

# Цифрова обработка на изображения

Филтрация на изображения в  
честотната област

# “Изглаждане” на изображение

## ■ *Пространствена област*

- средна стойност на пикселите в локална околност
  - за всеки пиксел в изображението се определя претеглена средна стойност на съседните му пиксели в локална околност
- конволюция с теглова матрица със сума на коефициентите 1

## ■ *Честотна област*

### ■ **нискочестотен филтър**

- високите честоти се понижават или елиминират
- индивидуалните честотни компоненти се умножават с нарастваща функция на  $\omega$ , такава че

$$1/\omega = 1/\sqrt{(u^2+v^2)}$$

# “Изостряне” на изображение

- Прибавяне към изображението на негово копие, върху което е извършена специфична операция

- **Пространствена област**

- диференциален оператор
  - за всеки пиксел в изображението се определя разликата на стойността му и претеглени стойности на съседните му пиксели в локална околност
- конволюция с теглова матрица със сума на коефициентите 0

- **Честотна област**

- **високочестотен филтър**

- високите честоти се усилват
- индивидуалните честотни компоненти се умножават с нарастваща функция на  $\omega$ , такава че

$$\alpha\omega = \alpha\sqrt{u^2+v^2}$$

- където  $\alpha$  е константа

# Трансформация на Фурие

## ■ *Свойства*

- Фурие трансформацията на резултата от конволюция на две функции е произведение на Фурие трансформациите на двете функции
- Фурие трансформацията на резултата от произведението на две функции е конволюция на Фурие трансформациите на двете функции

$$\mathbf{F} \{ f * g \} = F \cdot G$$

$$\mathbf{F} \{ f \cdot g \} = F * G$$

- функциите  $f(r,c)$  и  $g(r,c)$  имат Фурие трансформации  $F(u,v)$  и  $G(u,v)$

\* = конволюция

· = умножение



# Трансформация на Фурие

**TABLE 4.2**

Summary of DFT definitions and corresponding expressions.

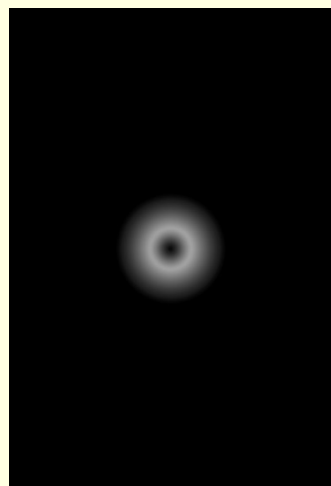
Name	Expression(s)
1) Discrete Fourier transform (DFT) of $f(x, y)$	$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$
2) Inverse discrete Fourier transform (IDFT) of $F(u, v)$	$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$
3) Polar representation	$F(u, v) =  F(u, v)  e^{j\phi(u, v)}$
4) Spectrum	$ F(u, v)  = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$ $R = \text{Real}(F); \quad I = \text{Imag}(F)$
5) Phase angle	$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[ \frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$
6) Power spectrum	$P(u, v) =  F(u, v) ^2$
7) Average value	$\bar{f}(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) = \frac{1}{MN} F(0, 0)$

(Continued)

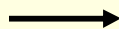
# Конволюция чрез ФТ



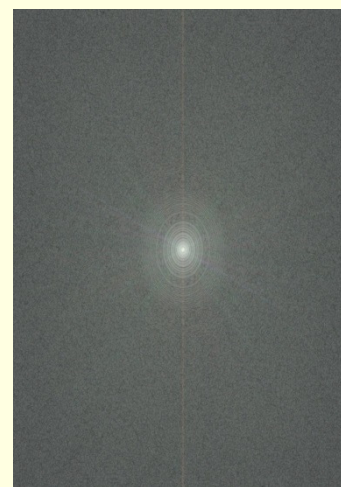
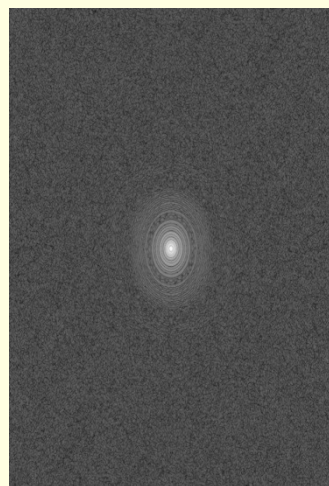
Изображение



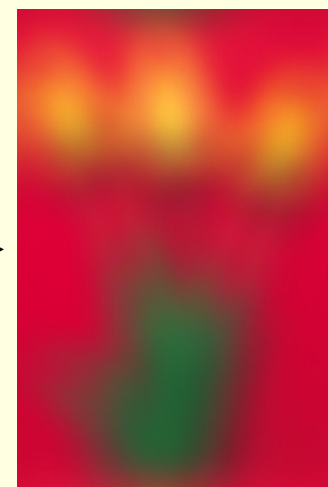
Маска



Фурье трансф.



Попикселно  
произведение



Обратна  
трансф.

# Трансформация на Фурие

- Поради свойствата на Фурие трансформацията

$$\mathbf{F}\{f * g\} = F \cdot G$$

$$\mathbf{F}\{f \cdot g\} = F * G$$

- КОНВОЛЮЦИЯТА

$$f * g$$

- може да се изчисли като

$$f * g = \mathbf{F}^{-1}\{F \cdot G\}$$

# Филтрация в честотната област

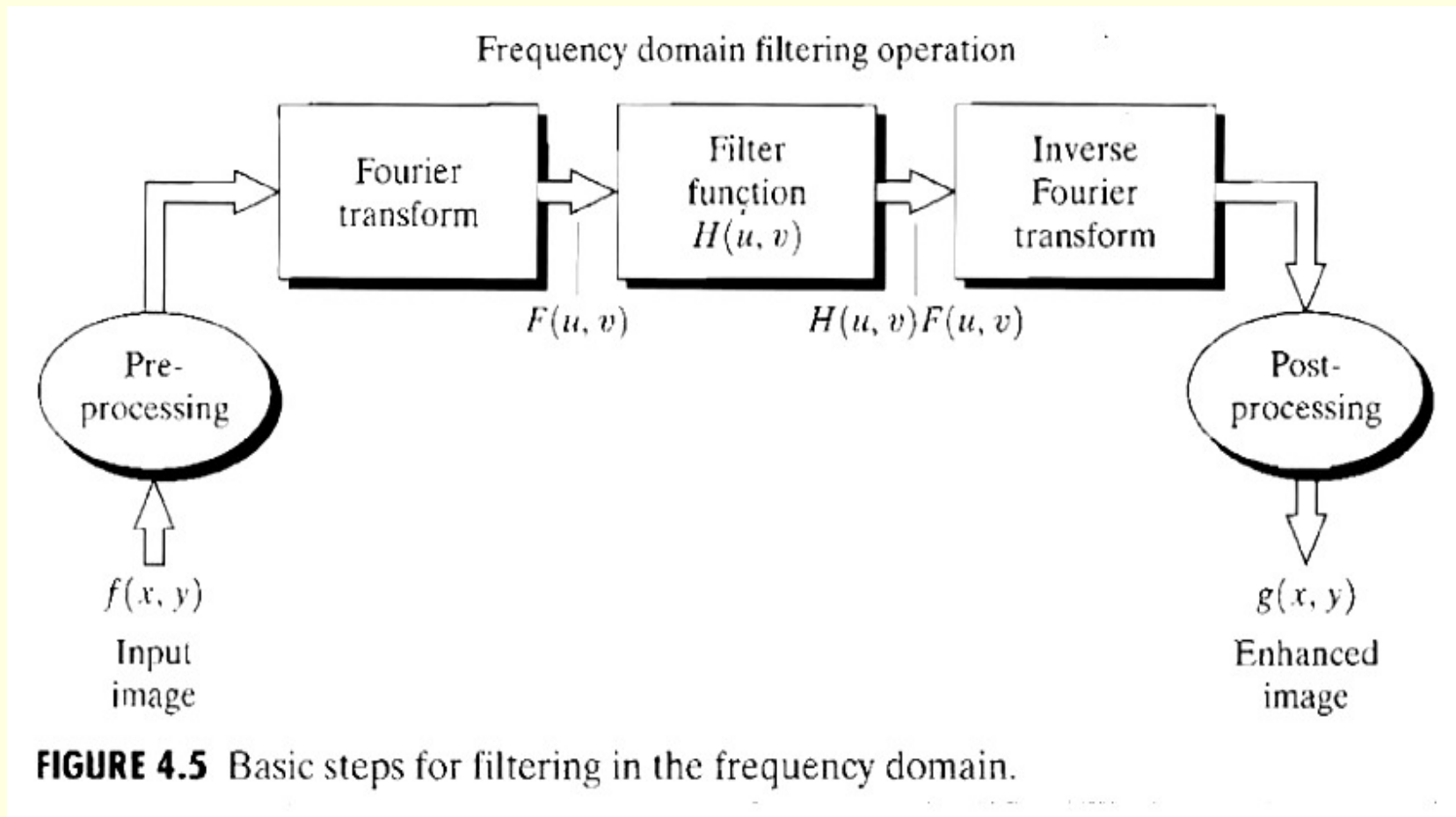
---

## ■ *Основни стъпки*

1. Изчисляване на дискретна Фурие трансформация на изображението  $F(u, v)$
2. Умножаване на  $F(u, v)$  с филтрираща функция  $H(u, v)$
3. Изчисляване на обратно Фурие преобразувание

- Чрез филтриращата функция  $H(u, v)$  се потискат определени честоти в трансформацията докато други остават непроменени

# Филтрация в честотната област



# Точков филтър

## ■ *Notch filter*

- константна функция с “отвор” (notch) за определени честоти
- филтрира честотната компонента за определени стойности на  $u$  и  $v$

- Средната стойност на всички пиксели в изображението може да се определи като

$$F(0,0) = \frac{1}{RC} \sum_{r=0}^{R-1} \sum_{c=0}^{C-1} I(r,c)$$

# Точков филтър

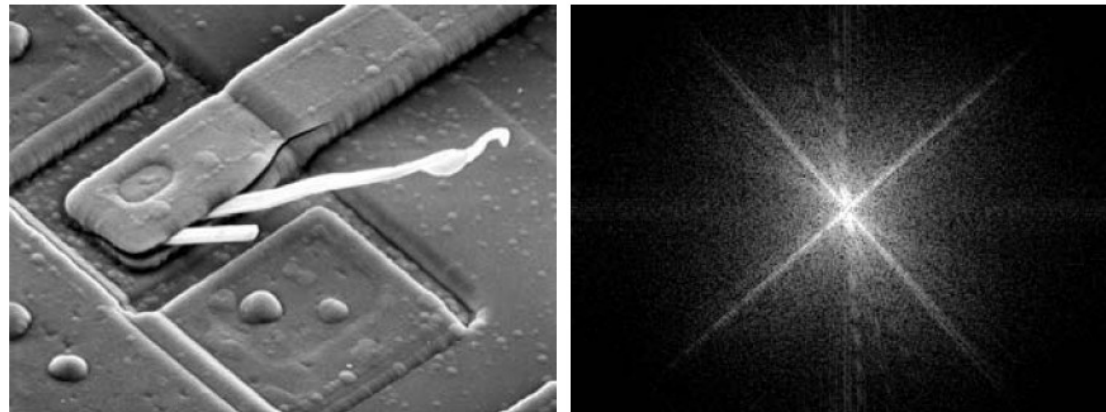
---

## ■ *Точков филтър*

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{ако } (u, v) = (R/2, C/2) \\ 1, & \text{в противен случай} \end{cases}$$

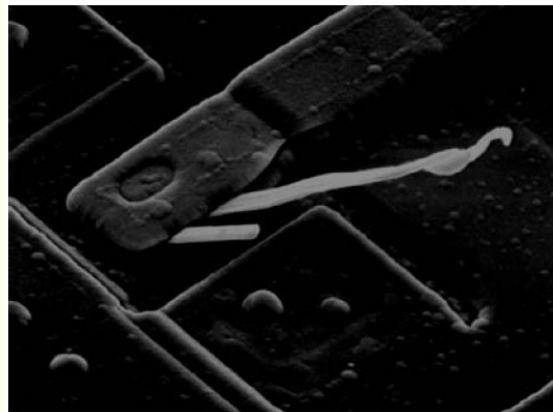
ще филтрира изображението, така че средната стойност на резултантното изображение да е 0

# Точков филтър



a b

**FIGURE 4.29** (a) SEM image of a damaged integrated circuit. (b) Fourier spectrum of (a). (Original image courtesy of Dr. J. M. Hudak, Brockhouse Institute for Materials Research, McMaster University, Hamilton, Ontario, Canada.)



**FIGURE 4.30** Result of filtering the image in Fig. 4.29(a) by setting to 0 the term  $F(M/2, N/2)$  in the Fourier transform.



# Идеален нискочестотен филтър

## ■ *Ideal low pass filter*

- филтрира всички високочестотни компоненти във Фурие трансформацията, които са на разстояние по-голямо от зададен праг  $D_0$  спрямо центъра на Фурие трансформацията

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{ако } D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & \text{ако } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

- където
  - $D_0$  е зададена неотрицателна стойност
  - $D(u, v)$  е разстоянието на точката  $(u, v)$  до центъра на честотната трансформация

# Идеален нискочестотен филтър

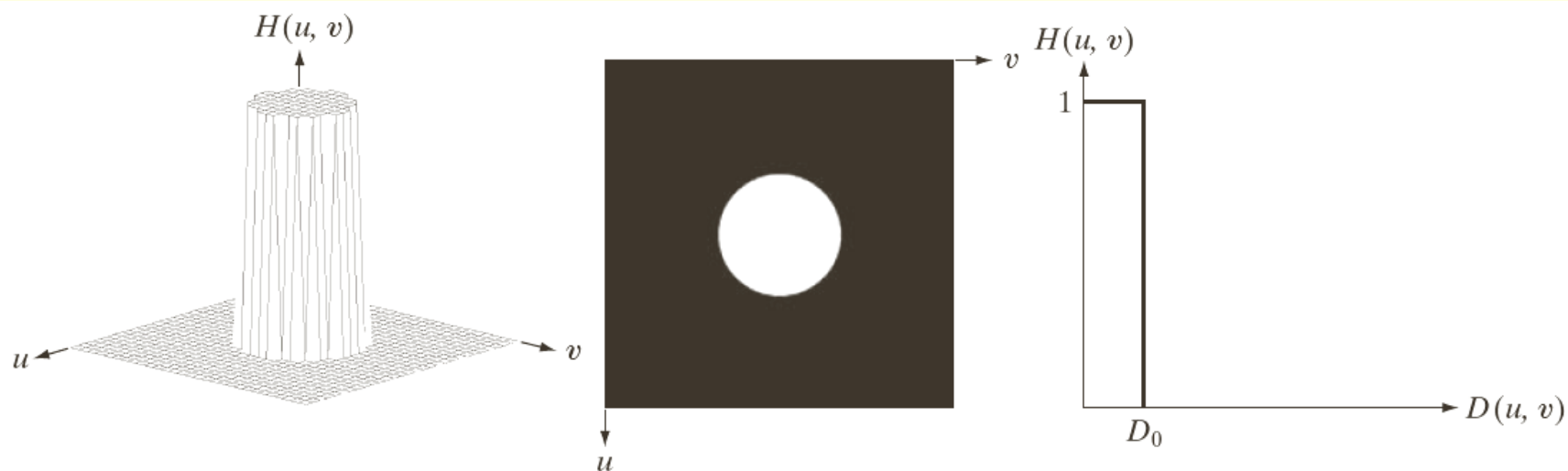
## ■ *Ideal low pass filter*

- За изображение с размери  $R \times C$  честотната трансформация има същите размери, а центъра ѝ е в точка  $(u, v) = (R/2, C/2)$
- Разстоянието  $D(u, v)$  се определя като

$$D(u, v) = \sqrt{(u - R/2)^2 + (v - C/2)^2}$$

# Идеален нискочестотен филтър

Представяне в *честотната* област

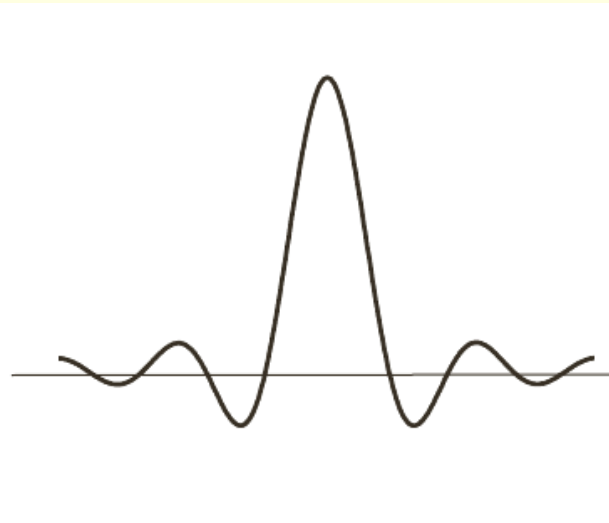
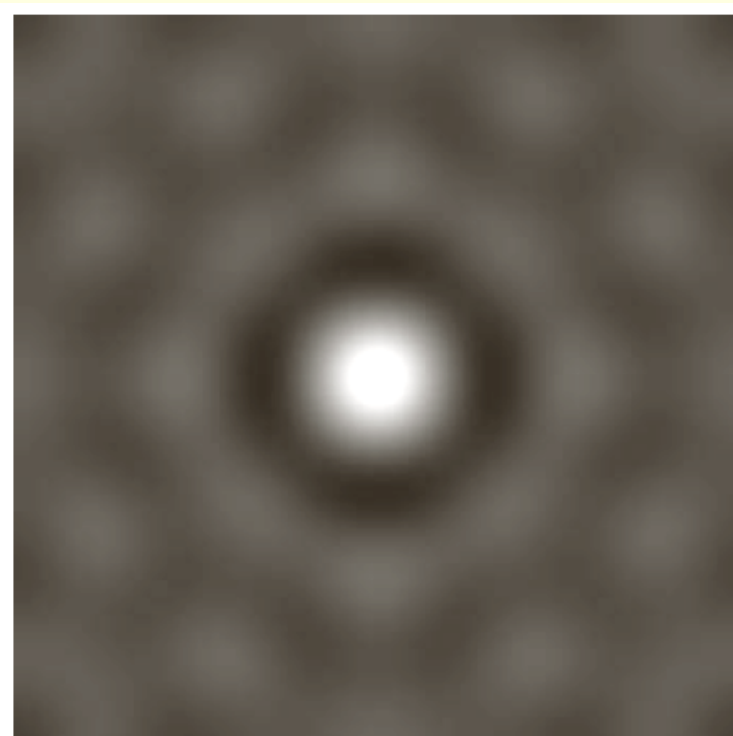


a b c

**FIGURE 4.40** (a) Perspective plot of an ideal lowpass-filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross section.

# Идеален нискочестотен филтър

Представяне в *пространствената* област  
(идеален НЧ филтър с радиус 5 и размери 1000×1000)



a b

**FIGURE 4.43**

(a) Representation in the spatial domain of an ILPF of radius 5 and size  $1000 \times 1000$ .  
(b) Intensity profile of a horizontal line passing through the center of the image.

