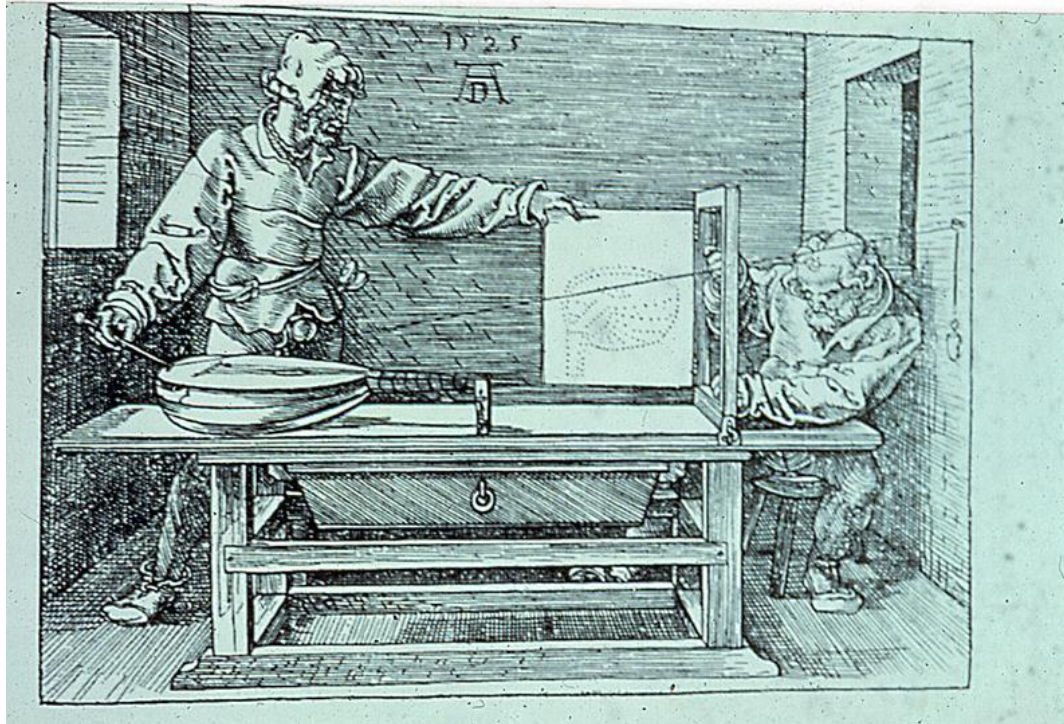
■ “Визуална пирамида”

- размерът на проектирания обект се изчислява чрез
 - размер на обекта (AB)
 - разстояние от точката на наблюдение до обекта (CB)
 - разстояние от точката на наблюдение до равнината на изображението (CD)
- върху проекционна равнина



Перспектива

- Dürer, 'Underweysung der messung', Nurenberg, 1525
 - развива идеята за “визуална пирамида” и подобни триъгълници



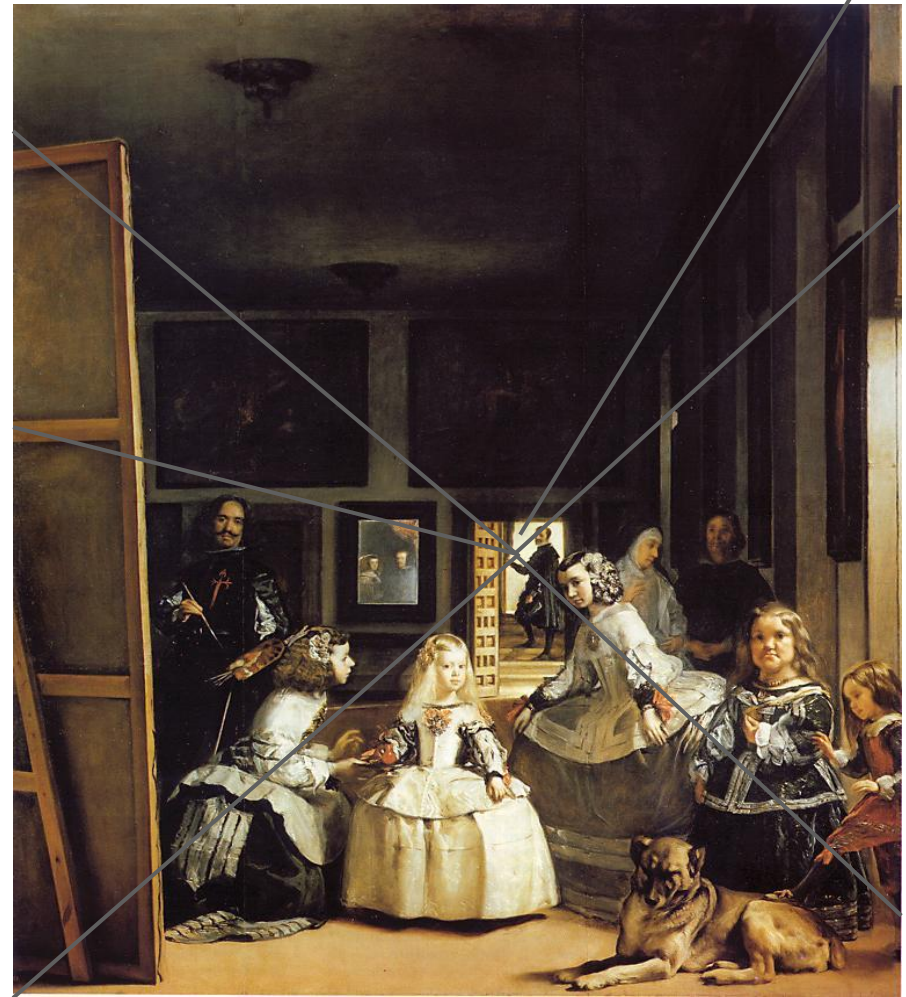
Albrecht Dürer, **Artist Drawing a Lute**

Перспектива

■ Diego Velàzquez

- точката на наблюдение променя съдържанието и смисъла на наблюдаваните обекти
- компютърна реконструкция на рисунката: царската двойка в огледалото е отражение от картината в ляво, а не отражение на хората

(Kemp, The Science of Art, pp.104-108)



Diego Velàzquez, Las Meninas, 1656

Перспектива

- Robert Campin

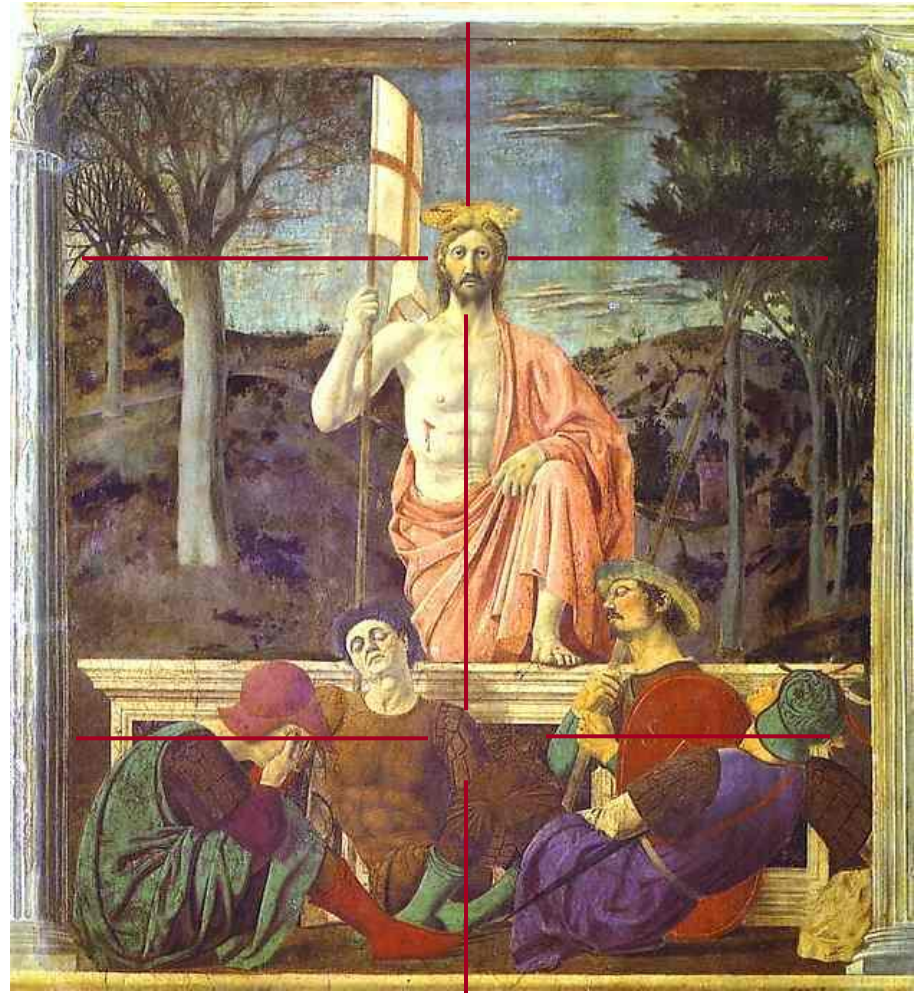


Robert Campin, The Annunciation Triptych, 1425

Перспектива

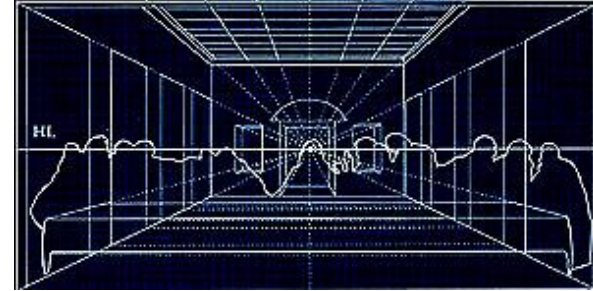
■ Piero della Francesca

- перспективата може да се използва за контролиране на възприятието
- използването на две точки на наблюдение концентрира вниманието в тях

