

Цифрова обработка на изображения

Точкови операции с изображения

Пиксел

■ Цифрово изображение I

преобразуване на двумерно правоъгълно пространство съдържащо равномерно разположени дискретни точки $\{p = (r, c)\}$

в множество положителни целочислени стойности $\{I(p)\}$

или множество от векторни стойности, например $\{[R \ G \ B]^T(p)\}$

- r е номер на ред
- c е номер на колона

■ Двойката $(p, I(p))$ се нарича **pixel**

Пиксел

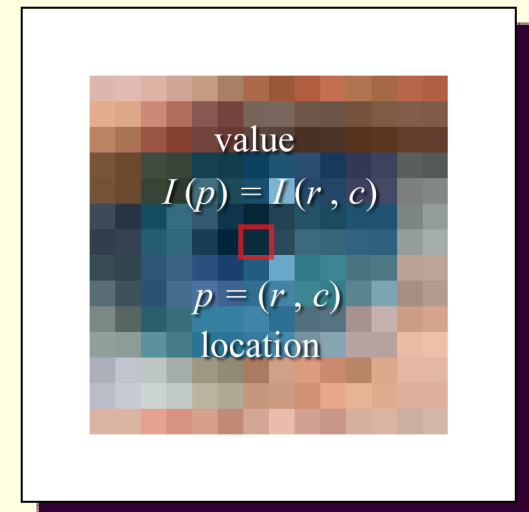
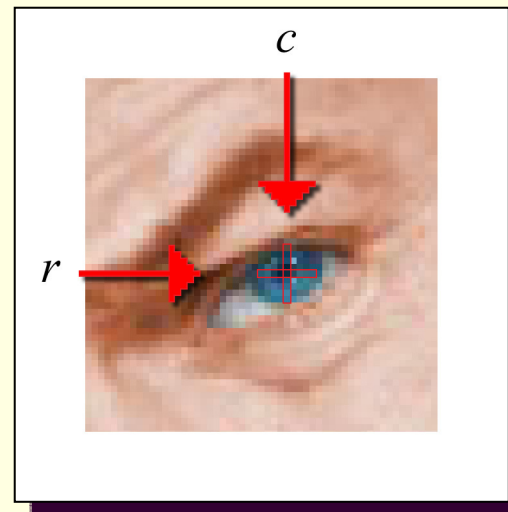
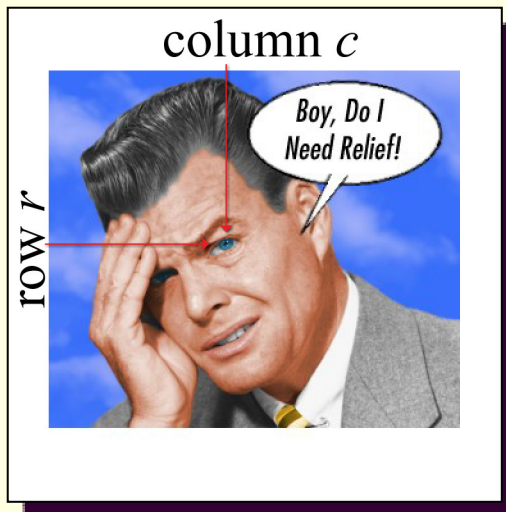
- **Позиция** на пиксел

- $p = (r, c)$

- ред r , колона c

- **Стойност** на пиксел на позиция p

- $I(p) = I(r, c)$



Цифрово изображение

■ Монохромно изображение

■ $I(p)$ е *единствена* стойност

■ $p = (r, c) = (272, 277)$

■ $I(p) = 118$

■ Многоканално изображение

■ $I(p)$ е *вектор* (подреден списък от стойности)

■ $p = (r, c) = (272, 277)$ $I(p) = \begin{bmatrix} \text{red} \\ \text{green} \\ \text{blue} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 43 \\ 61 \end{bmatrix}$

Цифрово изображение

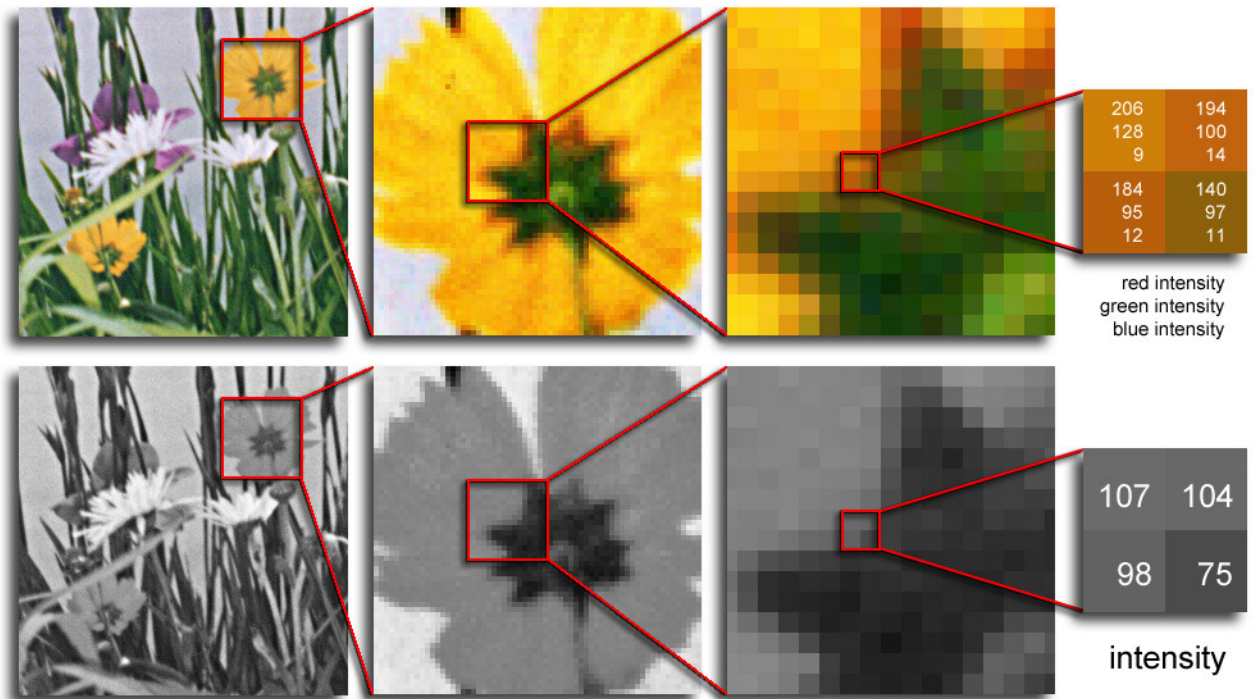
- Правоъгълна област от елементи (пиксели) съдържащи стойност

- **цветни изображения**

- 3 стойности за всеки пиксел
 - основните цветове

- **монохромни изображения**

- 1 стойност за всеки пиксел
 - интензитет



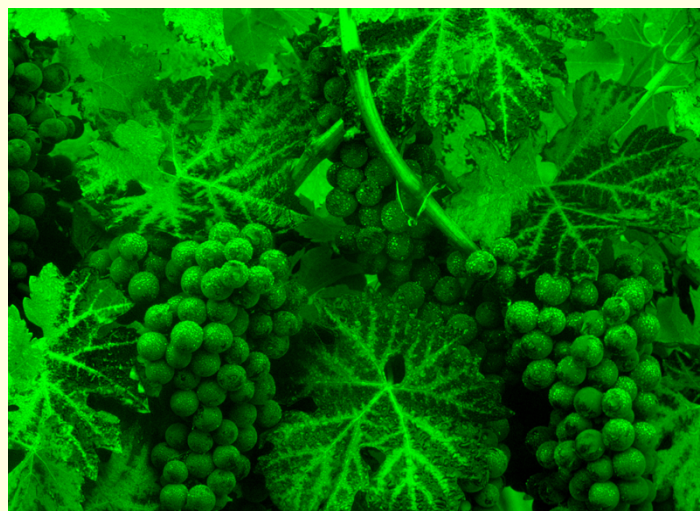
Цветни изображения

R, G, B канали
на цветно
изображение,
представени
като моно-
хроматични
изображения
в сиви нюанси



Цветни изображения

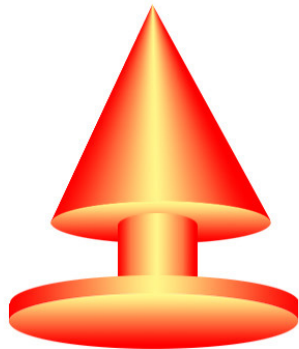
R, G, B канали
на цветно
изображение



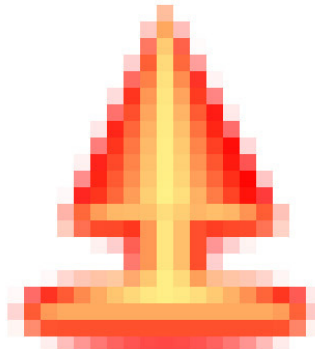
Дискретизиране и квантоване

- За да се формира цифрово изображение
 - **пространствено дискретизиране**
 - *sampling*
 - **квантоване по нива**
 - *quantization*

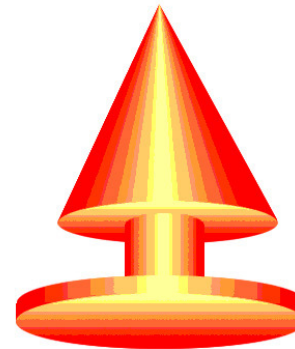
реално
изображение



пространствено
дискретизиране



квантоване
по нива



дискретизиране
и квантоване



Дискретизиране и квантоване

$$I_S(r, c) = \frac{1}{\Delta^2} \int_{r\Delta}^{(r+1)\Delta} \int_{c\Delta}^{(c+1)\Delta} I_C(\rho, \chi) \delta\rho \delta\chi$$