# Идеален нискочестотен филтър

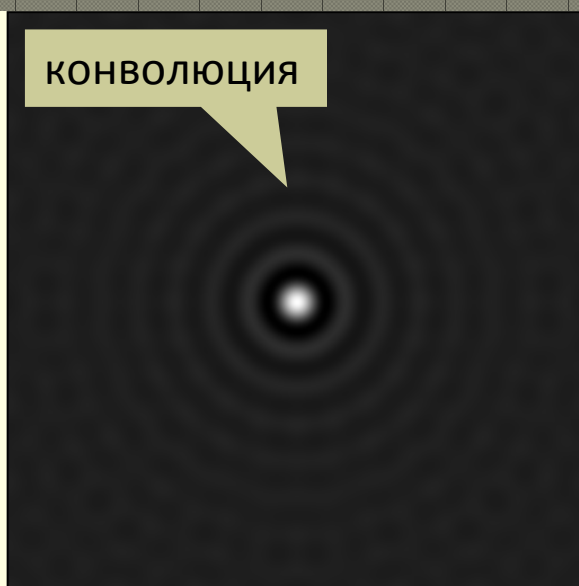
Размер на изображението: 512x512

Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**

умножение

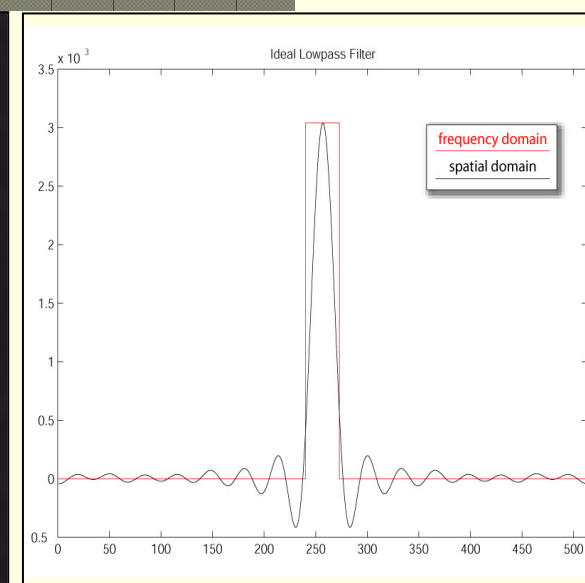


КОНВОЛУЦИЯ



Представяне в  
честотната област

Представяне в  
пространствена  
област



Централен профил

# Идеален нискочестотен филтър

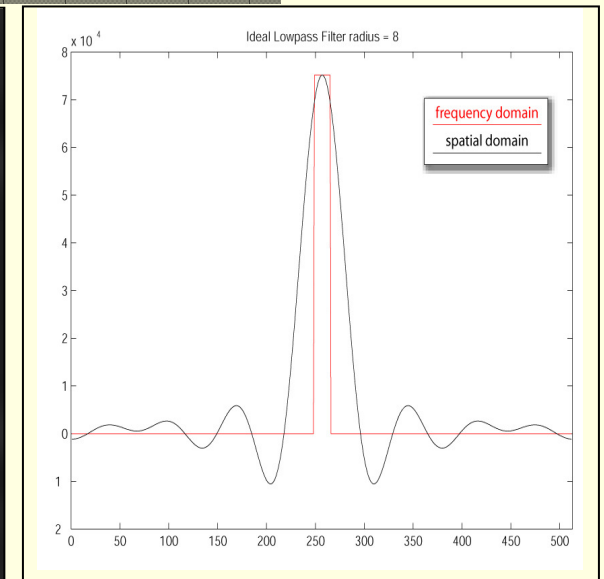
Размер на изображението: 512x512  
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **8**



Представяне в  
честотната област



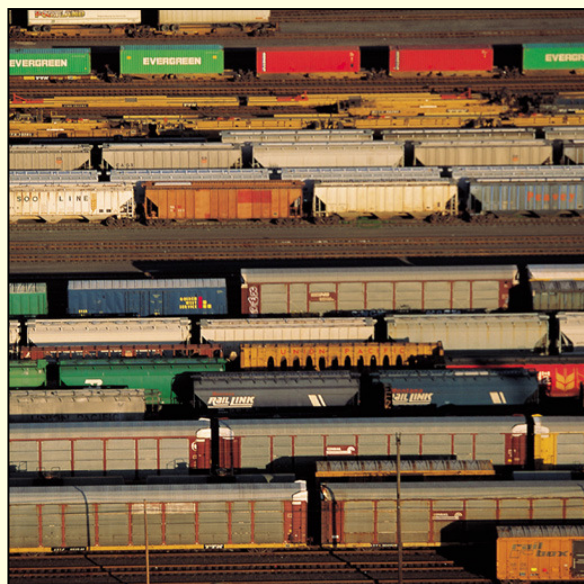
Представяне в  
пространствена  
област



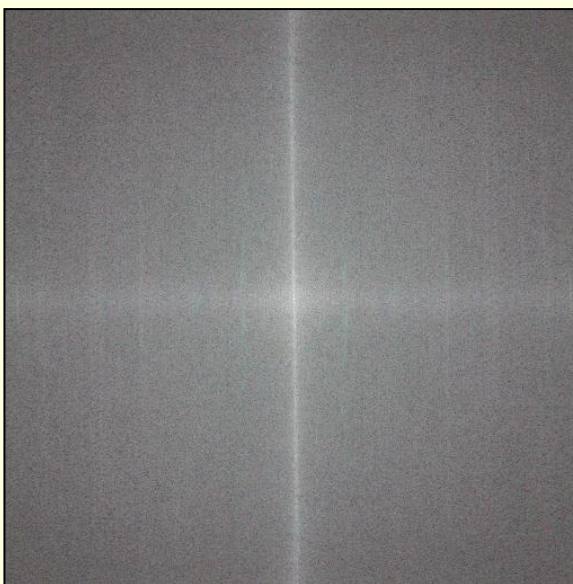
Централен профил

# Идеален нискочестотен филтър

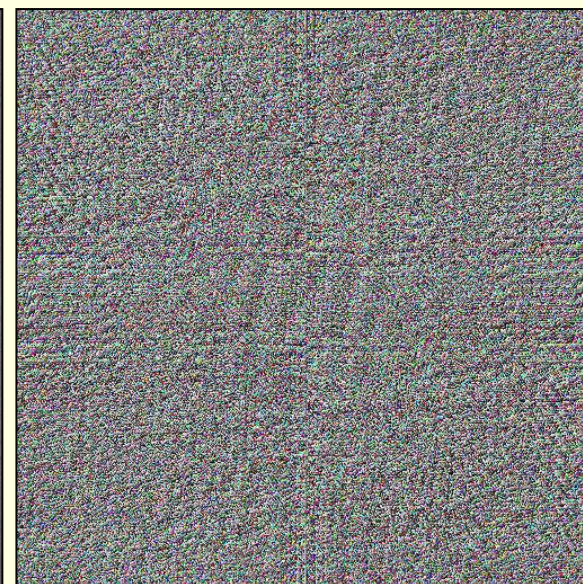
Размер на изображението: 512x512



Оригинално  
изображение



Енергиен спектър  
(спектрална функция)



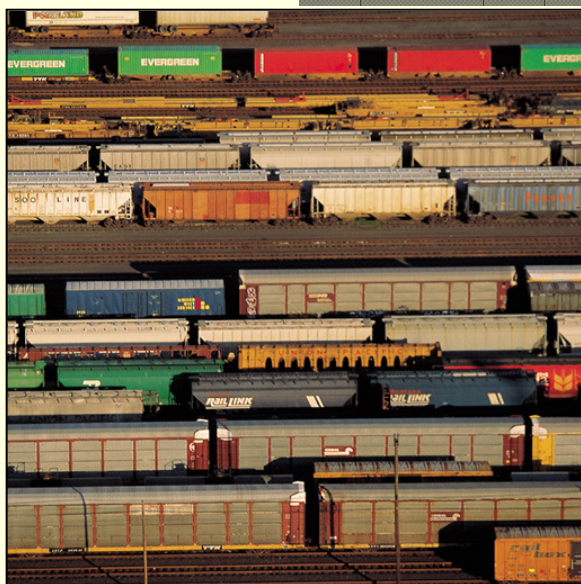
Фаза



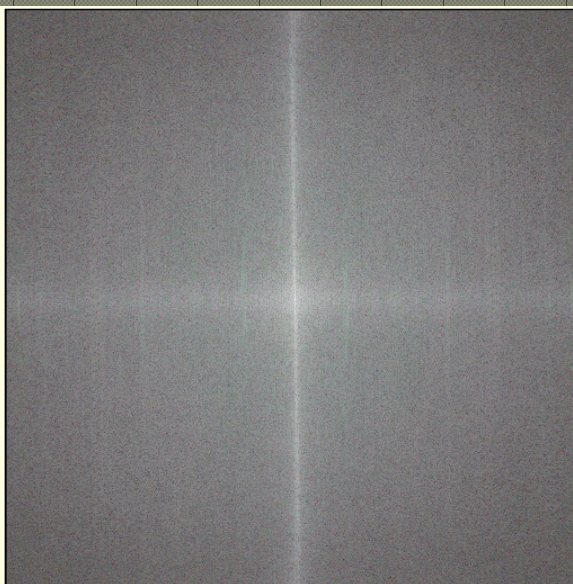
# Идеален нискочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

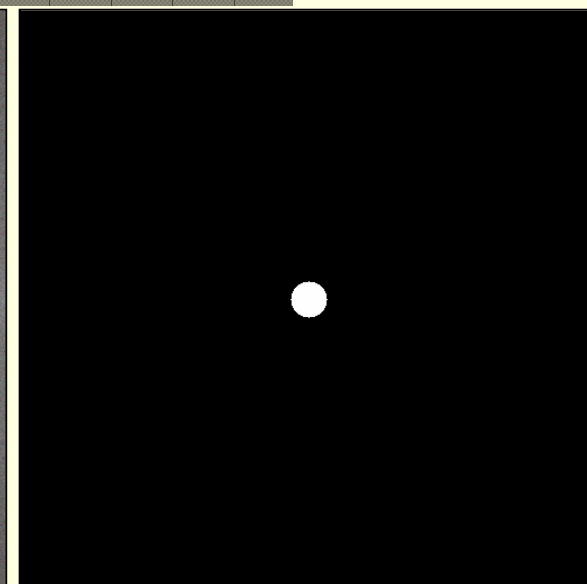
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**



Оригинално  
изображение



Енергиен спектър  
(спектрална функция)

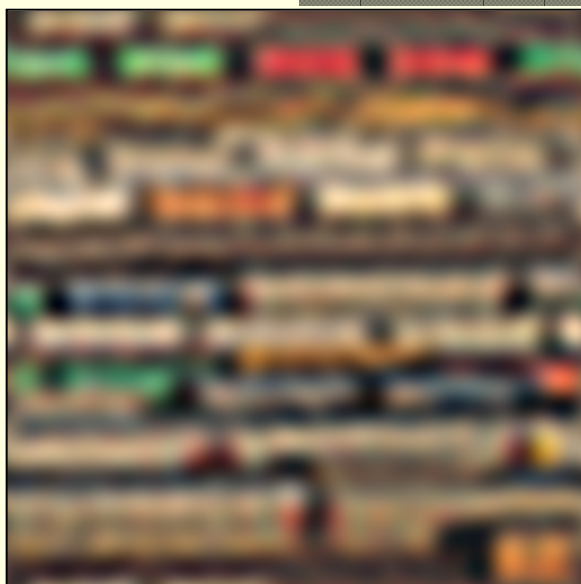


Идеален нискочестотен  
филтър във Фурие  
пространството

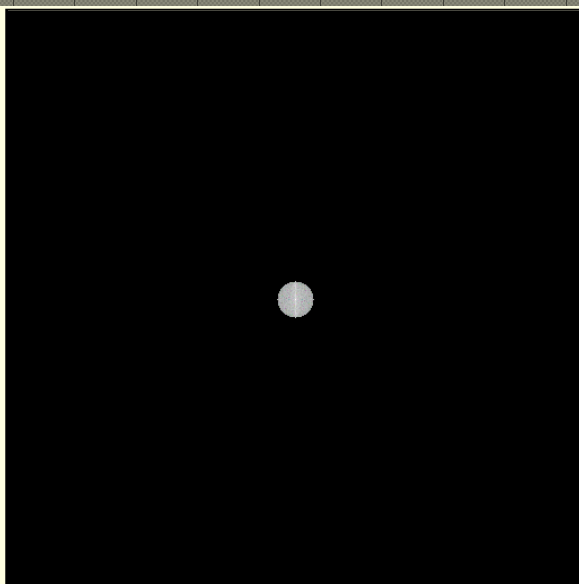


# Идеален нискочестотен филтър

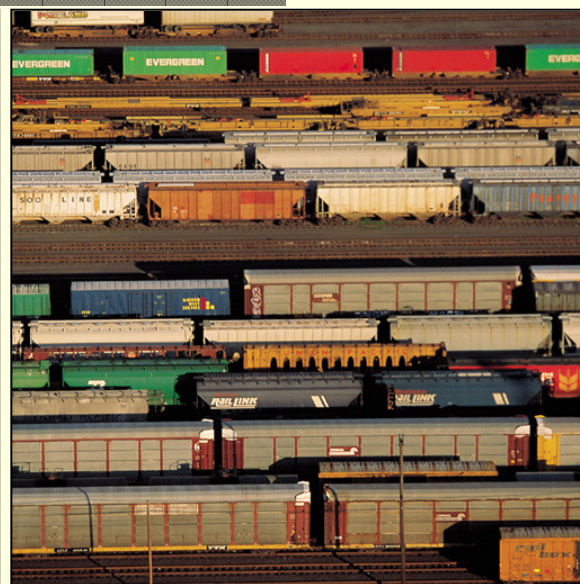
Размер на изображението: 512x512  
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**



Филтрирано  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър



Оригинално  
изображение

# Идеален високочестотен филтър

## ■ *Ideal high pass filter*

- филтрира всички нискочестотни компоненти във Фурие трансформацията, които са на разстояние по-малко от зададен праг  $D_0$  спрямо центъра на Фурие трансформацията

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{ако } D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{ако } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

- където
  - $D_0$  е зададена неотрицателна стойност
  - $D(u, v)$  е разстоянието на точката  $(u, v)$  до центъра на честотната трансформация

# Идеален високочестотен филтър

---

## ■ *Ideal high pass filter*

- има цел противоположна на нискочестотния филтър
- затова филтриращата функция може да се представи като

$$H_{hp}(u, v) = 1 - H_{lp}(u, v)$$

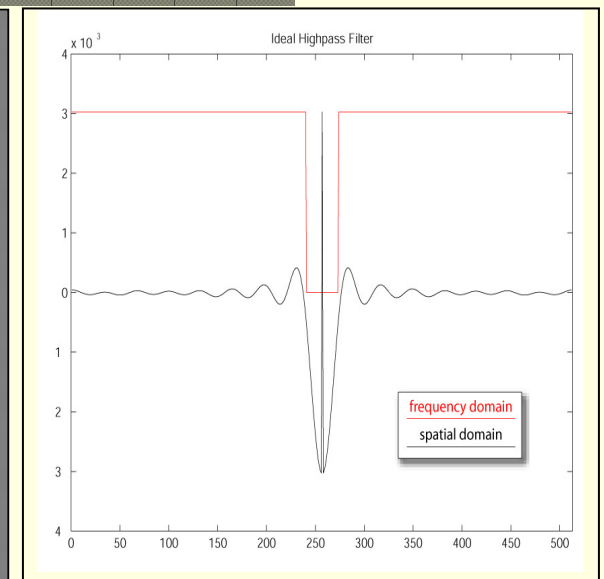
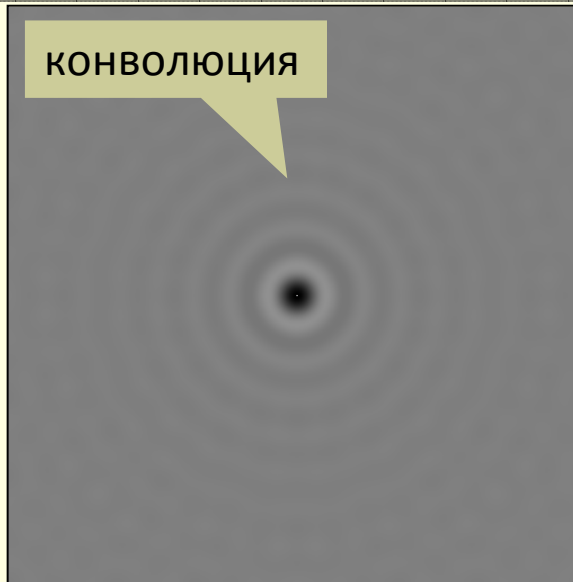
# Идеален високочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512  
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**

умножение



КОНВОЛУЦИЯ



Представяне в  
честотната област

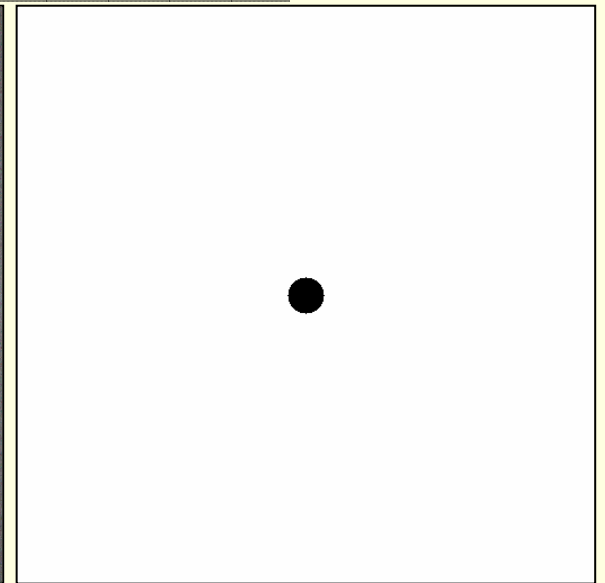
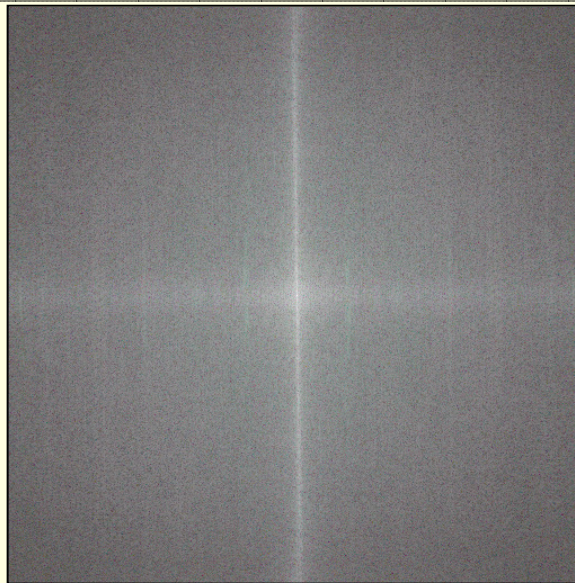
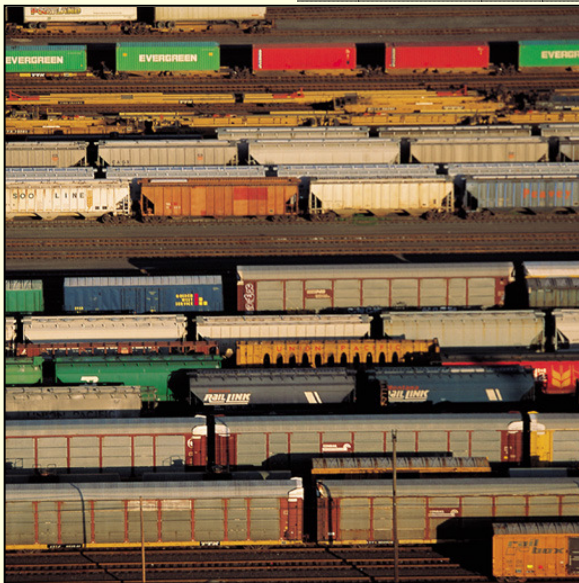
Представяне в  
пространств. област