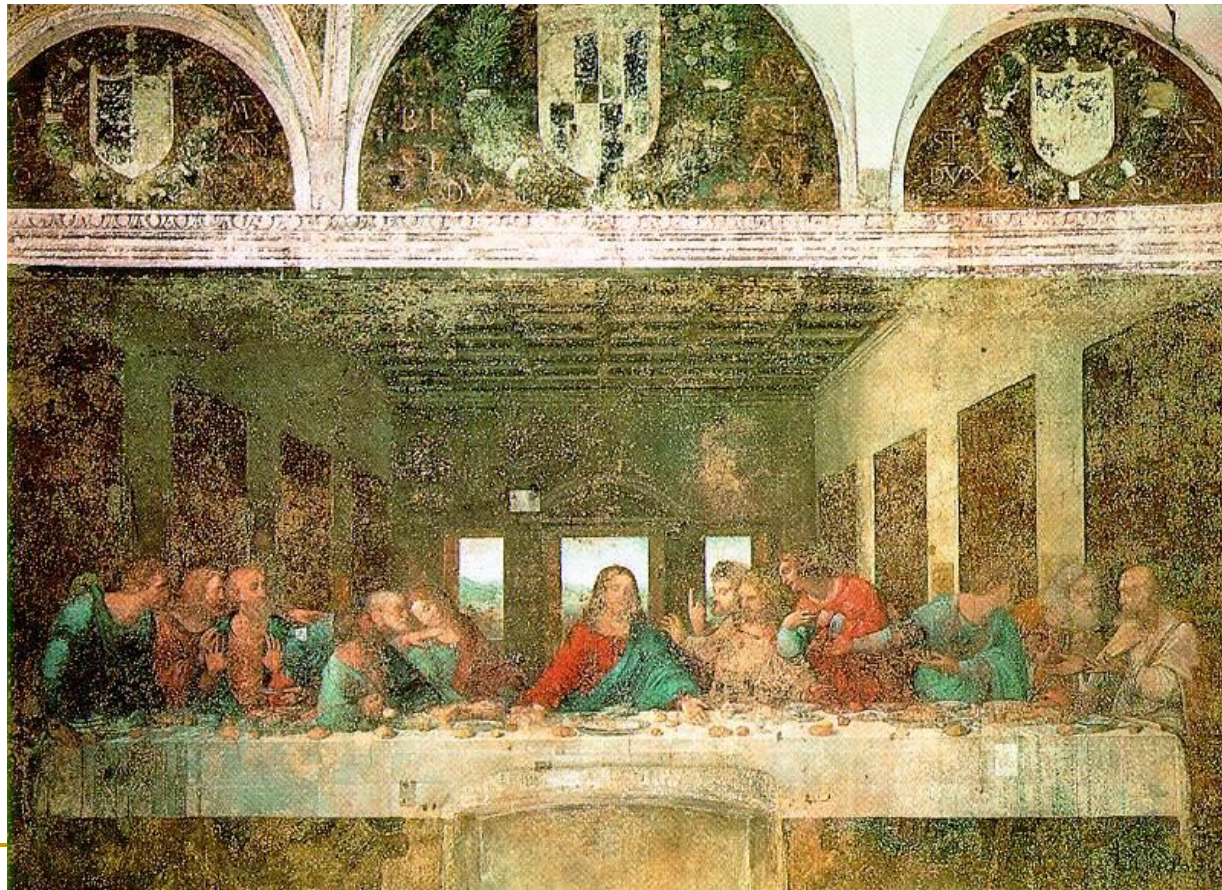


Piero della Francesca The Resurrection (1460)

Перспектива



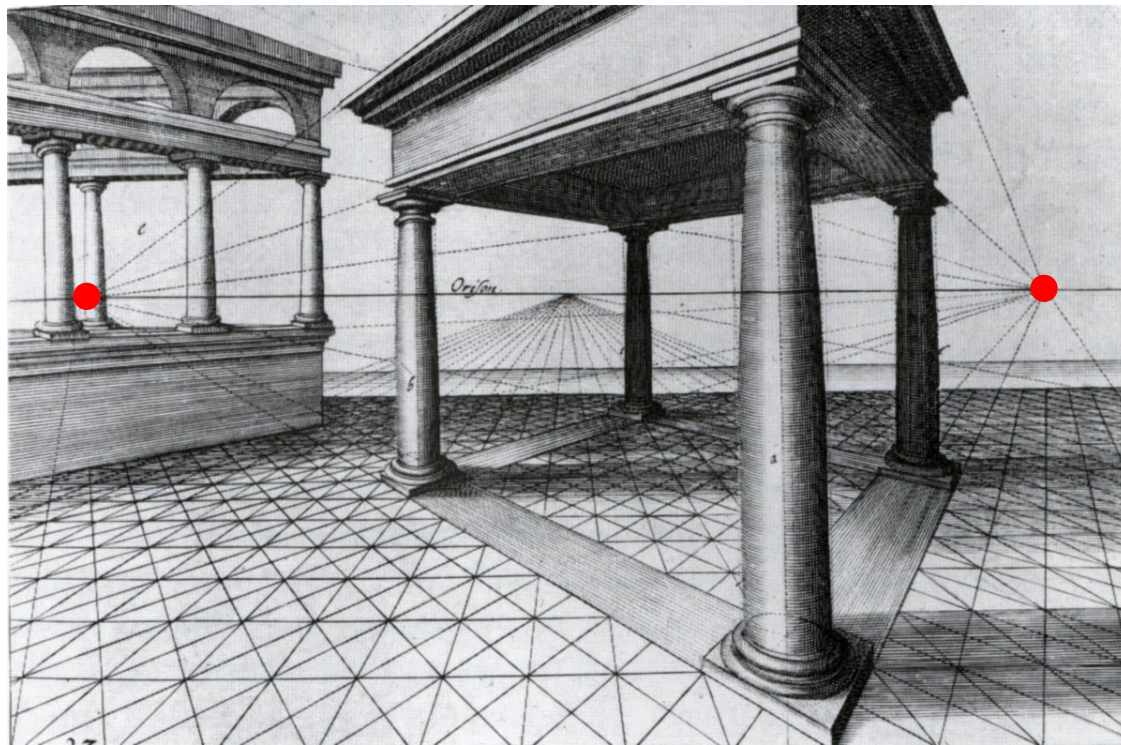
- Leonardo da Vinci



Leonardo da Vinci The Last Supper (1495)

Перспектива

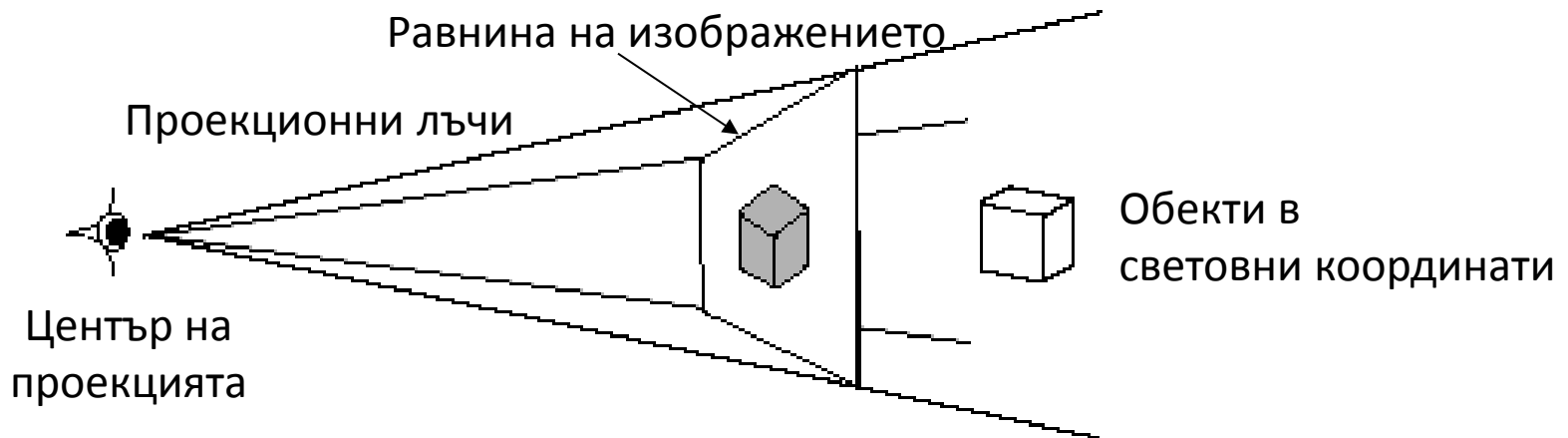
- Геометрично конструиране на перспектива



Vredeman de Vries's Perspective

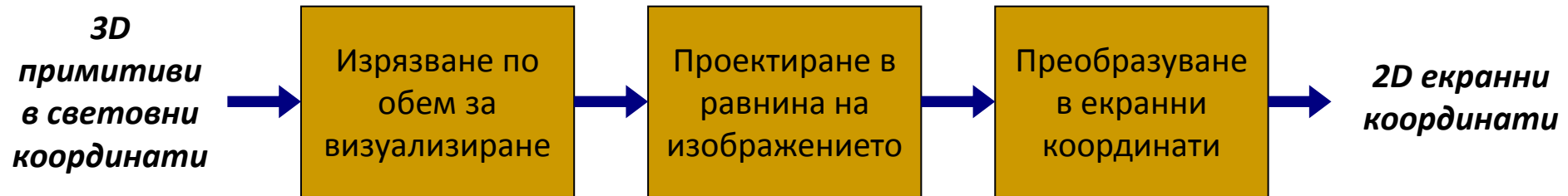
Проекция

- 3D сцените съдържат модели на обекти, зададени с тримерни световни координати
- Изобразяване на тримерни обекти в двумерно изображение
 - **проектиране** на обектите в равнината на изображението