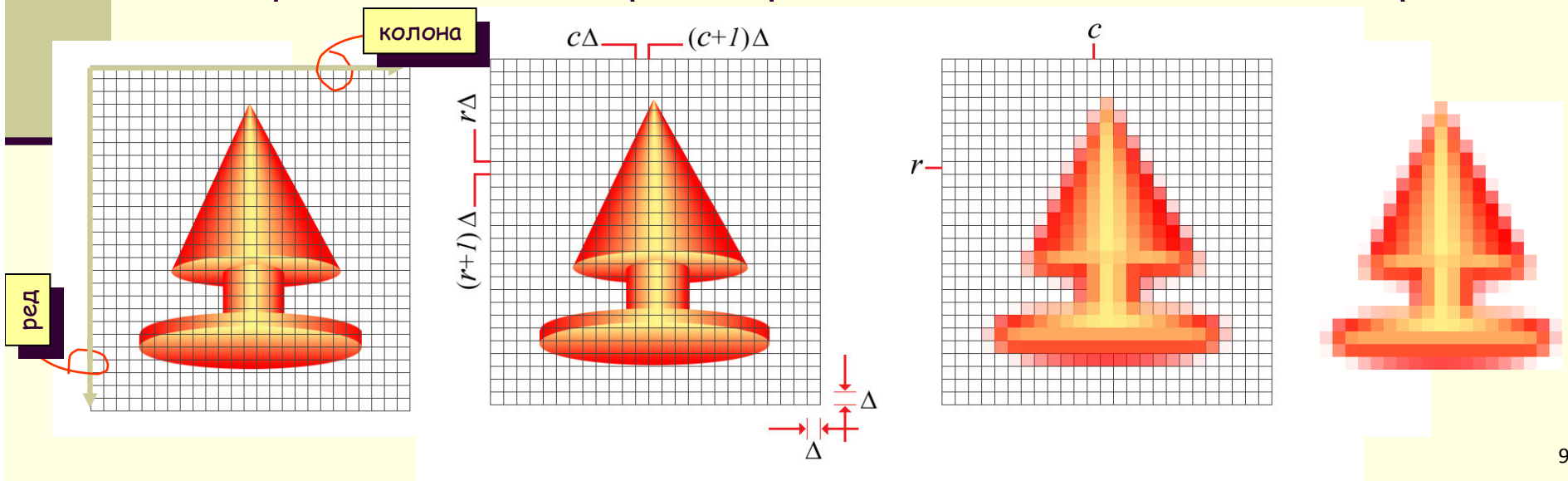
$I_C(\rho, \chi)$

непрекъснато
изображение

пространствено
дискретизиране

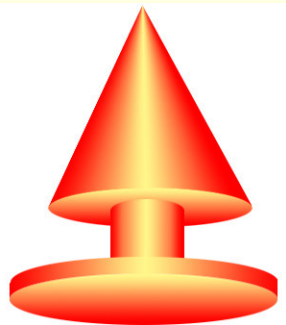
квантоване
по нива

$I_S(r, c)$
дискретно
изображение

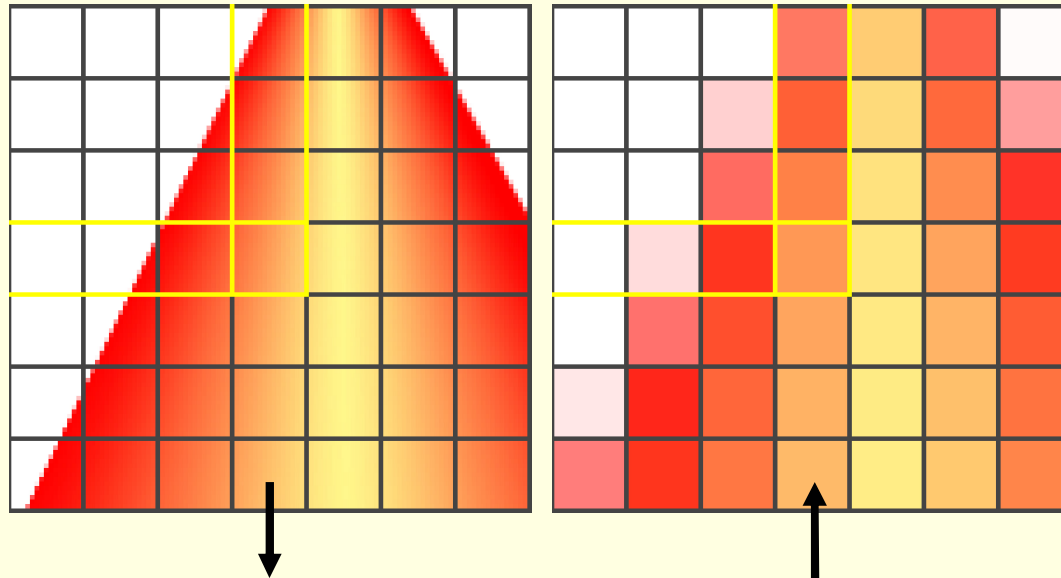


Дискретизиране и квантоване

непрекъснато
изображение



$I_C(\rho, \chi)$



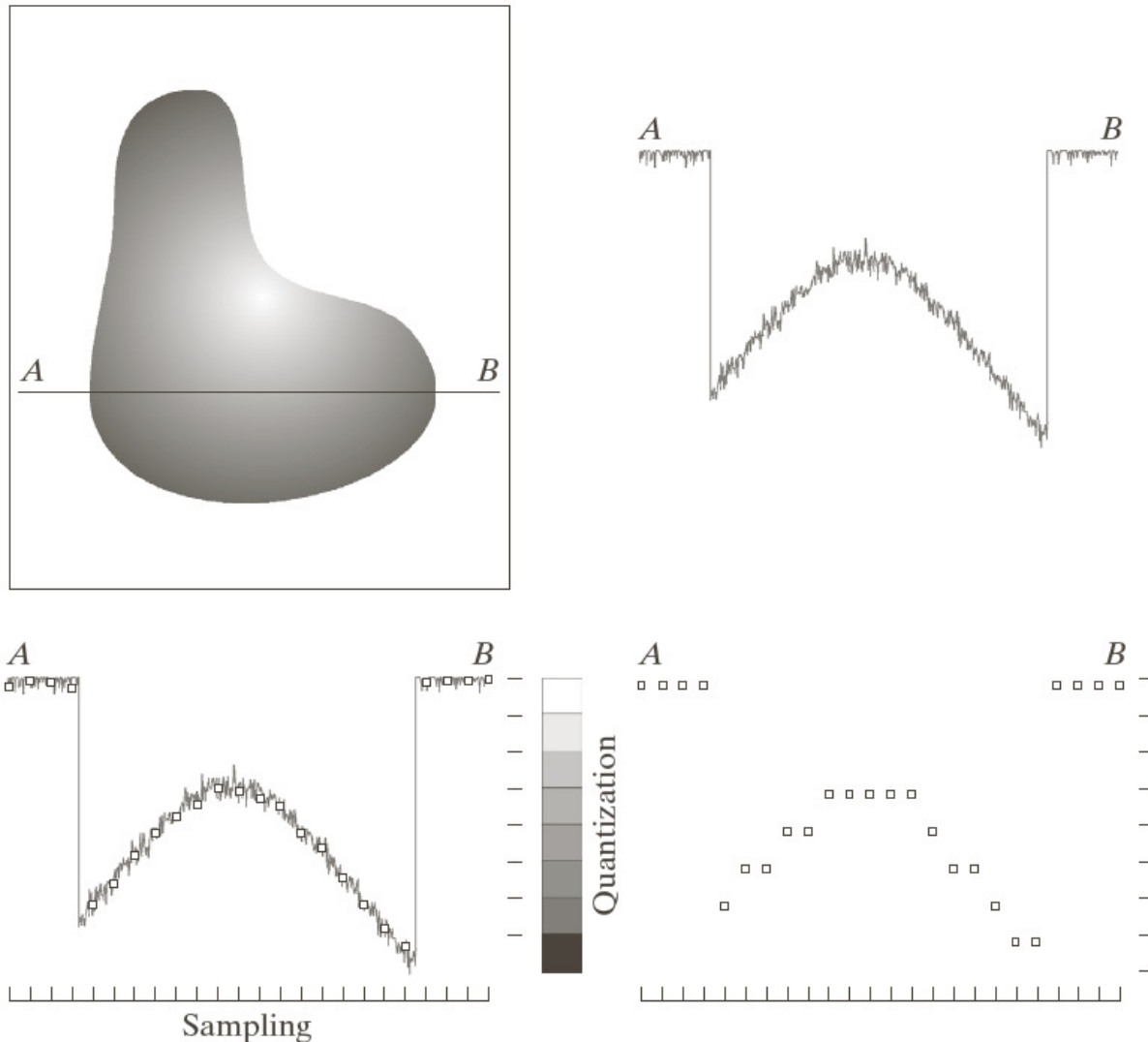
дискретно
изображение



$I_S(r, c)$

$$I_S(r, c) = \frac{1}{\Delta^2} \int_{r\Delta}^{(r+1)\Delta} \int_{c\Delta}^{(c+1)\Delta} I_C(\rho, \chi) \delta\rho \delta\chi$$

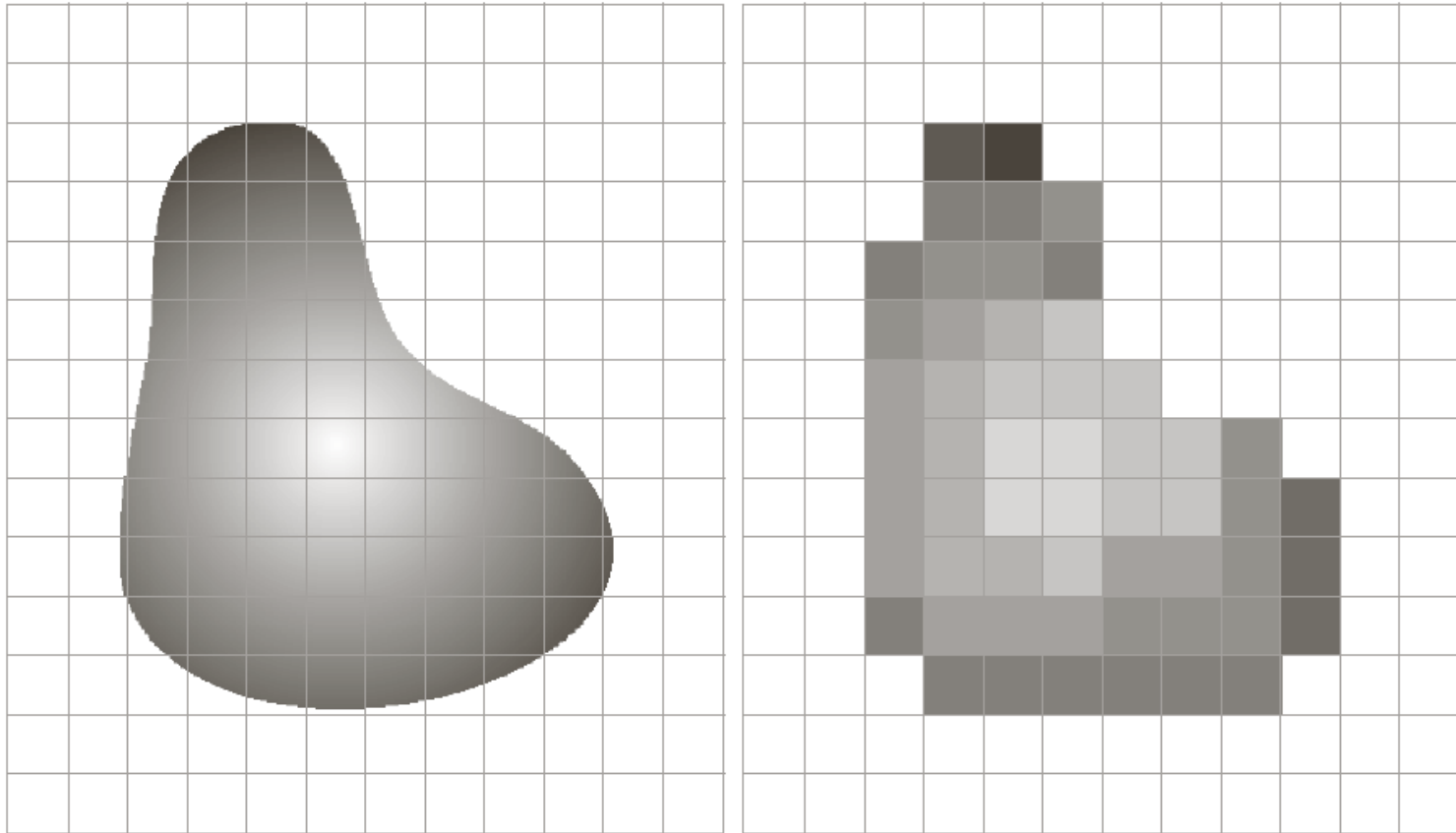
Дискретизиране и квантоване



a	b
c	d

FIGURE 2.16 Generating a digital image. (a) Continuous image. (b) A scan line from *A* to *B* in the continuous image, used to illustrate the concepts of sampling and quantization. (c) Sampling and quantization. (d) Digital scan line.

Дискретизиране и квантоване



a b

FIGURE 2.17 (a) Continuous image projected onto a sensor array. (b) Result of image sampling and quantization.

Пространствена резолюция

- **Резолюция** (resolution)
 - разделителна способност

- **Пространствена резолюция**
 - определя се от *пространствената дискретизация*
 - най-малкият детайл, различим в изображението

Пространствена резолюция

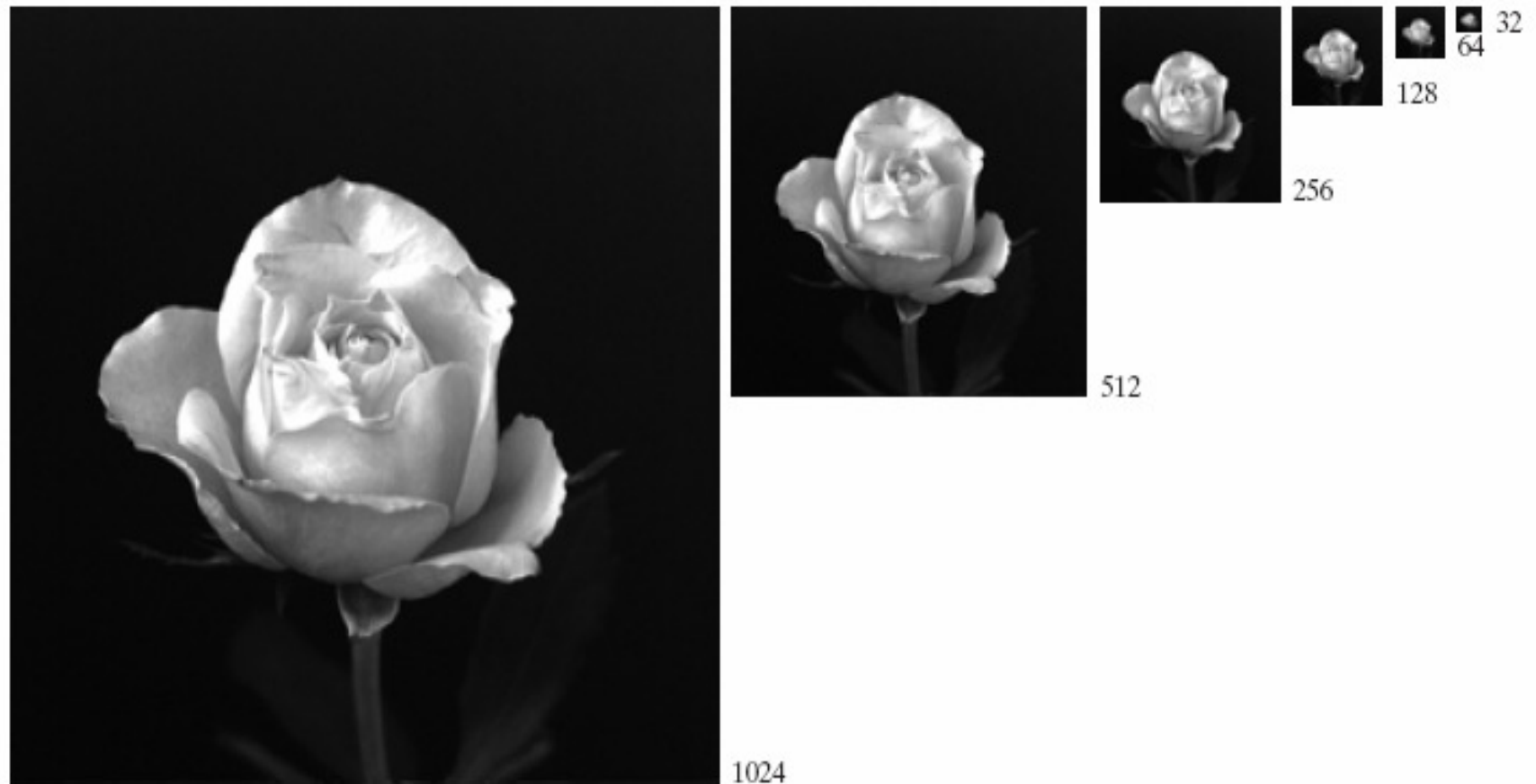
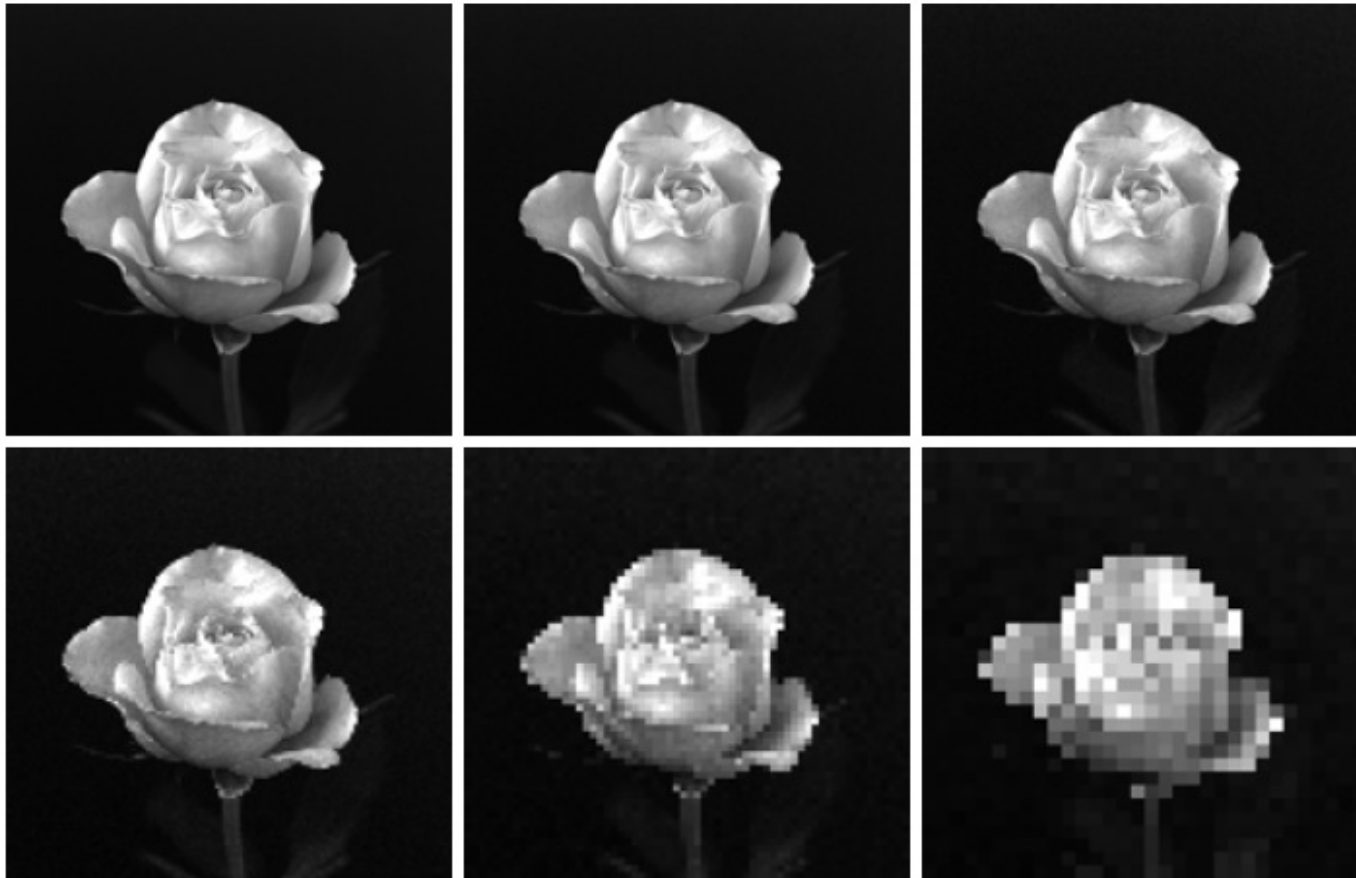


FIGURE 2.19 A 1024×1024 , 8-bit image subsampled down to size 32×32 pixels. The number of allowable gray levels was kept at 256.