Централен профил

# Идеален високочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**



Оригинално  
изображение

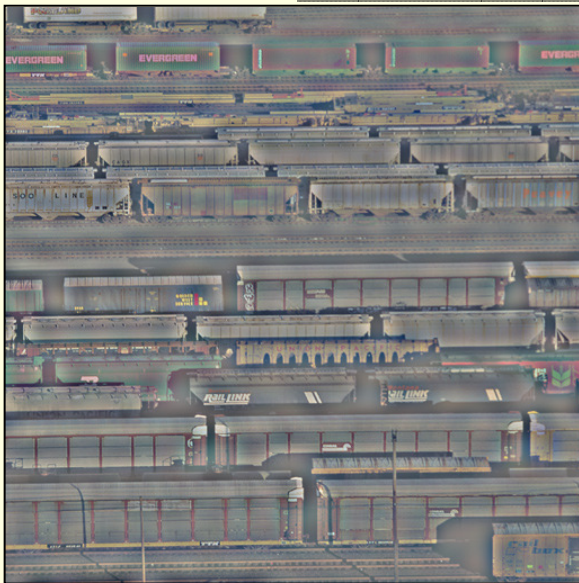
Енергиен спектър  
(спектрална функция)

Идеален високочест.  
филтър във Фурие  
пространството



# Идеален високочестотен филтър

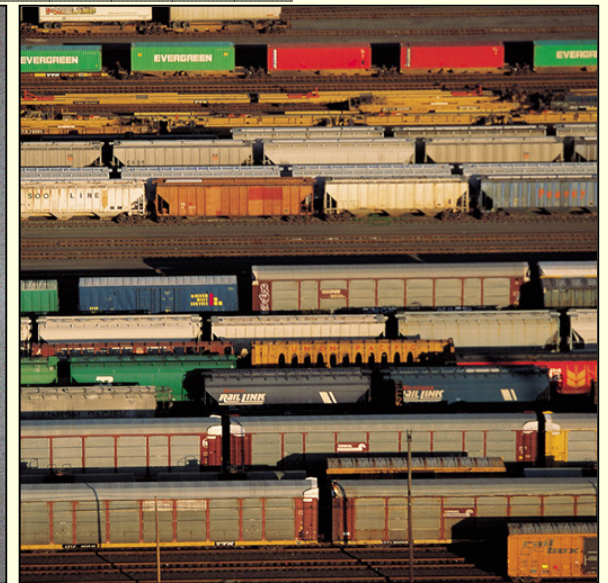
Размер на изображението: 512x512  
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**



Филтрирано  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър

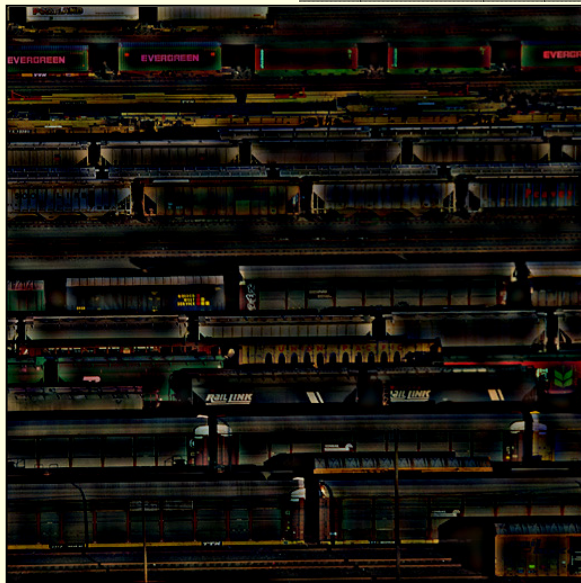


Оригинално  
изображение

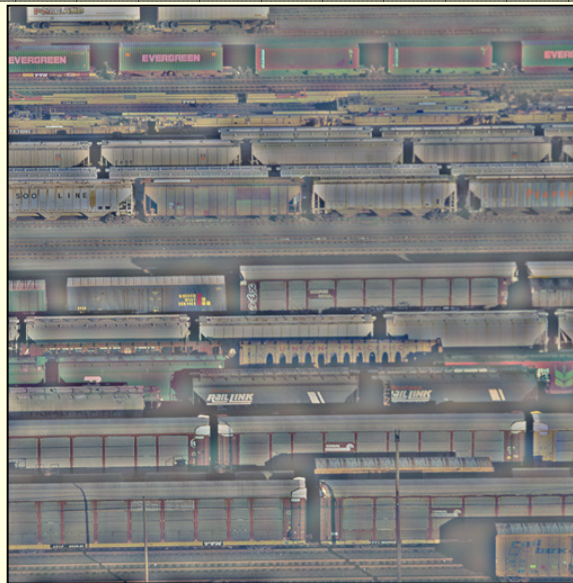
съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 е 128

# Идеален високочестотен филтър

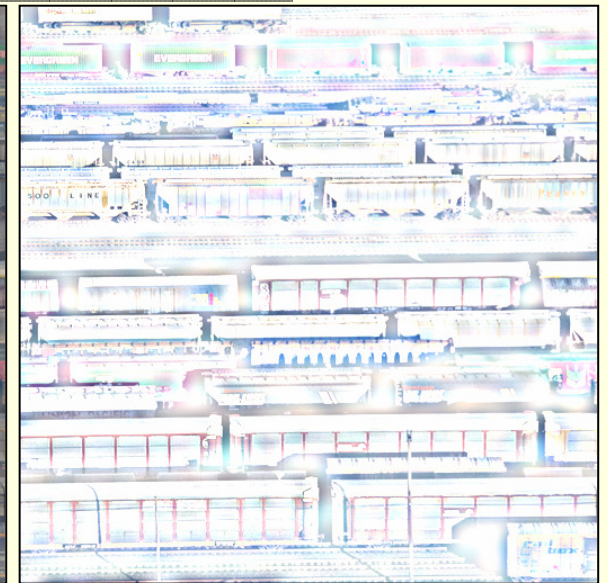
Размер на изображението: 512x512  
Радиус на филтъра във Фурие пространството: **16**



Положителни  
пиксели



Филтрирано  
изображение

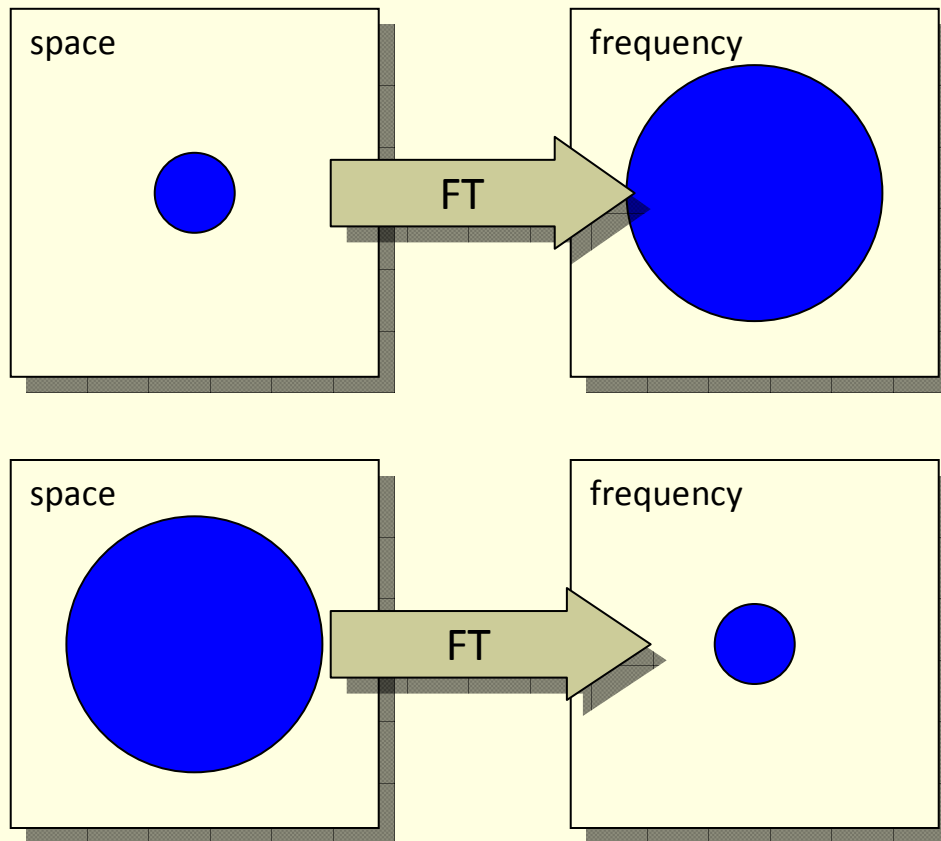


Отрицателни пиксели

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 е 128

# Uncertainty Relation

- Малък обект в пространството на изображението има голям обхват в честотната област и обратно

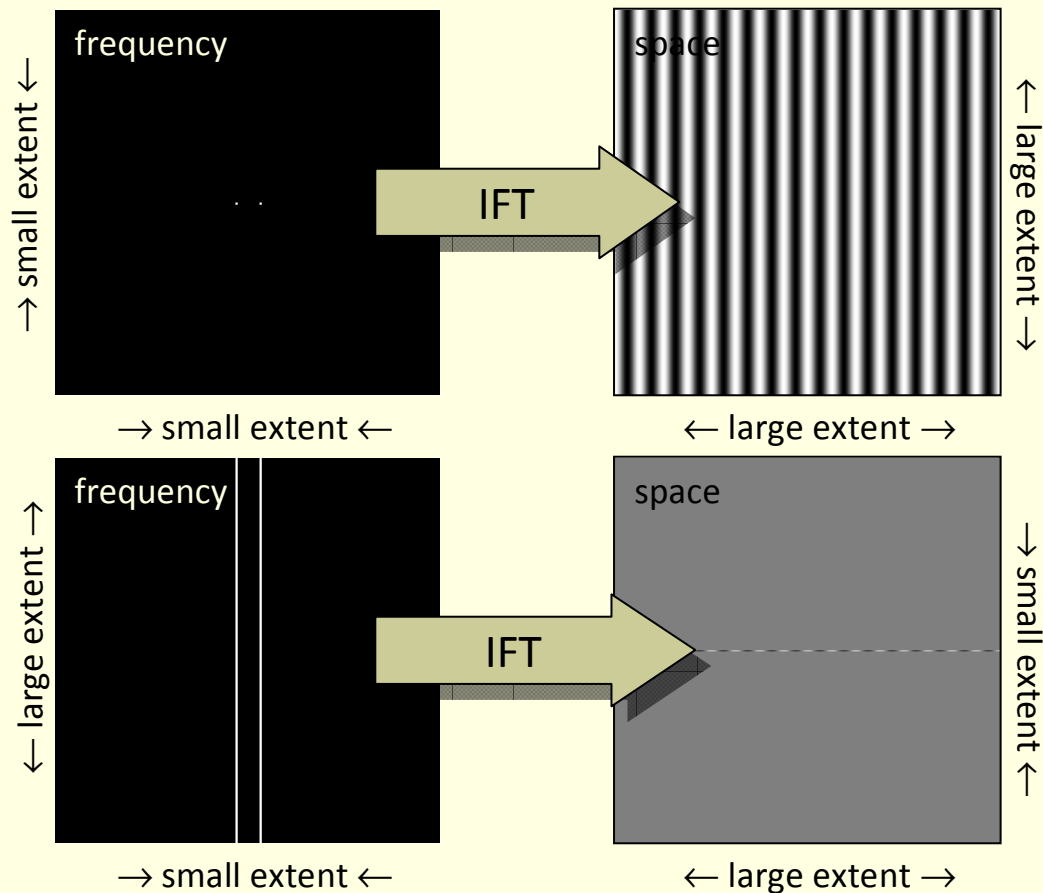


Ако  $\Delta x \Delta y$  са размерите на обект в пространството на изображението и  $\Delta u \Delta v$  е обхвата му в честотната област,

$$\Delta x \Delta y \cdot \Delta u \Delta v \geq \frac{1}{16\pi^2}$$



# Uncertainty Relation

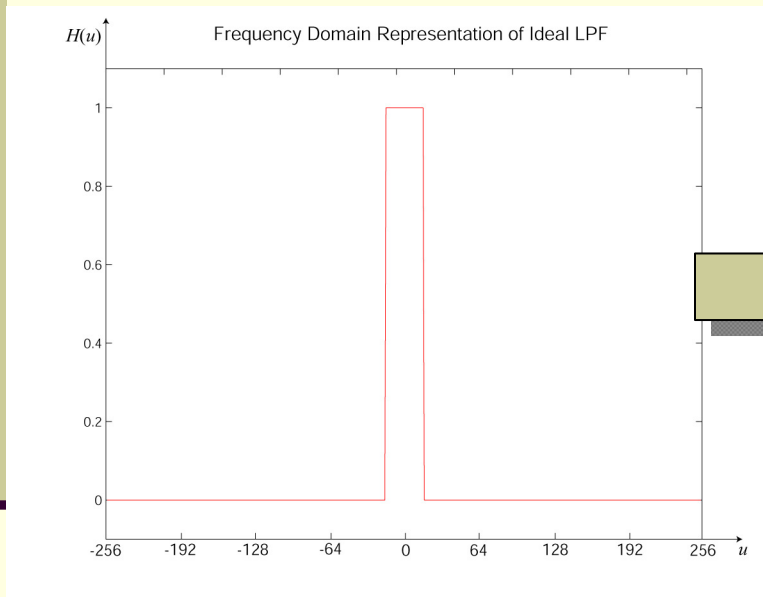


Симетрична двойка импулси става синусоида в честотната област

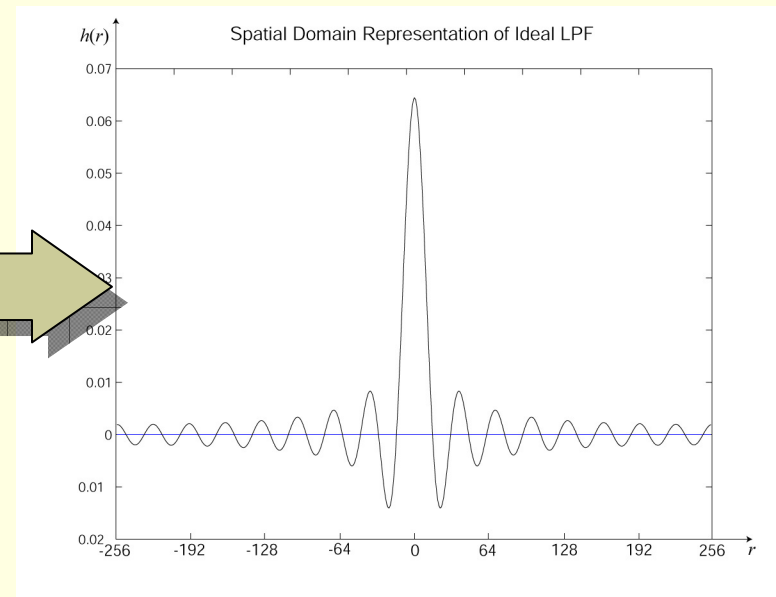
Симетрична двойка линии в честотната област става синусоидална линия в пространството на изображението

# Идеални филтри

- Идеалните филтри не водят до идеални резултати



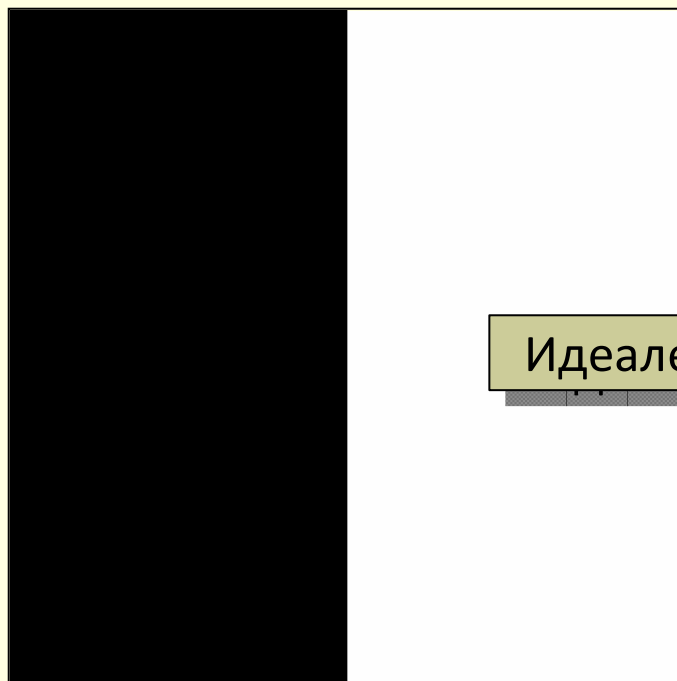
IFT



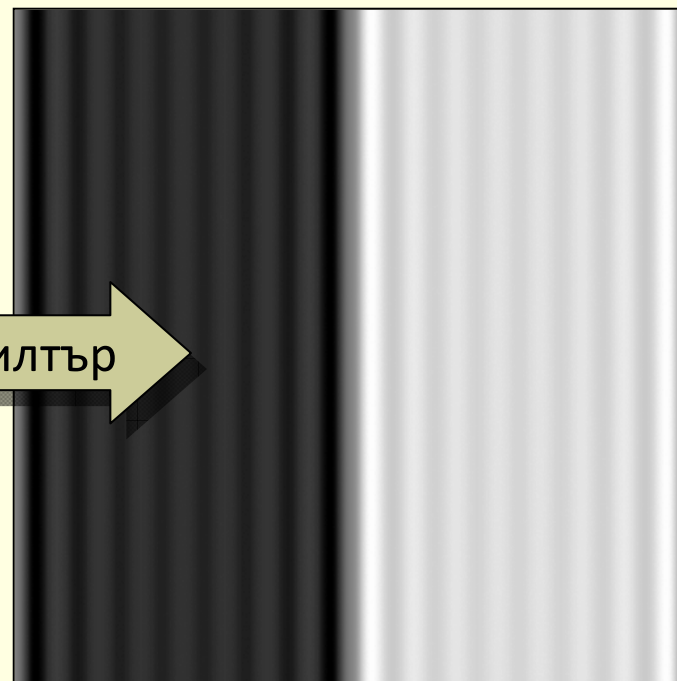
Идеален  
нискочестотен филтър

Резониращ ефект в  
пространството на  
изображението

# Идеални филтри



Идеален НЧ филтър

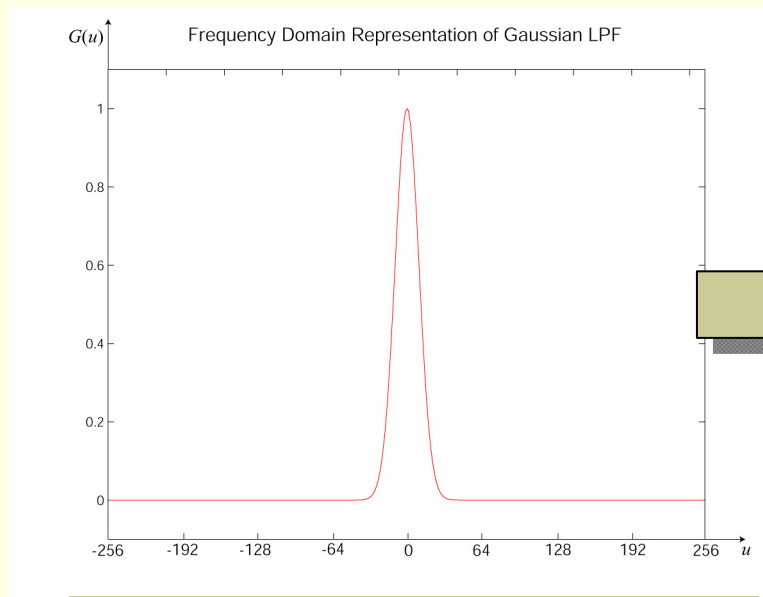


Изглаждане на  
изображението с идеален  
нискочестотен филтър

Резултатът е изкривен:  
появява се резониращ  
ефект

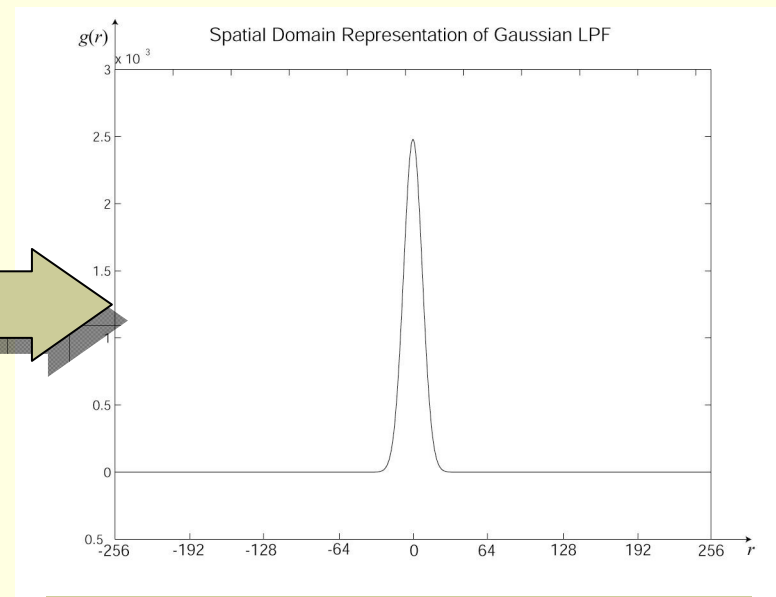
# Оптимален филтър

- **Гаусовият филтър** оптимизира “uncertainty relation”
  - осигурява най-рязко изрязване на високите честоти с най-малък резонансен ефект