Визуализиране на тримерни обекти

- Изобразяване на тримерни обекти в двумерно изображение



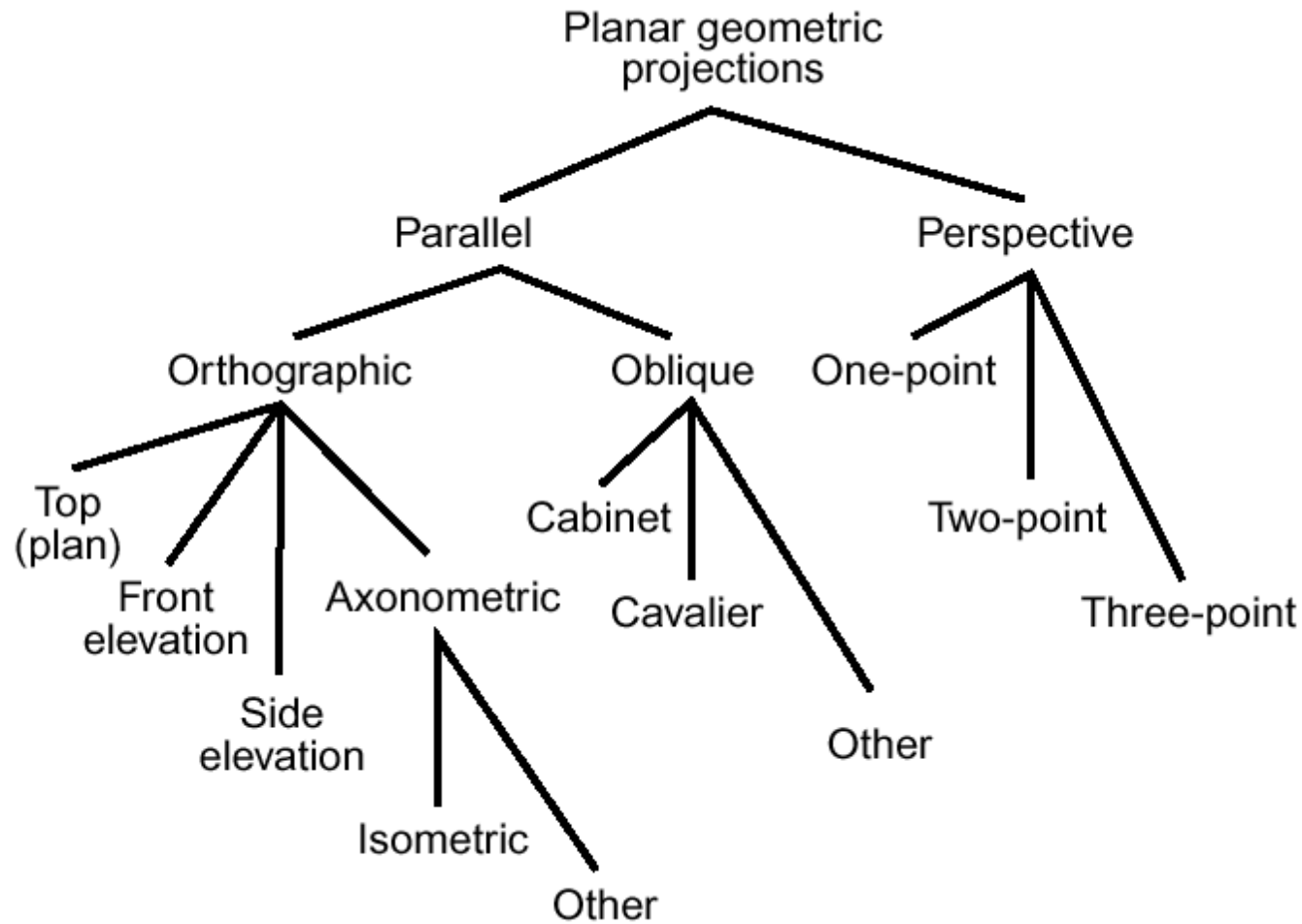
- проектирането е една от стъпките за визуализиране на тримерни обекти в двумерната равнина на екрана
 - *проекцията е преобразуване от t -мерно в n -мерно пространство, където $n < t$*

Видове проекции

- Дадена проекция се задава с
 - **позиция на проекционната равнина** спрямо основните оси на обекта
 - **ъгъл на проекционните лъчи** с проекционната равнина



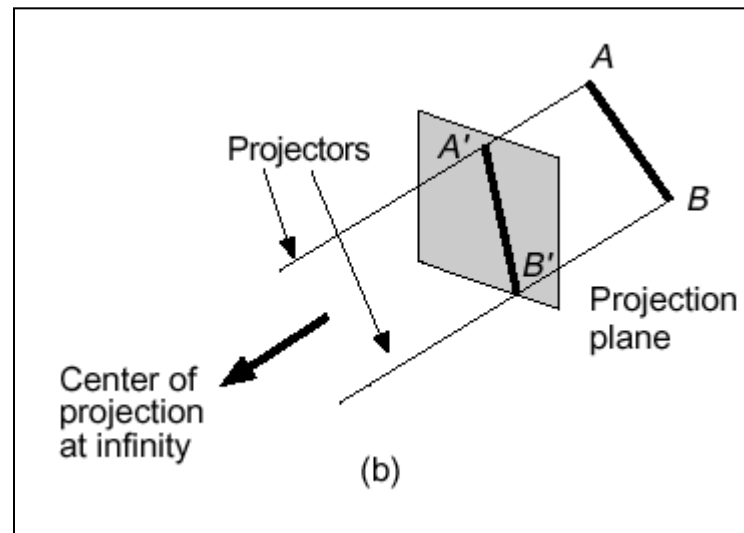
Видове проекции



Видове проекции

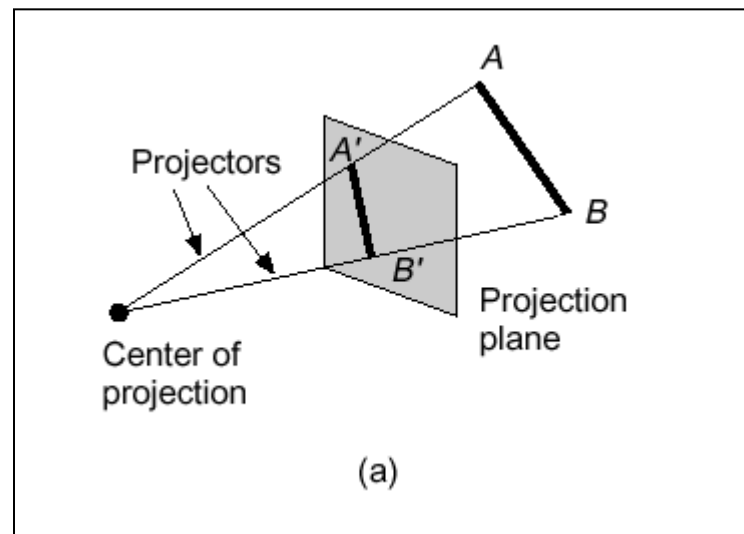
■ *Паралелна*

- използва се в архитектурни планове и инженерни схеми
- може да се използва за измервания



■ *Перспективна*

- използва се в компютърна графика
- представя реалистично визуализиране за обекти наблюдавани с око или камера



Паралелни проекции

■ Ортографска проекция

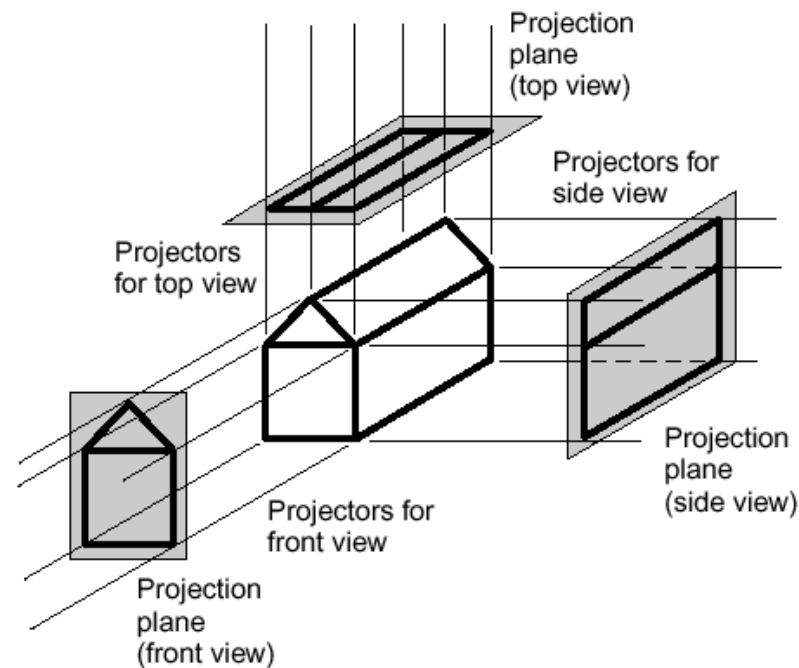
- използва се за инженерни чертежи на машини и машинни детайли и работни архитектурни чертежи

□ *предимства*

- възможни са точни измервания
 - запазва х и у координатите
 - запазва разстояния и ъгли
- всички изгледи са с еднакъв мащаб

□ *недостатъци*

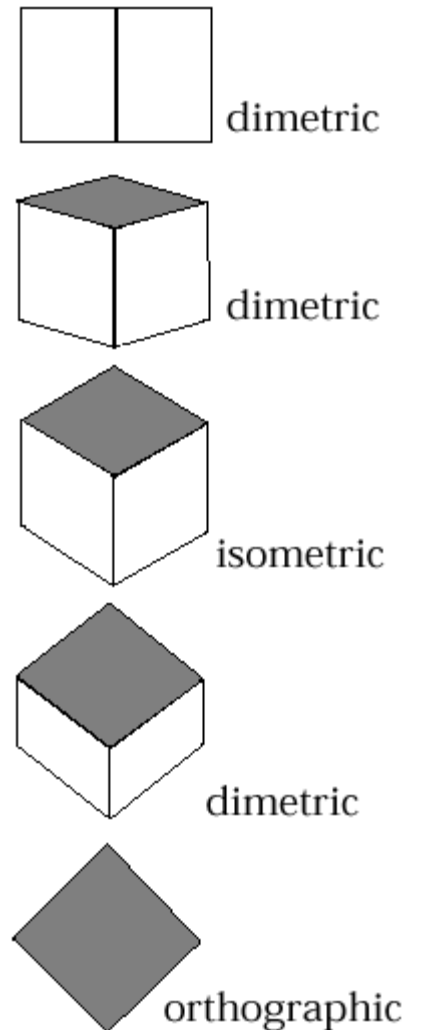
- не дава “реалистично” тримерно визуализиране на сцената
- нужни са няколко изгледа за да се постигне 3D представа за обектите



Паралелни проекции

■ *АксонOMETРИЧНИ проекции*

- същият метод както при ортографската проекция с множество изгледи
- проекционната равнина не е паралелна на нито една от координатните равнини, паралелните линии са смалени (с перспектива)



Паралелни проекции

■ Аксонометрични проекции

□ Триметрична (Trimetric)