Пространствена резолюция



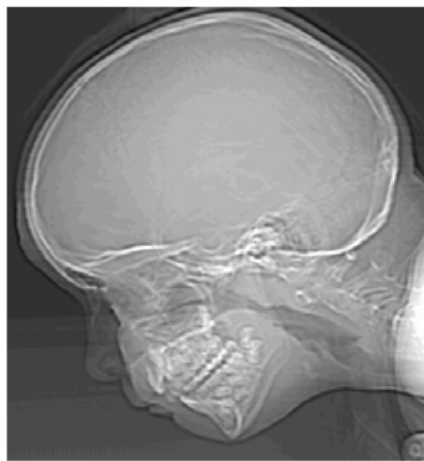
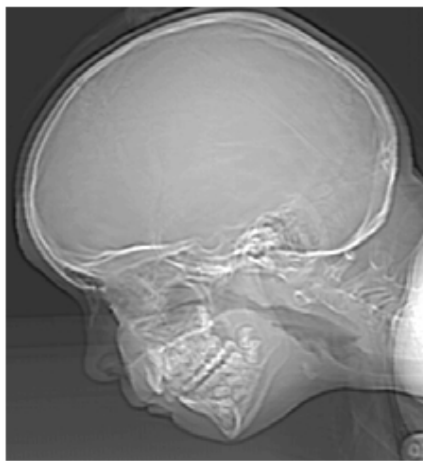
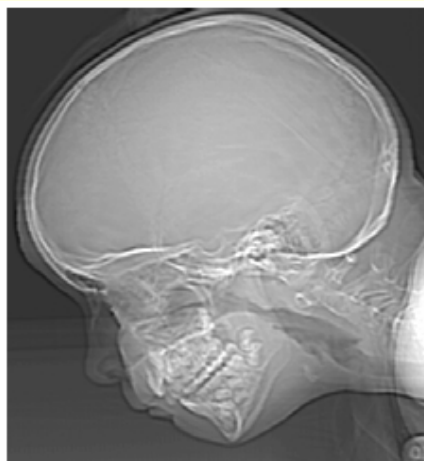
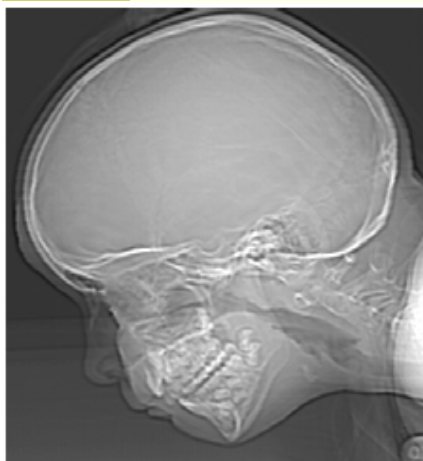
a	b	c
d	e	f

FIGURE 2.20 (a) 1024×1024 , 8-bit image. (b) 512×512 image resampled into 1024×1024 pixels by row and column duplication. (c) through (f) 256×256 , 128×128 , 64×64 , and 32×32 images resampled into 1024×1024 pixels.

Полутонова резолюция

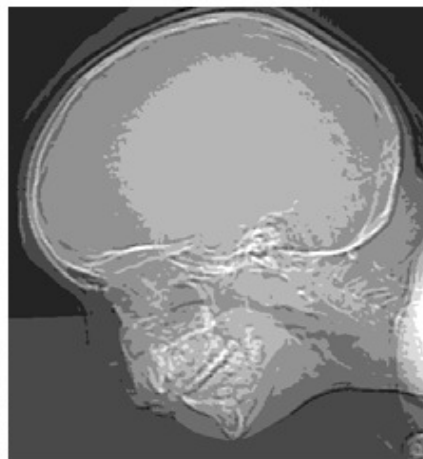
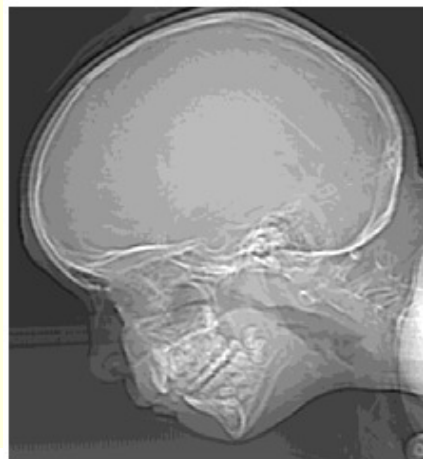
- **Gray-level резолюция**
- Определя се от ***квантоването по нива***
 - най-малкото изменение в стойността на пиксел, което може да бъде различено в изображението
 - заради хардуерната специфика при формирането на изображенията обикновено е степен на 2
 - напр. 8 bit стойност за всеки пиксел в 1 канал
 - 2^8 различни стойности (интервала 0÷255)

Gray-level резолуция



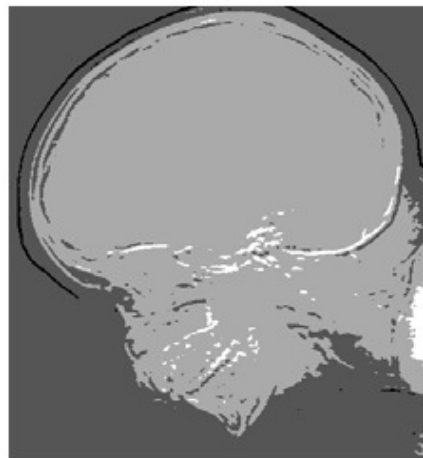
a b
c d

FIGURE 2.21
(a) 452×374 ,
256-level image.
(b)–(d) Image
displayed in 128,
64, and 32 gray
levels, while
keeping the
spatial resolution
constant.



e f
g h

FIGURE 2.21
(Continued)
(e)–(g) Image
displayed in 16, 8,
4, and 2 gray
levels. (Original
courtesy of
Dr. David
R. Pickens,
Department of
Radiology &
Radiological
Sciences,
Vanderbilt
University
Medical Center.)

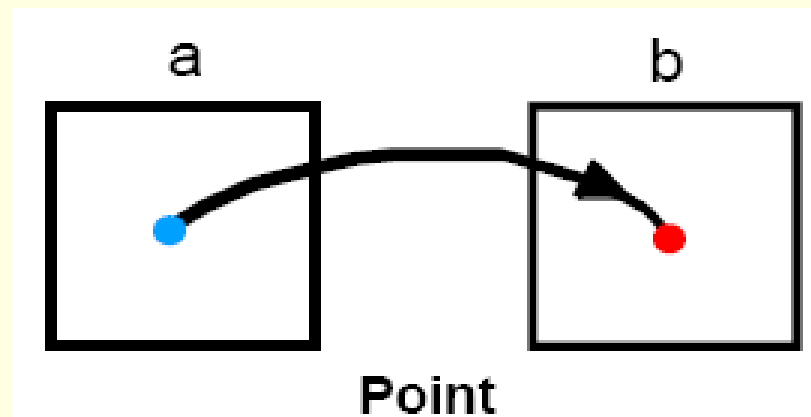


Видове операции в ЦОИ

- В зависимост от стойностите и координатите на пикселите, които участват в операцията
 - **Точкови** операции
 - **Локални** операции
 - **Глобални** операции

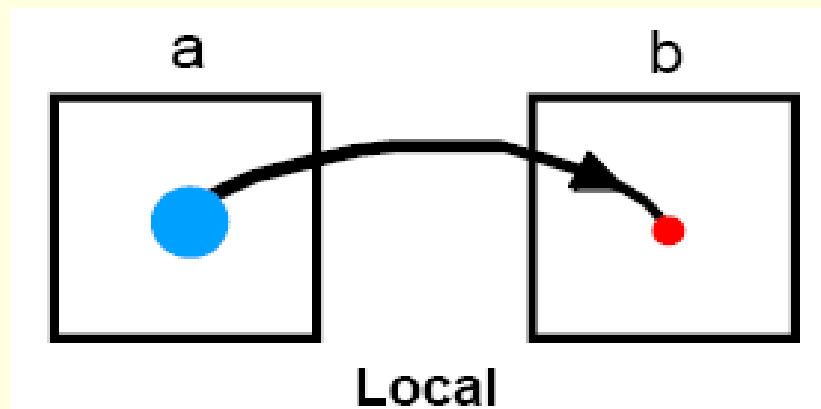
Точкови операции

- Изходната стойност за всеки пиксел зависи само от входната стойност за съответния пиксел
 - сложността на операциите е константна
 - определена като брой операции за пиксел



Локални операции

- Изходната стойност за всеки пиксел зависи от входните стойности на пикселите в локална околност на обработвания пиксел
 - сложност P^2
 - определена като брой операции за пиксел
 - за локална околност с размери $P \times P$



Локални операции

- **Пространствено дискретизиране**

- **Правоъгълно**

- Rectangular sampling

- **Хексагонално**

- Hexagonal sampling

- **Локална околност (*neighborhood*)**

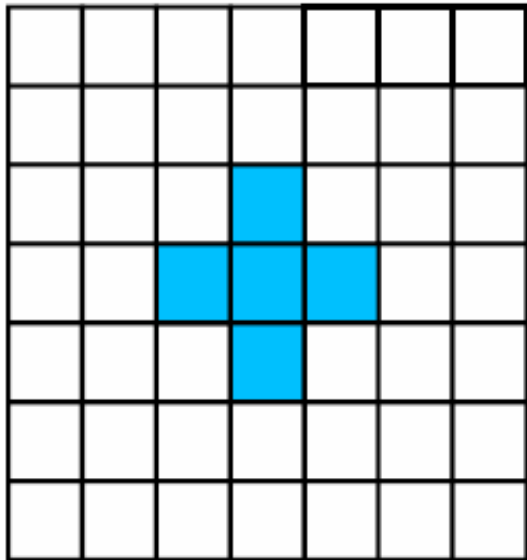
- малко пространство в околност на разглеждания пиксел
 - контекст за пиксела

Локални операции

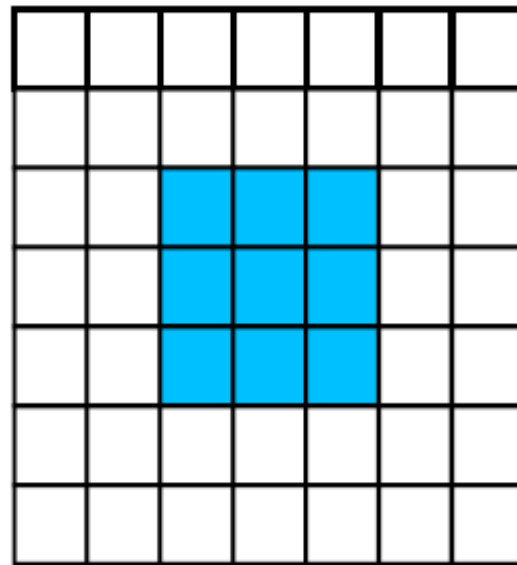
■ **Свързаност**

- броят пиксели в разглежданата локална околност
 - 4-свързаност или 8-свързаност при правоъгълно дискретизиране
 - 6-свързаност при хексагонално дискретизиране

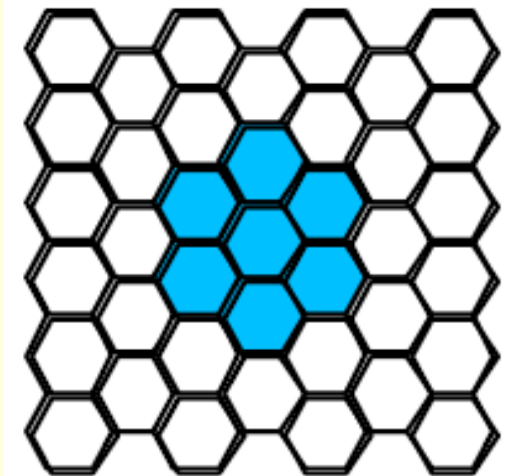
Видове локални околности



Квадратна с 4-свързаност



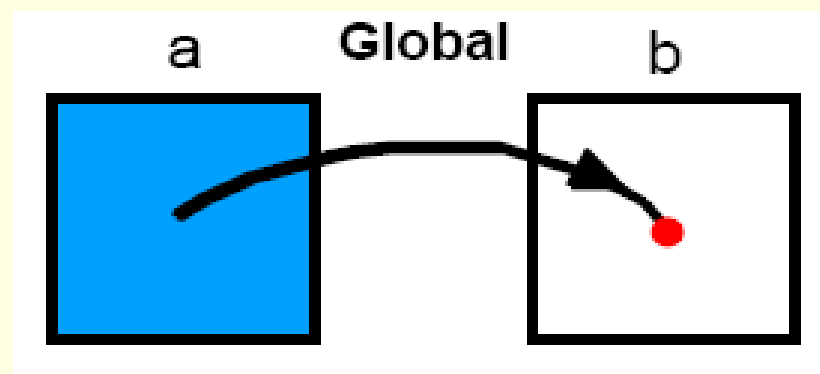
Квадратна с 8-свързаност



Хексагонална с 6-свързаност

Глобални операции

- Изходната стойност за всеки пиксел зависи от стойности на всички пиксели в изображението
 - сложност N^2
 - определена като брой операции за пиксел
 - за изображение с размери $N \times N$



Точкови операции

- В обработката на изображения

point = pixel

- Точковите операции преобразуват стойността на всеки пиксел като функция на самата стойност
- Прилагат се за
 - промяна на яркост и контраст
 - Гамта корекция
 - хистограмни корекции
 - корекции на цвета

Точкови операции



- gamma



- brightness



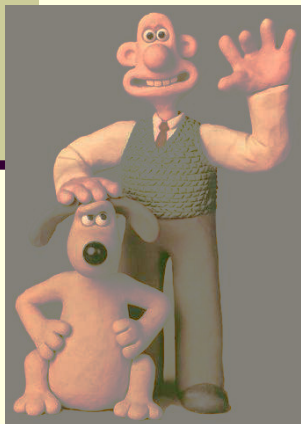
original



+ brightness



+ gamma



histogram mod



- contrast



original



+ contrast



histogram EQ

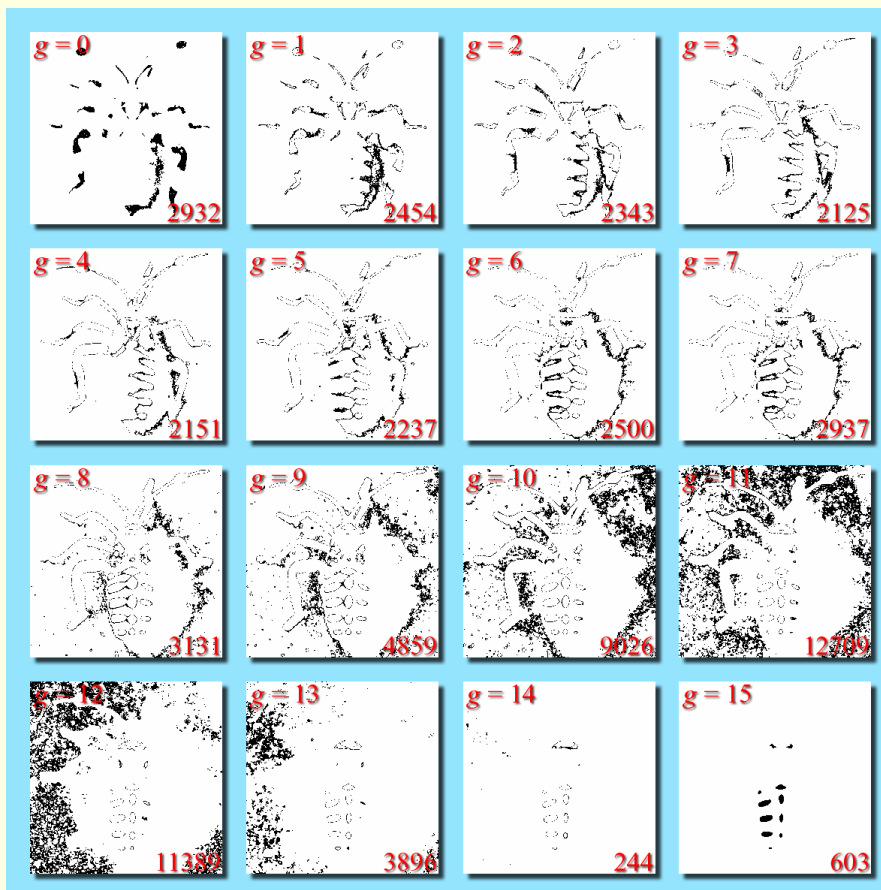
Хистограма

- Ако I е монохроматично изображение
 - $I(r,c)$ е 8 битова целочислена стойност в интервала $0\div 255$
- **Хистограма** h_I на I
 - 256 елементен масив h_I
 - $h_I(g)$ е целочислена стойност, $g = 1, 2, \dots, 256$
 - $h_I(g) =$ броя пиксели в I със стойности $g-1$

Хистограма на полутоново изобр.