Гаусов филтър в честотната област

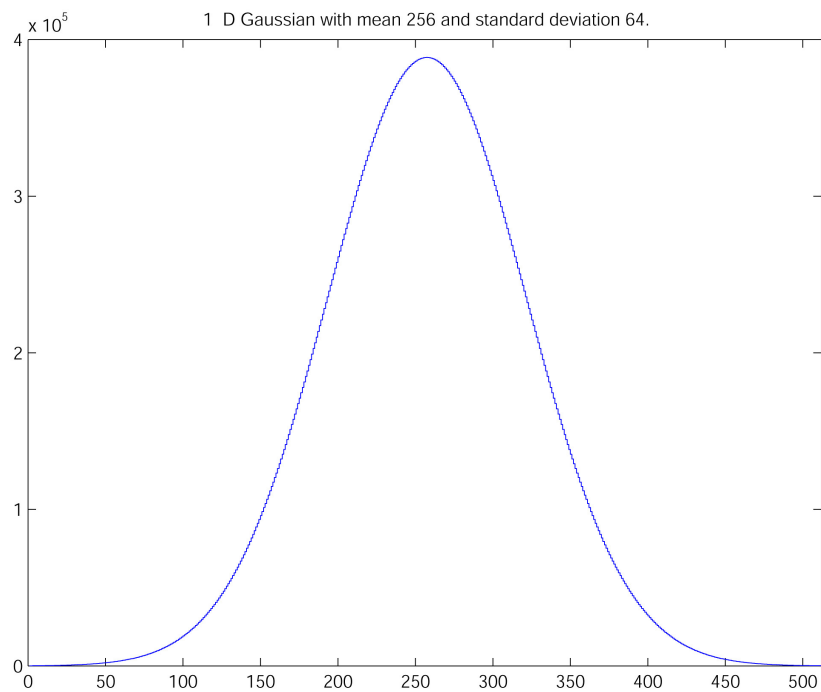
IFT



Гаусов филтър в пространствената област

# Гаусов филтър

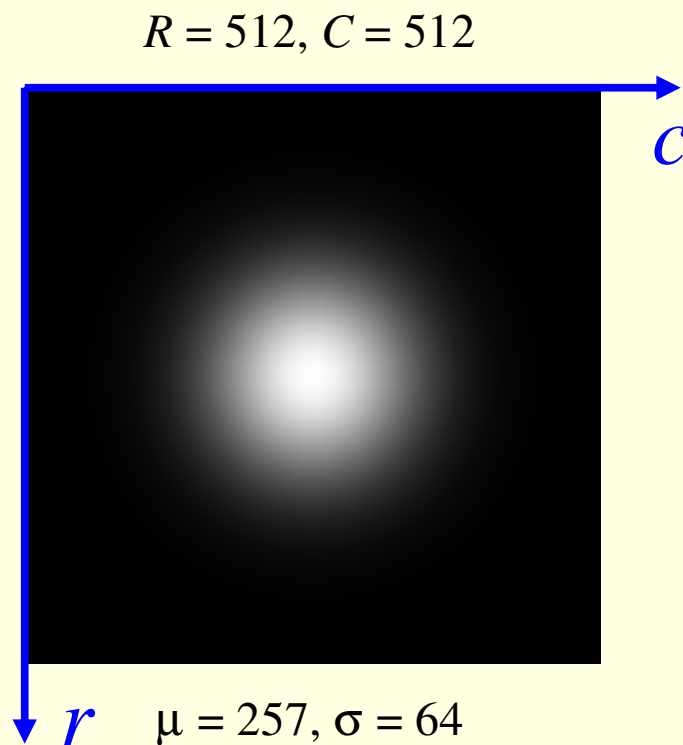
- Едномерна Гаусова функция



$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

# Гаусов филтър

- Двумерна Гаусова функция



$$g(r, c) = g(r)g(c)$$

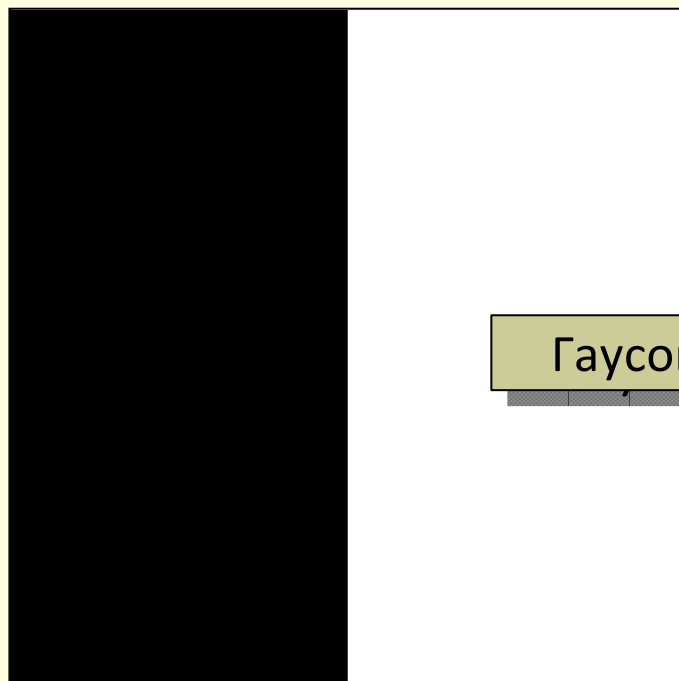
$$= \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_c} e^{-\frac{(r-\mu_r)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(y-\mu_c)^2}{2\sigma_c^2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_c} e^{-\frac{\sigma_c^2(x-\mu_r)^2 + \sigma_r^2(y-\mu_c)^2}{2\sigma_r^2\sigma_c^2}}$$

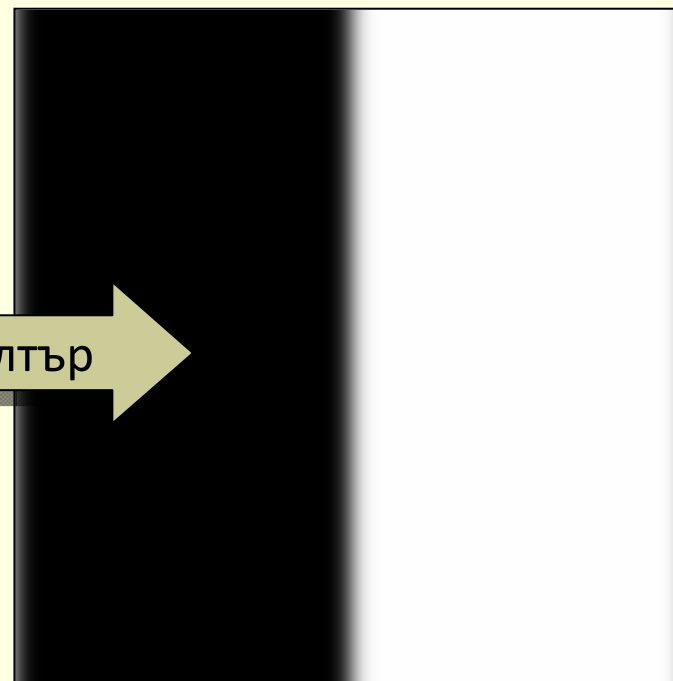
$$g(r, c) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{(r-\mu)^2 + (c-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

ако  $\mu$  и  $\sigma$  са еднакви за  $r$  &  $c$

# Гаусов филтър



Гаусов НЧ филтър



Изглаждане на  
изображението с Гаусов  
нискочестотен филтър

Резултатът е изглаждане на  
изображението без  
резониращ ефект

# Гаусов нискочестотен филтър

- ***Gaussian low pass filter***

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2\sigma^2}$$

- където

- $D(u, v)$  е разстоянието на точката  $(u, v)$  до центъра на честотната трансформация

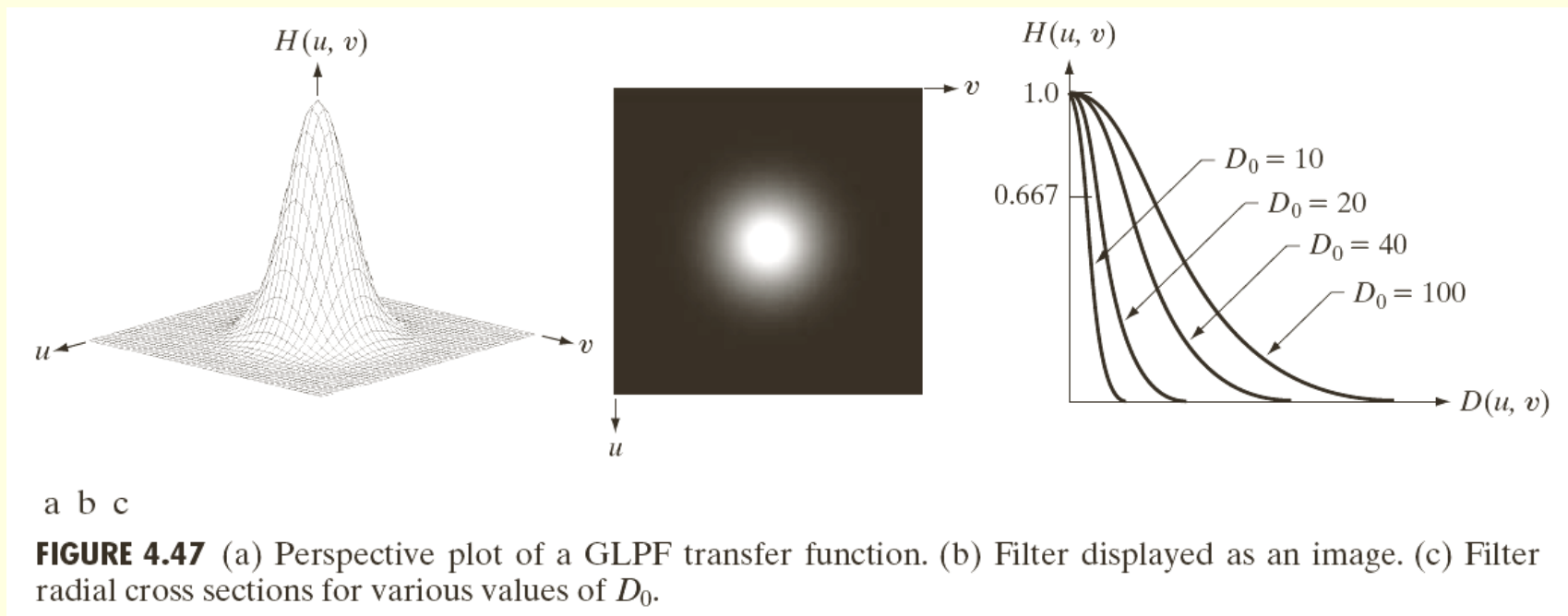
- ако се положи  $\sigma = D_0$

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$



# Гаусов нискочестотен филтър

Представяне в *честотната* област  
( $D_0 = 10, 20, 40, 100$ )



# Гаусов нискочестотен филтър

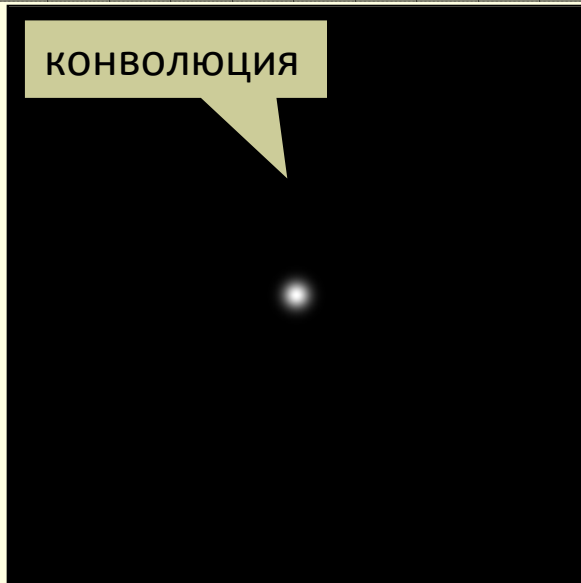
Размер на изображението: 512x512  
Стойност на  $\sigma$  в простр. област: 8

умножение

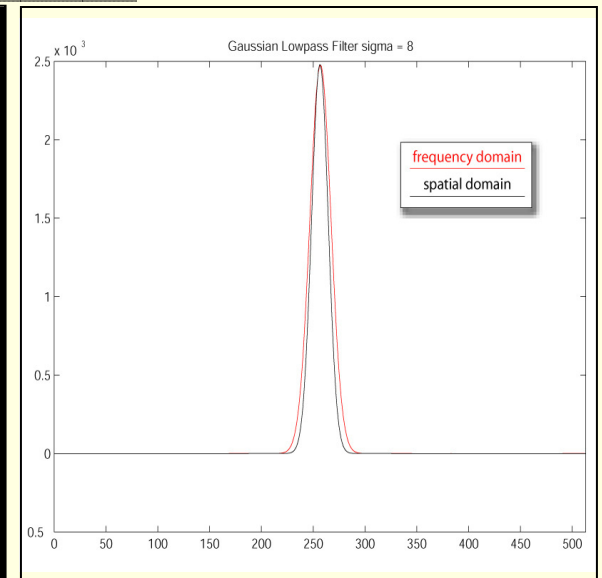


Представяне в  
честотната област

КОНВОЛУЦИЯ



Представяне в  
пространств. област



Централен профил

# Гаусов нискочестотен филтър

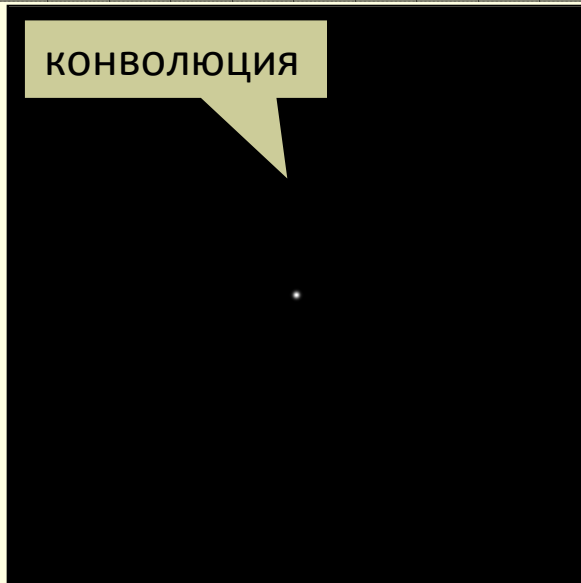
Размер на изображението: 512x512  
Стойност на  $\sigma$  в протр. област: **2**

умножение

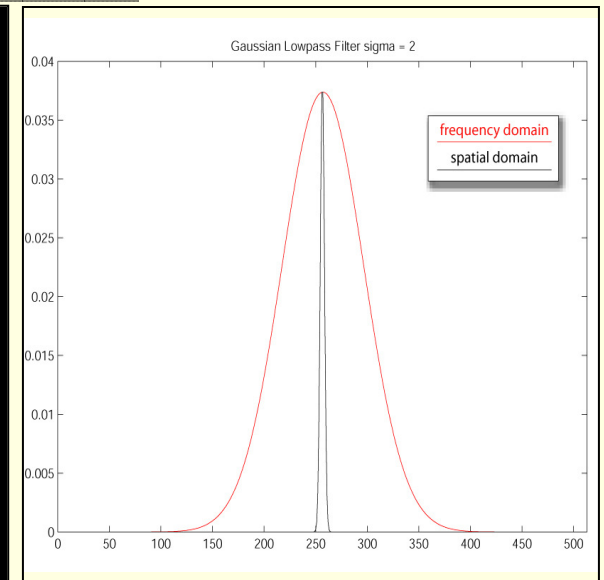


Представяне в  
честотната област

КОНВОЛУЦИЯ



Представяне в  
пространств. област

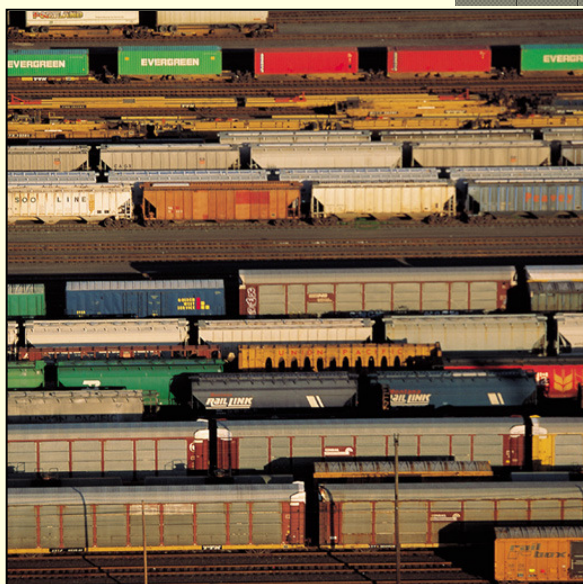


Централен профил

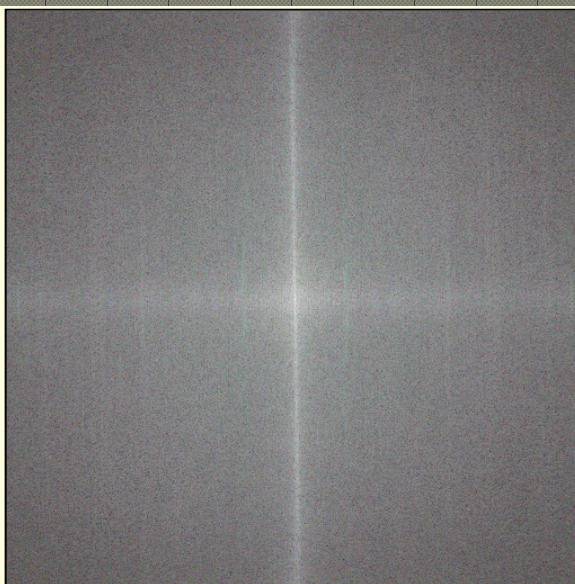
# Гаусов нискочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