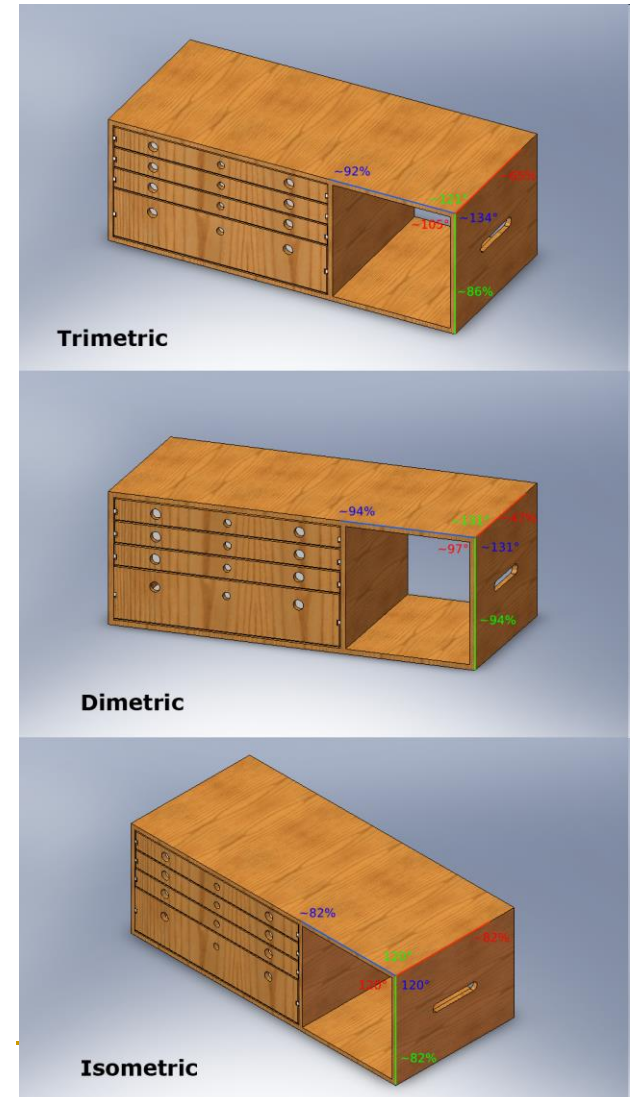
- различни ъгли между трите основни оси, три коефициента на мащабиране

□ Диметрична (Dimetric)

- ъглите между две от основните оси са равни, два коефициента на мащабиране

□ Изометрична (Isometric)

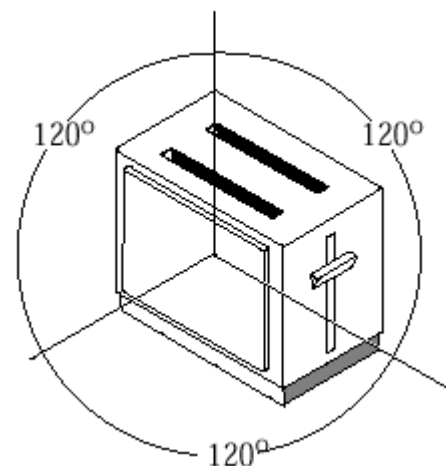
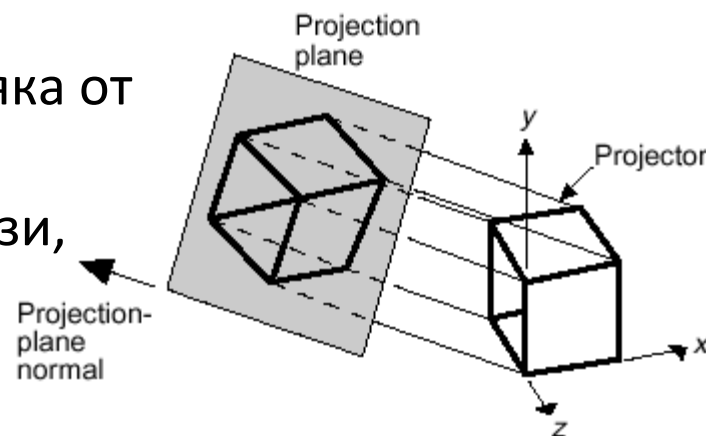
- ъглите между трите основни оси са равни (120°)
- еднакъв коефициент на мащабиране за всички оси



Паралелни проекции

■ *Изометрична проекция*

- проекционната равнина пресича всяка от основните оси под ъгъл 45°
- използва се за илюстрации в каталози, дизайн на мебели, 3D моделиране в реално време
- *предимства*
 - не изисква няколко изгледа
 - илюстрира тримерния характер на обектите
 - могат да се правят измервания по протежение на основните оси
- *недостатъци*
 - липсата на перспективно смаляване влияе на визуализирането
 - по-полезна за правоъгълни отколкото за криволинейни форми



Паралелни проекции

- Изометричната проекция се използва в компютърните игри от появата им до днес



Q*Bert



Zaxxon



Virtual Magic Kingdom

Паралелни проекции

- В действителност
 - някои игри използват аксонометрична (триметрична) проекция с произволни ъгли
 - погрешно се нарича изометрична или
 - “2.5D” или “три-четвърти”



SimCity IV



StarCraft II

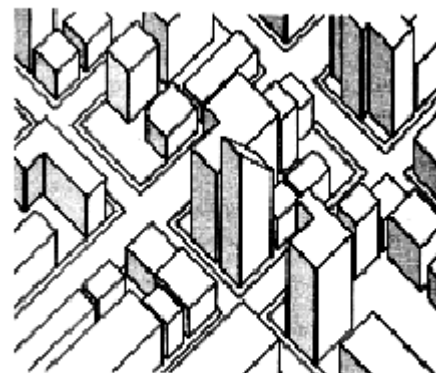
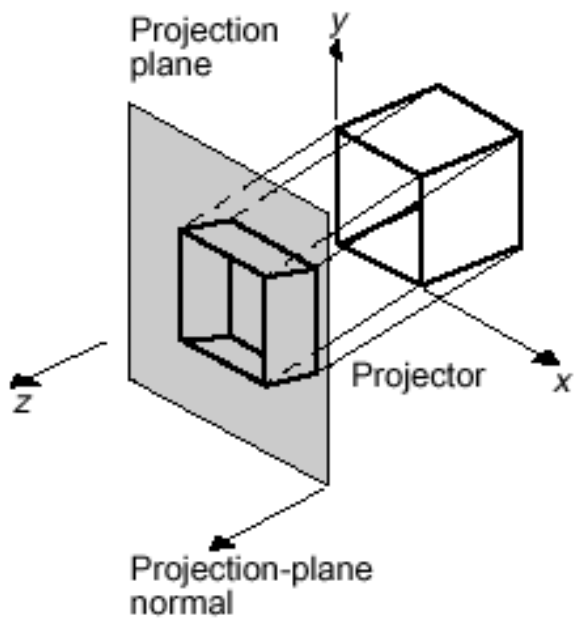
Паралелни проекции

■ *Наклонени проекции (oblique)*

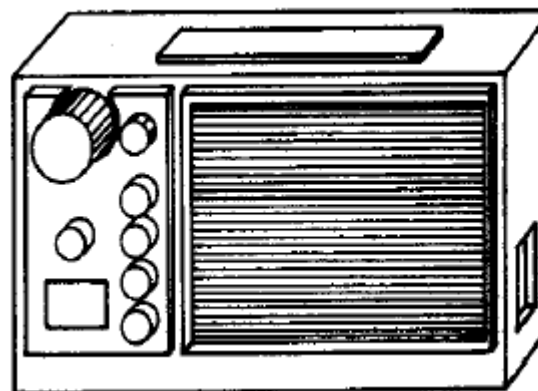
- проекционните лъчи са наклонени под ъгъл спрямо проекционната равнина
- *предимства*
 - може да представи точната форма на една от страните на обект (възможни са точни измервания)
 - по-подходяща за елиптични обекти в сравнение с аксонометричната проекция
 - по-лесно се сравняват размери поради липса на перспективно смаляване
 - представя частично 3D визуализирането на обектите
- *недостатъци*
 - обектите могат да изглеждат изкривени при неправилен избор на позицията на проекционната равнина
 - например окръжностите стават елипси
 - нереалистично визуализиране
 - липсва перспективно скъсяване

Паралелни проекции

- **Наклонена паралелна проекция**



Планарна наклонена проекция на град

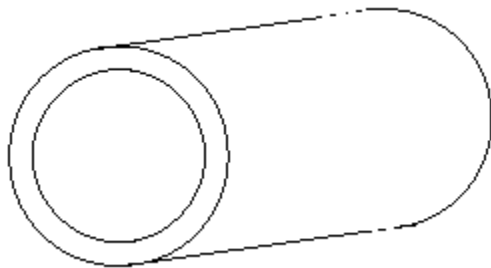


Предна наклонена проекция на радио

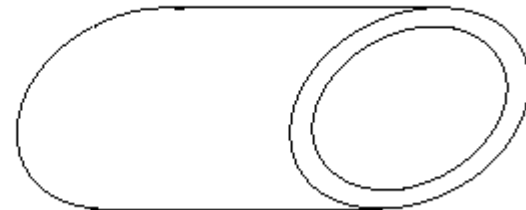
Паралелни проекции

■ Наклонена проекция

- правила за разположението на проекционната равнина
 - паралелна на най-неправилната от основните стени или на тази, която съдържа кръгови или криволинейни повърхнини, или
 - паралелна на най-дългата основна стена на обекта, или
 - паралелна на интересуващата ни стена



*Проекционна равнина
паралелна на кръгова стена*



*Проекционна равнина, която не е
паралелна на кръгова стена*

Паралелни проекции

■ Наклонена проекция

□ Cavalier

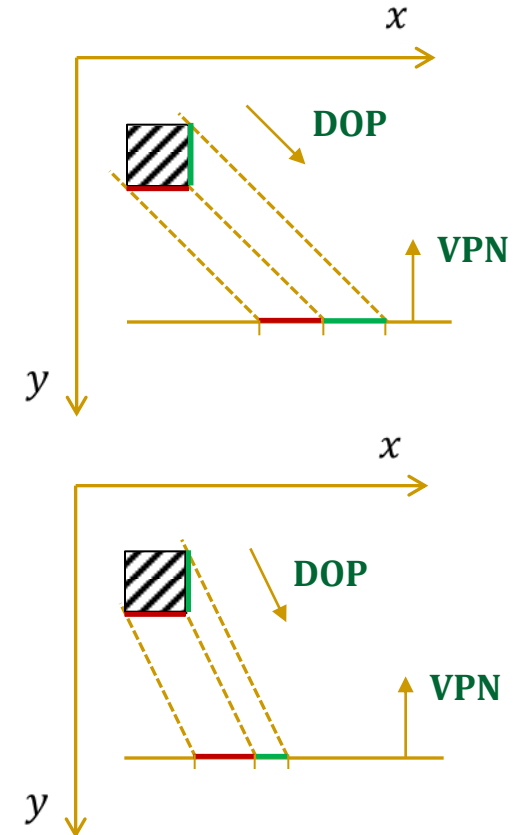
- ъгълът между проекционните оси и проекционната равнина е 30 или 45°
- перпендикулярните стени се проектират в пълен размер