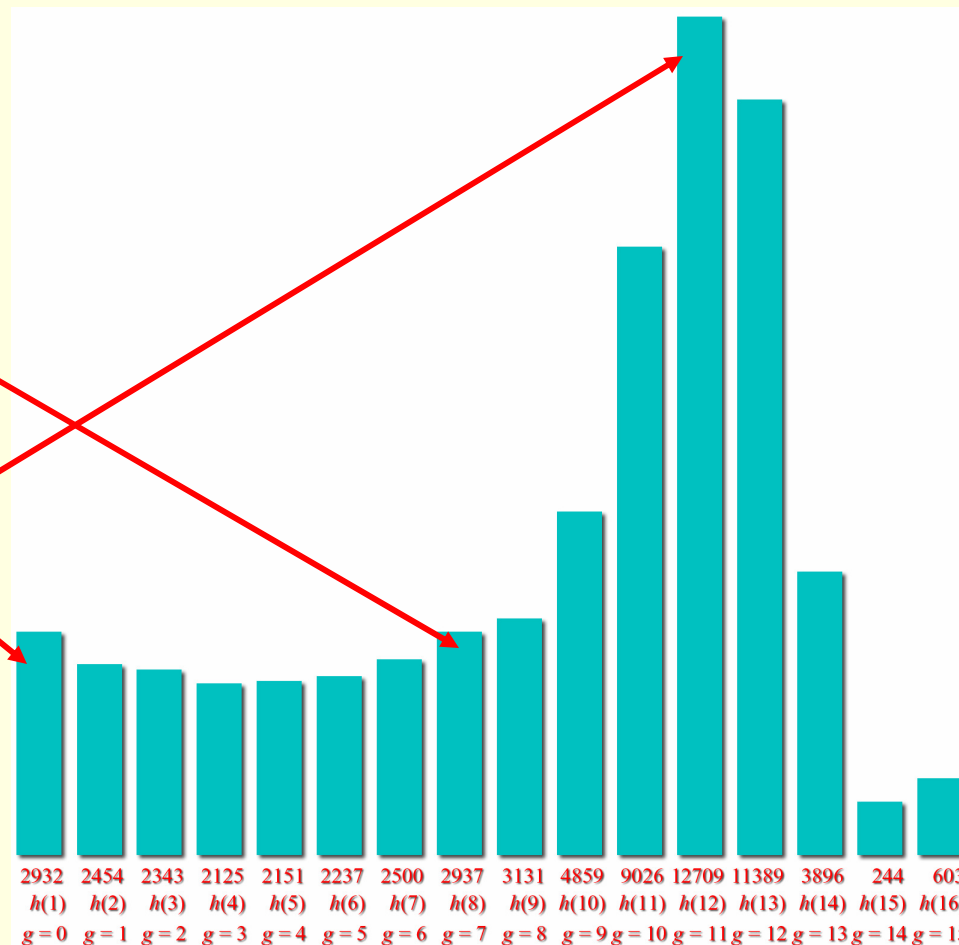
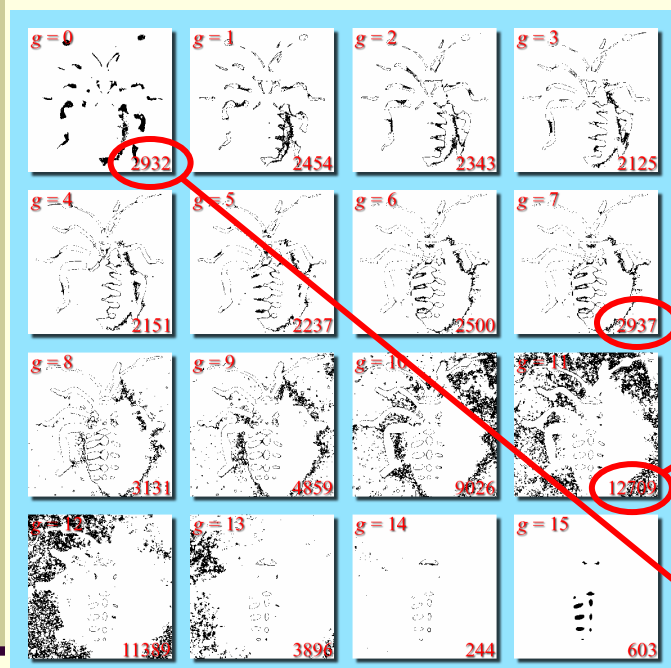


Изображение с 16 нива на сивото (4-bit)



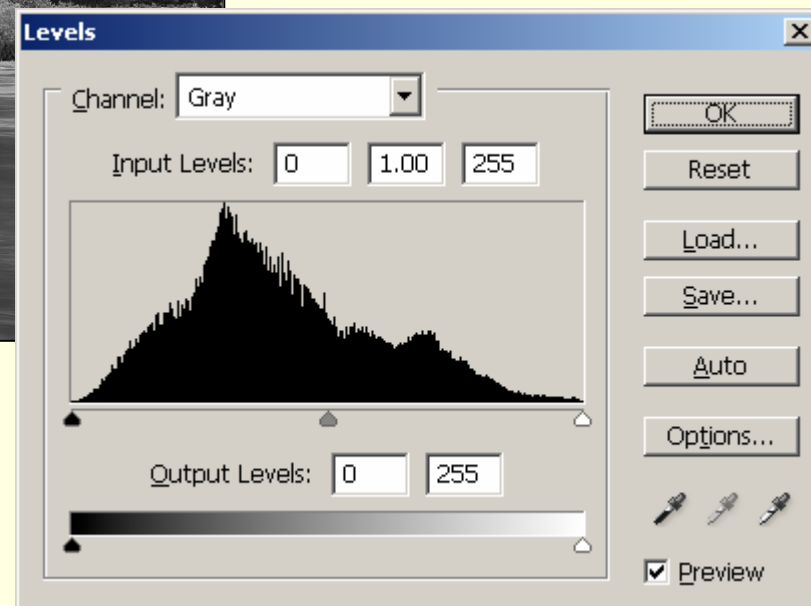
долен десен ъгъл: брой пиксели с интензитет g
(пикселите с интензитет g са в черно)

Хистограма на полутоново изобр.



Графика на хистограмата:
брой пиксели с интензитет g

Хистограма на полутоново изобр.



$h_I(g + 1) = \text{брой пискели с интензитет } g$

Хистограма на цветно изобр.

- Ако I е три-канално изображение (true color, 24-bit), то $I(r,c,b)$ е целочислена стойност в интервала $0\div 255$
 - r, c – координати на пиксела
 - b – номер на канал (1, 2, 3)
- Изображението I има **три** хистограми
 - $h_R(g+1)$ = брой пиксели в **червения** канал с интензитет g
 - $h_G(g+1)$ = брой пиксели в **зеления** канал с интензитет g
 - $h_B(g+1)$ = брой пиксели в **синия** канал с интензитет g

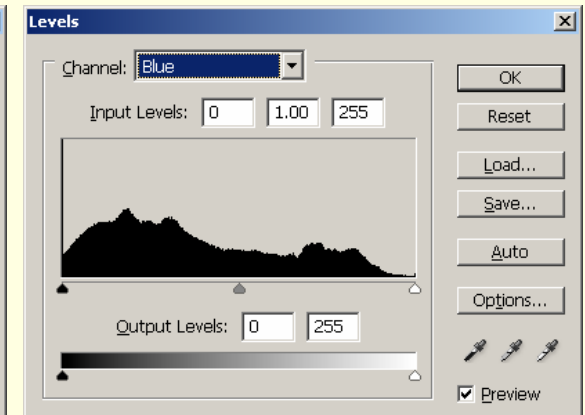
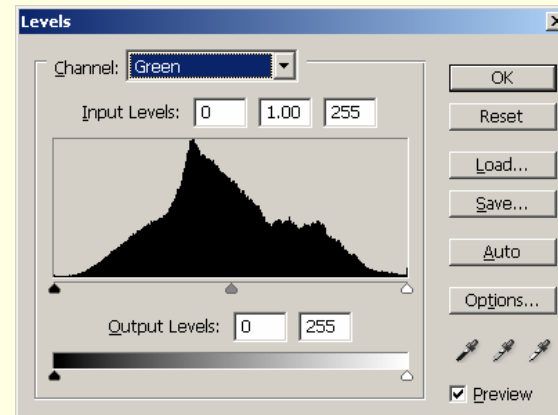
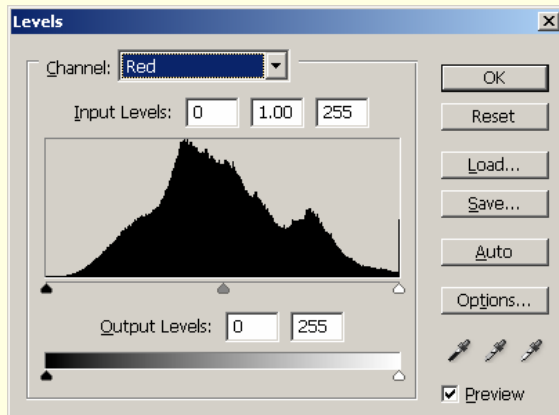
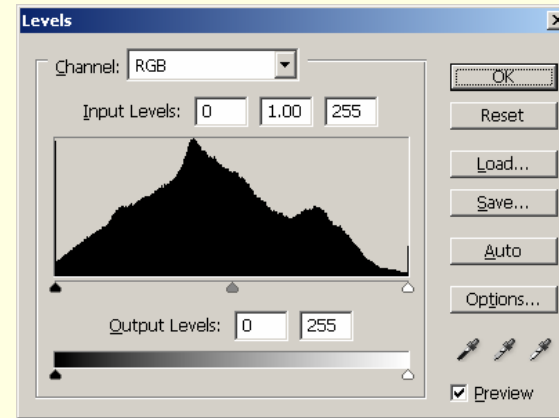
или

една хистограма с векторни стойности $h(g,1,b)$

- $h(g+1,1,1)$ = брой пиксели в I с интензитет g в **червения** канал
- $h(g+1,1,2)$ = брой пиксели в I с интензитет g в **зеления** канал
- $h(g+1,1,3)$ = брой пиксели в I с интензитет g в **синия** канал

Хистограма на цветно изобр.

- По една хистограма за всеки канал R, G, B
- Хистограмата на интензитета е за един канал със стойности $(R+G+B)/3$



Гистограма

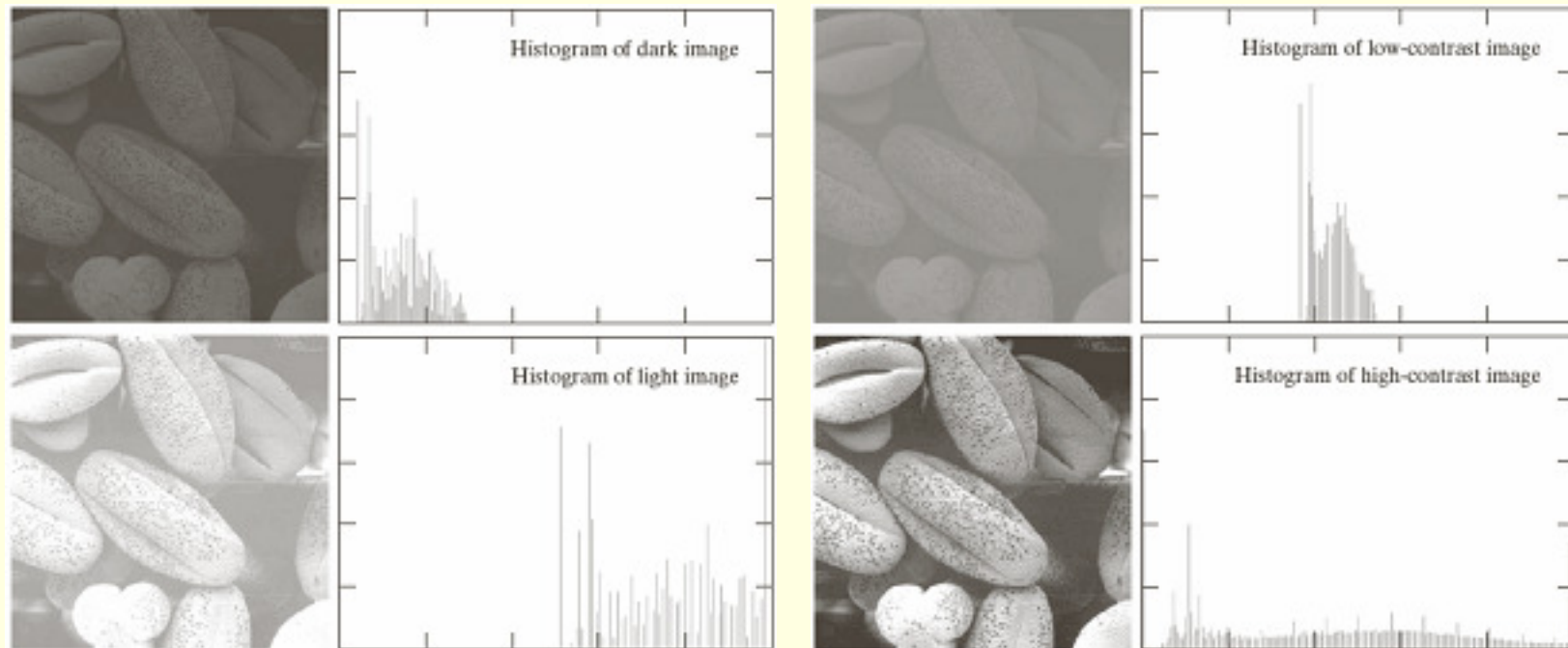


FIGURE 3.16 Four basic image types: dark, light, low contrast, high contrast, and their corresponding histograms.

Интензитет или осветеност

- Хистограмата на интензитета (**value**) за 3 канално изображение I се отнася за стойностите

$$V(r, c) = \frac{1}{3} [R(r, c) + G(r, c) + B(r, c)]$$

- R, G, B са червения, зеления и синия канал на I

- Хистограмата на осветеността (**luminance**) се отнася за стойностите, определени като

$$L(r, c) = 0.299 \cdot R(r, c) + 0.587 \cdot G(r, c) + 0.114 \cdot B(r, c)$$

Точкови операции

- Точковите операции могат да се представят като функционални преобразувания: $J = \Phi[I]$

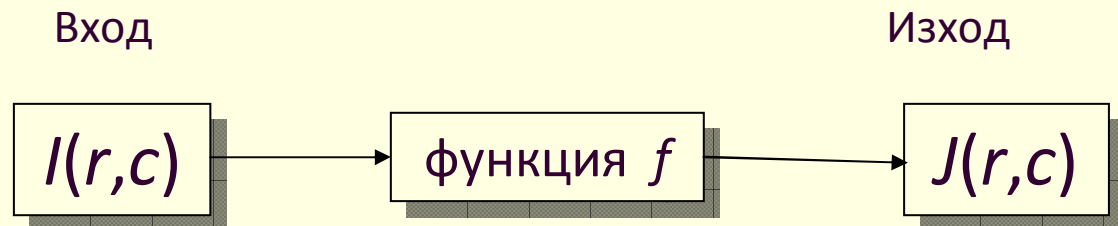
Изображение:



- Преобразуването на изображението I в изображението J се състои в замяна на всеки входен интензитет g с изходен интензитет k

- ако $I(r, c) = g$ и $f(g) = k$, то $J(r, c) = k$

Пиксел:



Look-Up Table (LUT)

- **Look-Up Table (LUT)** имплементират *функционално преобразуване*
- Ако $k = f(g)$ за $g = 0, 1, \dots, 255$ и $k \in \{0, 255\}$
то за имплементиране на f може да се използва LUT
 - масив 256×1
 - $(g+1)$ -та стойност е $k = f(g)$