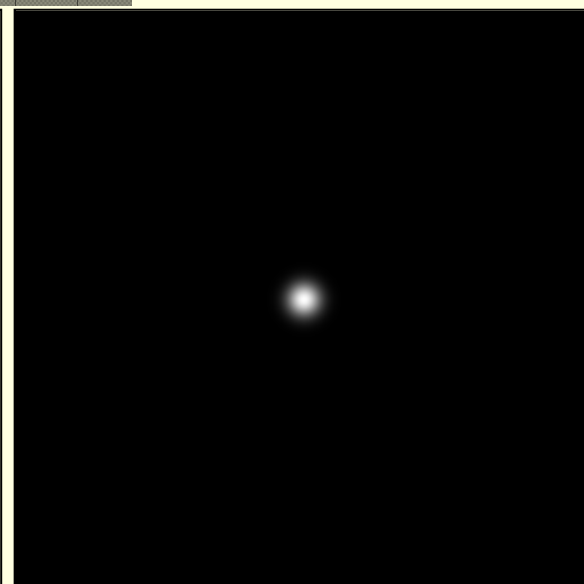
Стойност на  $\sigma$  в простр. област: **8**



Оригинално  
изображение



Енергиен спектър  
(спектрална функция)



Гаусов филтър във  
Фурие пространството

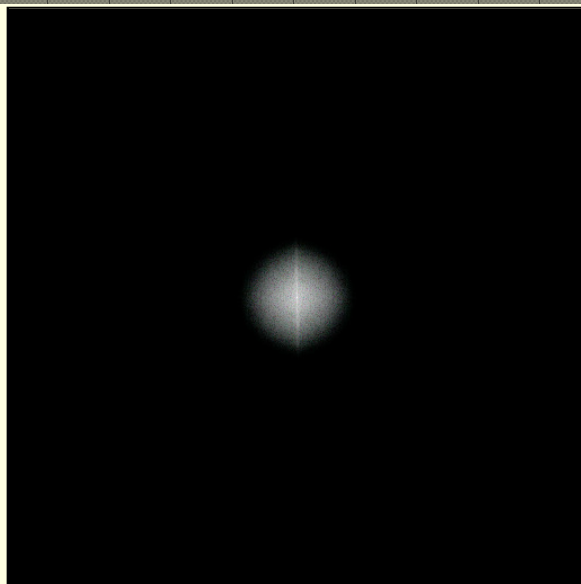
# Гаусов нискочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

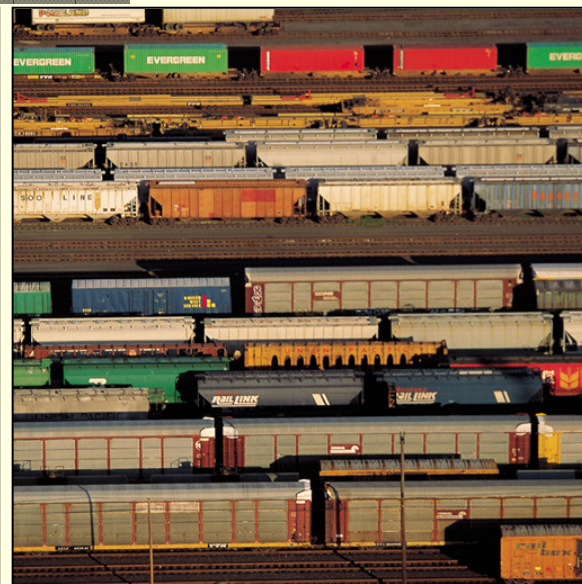
Стойност на  $\sigma$  в простр. област: **8**



Филтрирано  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър



Оригинално  
изображение

# Гаусов високочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

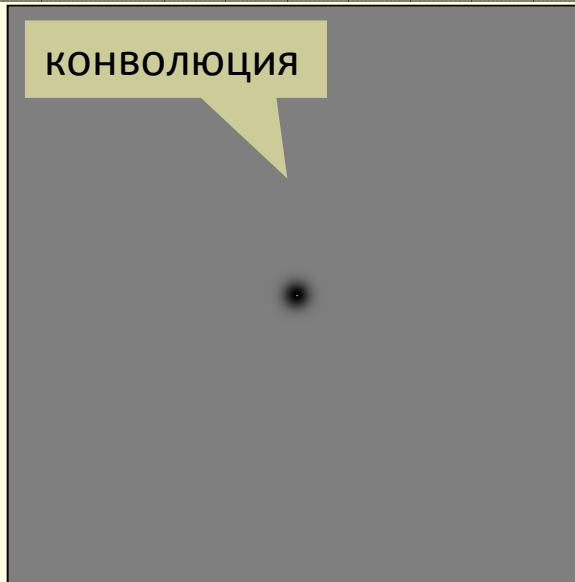
Стойност на  $\sigma$  в честотната област: **8**

умножение

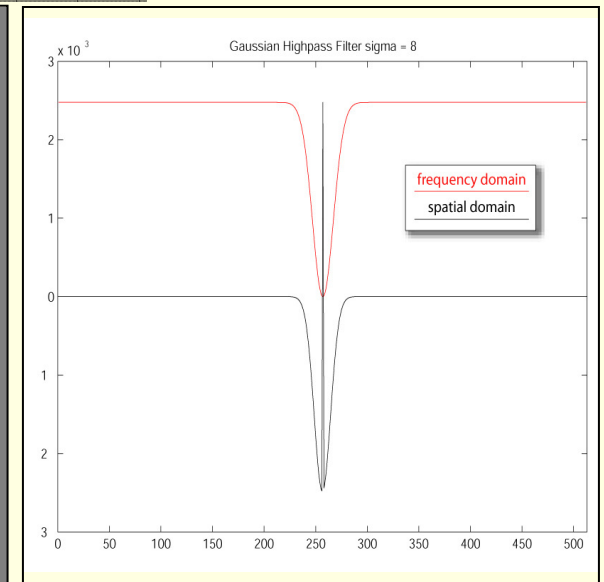


Представяне в  
честотната област

КОНВОЛУЦИЯ



Представяне в  
пространств. област

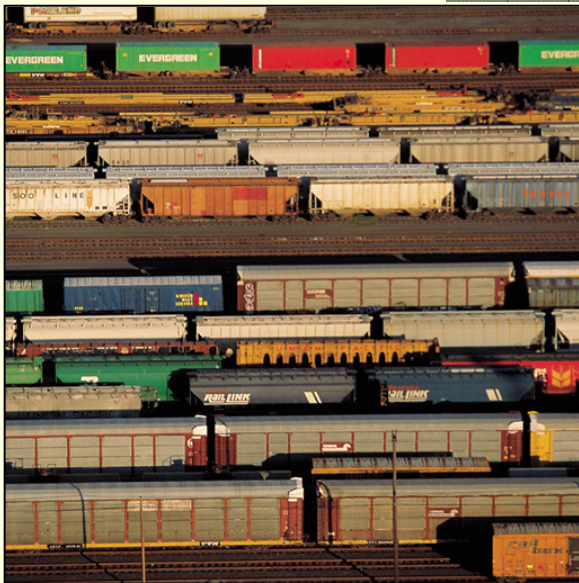


Централен профил

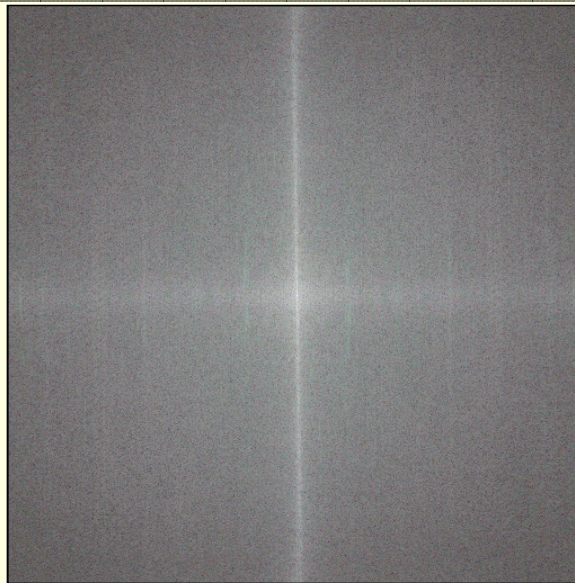


# Гаусов високочестотен филтър

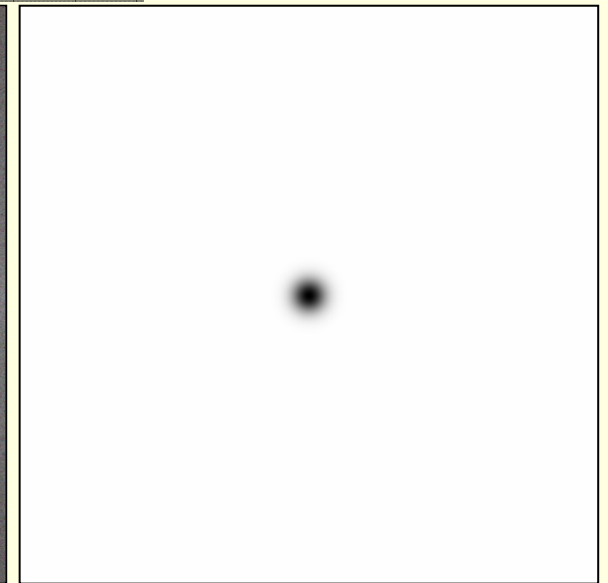
Размер на изображението: 512x512  
Стойност на  $\sigma$  в честотната област: 8



Оригинално  
изображение



Енергиен спектър  
(спектрална функция)

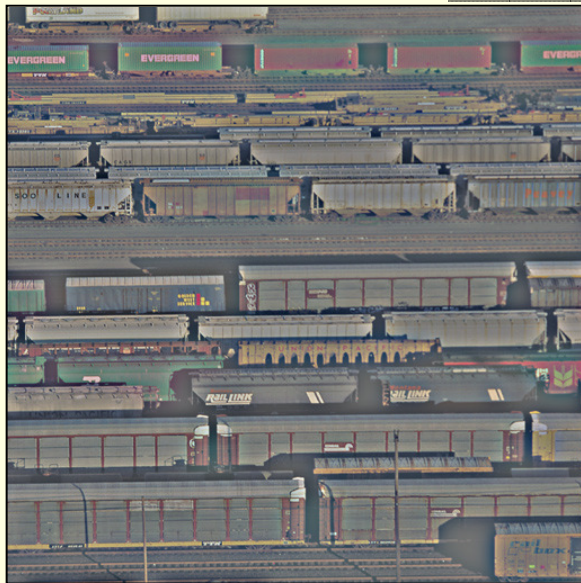


Гаусов филтър във  
Фурие пространството

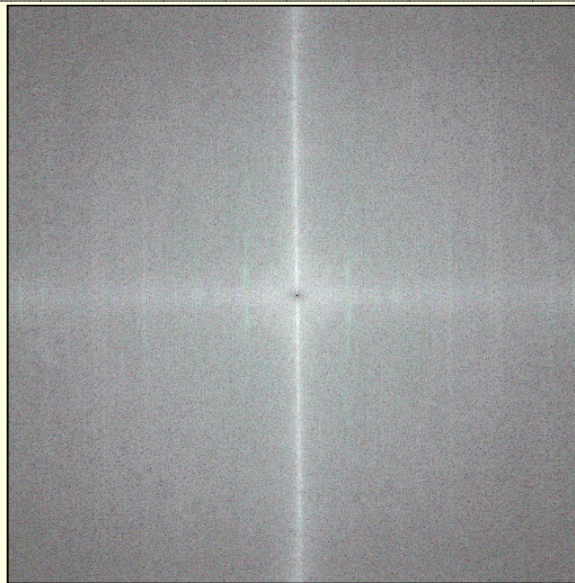
# Гаусов високочестотен филтър

Размер на изображението: 512x512

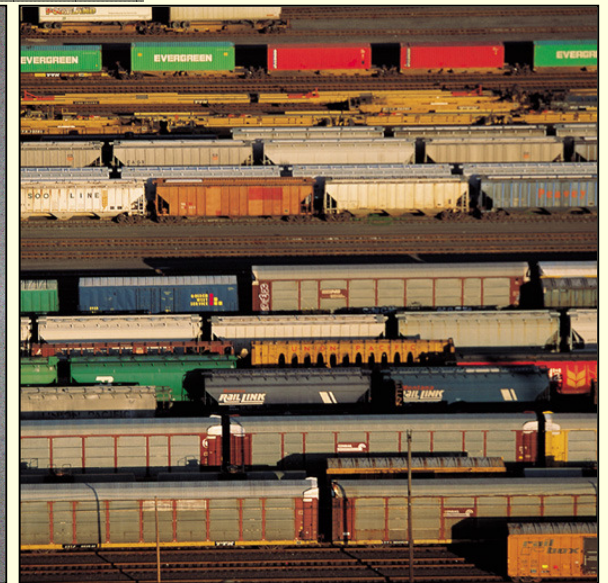
Стойност на  $\sigma$  в честотната област: 8



Филтрирано  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър



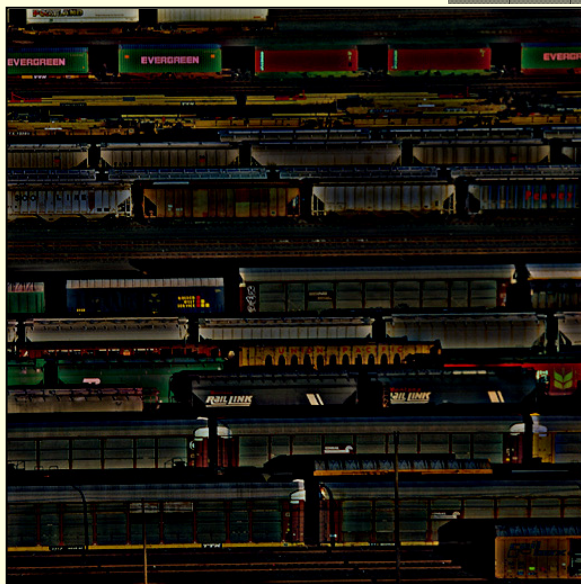
Оригинално  
изображение

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 е 128

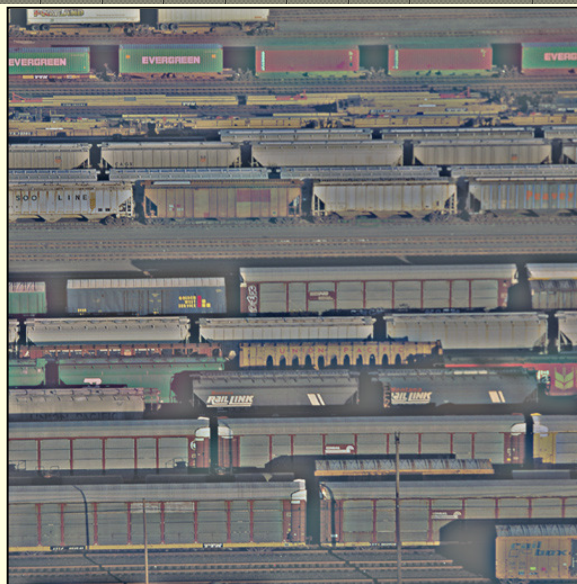


# Гаусов високочестотен филтър

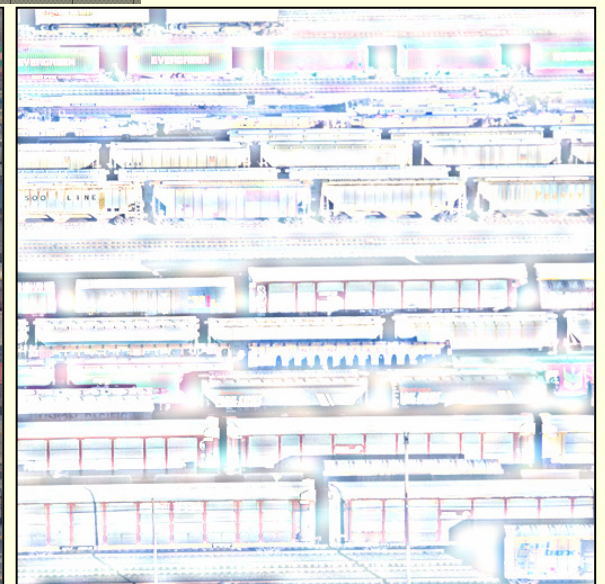
Размер на изображението: 512x512  
Стойност на  $\sigma$  в честотната област: 8



Положителни  
пиксели



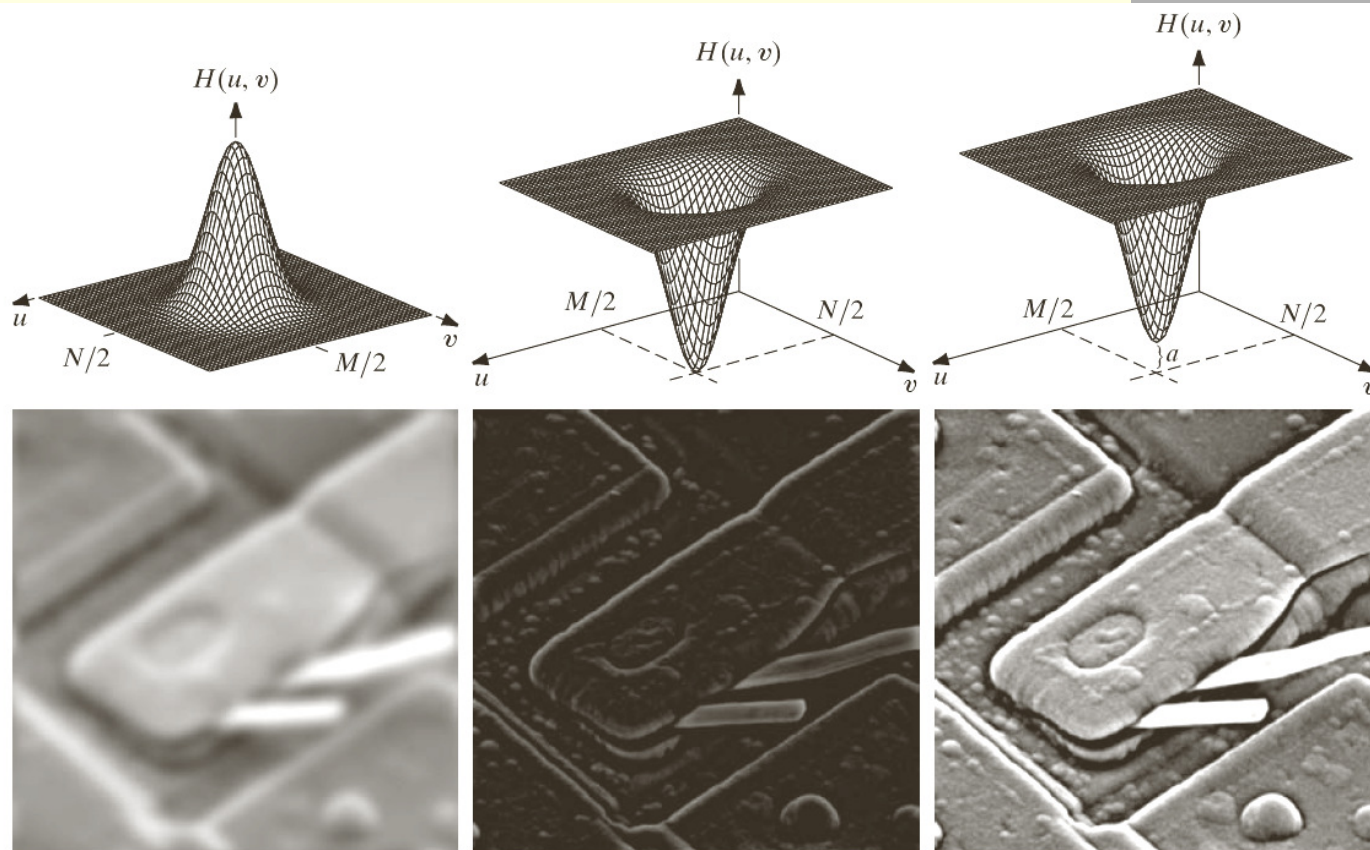
Филтрирано  
изображение



Отрицателни пиксели

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 и 128

# Гаусови филтри



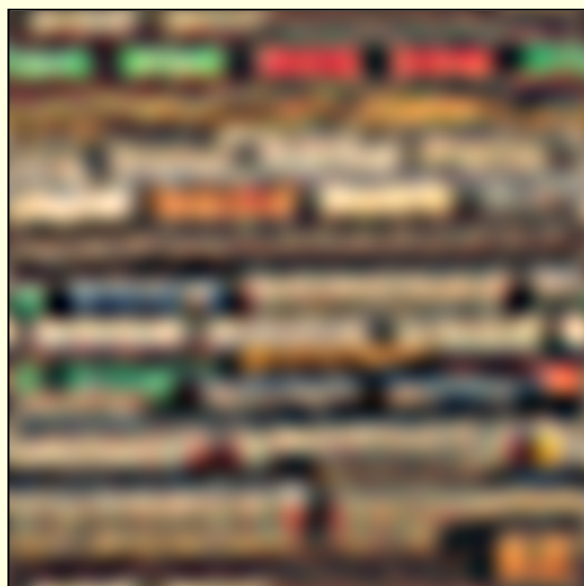
a b c  
d e f

**FIGURE 4.31** Top row: frequency domain filters. Bottom row: corresponding filtered images obtained using Eq. (4.7-1). We used  $a = 0.85$  in (c) to obtain (f) (the height of the filter itself is 1). Compare (f) with Fig. 4.29(a).