□ Cabinet

- ъгълът между проекционните оси и проекционната равнина е $\arctan(2) = 63.4$
- перпендикулярните стени се проектират с два пъти по-малък размер

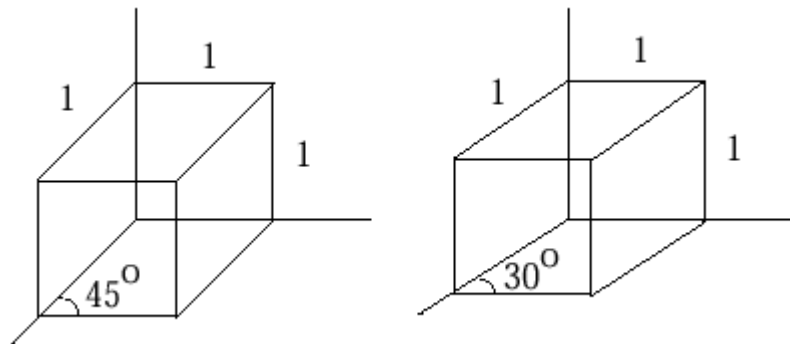
DOP = Direction of Projection – посока на проекция

VPN = View Plane Normal – нормала на равнината на наблюдение

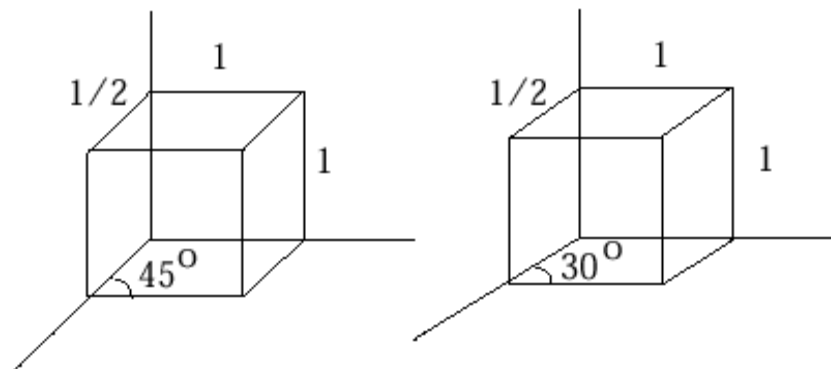


Паралелни проекции

■ Наклонена проекция

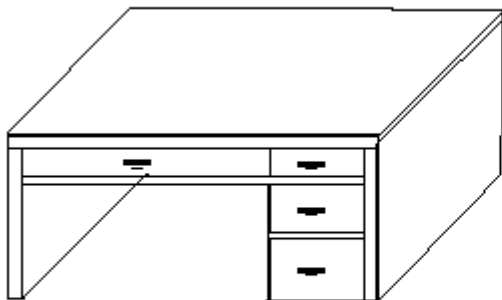


Cavalier проекция на единичен куб

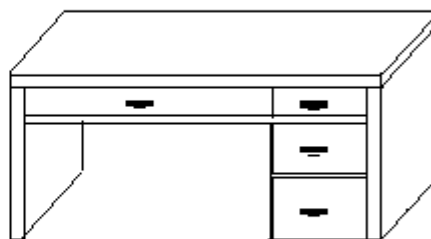


Cabinet проекция на единичен куб

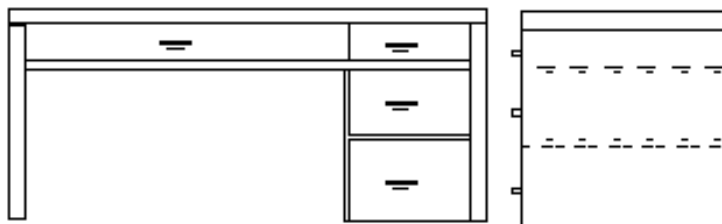
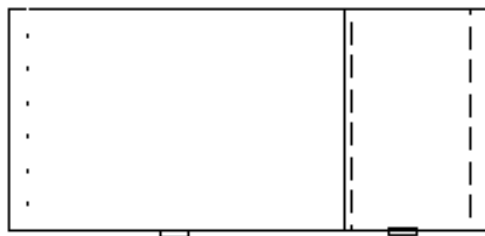
Паралелни проекции



Cavalier



Cabinet

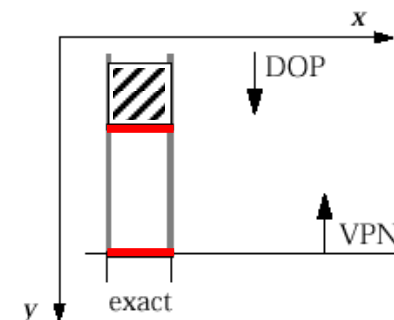


Ортографска проекция с множество изгледи

Паралелни проекции

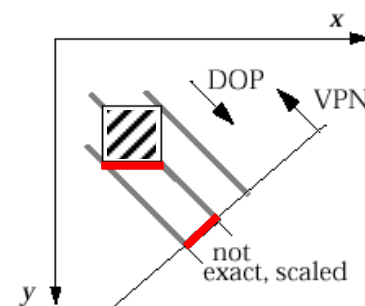
1) *Ортографска*

- VPN \parallel основна координатна ос
- DOP \parallel VPN
- визуализира единствена стена, точни измервания



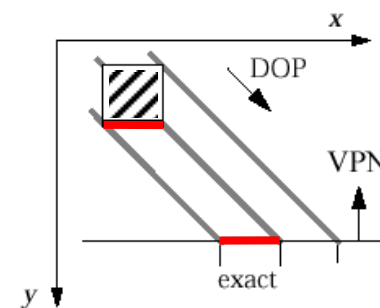
2) *Аксонотрична*

- VPN \nparallel основна координатна ос
- DOP \parallel VPN
- всички стени са смалени равномерно



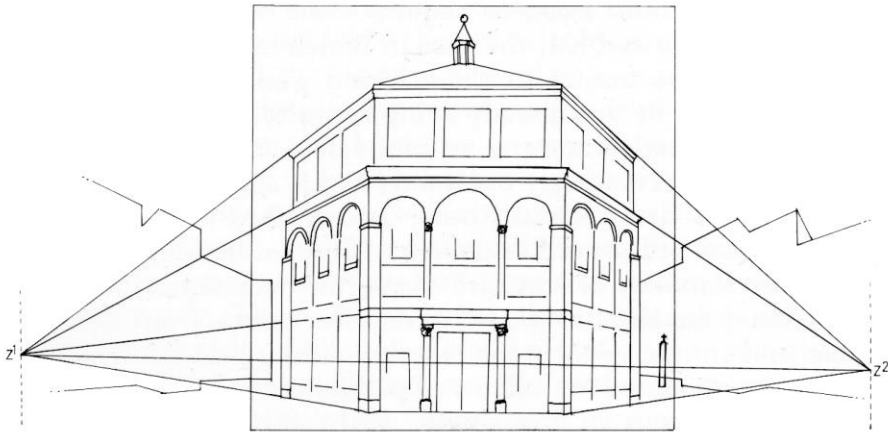
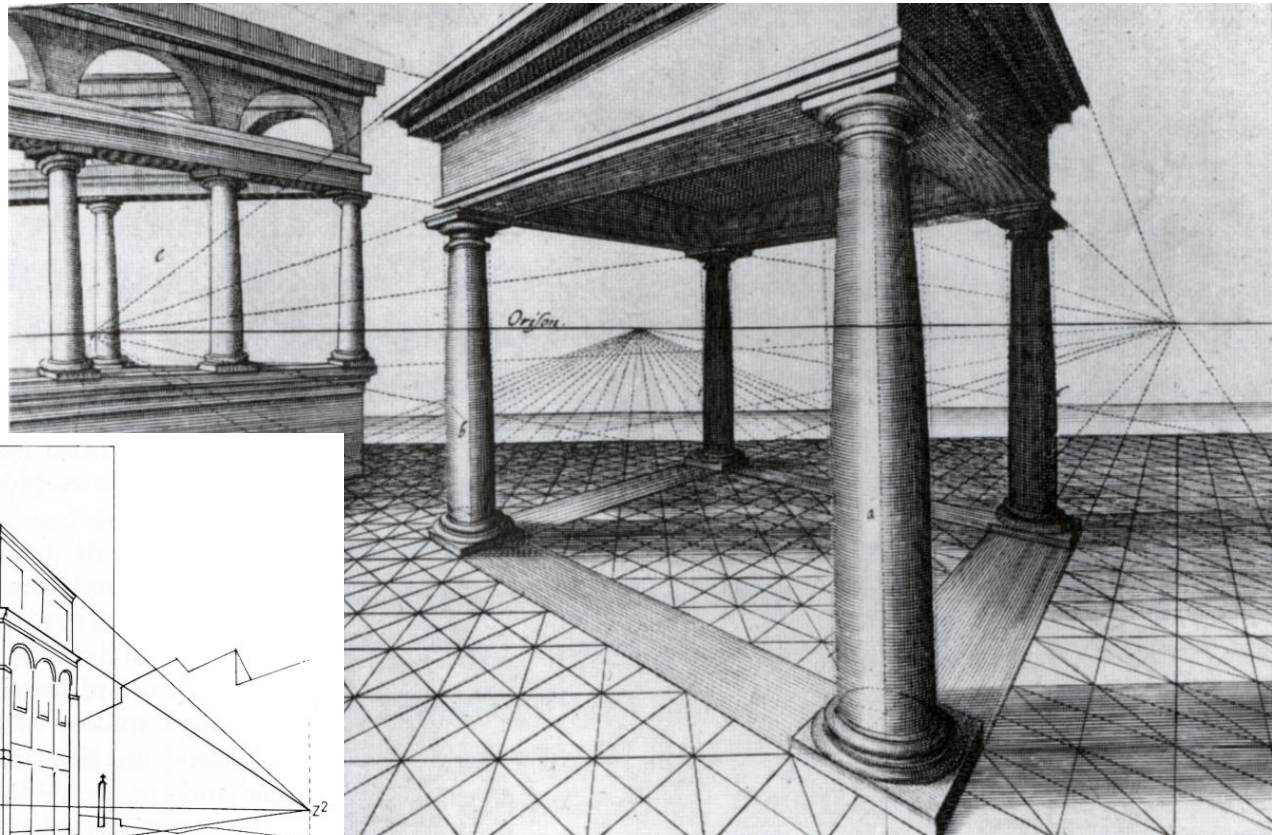
3) *Oblique*

