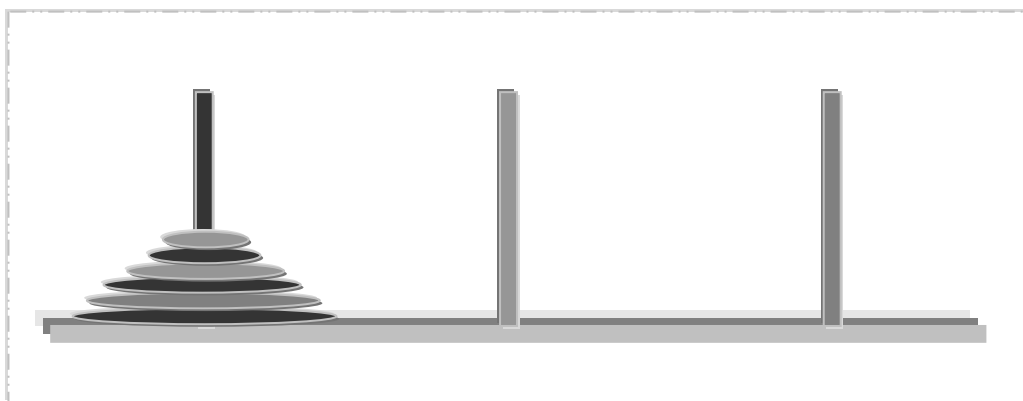


## 5. ПРЕПОДРЕЖДАНЕ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯ

**Въведение.** В това упражнение ще бъдат демонстрирани възможностите на рекурсията в съчетание с поставянето на основни за задачата величини на различни места в участващи в нейното изпълнение предикати. За целта ще бъде използван класическият пример за т.нар. Ханойски кули.

Условието на древния пъзел за Ханойските кули е следното. Дадени са  $N$  на брой дървени дискове с отвор по средата. Всеки диск има различен диаметър от този на другите. Дадени са и три стълба – ляв, среден и десен. В началото всички дискове са подредени по големина – от най-големия в основата до най-малкия на върха - на левия стълб.



Задачата е дисковете да се подредят по същия начин върху десния стълб, като се прехвърлят един по един от стълб на стълб. Може да се премества само най-горен диск, а при поставянето върху стълб не се допуска по-голям диск да се поставя върху по-малък диск.

Решението на пъзела за Ханойските кули е класически пример за рекурсивна задача. Задачата се решава лесно за 1, 2 и 3 диска, но става трудна за решаване при 4 и повече диска.

В таблицата е показано решението за 3 диска, като цифрите показват големината на съответния диск и за връх на стълба е прието началото на редицата от цифри.

|     |    |     |
|-----|----|-----|
| 123 |    |     |
| 23  |    | 1   |
| 3   | 2  | 1   |
| 3   | 12 |     |
|     | 12 | 3   |
| 1   | 2  | 3   |
| 1   |    | 23  |
|     |    | 123 |

**Постановка.** Съществува удивително проста стратегия за решаването на задачата в общия случай.

- Ако на левия стълб има само един диск, той се премества на десния стълб.
- Ако на левия стълб има  $N$  диска, използвай следните три стъпки:
  - Премести  $N-1$  диска на средния стълб, като използваш десния стълб за помощен.
  - Премести последния  $N$ -ти диск на десния стълб.
  - Премести  $N-1$  диска от средния на десния стълб, като използваш левия стълб за помощен.

Програмата на Пролог за решаване на задачата използва три предиката:

- `hanoi` с един параметър, който показва броя на дисковете върху левия стълб.
- `move`, който описва преместването, с четири параметъра – брой дискове за преместване, стълб, от който се мести, спомагателен стълб, стълб, върху който се мести.
- `inform`, който съобщава за всяка стъпка от преместването.