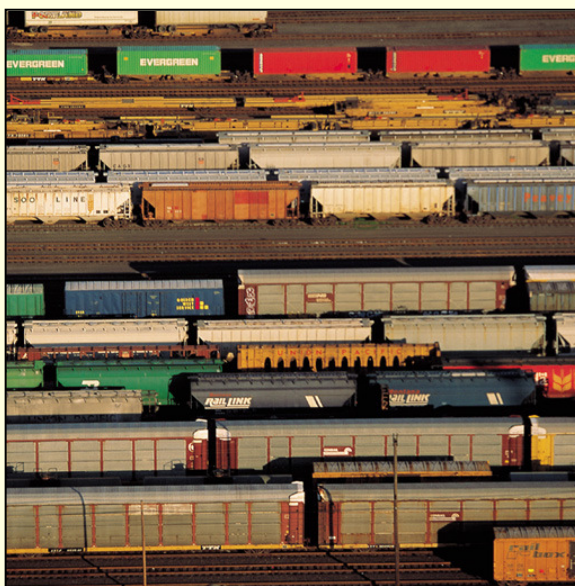


# Сравнение

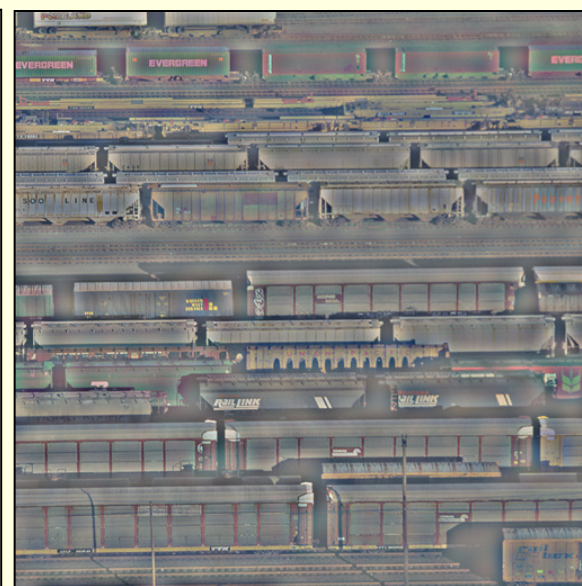
## Сравнение на идеалните и Гаусовите филтри



**Идеален**  
нискочестотен филтър



Оригинално  
изображение



**Идеален**  
високочестотен филтър

# Сравнение

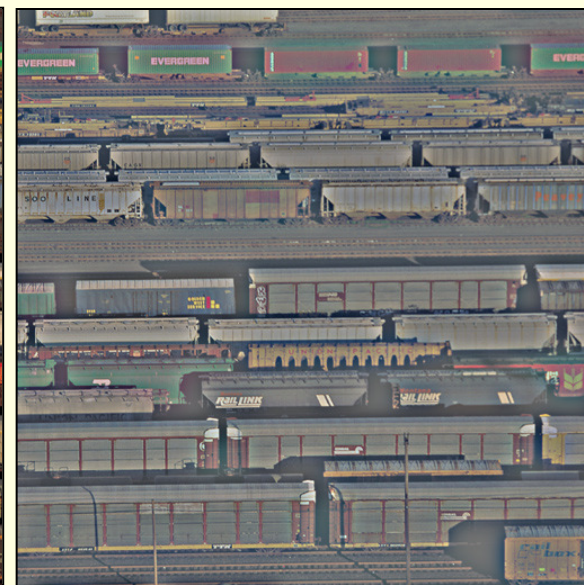
## Сравнение на идеалните и Гаусовите филтри



**Гаусов**  
нискочестотен филтър



Оригинално  
изображение



**Гаусов**  
високочестотен филтър

# Butterworth нискочестотен филтър

## ■ *Butterworth low pass filter*

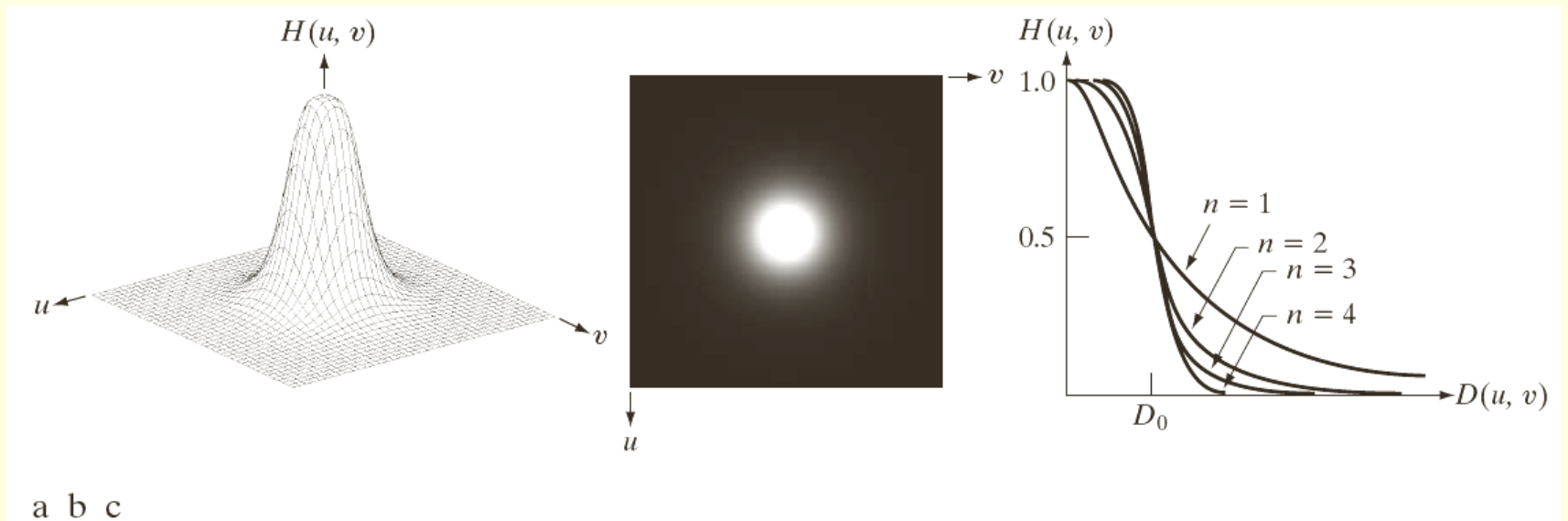
- от ред  $n$  с изрязваща честота  $D_0$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ D(u, v) / D_0 \right]^{2n}}$$

- където
  - $D_0$  е зададена неотрицателна стойност
  - $D(u, v)$  е разстоянието на точката  $(u, v)$  до центъра на честотната трансформация

- нарича се още *maximally flat magnitude filter*

# Butterworth нискочестотен филтър

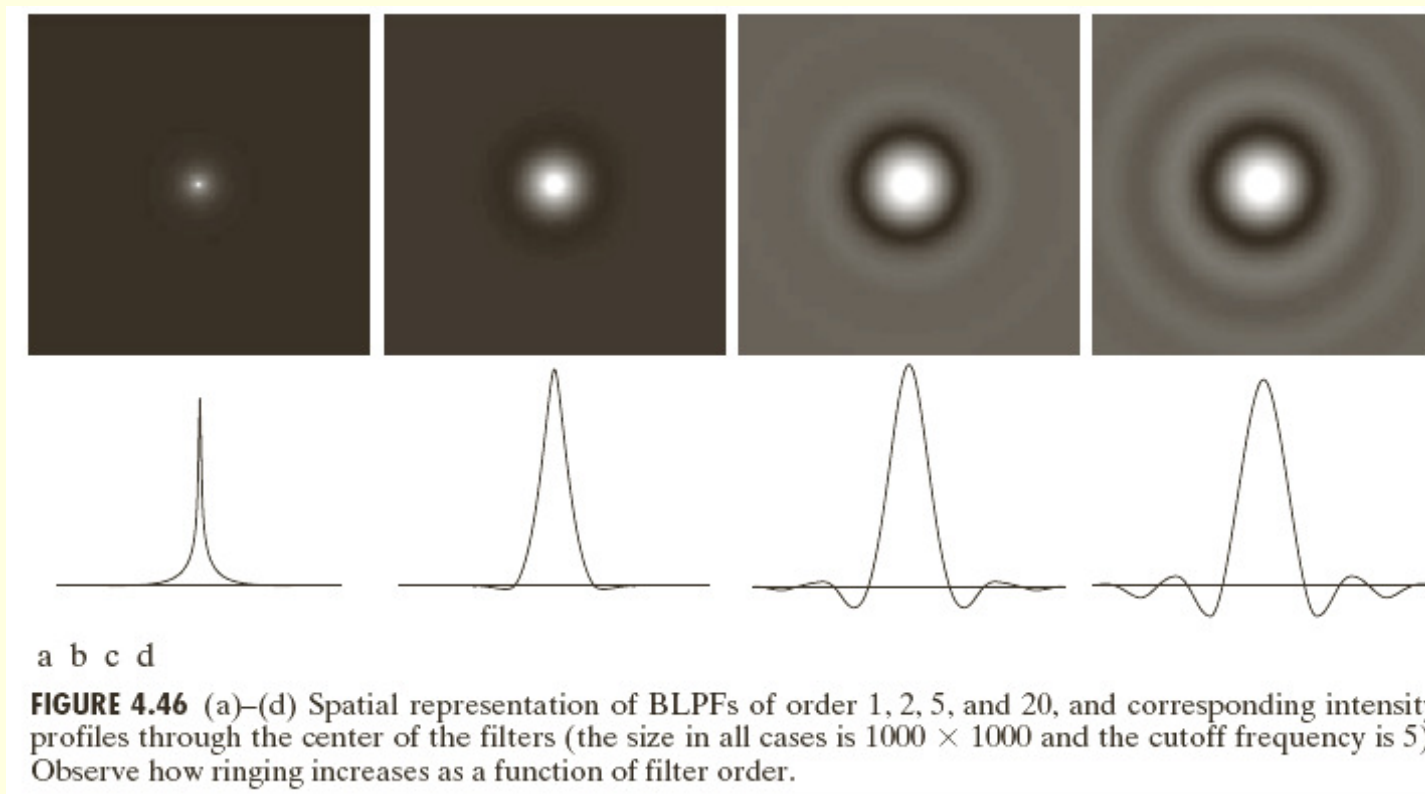


**FIGURE 4.44** (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass-filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.

# Butterworth нискочестотен филтър

Представяне в *пространствената* област

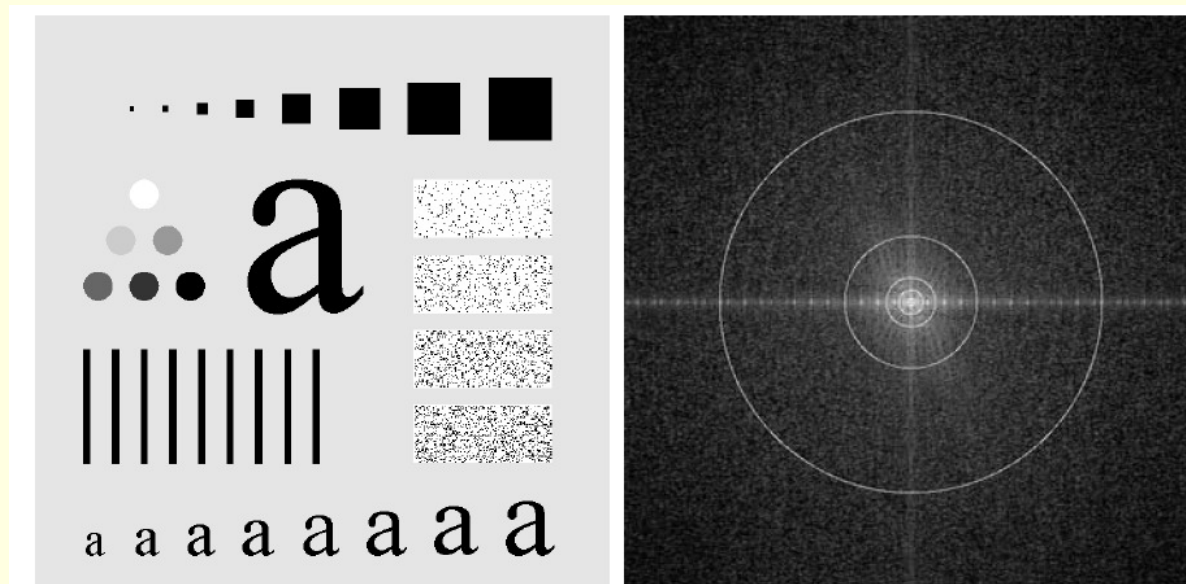
( $D_0 = 5$ ,  $n = 1, 2, 5, 20$ , размери  $1000 \times 1000$ )





# Идеален и Butterworth НЧ филтър

Тестово изображение с размери 688×688 пиксела  
и неговата Фурие трансформация  
с добавени окръжности с радиус 10, 30, 60, 160 и 460

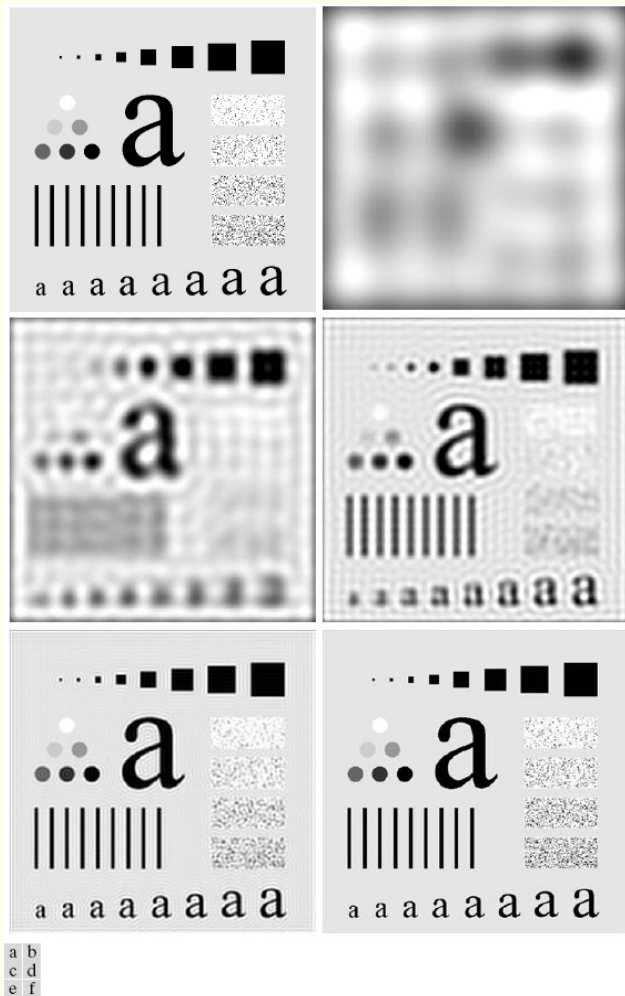


a b

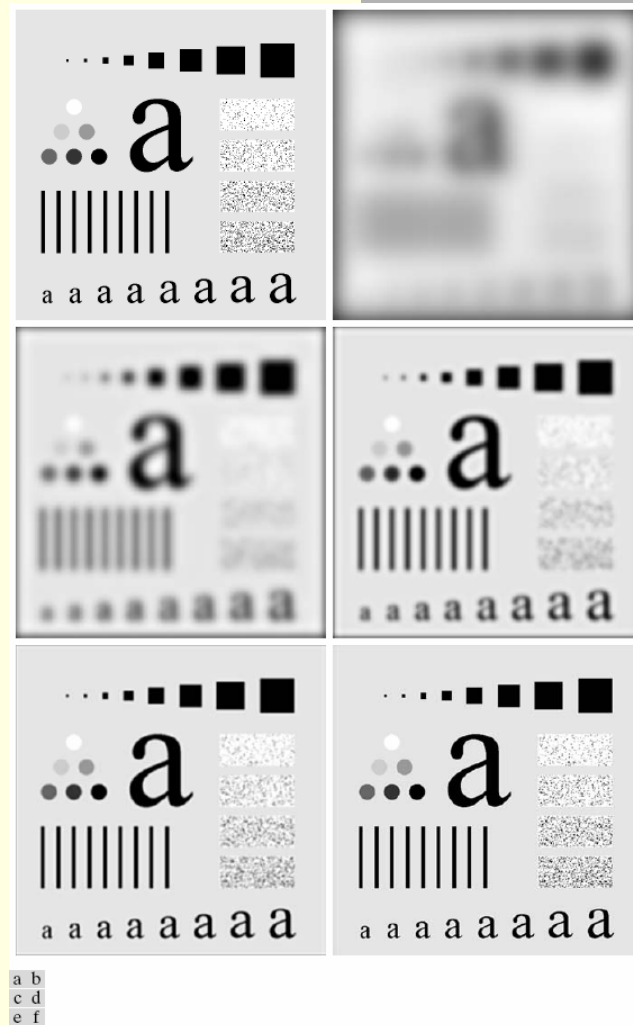
**FIGURE 4.41** (a) Test pattern of size  $688 \times 688$  pixels, and (b) its Fourier spectrum. The spectrum is double the image size due to padding but is shown in half size so that it fits in the page. The superimposed circles have radii equal to 10, 30, 60, 160, and 460 with respect to the full-size spectrum image. These radii enclose 87.0, 93.1, 95.7, 97.8, and 99.2% of the padded image power, respectively.