- VPN \parallel основна координатна ос
- DOP \nparallel VPN
- само една от съседните стени е точно проектирана, другите са равномерно смалени



Перспективни проекции

- Перспективните проекции водят до по-реалистично визуализиране от паралелните проекции

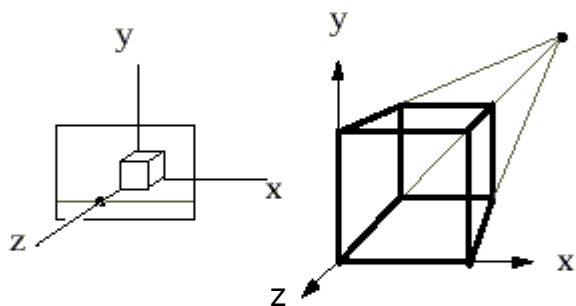


Перспективни проекции

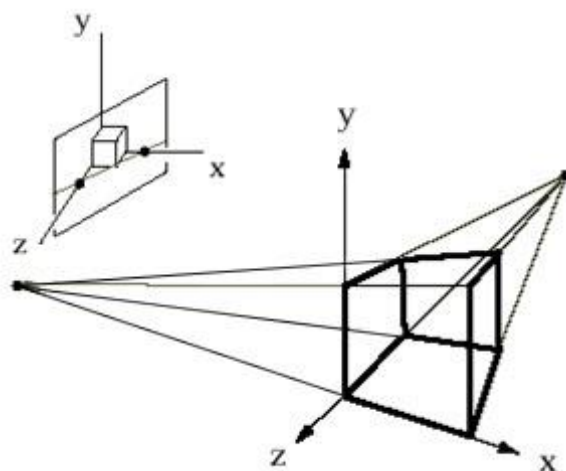
- Използват се в реклама, презентационни архитектурни планове, художествени изкуства
- **Предимства**
 - реалистично визуализиране на 3D формата на обектите
- **Недостатъци**
 - не запазват формата и мащаба на обектите
 - освен когато обекта пресича проекционната равнина
- **Разлика от паралелните проекции**
 - паралелните линии, които не са успоредни на проекционната равнина, се пресичат
 - размерите на обектите намаляват с увеличаване на разстоянието
 - смаляването на обектите не е равномерно

Перспективни проекции

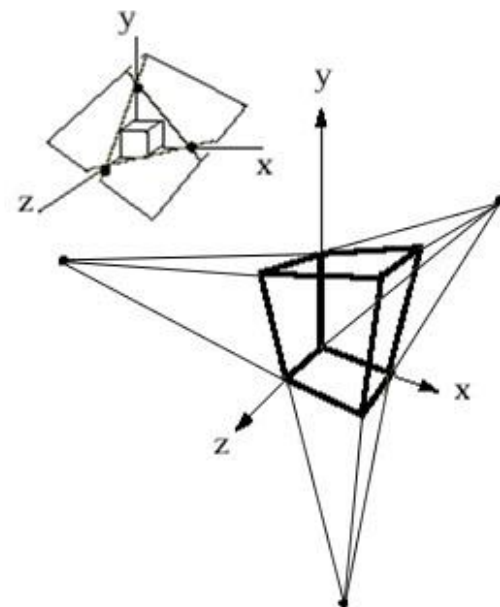
■ Точки на пресичане



Перспективна проекция
с **една** точка
(точка на пресичане
върху оста z)



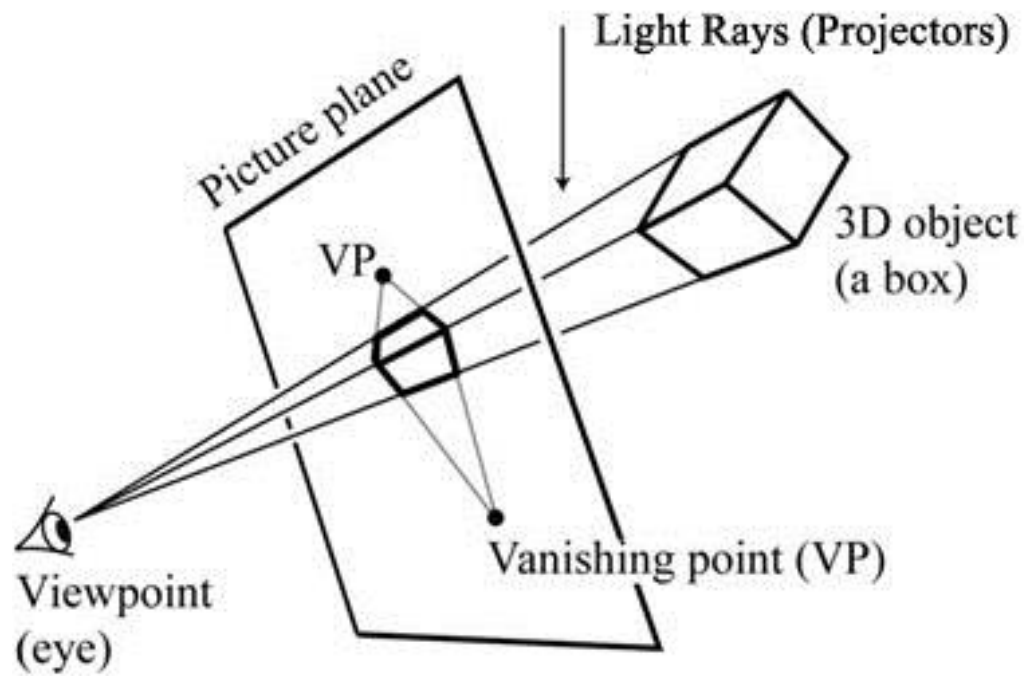
Перспективна
проекция с **две** точки
(точка на пресичане
върху оста z и оста x)



Перспективна
проекция с **три** точки
(точка на пресичане
върху осите x , y , z)

Перспективни проекции

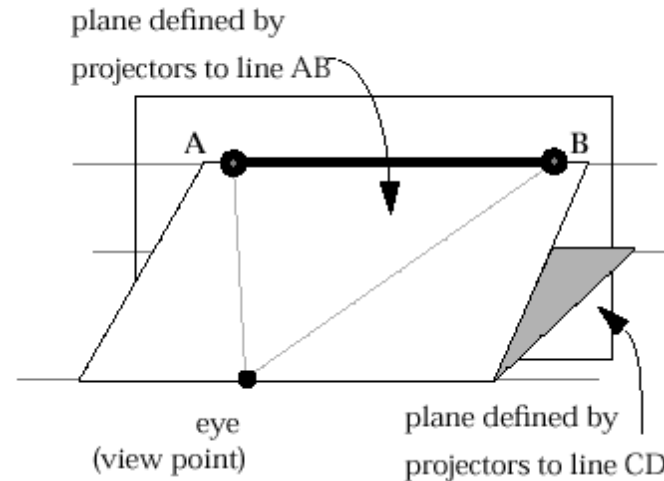
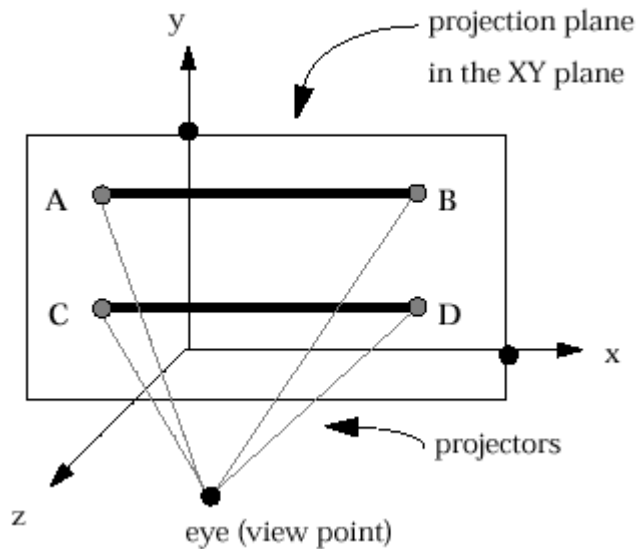
- Точка на наблюдение
 - *viewpoint*



Перспективни проекции

■ Точка на наблюдение и точки на пресичане

- проектиране на успоредни отсечки AB, CD върху равнината xy

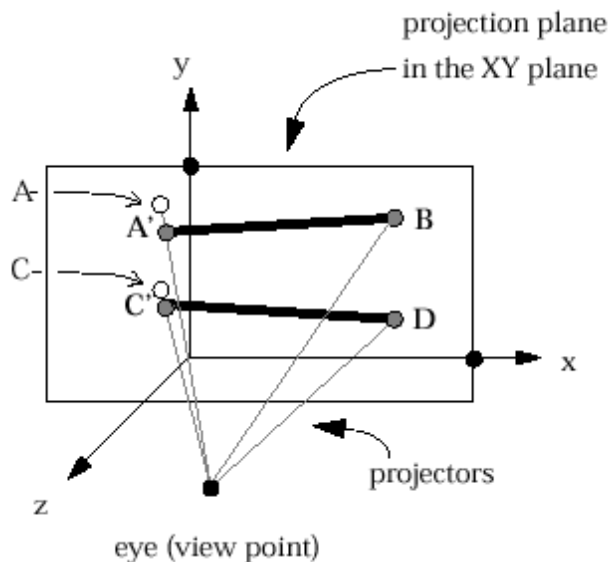


- проекционните лъчи от точката на наблюдение до AB и CD дефинират две равнини, които се пресичат в права, върху която лежи точката на наблюдение
- тази права не пресича проекционната равнина (xy), защото е успоредна на нея
- няма точки на пресичане