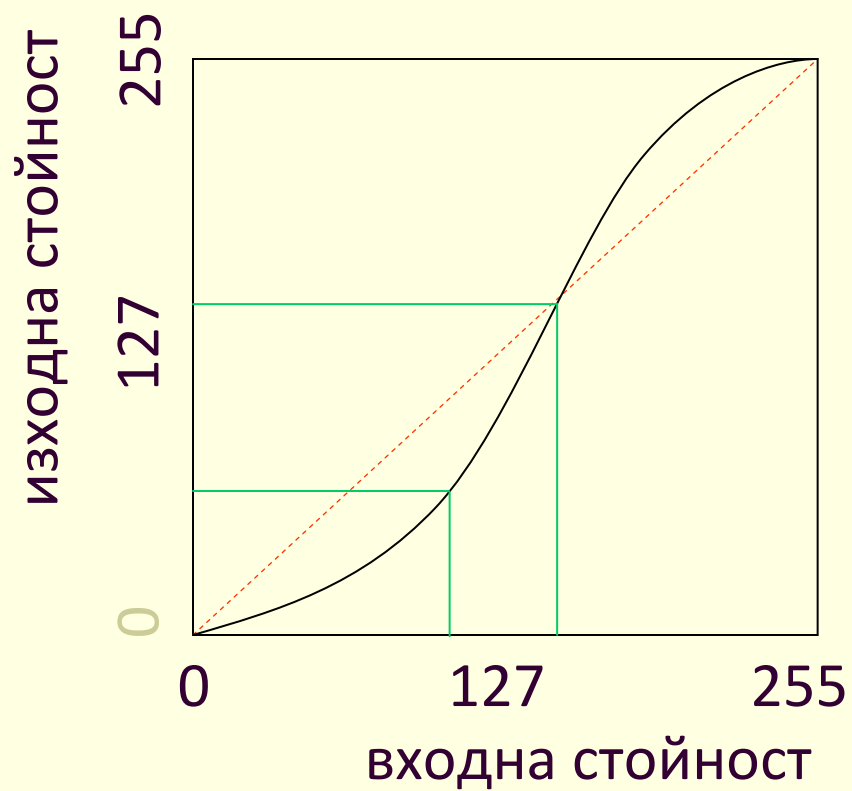
Look-Up Table (LUT)

- За преобразуване на монохроматично изображение I в изображение J
 - $J = \text{LUT}(I + 1)$
- За преобразуване на три-канално изображение I
 - всеки канал се преобразува по отделно с използване на една и съща LUT
 - $J = \text{LUT}(I + 1)$

или

- всеки канал се преобразува с използване на различни LUT – по една за всеки канал
 - $J_b = \text{LUT}_b(I_b + 1)$ за $b = 1, 2, 3$

Look-Up Table



напр.	индекс	стойност

	101	64
	102	68
	103	69
	104	70
	105	70
	106	71

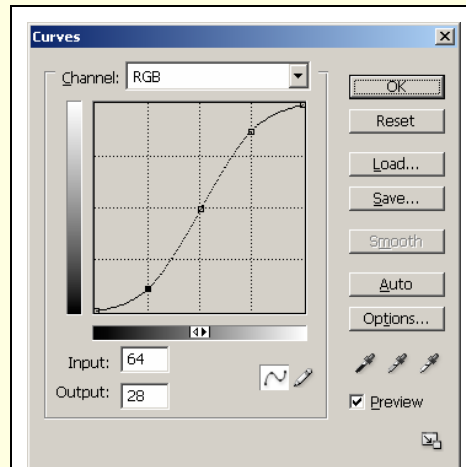
	<i>вход</i>	<i>изход</i>

Точкови операции с LUT



ВХОДНО
изображение I

пиксел с *тази*
СТОЙНОСТ



ИНДЕКС

0	0
⋮	⋮
64	32
⋮	⋮
128	128
⋮	⋮
192	224
⋮	⋮
255	255

СТОЙНОСТ



ИЗХОДНО
изображение J

се преобразува
в *тази* СТОЙНОСТ

Look-Up Table

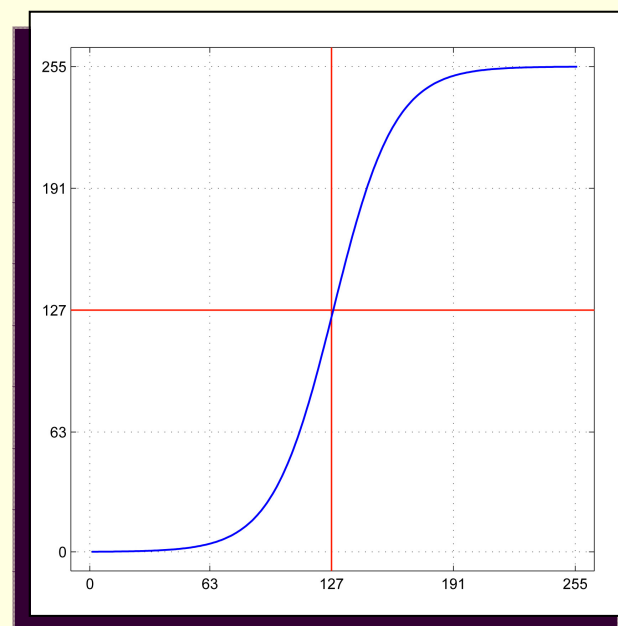
■ Генериране на LUT

■ пример

$$a = 2$$

$$x \in \{0, \dots, 255\}$$

$$\sigma(x; a) = \frac{255}{1 + e^{-a(x-127)/32}}$$



■ В зависимост от LUT се постига конкретно преобразуване на изображението

Основни трансформации

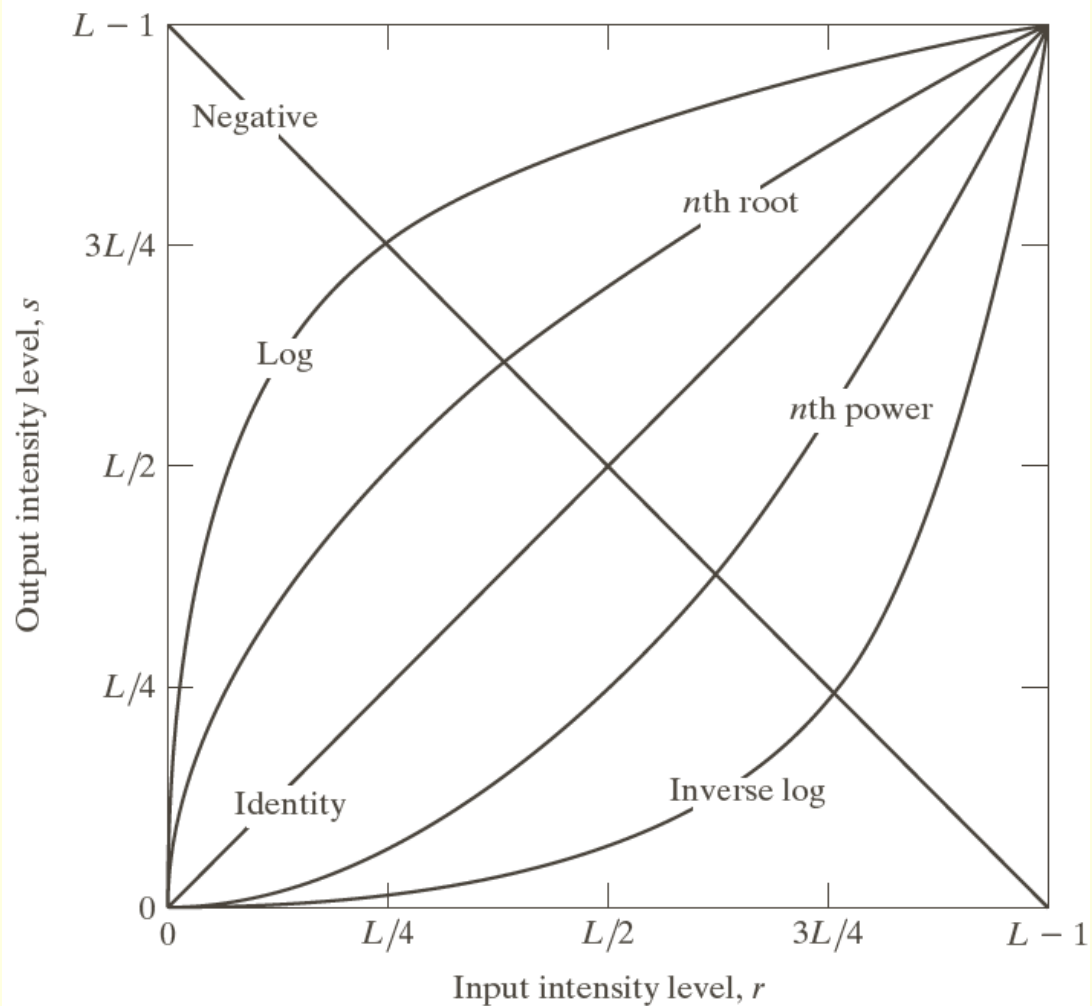
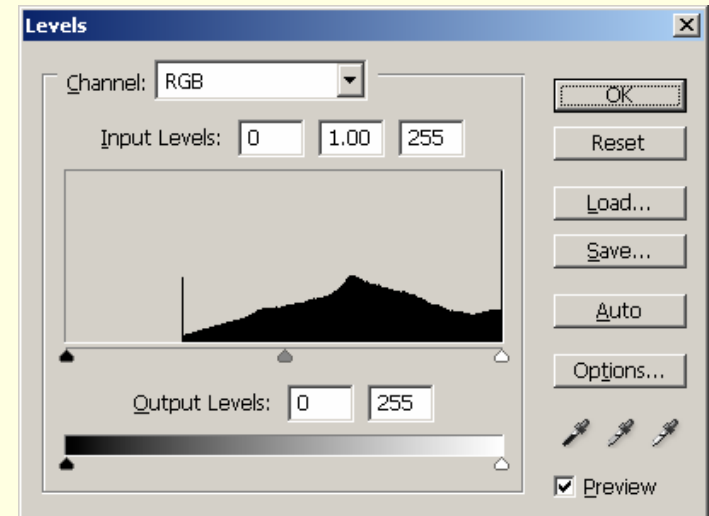
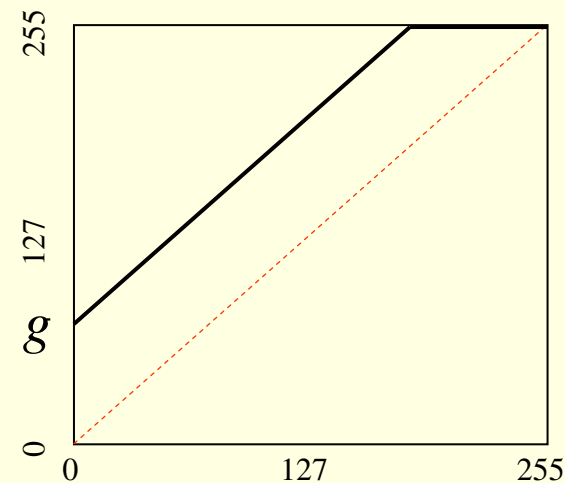


FIGURE 3.3 Some basic intensity transformation functions. All curves were scaled to fit in the range shown.

Увеличаване на яркостта

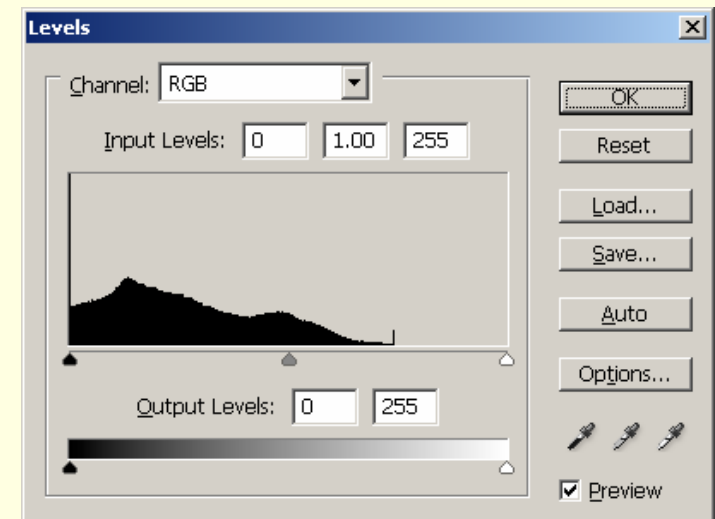


$$J_k(r, c) = \begin{cases} I_k(r, c) + g, & \text{ако } I_k(r, c) + g < 255 \\ 255, & \text{ако } I_k(r, c) + g \geq 255 \end{cases}$$
$$g \geq 0, k \in \{1, 2, 3\}$$



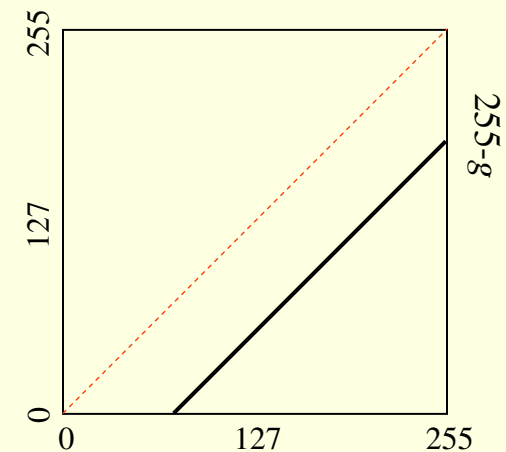
трансформационно преобразуване

Намаляване на яркостта



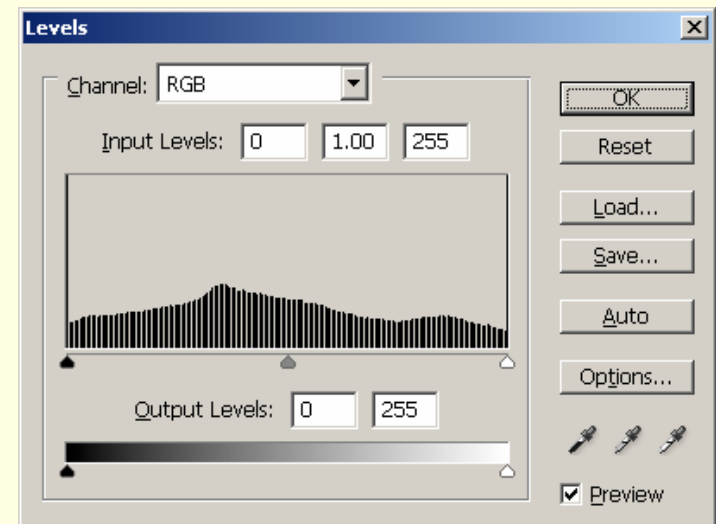
$$J_k(r, c) = \begin{cases} 0, & \text{ако } I_k(r, c) - g < 0 \\ I_k(r, c) - g, & \text{ако } I_k(r, c) - g \geq 0 \end{cases}$$

$$g \geq 0, k \in \{1, 2, 3\}$$

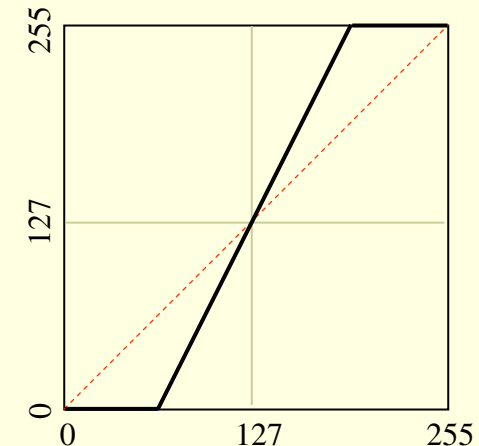


трансформационно преобразуване

Увеличаване на контраста

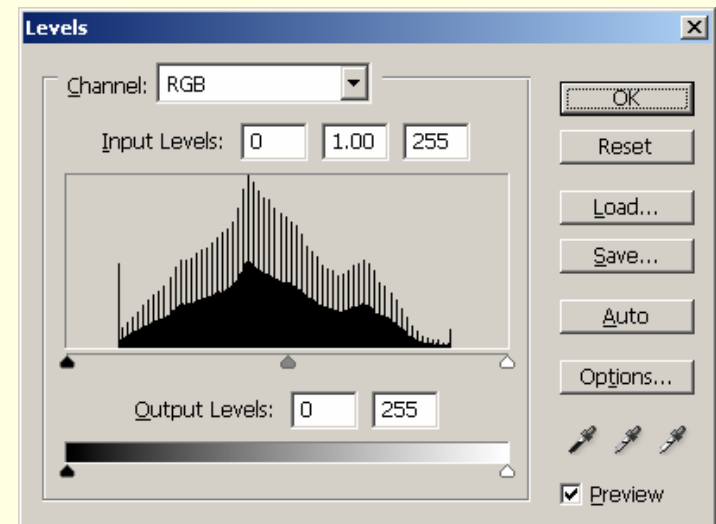


$$T_k(r, c) = a [I_k(r, c) - 127] + 127, \quad a > 1.0$$
$$J_k(r, c) = \begin{cases} 0, & \text{ако } T_k(r, c) < 0 \\ T_k(r, c), & \text{ако } 0 \leq T_k(r, c) \leq 255 \\ 255, & \text{ако } T_k(r, c) > 255 \end{cases}$$
$$k \in \{1, 2, 3\}$$