# Идеален и Butterworth НЧ филтър



**FIGURE 4.42** (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering using ILPFs with cutoff frequencies set at radii values 10, 30, 60, 160, and 460, as shown in Fig. 4.41(b). The power removed by these filters was 13, 6.9, 4.3, 2.2, and 0.8% of the total, respectively.



**FIGURE 4.45** (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering using BLPFs of order 2, with cutoff frequencies at the radii shown in Fig. 4.41. Compare with Fig. 4.42.

# Butterworth високочестотен филтър

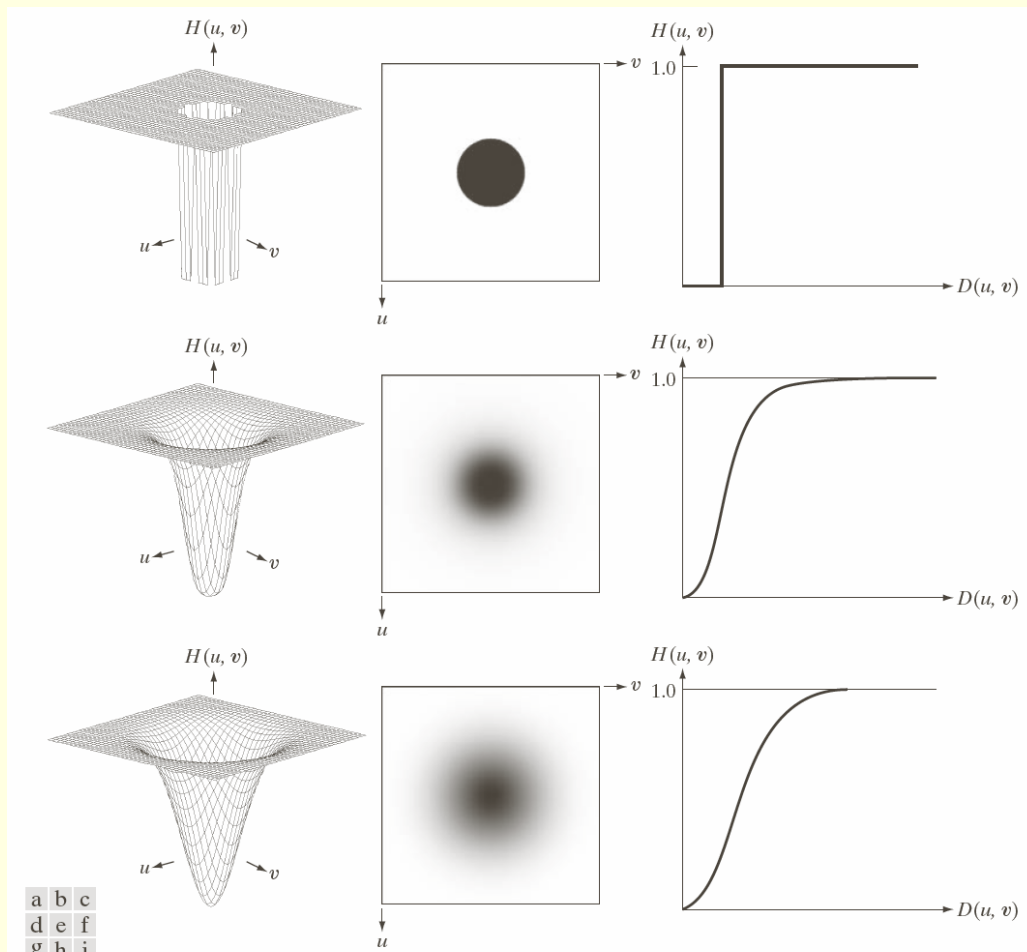
## ■ *Butterworth high pass filter*

- от ред  $n$  с изрязваща честота  $D_0$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ D_0 / D(u, v) \right]^{2n}}$$

- където
  - $D_0$  е зададена неотрицателна стойност
  - $D(u, v)$  е разстоянието на точката  $(u, v)$  до центъра на честотната трансформация

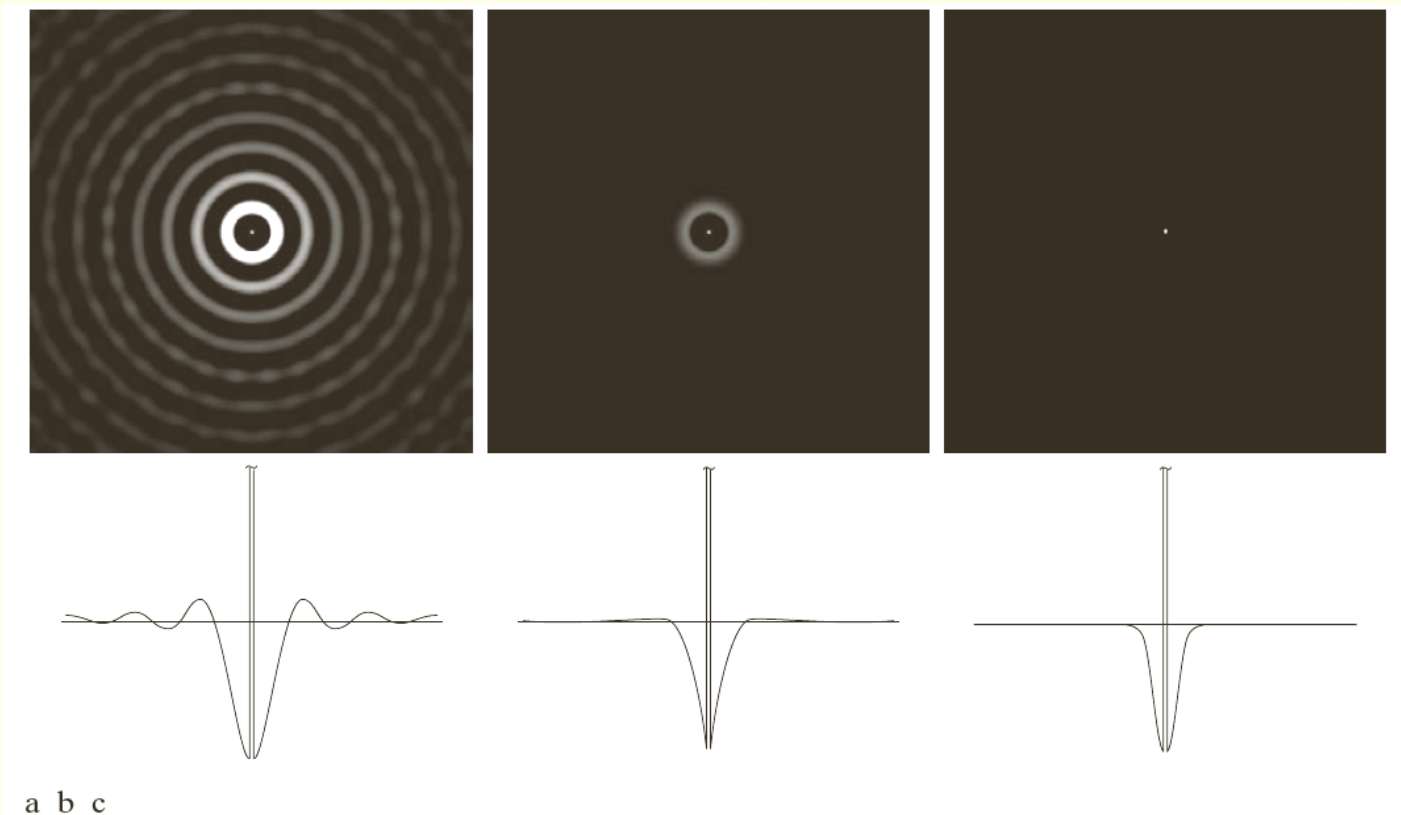
# Сравнение



**FIGURE 4.52** Top row: Perspective plot, image representation, and cross section of a typical ideal highpass filter. Middle and bottom rows: The same sequence for typical Butterworth and Gaussian highpass filters.

# Сравнение

Представяне в *честотната* област  
на идеален, Butterworth и Гаусов високочестотни филтри



**FIGURE 4.53** Spatial representation of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding intensity profiles through their centers.

# Сравнение

Резултат от филтриране с **идеален** високочестотен филтър  
с  $D_0 = 30, 60, 160$

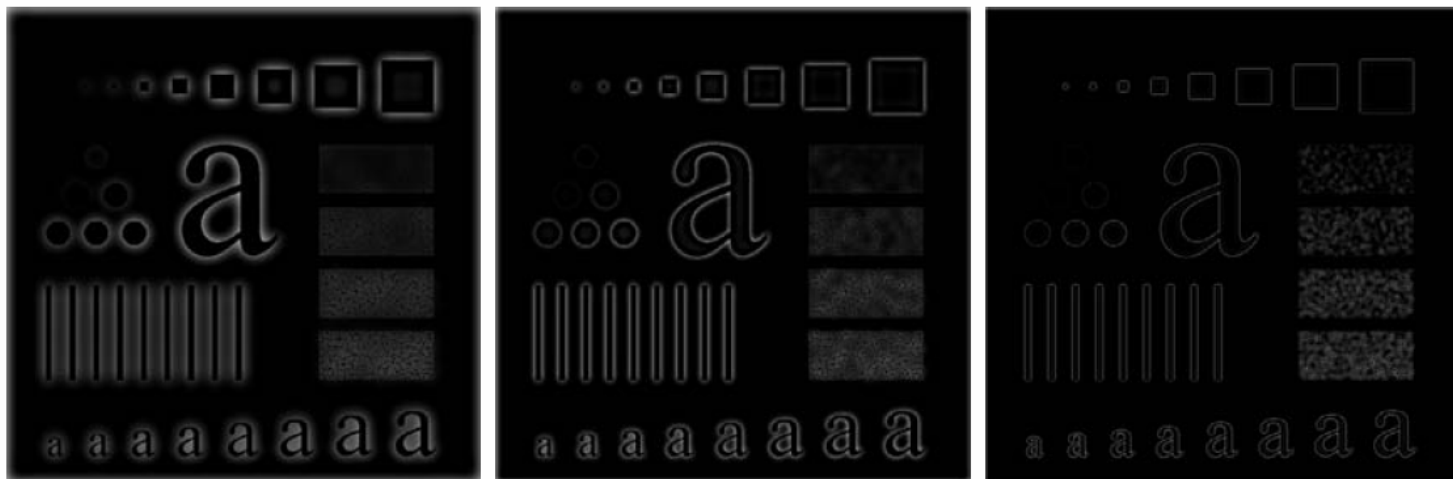


a b c

**FIGURE 4.54** Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using an IHPF with  $D_0 = 30, 60,$  and  $160$ .

# Сравнение

Резултат от филтриране с **Butterworth** високочестотен филтър  
от ред 2 с  $D_0 = 30, 60, 160$

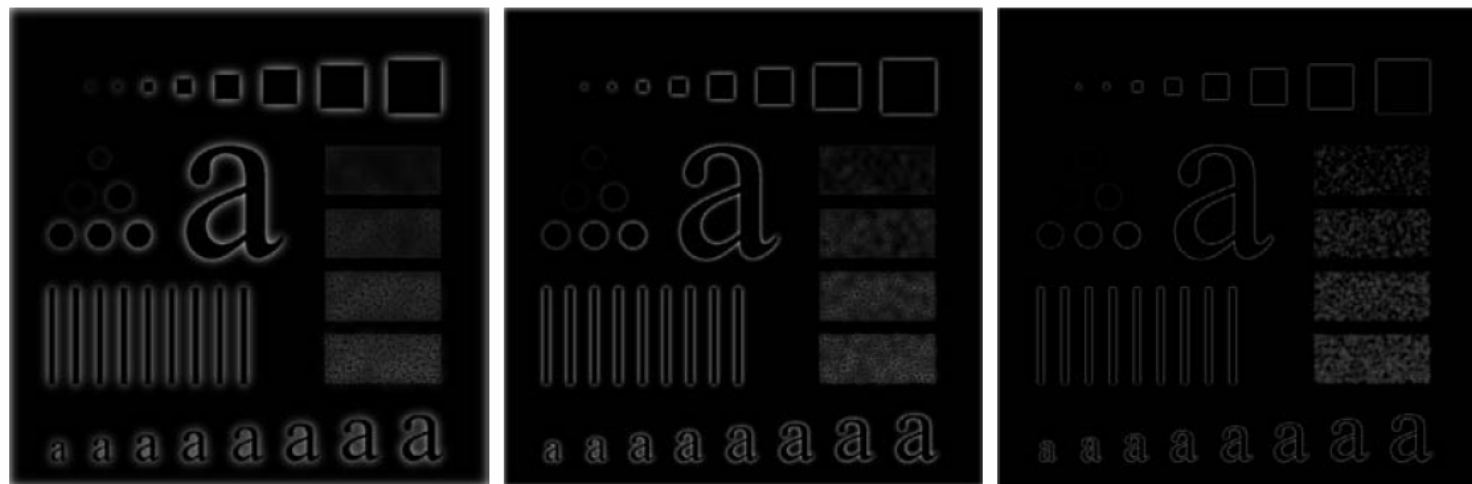


a b c

**FIGURE 4.55** Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using a BHPF of order 2 with  $D_0 = 30, 60,$  and 160, corresponding to the circles in Fig. 4.41(b). These results are much smoother than those obtained with an IHPF.

# Сравнение

Резултат от филтриране с **Гаусов** високочестотен филтър  
с  $D_0 = 30, 60, 160$



a b c

**FIGURE 4.56** Results of highpass filtering the image in Fig. 4.41(a) using a GHPF with  $D_0 = 30, 60,$  and  $160,$  corresponding to the circles in Fig. 4.41(b). Compare with Figs. 4.54 and 4.55.

# Bandpass филтри

- Пропускат само честотните компоненти на разстояние от центъра на честотната трансформация определено от фиксирана ширина на честотната лента (band)

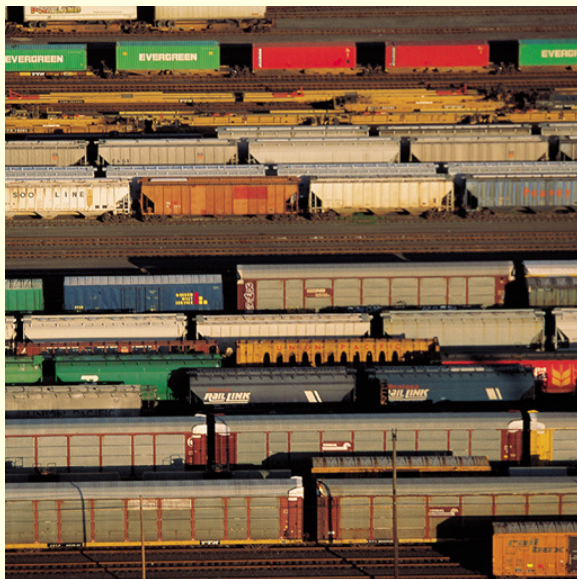
**TABLE 4.6**

Bandreject filters.  $W$  is the width of the band,  $D$  is the distance  $D(u, v)$  from the center of the filter,  $D_0$  is the cutoff frequency, and  $n$  is the order of the Butterworth filter. We show  $D$  instead of  $D(u, v)$  to simplify the notation in the table.

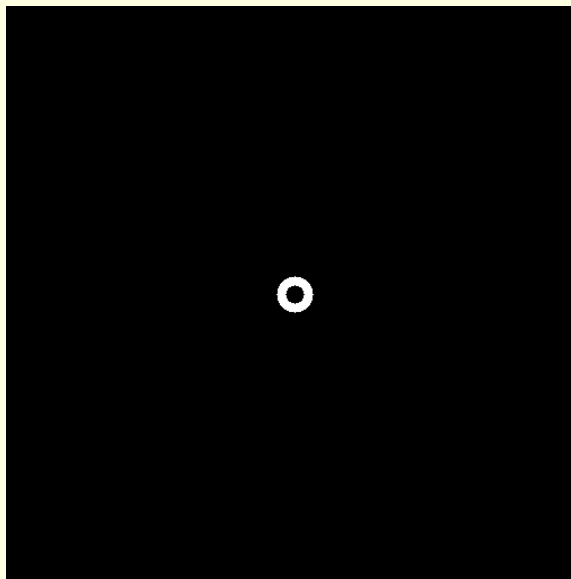
Ideal	Butterworth	Gaussian
$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \leq D \leq D_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$	$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{DW}{D^2 - D_0^2} \right]^{2n}}$	$H(u, v) = 1 - e^{-\left[ \frac{D^2 - D_0^2}{DW} \right]^2}$