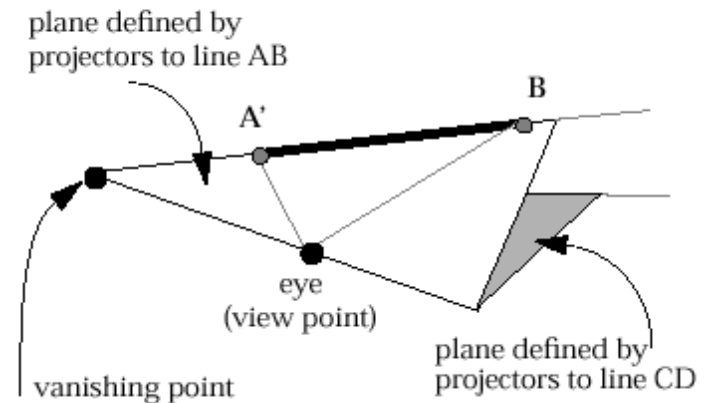
Перспективни проекции

■ Точка на наблюдение и точки на пресичане

- проектиране на отсечки AB , CD върху равнината xy : $A'B$ и $C'D$



$A'B$ не е успоредна на $C'D$

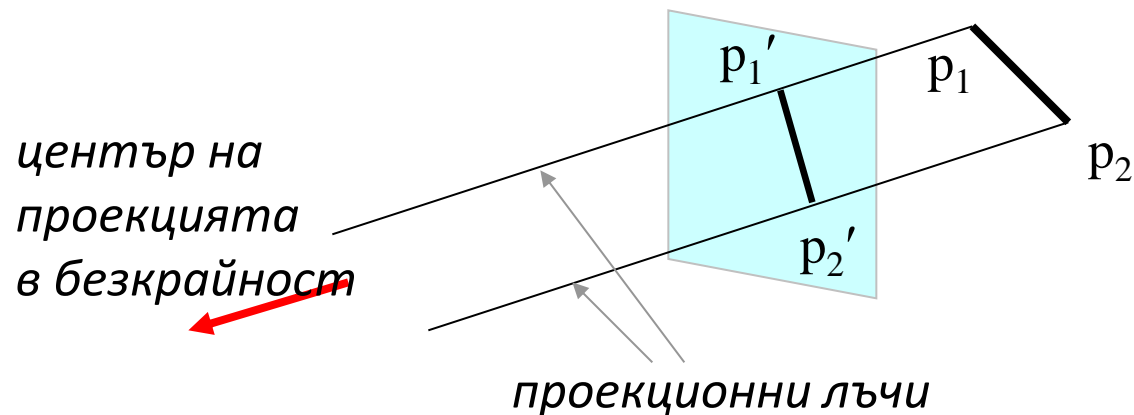


- проекционните лъчи до $A'B$ и $C'D$ дефинират две равнини, които се пресичат в права, върху която лежи точката на наблюдение
- тази права пресича проекционната равнина (xy)
- точките на пресичане са vanishing point

Паралелна проекция

■ *Ортогонални паралелни проекции*

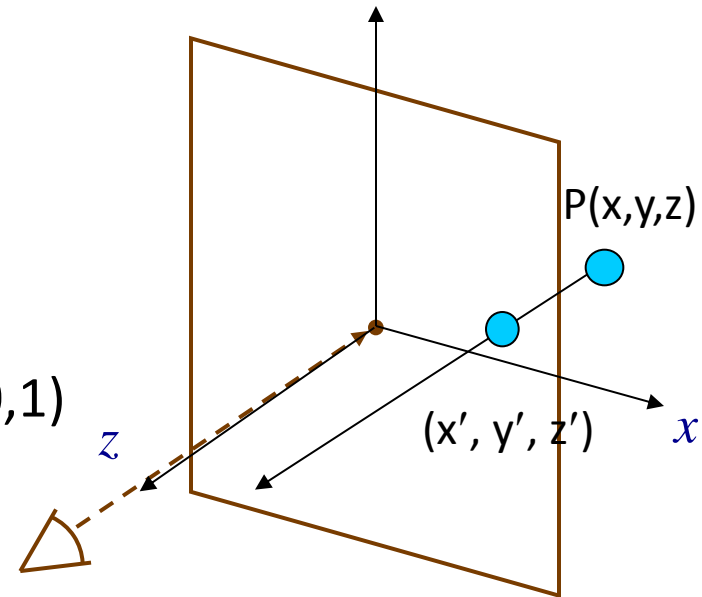
- проекционните лъчи са перпендикулярни на равнината на проекция (и успоредни на една от основните оси)
- проекционната равнина минава през центъра на координатната система



Паралелна проекция

■ По оста z

- равнината на проекция е $z = 0$
- посоката на проекция е $d = -k$, $k = (0, 0, 1)$



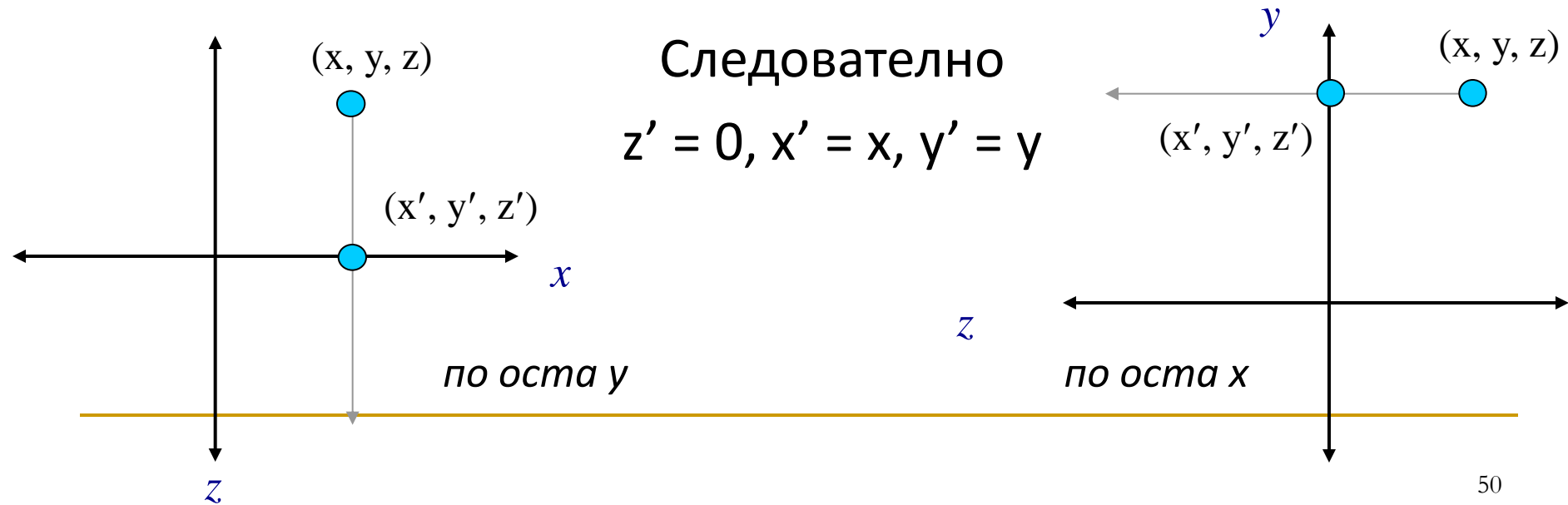
- Дадена е точка $P = (x, y, z)$
- Какви са координатите на проекцията на т.Р – (x', y', z')

Паралелна проекция

- Уравнението на проекционния лъч, минаващ през точката и успореден на оста z е

$$L = P + td = P - tk = (x, y, z-t)$$

- В равнината $z = 0$ точката на пресичане с проекционния лъч $(x, y, 0)$



Паралелна проекция

■ Ортогонални паралелни проекции

по оста z

$$M_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

по оста y

$$M_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

по оста x

$$M_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Паралелна проекция

■ Наклонени паралелни проекции

- посоката на проекция се определя от вектор d

$$d = (dx, dy, dz), dz \neq 0$$

- уравнението на проекционен лъч, минаващ през точка

$P_1 = (x_1, y_1, z_1)$ с посока d е

$$L = P_1 + td$$

$$\begin{cases} x = x_1 + t \cdot dx \\ y = y_1 + t \cdot dy \\ z = z_1 + t \cdot dz \end{cases}$$

в равнината $z = 0$: $t = -\frac{z_1}{dz}$

или

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - \frac{z_1}{dz} \cdot dx \\ y_1' = y_1 - \frac{z_1}{dz} \cdot dy \end{cases}$$

Паралелна проекция

■ Наклонени паралелни проекции

$$M_{par} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{dx}{dz} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{dy}{dz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