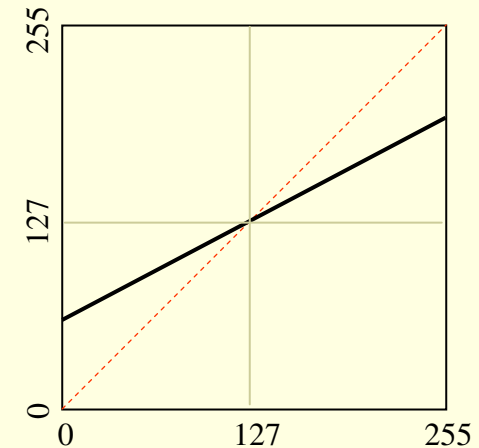
трансформационно преобразуване

Намаляване на контраста



$$T_k(r, c) = a[I_k(r, c) - 127] + 127,$$

$$0 \leq a < 1.0, k \in \{1, 2, 3\}$$



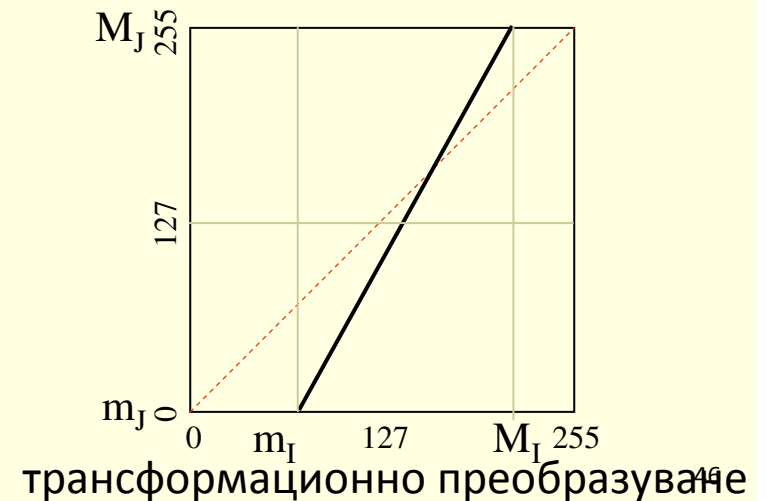
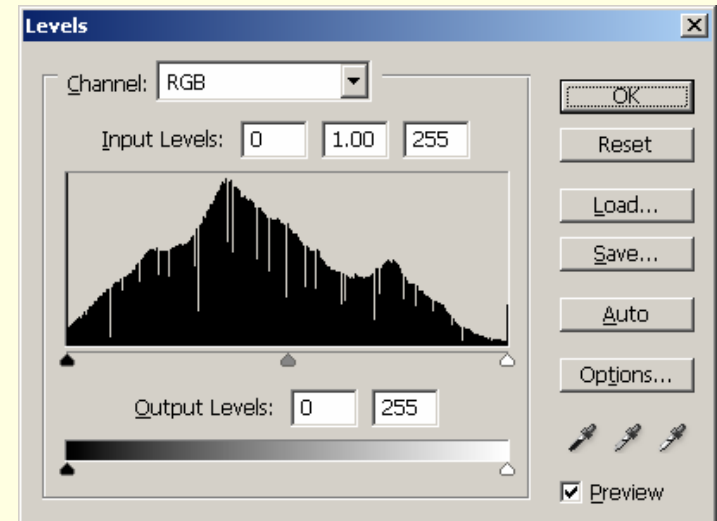
трансформационно преобразуване

Разтягане на хистограмата



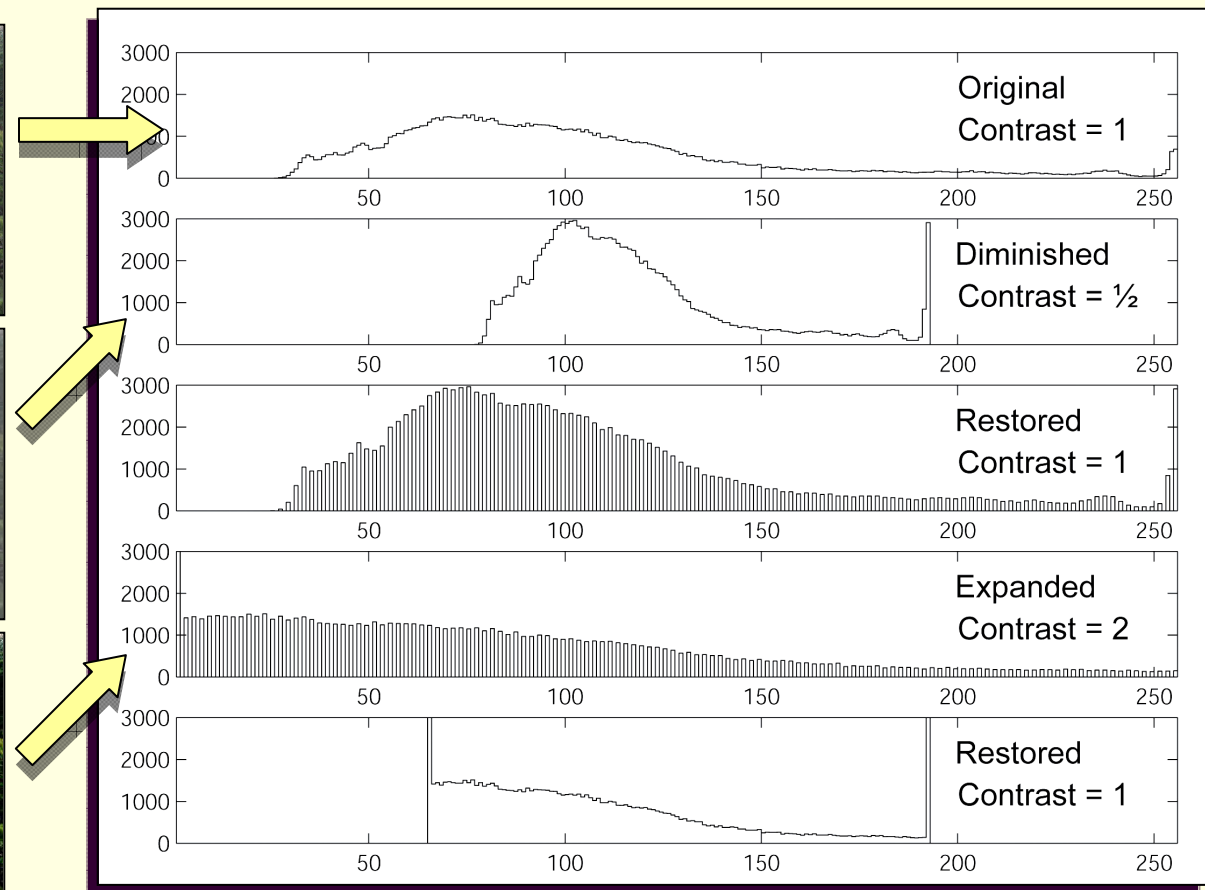
$$m_I = \min[I(r, c)], \quad M_I = \max[I(r, c)]$$
$$m_J = \min[J(r, c)], \quad M_J = \max[J(r, c)]$$

$$J(r, c) = (M_J - m_J) \frac{I(r, c) - m_I}{M_I - m_I} + m_J$$



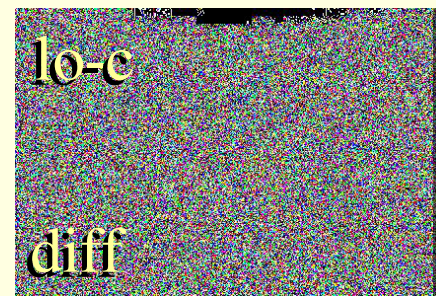
Промяна на контраста

- Загуба на информация при промяна на контраста



Промяна на контраста

- Загуба на информация при промяна на контраста

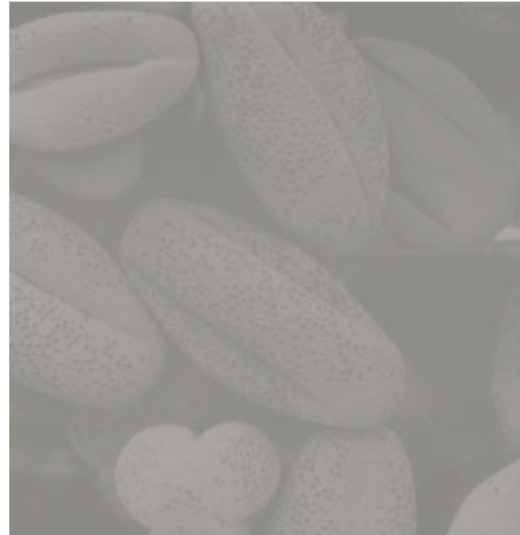
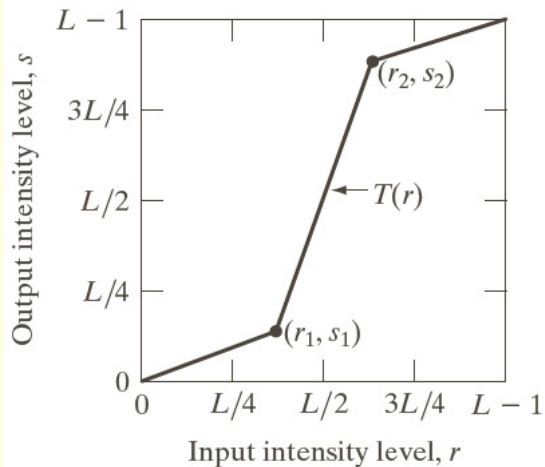


разлика между оригиналното изображение и възстановено с понижен контраст



разлика между оригиналното изображение и възстановено с повишен контраст

Промяна на контраста



a b
c d

FIGURE 3.10 Contrast stretching. (a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image. (c) Result of contrast stretching. (d) Result of thresholding. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)



Гама корекция

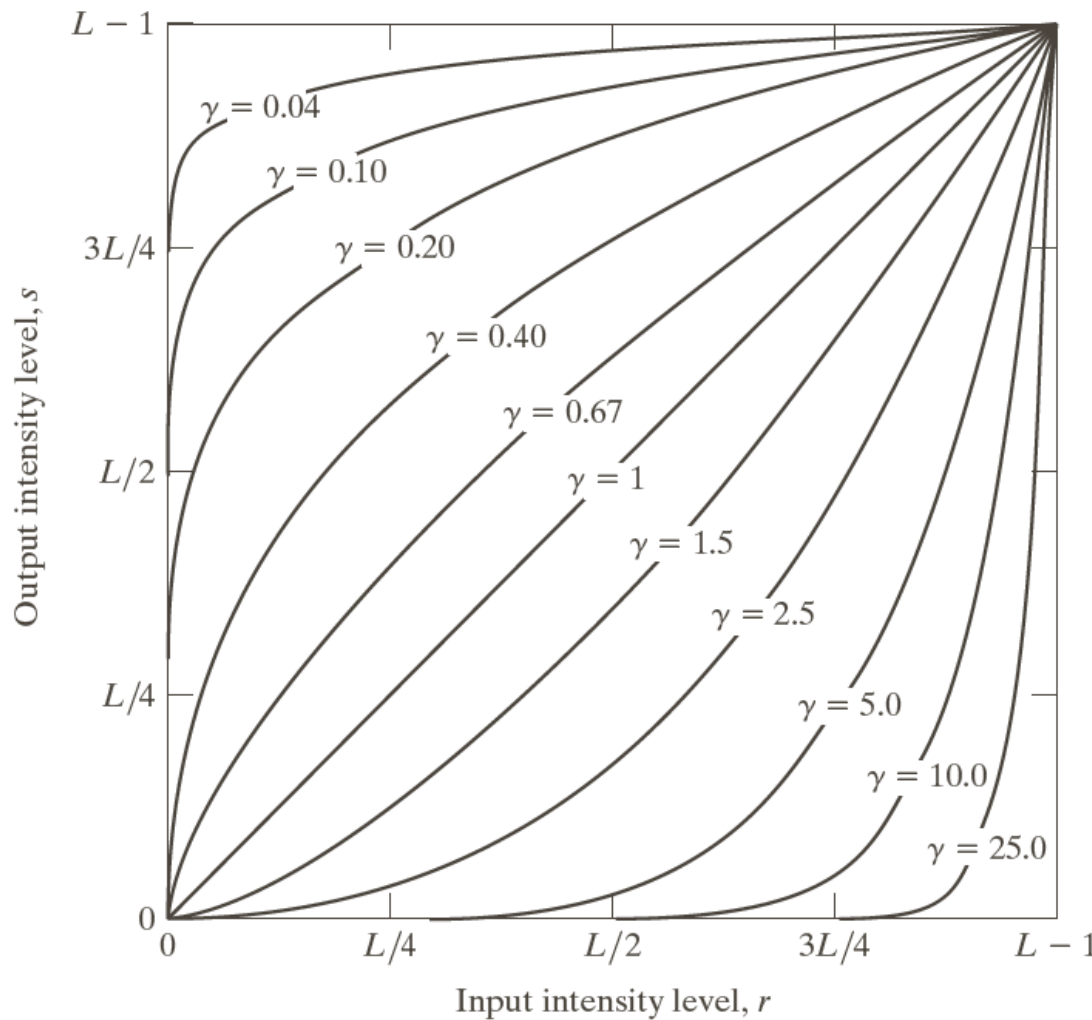
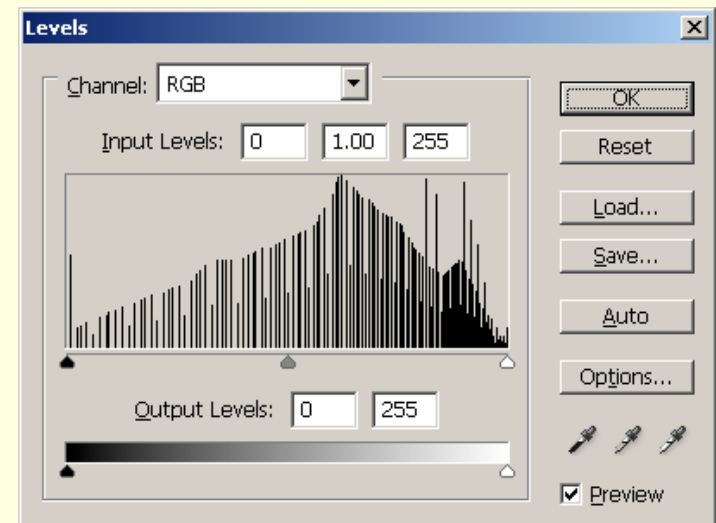


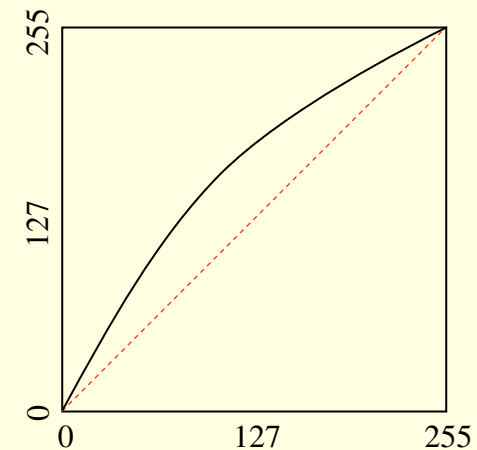
FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^\gamma$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases). All curves were scaled to fit in the range shown.