#### Примерна програма.

```
hanoi1(N):-  
    move(N,left, middle, right).
```

```
move(1, A, _, C):-  
    inform(A,C),!.
```

```
move(N, A, B, C):-  
    N1 is N-1,  
    move(N1, A, C, B),  
    inform(A, C),  
    move(N1, B, A, C).
```

```
inform(Loc1, Loc2):-  
    write("Move a disk from "),  
    write(Loc1),  
    write(" to "),  
    write(Loc2), nl.
```

Работа на Пролог. Предикатът `move` се извиква със стойност  $N$  за брой дискове върху левия стълб, която се задава на програмата. На останалите три позиции програмно се задават наименованията на стълбовете - ляв, междинен и десен.

Ако  $N$  е 1, ще се унифицира първата клауза на предиката `move`,  $A$  ще получи стойност `left`,  $C$  стойност `right` и предикатът `inform` ще отпечата, че за да се реши задачата, необходимо е да се премести единственият диск направо на десния стълб.

В останалите случаи се извиква рекурсивно правилото за move, с което N се намалява с 1 и се осигурява необходимата размяна на стълбовете, така че да се следва горната стратегия. Всеки път чрез inform се съобщава за осъщественото преместване.

При 4 диска се получава следното решение:

hanoi1(4)

Move a disk from left to middle  
 Move a disk from left to right  
 Move a disk from middle to right  
 Move a disk from left to middle  
 Move a disk from right to left  
 Move a disk from right to middle  
 Move a disk from left to middle  
 Move a disk from left to right  
 Move a disk from middle to right  
 Move a disk from middle to left  
 Move a disk from right to left  
 Move a disk from middle to right  
 Move a disk from left to middle  
 Move a disk from left to right  
 Move a disk from middle to right  
 True  
 1 Solution

В следната таблица са показани последователните разположения на дисковете, като вместо вертикално подреждането отново е хоризонтално.

| Номер на хода | Ляв стълб | Среден стълб | Десен стълб |
|---------------|-----------|--------------|-------------|
| 0             | 1234      |              |             |
| 1             | 234       | 1            |             |
| 2             | 34        | 1            | 2           |
| 3             | 34        |              | 12          |
| 4             | 4         | 3            | 12          |
| 5             | 14        | 3            | 2           |
| 6             | 14        | 23           |             |
| 7             | 4         | 123          |             |
| 8             |           | 123          | 4           |
| 9             |           | 23           | 14          |
| 10            | 2         | 3            | 14          |
| 11            | 12        | 3            | 4           |
| 12            | 12        |              | 34          |
| 13            | 2         | 1            | 34          |
| 14            |           | 1            | 234         |
| 15            |           |              | 1234        |

### Задание

1. След задаване от клавиатурата брой дисковете  $N=4$  проследете решението стъпка по стъпка: hanoi(4)

Забележка. При внимателното проследяване на решението се вижда как се редуват рекурсиите с различно подреждане на стълбовете (left,middle,right; left,right,middle; middle,left,right; middle,right,left; right,left,middle; right,middle,left). Преди да е завършила рекурсия с едно подреждане на стълбовете, се започва рекурсия с друго подреждане на същите стълбове.

2. Анализирайте изпълнението на програмата hanoi1 за  $N=5$ .

3. Анализирайте следния вариант на програмата:

```
hanoi2(N) :- move (N, left, middle, right).
move (0,_,_,_) :- !.
move (N,A,B,C) :-
N is N-1,
move (N,A,C,B),
inform (A,B),
move (N,C,B,A).
inform (X,Y) :-
write (“Преместих диск от стълб”, X, “на стълб”,Y),nl.
```

4. Възстановете описанието на играта по програмата hanoi2.

5. Запишете стратегията, която е в основата на hanoi2.

Забележка. Условието за край е да няма дискове за преместване;

-премести рекурсивно  $N-1$  диска от левия върху десния стълб, като използваш средния стълб за помощен;

-премести 1 диск от левия върху средния стълб и съобщи за това преместване;

-премести рекурсивно  $N-1$  диска от десния върху средния стълб, като използваш левия стълб за помощен.