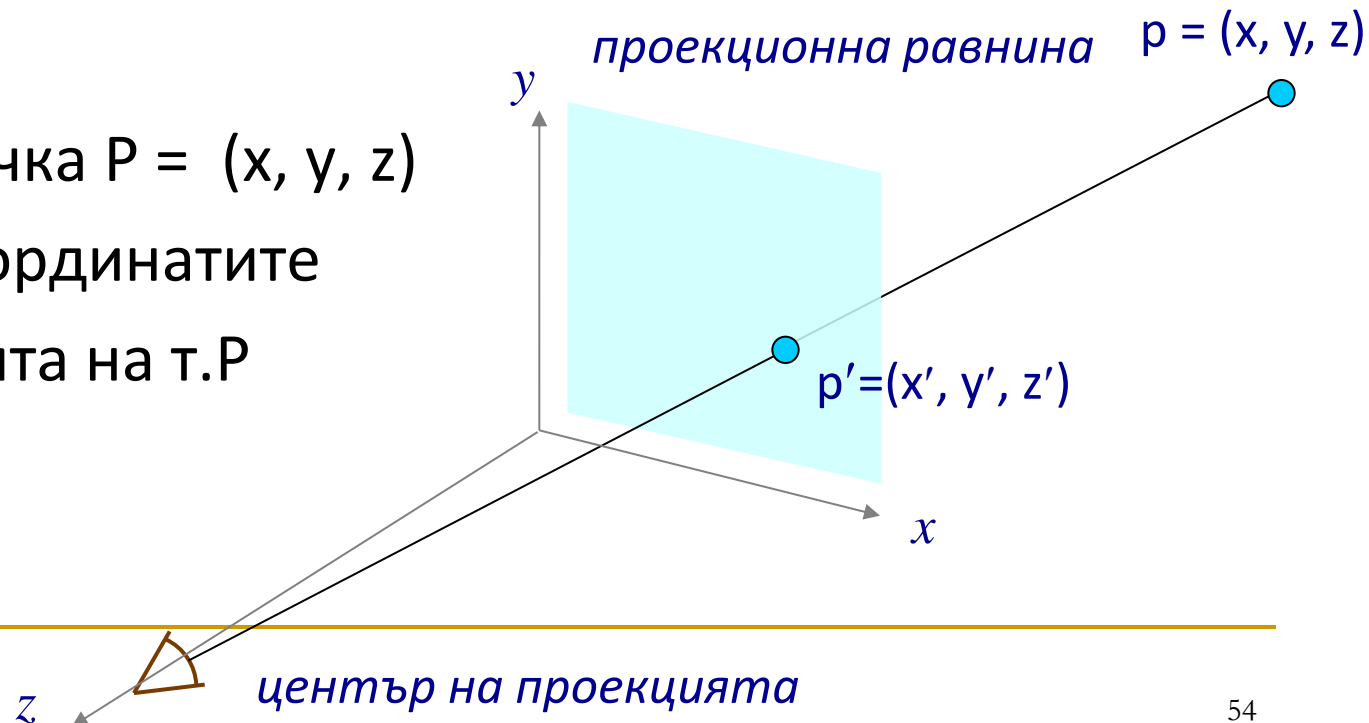
Перспективна проекция

■ Допускания

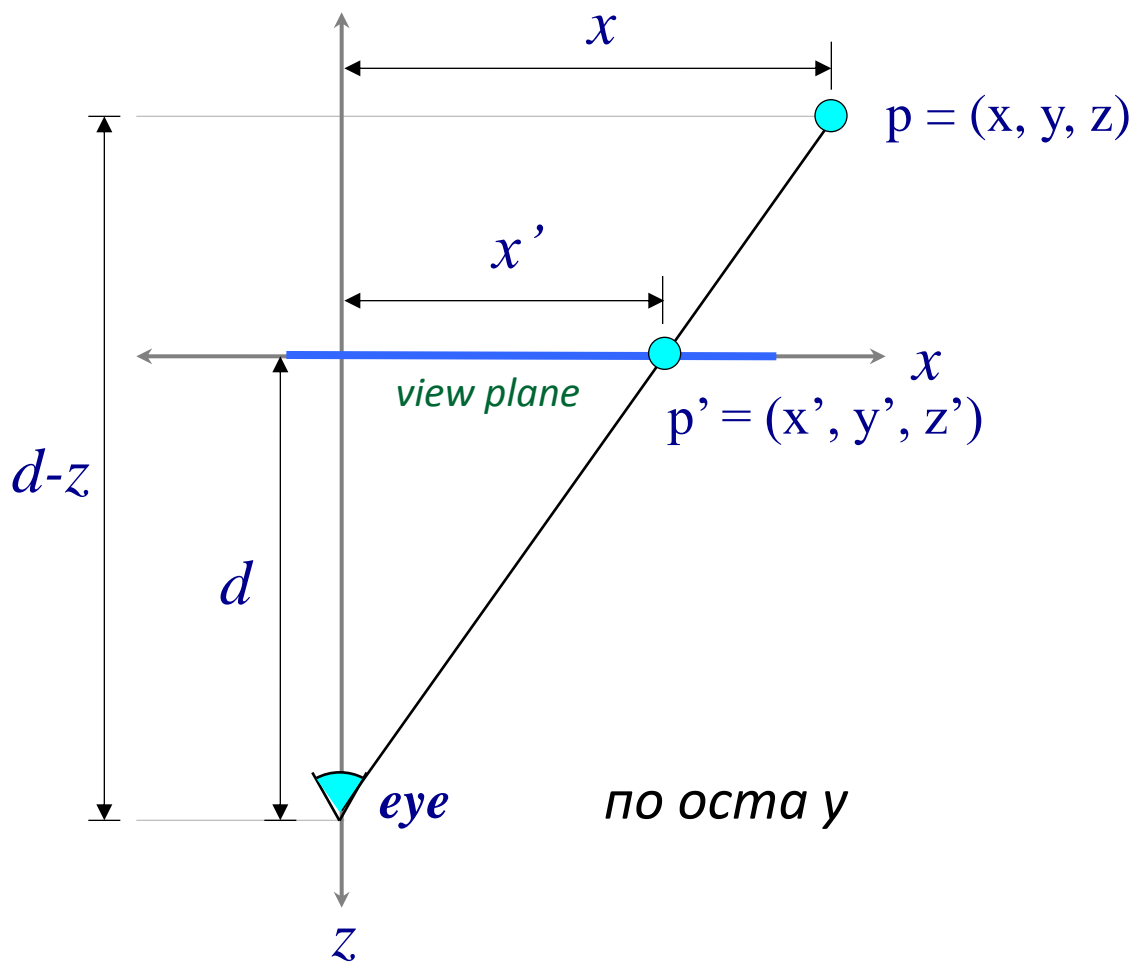
- проекционната равнина е перпендикулярна на оста z и е разположена в $z = 0$
- центърът на проекцията е в $z = d$

■ Дадена е точка $P = (x, y, z)$

■ Какви са координатите на проекцията на т.Р (x', y', z')



Перспективна проекция



$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{d - z}$$

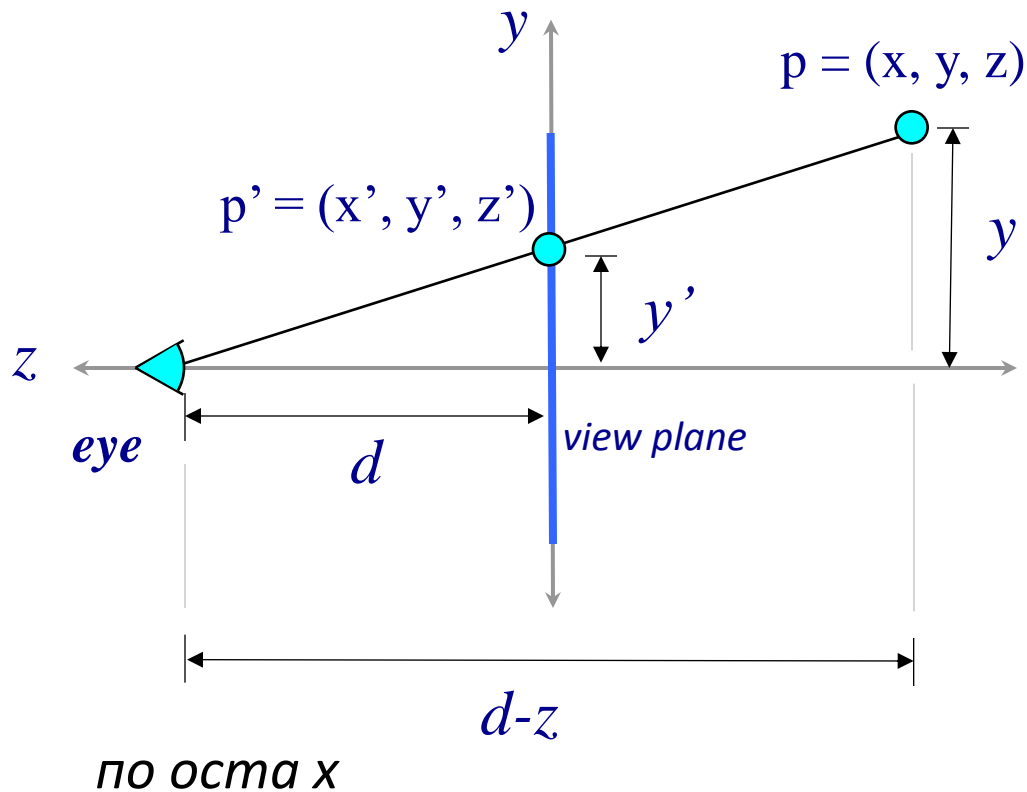
$$x' = \frac{xd}{d - z}$$

$$x' = \frac{x}{\frac{d - z}{d}}$$

$$x' = \frac{x}{1 - \frac{z}{d}}$$

(подобни триъгълници)

Перспективна проекция



$$\frac{y'}{d} = \frac{y}{d - z}$$

$$y' = \frac{yd}{d - z}$$

$$y' = \frac{y}{\frac{d - z}{d}}$$

$$y' = \frac{y}{1 - \frac{z}{d}}$$

(подобни триъгълници)

Перспективна проекция

- Следователно

$$x' = \frac{x}{1 - \frac{z}{d}} \quad y' = \frac{y}{1 - \frac{z}{d}} \quad z' = 0$$

$$(x', y', z') = \left(\frac{x}{1 - \frac{z}{d}}, \frac{y}{1 - \frac{z}{d}}, 0 \right)$$

Перспективна проекция

- В матрична форма

$$\begin{bmatrix} \frac{x}{1 - \frac{z}{d}} \\ \frac{y}{1 - \frac{z}{d}} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Следователно

$$\frac{x}{1 - \frac{z}{d}} = ax + by + cz + d, \text{ или, } a = \frac{1}{1 - \frac{z}{d}}, b = 0, c = 0, d = 0$$

$$\frac{y}{1 - \frac{z}{d}} = ey + fz + h, \text{ или, } e = 0, f = \frac{1}{1 - \frac{z}{d}}, g = 0, h = 0$$

$$0 = ix + jy + kz + l, \text{ или, } i = 0, j = 0, k = 0, l = 0$$

$$1 = mx + ny + oz + p, \text{ или, } m = 0, n = 0, o = 0, p = 1$$

Перспективна проекция

- В матрична форма

$$M_{bad} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 - \frac{z}{d}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 - \frac{z}{d}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Какво не е наред с тази матрица?
- Стойностите на коефициентите в матрицата зависят от координатите на точката
 - т.е. необходима е отделна матрица за всяка точка!

Перспективна проекция

- Декартови координати $\left(\frac{x}{1-\frac{z}{d}}, \frac{y}{1-\frac{z}{d}}, \frac{0}{1-\frac{z}{d}} \right)$
- Хомогенни координати $\left(x \quad y \quad 0 \quad 1-\frac{z}{d} \right)$

Перспективна проекция

■ В матрична форма

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \\ 1 - \frac{z}{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

■ Следователно

$$x = ax + by + cz + d, \text{ или, } a = 1, b = 0, c = 0, d = 0$$

$$y = ex + fy + gz + h, \text{ или, } e = 0, f = 1, g = 0, h = 0$$

$$0 = ix + jy + kz + l, \text{ или, } i = 0, j = 0, k = 0, l = 0$$

$$1 - \frac{z}{d} = mx + ny + oz + p, \text{ или, } m = 0, n = 0, o = -\frac{1}{d}, p = 1$$

Перспективна проекция

- В матрична форма

$$M_{per} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{d} & 1 \end{bmatrix}$$

КРАЙ

Следваща тема:
3D визуализация