*Гама
корекция =
нелинейна
функция за
промяна на
контраста*

Увеличаване на гама

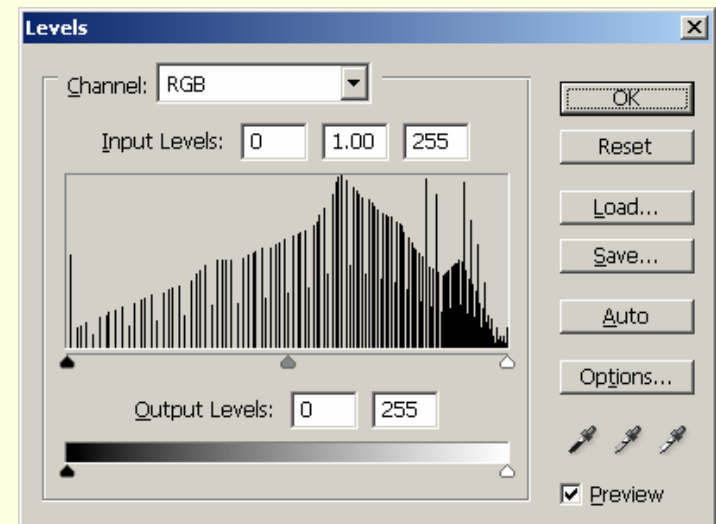


$$J(r, c) = 255 \cdot \left[\frac{I(r, c)}{255} \right]^{1/\gamma} \quad \text{за } \gamma > 1.0$$

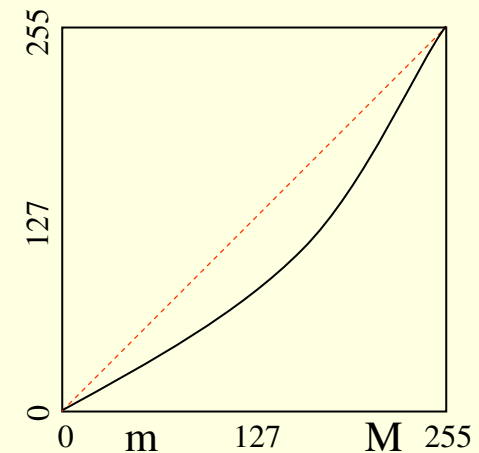


трансформационно преобразуване

Намаляване на гама



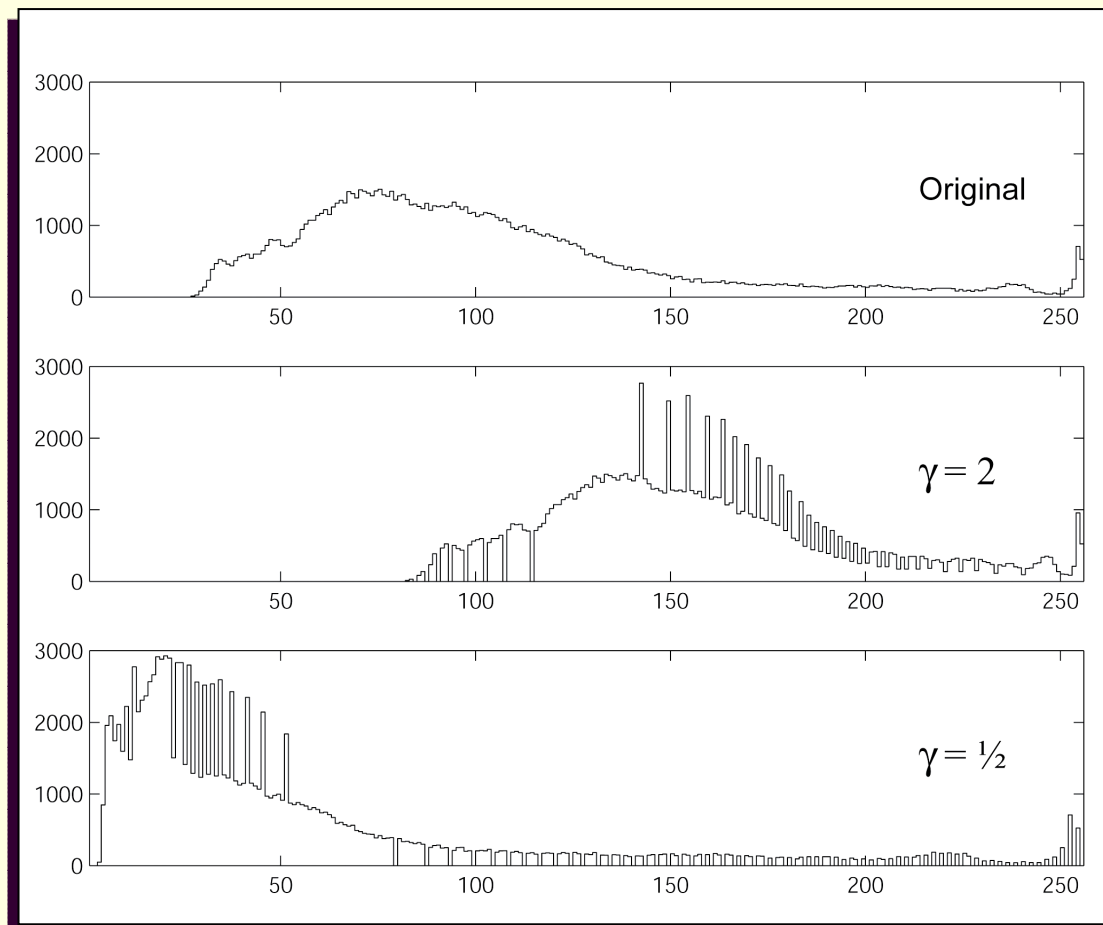
$$J(r, c) = 255 \cdot \left[\frac{I(r, c)}{255} \right]^{1/\gamma} \quad \text{за } \gamma < 1.0$$



трансформационно преобразуване

Промяна на гама

- Промяна на хистограмата при промяна на гама



Probability Density Function

- Вероятностна оценка на разпределението на стойностите в изображение
- **pdf** е вероятността произволен пиксел в изображението да има дадена стойност

$$p_{I_k}(g+1) = \frac{1}{A} h_{I_k}(g+1)$$

$$A = \sum_{g=0}^{255} h_{I_k}(g+1)$$

- p_{I_k} е pdf за канал k на изображението I
- $h_{I_k}(g+1)$ е броя пиксели в k -тия канал на I със стойност g
- A е общият броя пиксели в изображението
 - $A = R \times C$ (R – общ брой редове, C – общ брой колони)

Probability Density Function

- $p_k(g+1)$ определя каква част от общия брой пиксели в изображението имат стойност g
- $p_k(g+1)$ е вероятността произволен пиксел в изображението да има дадена стойност g
- Сумата на всички стойности в хистограмата $h_k(g+1)$ за $g=1, 2, \dots, 256$, е равна на броя пиксели в изображението
- Сумата на всички стойности $p_k(g+1)$ за $g=1, 2, \dots, 256$, е равна на 1
- Стойностите на pdf представляват

нормализирана хистограма

Probability Distribution Function

- Ако $q = [q_1 \ q_2 \ q_3] = l(r, c)$ са стойностите на случайно избрани пиксели в изображението l , а g е дадена стойност, то вероятността $q_k \leq g$ се определя като

$$P_{I_k}(g+1) = \sum_{\gamma=0}^g p_{I_k}(\gamma+1) = \frac{1}{A} \sum_{\gamma=0}^g h_{I_k}(\gamma+1) = \frac{\sum_{\gamma=0}^g h_{I_k}(\gamma+1)}{\sum_{\gamma=0}^{255} h_{I_k}(\gamma+1)}$$

- където $h_{I_k}(\gamma+1)$ е хистограмата на k -тия канал в изображението l
- **PDF** е вероятността произволен пиксел да има стойност по-малка или равна на зададена стойност

Probability Distribution Function

- **PDF** се нарича още **CDF**
 - **Cumulative Distribution Function**
- $P_k(g+1)$ определя каква част от общия брой пиксели в изображението има стойност по-малка или равна на g
- $P_k(g+1)$ е вероятността произволен пиксел в изображението да има стойност по-малка или равна на g
- $P_k(g+1)$ е **кумулятивна сума** на $p_k(g+1)$ от 0 до g включително
 - $P_k(1) = p_k(1)$
 - $P_k(256) = 1$
 - $P_k(g+1)$ е не намаляваща

Изравняване на хистограмата

■ Histogram Equalization

■ Цел

- да се променят стойностите в изображението I , така че хистограмата му да бъде колкото може по-близка до константна стойност за всички g

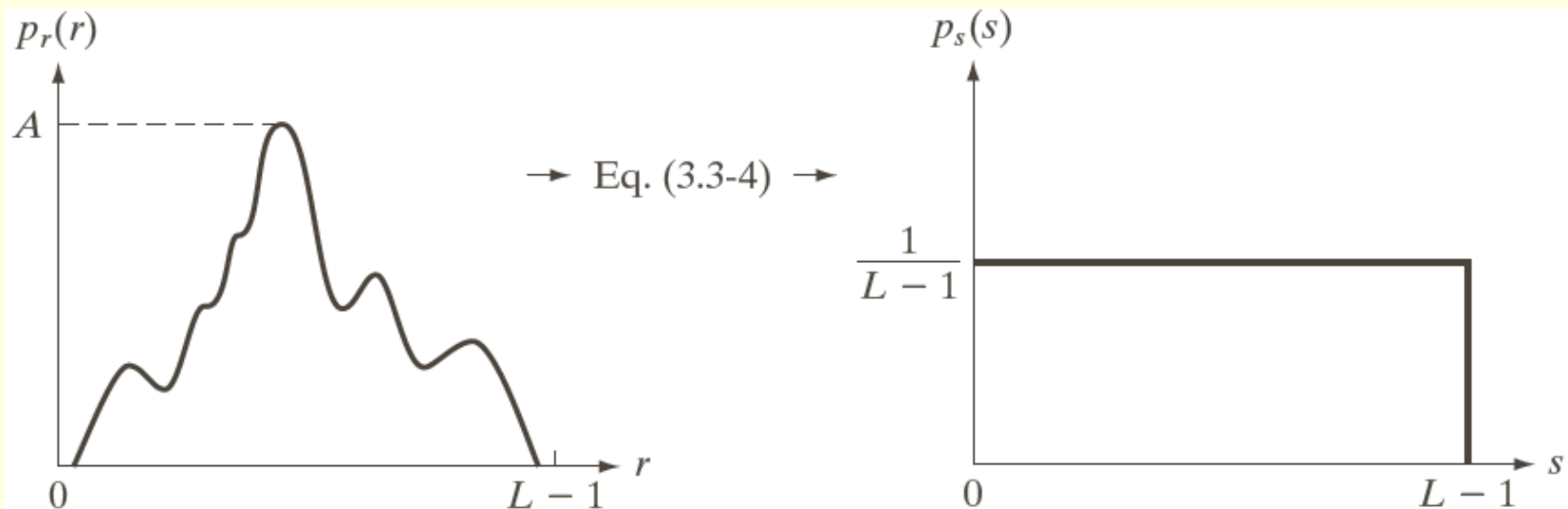
■ Ако PDF на изображението I е $P_I(\gamma+1)$

- то коригираното изображение J с изравнена хистограма се определя като

$$J(r, c) = 255 \cdot P_I[I(r, c) + 1]$$

- PDF се прилага чрез **LUT**

Изравняване на хистограмата



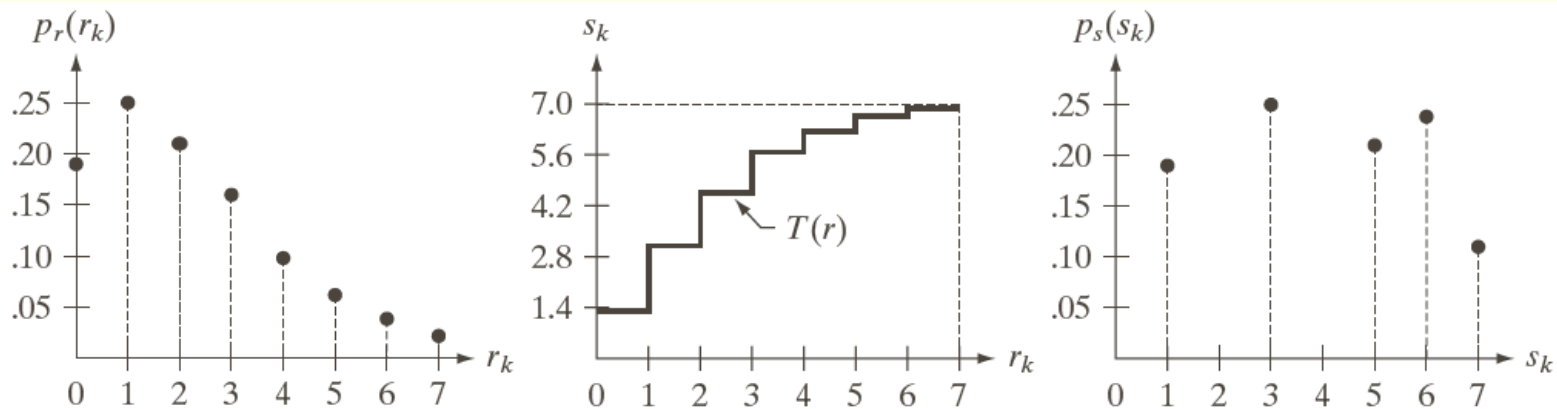
a b

FIGURE 3.18 (a) An arbitrary PDF. (b) Result of applying the transformation in Eq. (3.3-4) to all intensity levels, r . The resulting intensities, s , have a uniform PDF, independently of the form of the PDF of the r 's.

Изравняване на хистограмата

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

TABLE 3.1
Intensity distribution and histogram values for a 3-bit, 64×64 digital image.



a b c

FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.

Изравняване на хистограмата

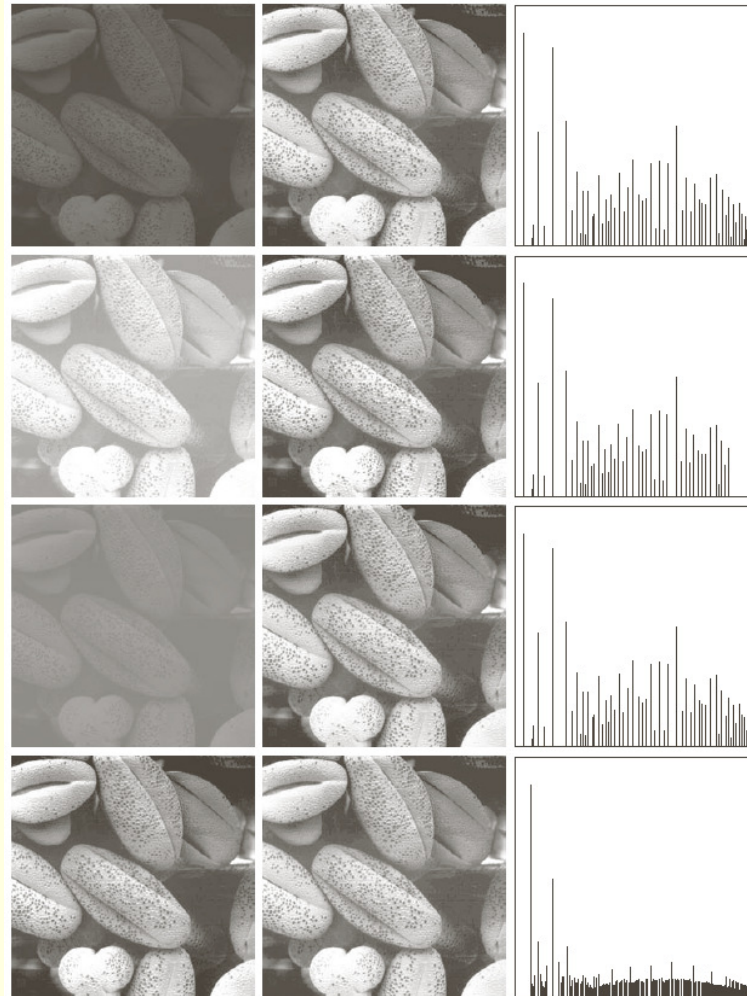
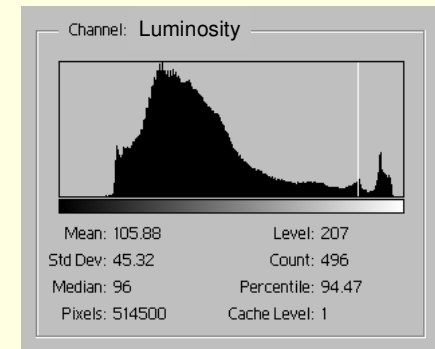
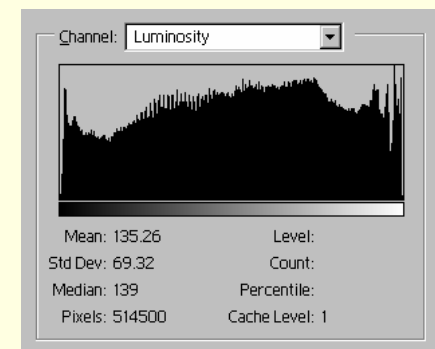


FIGURE 3.20 Left column: images from Fig. 3.16. Center column: corresponding histogram-equalized images. Right column: histograms of the images in the center column.

Изравняване на хистограмата



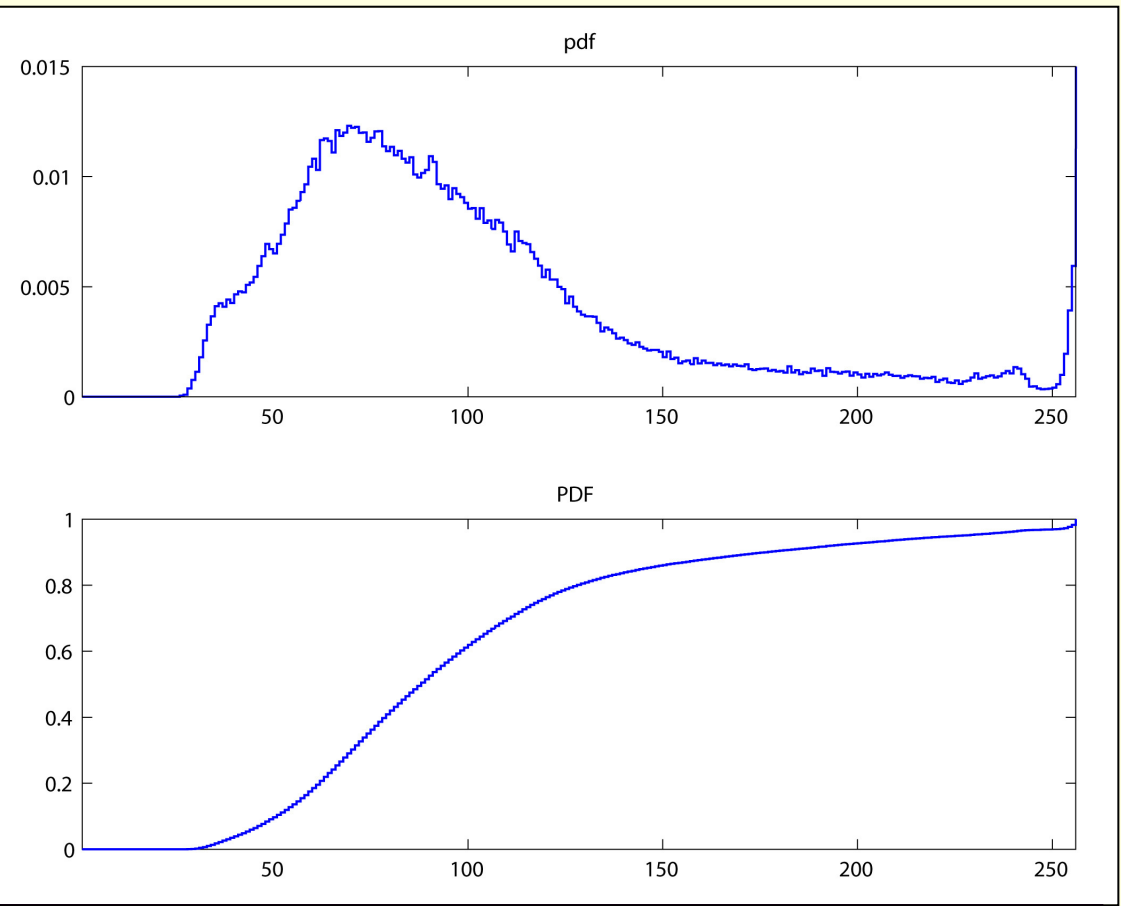
преди



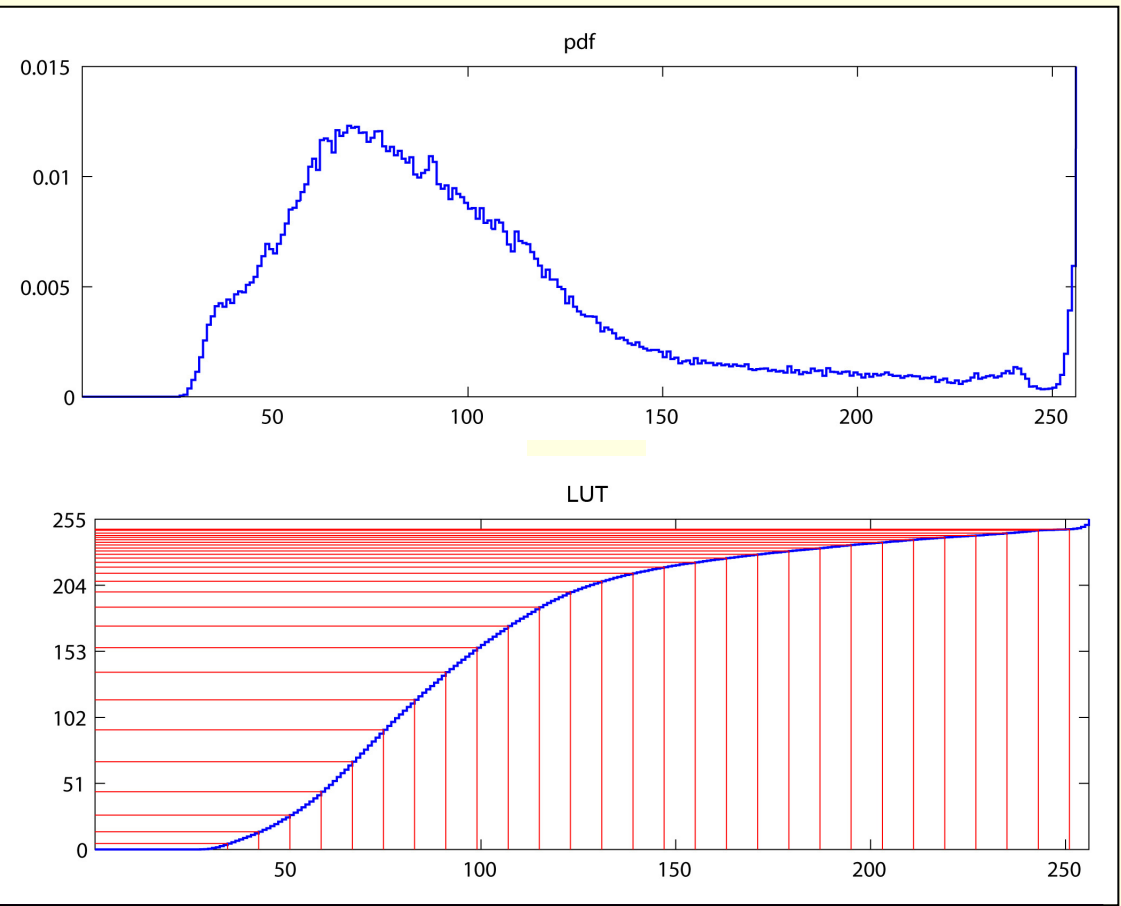
след

$$J(r, c) = 255 \cdot P_I(g + 1)$$
$$P_I(g + 1) = \frac{\sum_{\gamma=0}^g h_I(\gamma + 1)}{\sum_{\gamma=0}^{255} h_I(\gamma + 1)},$$

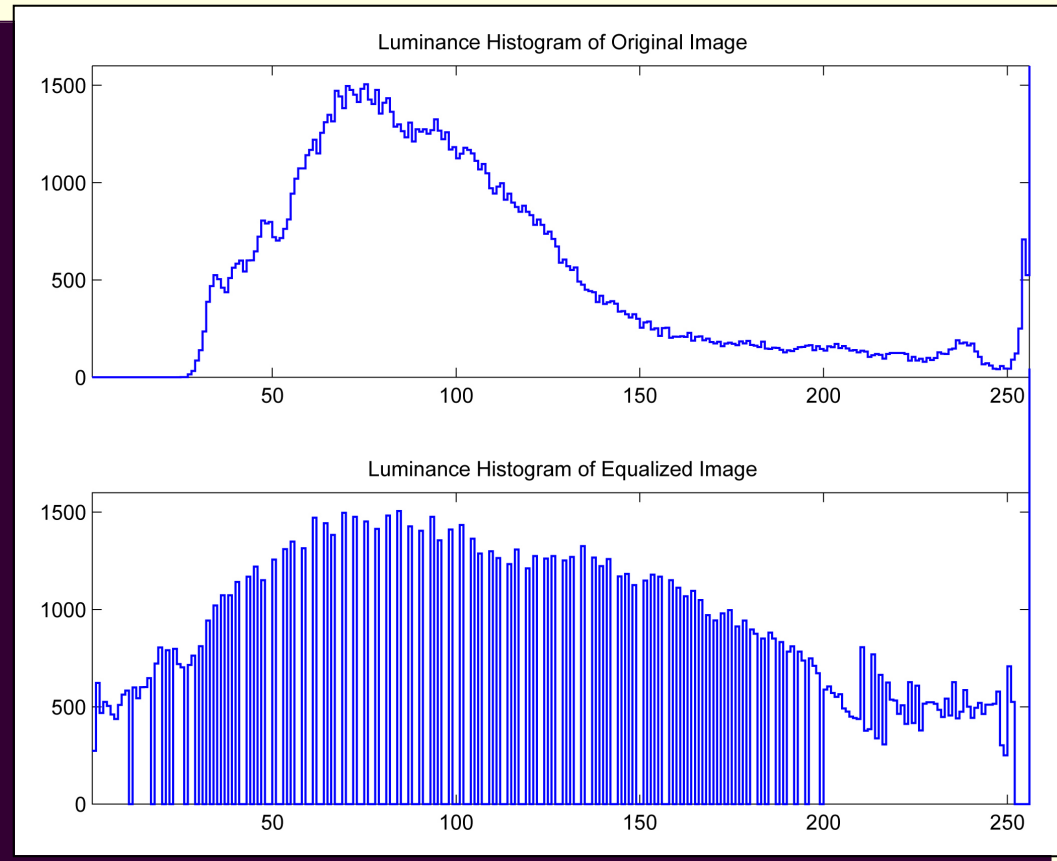
Изравняване на хистограмата



Изравняване на хистограмата



Изравняване на хистограмата



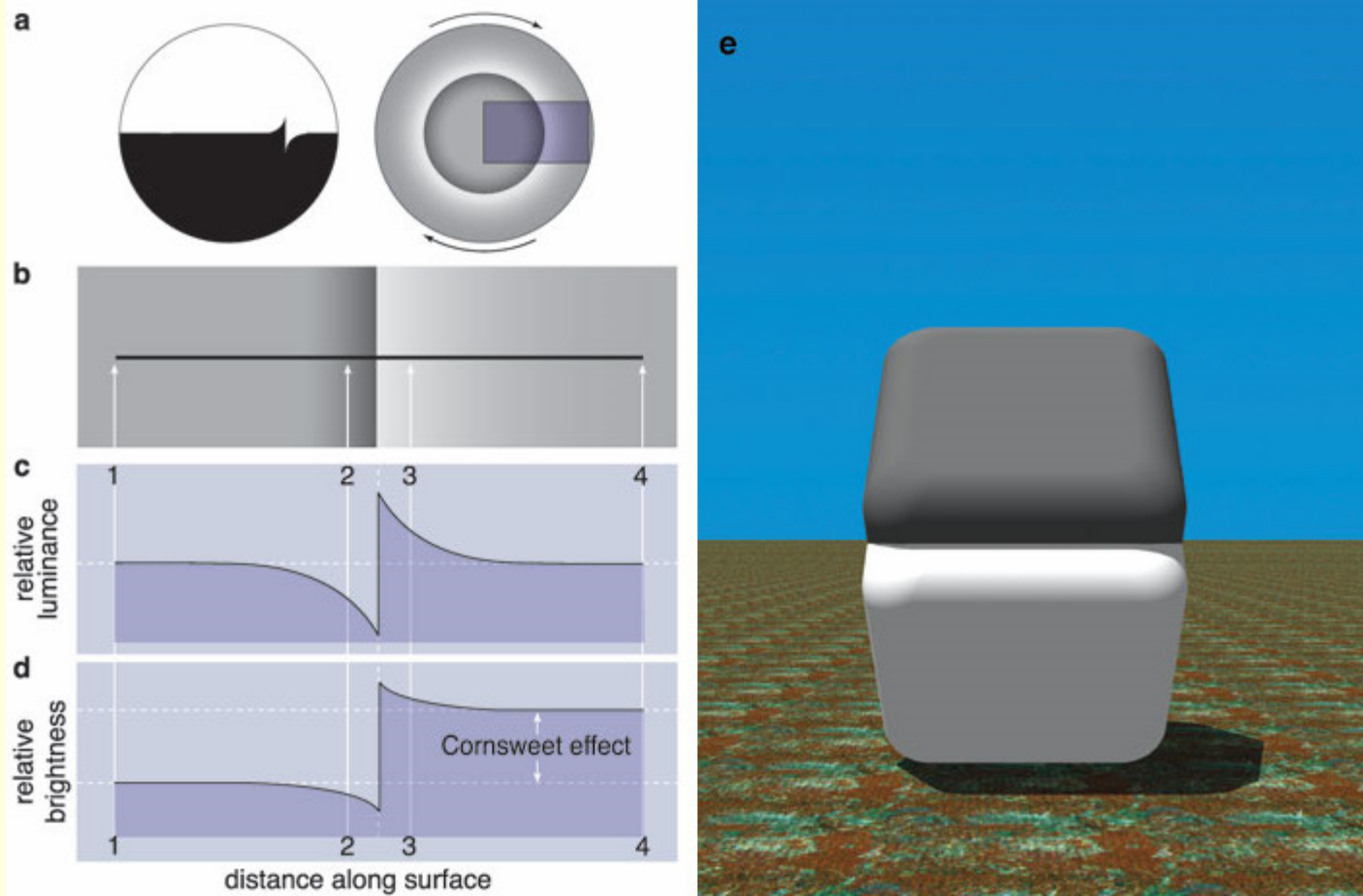
Изравняване на хистограмата

- Хистограмно изравняване с използване на интензитетни екстремуми
- Цел
 - да се променят стойностите в изображението I с минимална стойност $\min = m_I$ и максимална стойност $\max = M_I$, така че хистограмата на резултатното изображение J да бъде колкото може по-близка до константна стойност и $\min = m_J$, $\max = M_J$

$$J(r, c) = (M_J - m_J) \frac{P_I[I(r, c) + 1] - P_I(m_I + 1)}{1 - P_I(m_I + 1)} + m_J$$

- PDF на изображението I е $P_I(\gamma + 1)$

Cornsweet effect



Dale Purves, R. Beau Lotto, Surajit Nundy, "Why We See What We Do",
American Scientist, Volume 90, No. 3, May-June 2002

КРАЙ

Следваща тема:

Локални операции с изображения