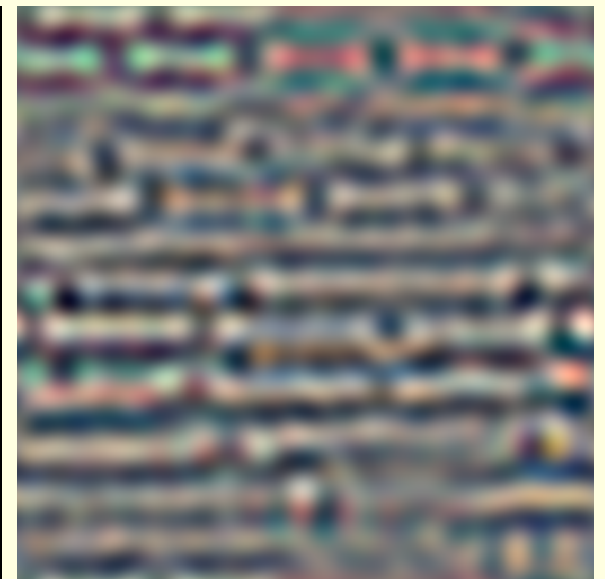
# Идеален Bandpass филтър



Оригинално  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър



Филтрирано  
изображение

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 и 128

# Гаусов Bandpass филтър

Размер на изображението: 512x512

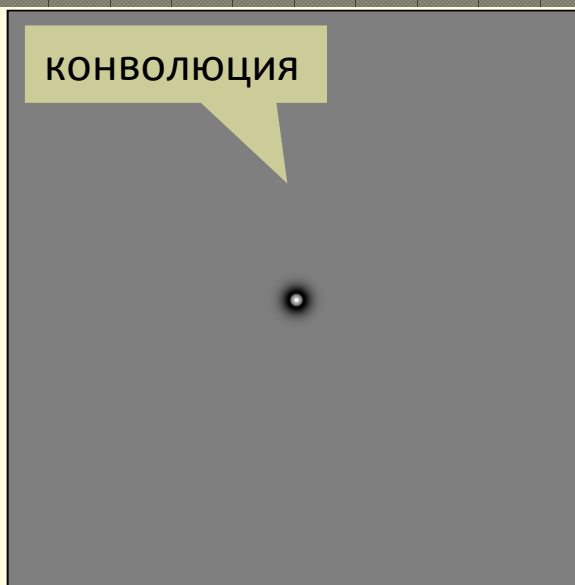
$$\sigma_1 = 2 - \sigma_2 = 8$$

умножение

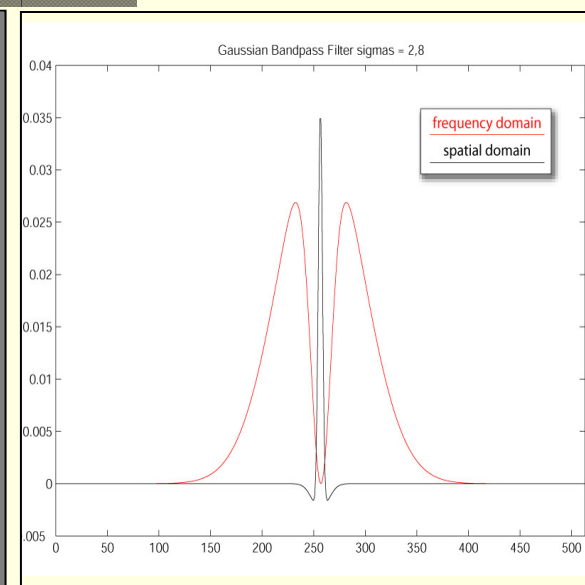


Представяне в  
честотната област

КОНВОЛУЦИЯ

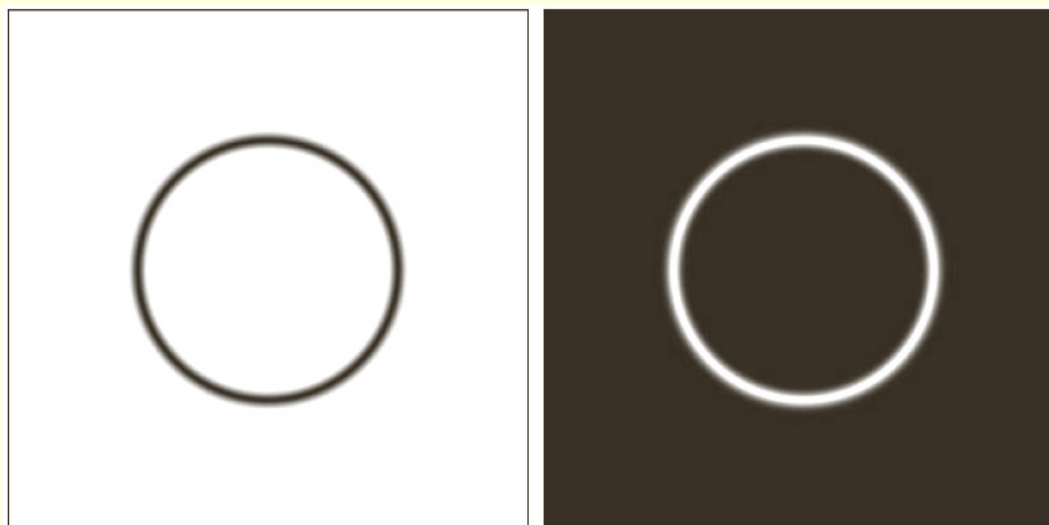


Представяне в  
пространств. област



Централен профил

# Гаусов Bandpass филтър



a b

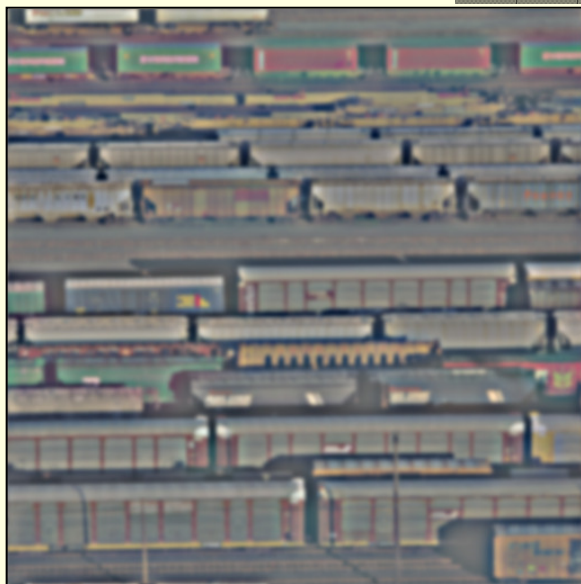
**FIGURE 4.63**

(a) Bandreject Gaussian filter.  
(b) Corresponding bandpass filter.  
The thin black border in (a) was added for clarity; it is not part of the data.

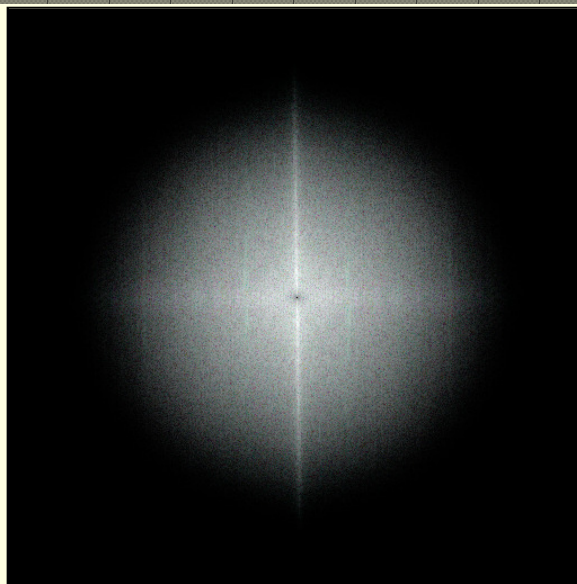
# Гаусов Bandedpass филтър

Размер на изображението: 512x512

$$\sigma_1 = 2 - \sigma_2 = 8$$



Филтрирано  
изображение



Филтриран енергиен  
спектър



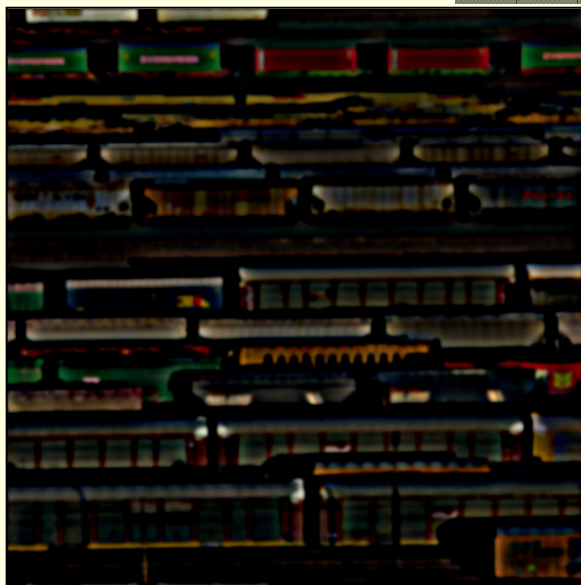
Оригинално  
изображение

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 и 128

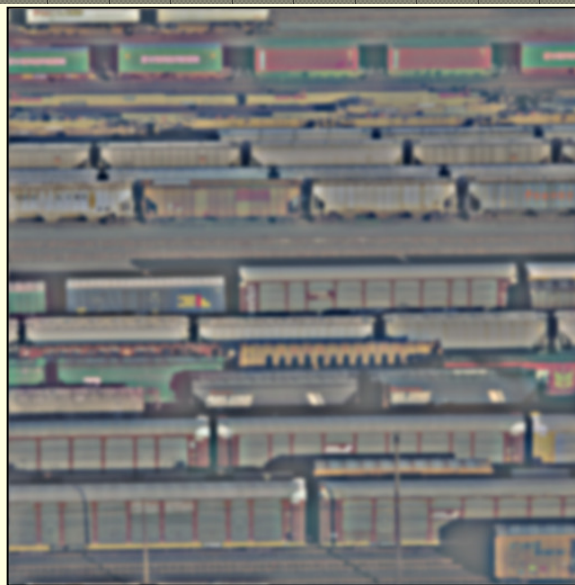
# Гаусов Bandedpass филтър

Размер на изображението: 512x512

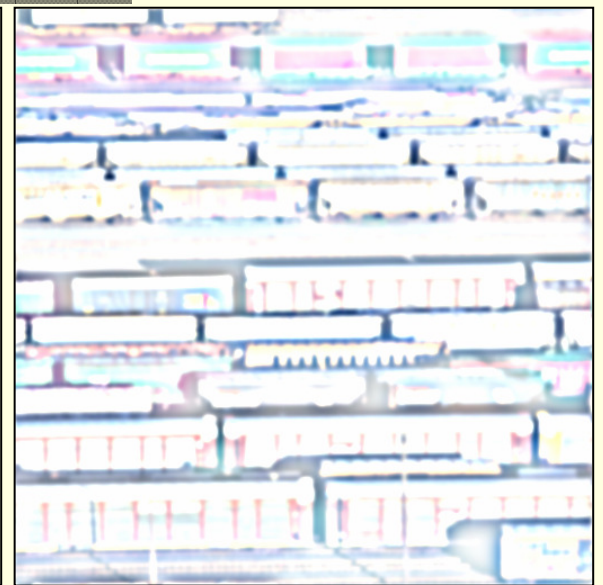
$$\sigma_1 = 2 - \sigma_2 = 8$$



Положителни  
пиксели



Филтрирано  
изображение



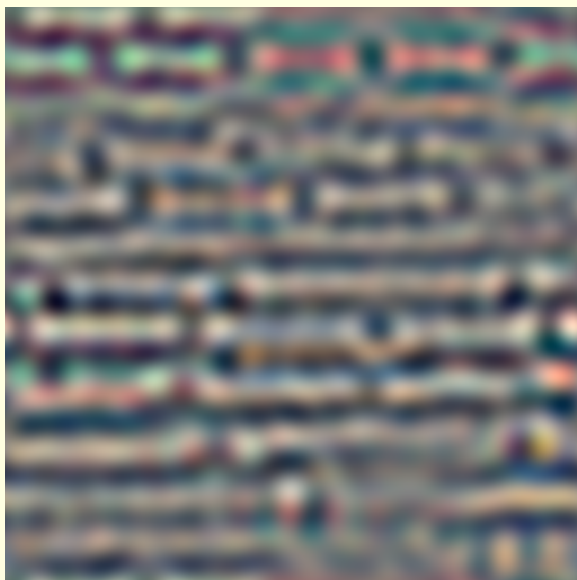
Отрицателни пиксели

съдържа положителни и  
отрицателни стойности: 0 и 128

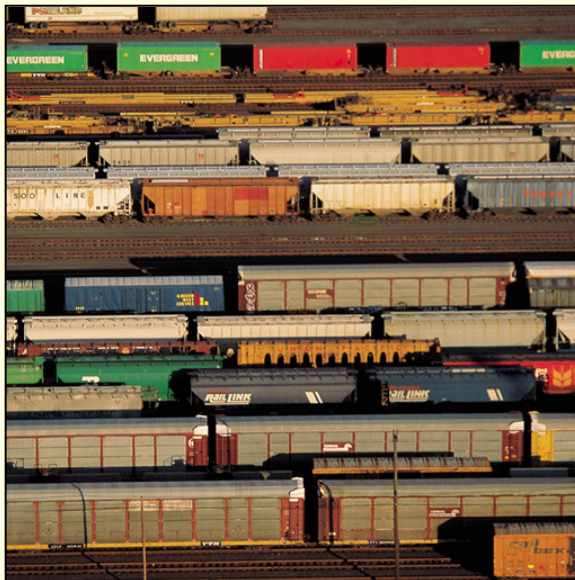


# Сравнение

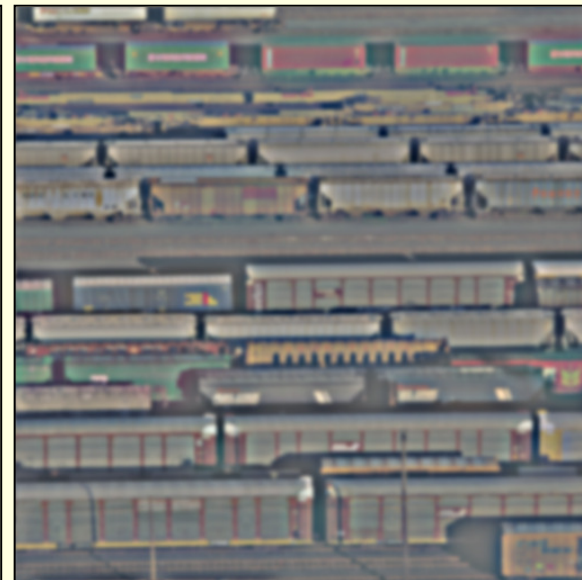
Сравнение на идеалните и Гаусовите Vandrpass филтри



**Идеален**  
Vandrpass филтър



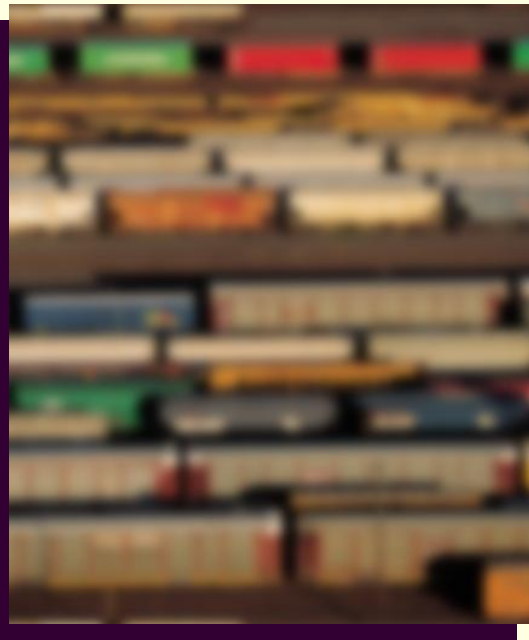
Оригинално  
изображение



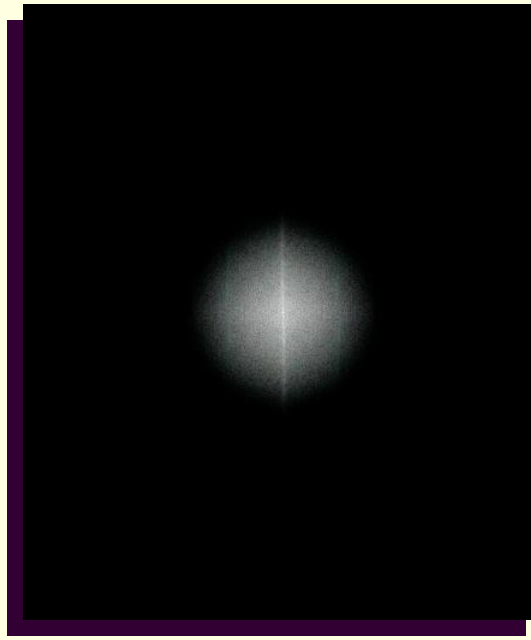
**Гаусов**  
Vandrpass филтър

# “Изглаждане” на изображение

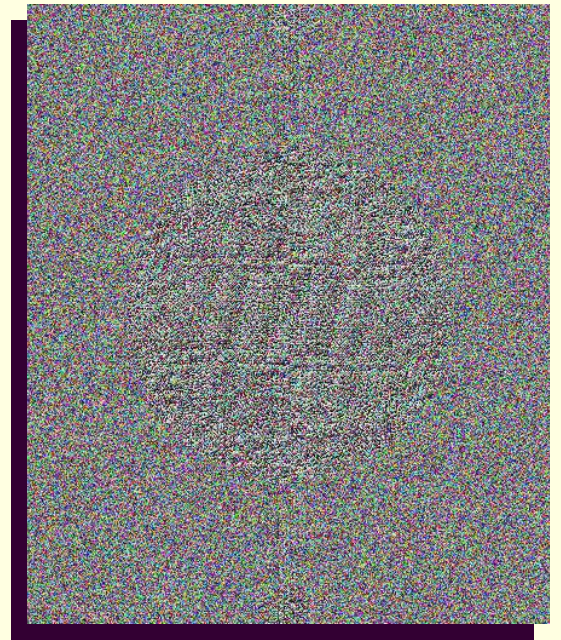
Спектрална функция и фаза на изгладено изображение



**Изгладено**  
изображение



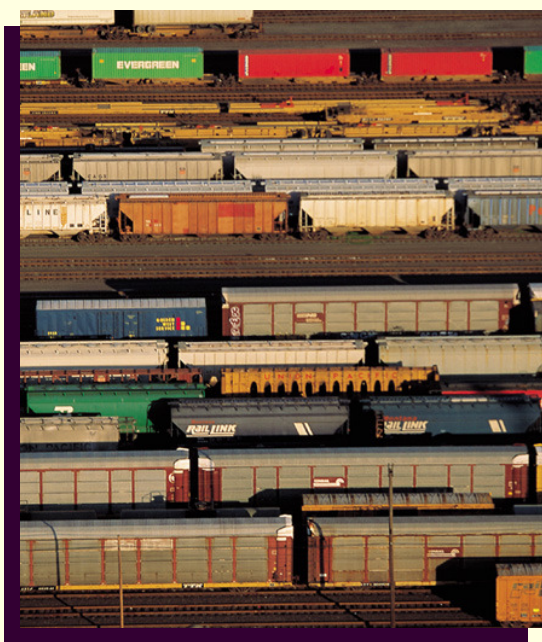
Спектрална  
функция



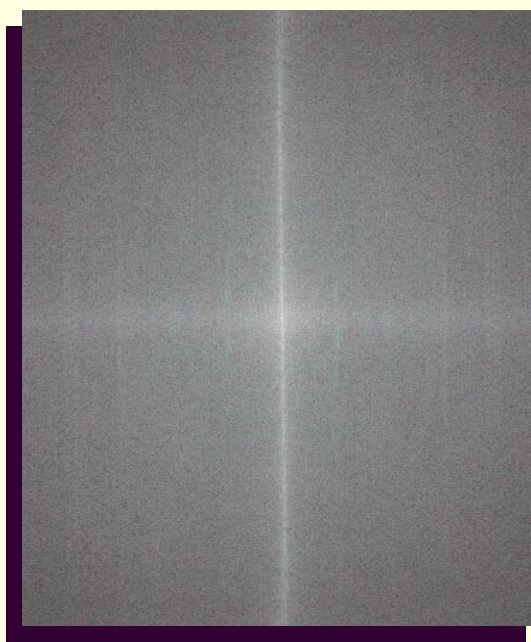
Фаза



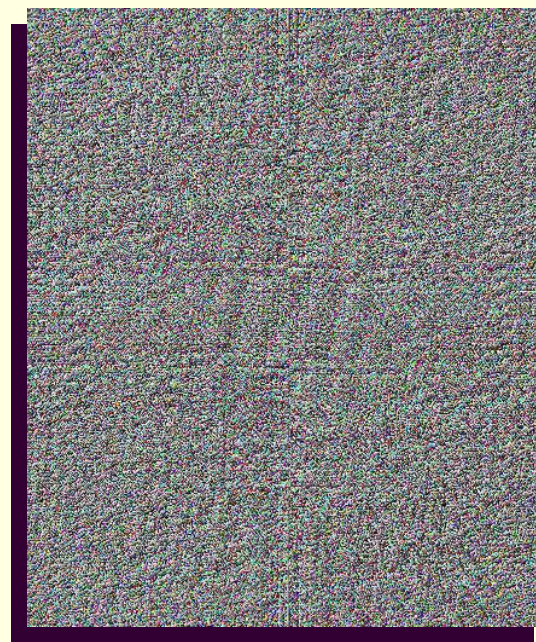
## Спектрална функция и фаза на оригинално изображение



**Оригинално**  
изображение



Спектрална  
функция

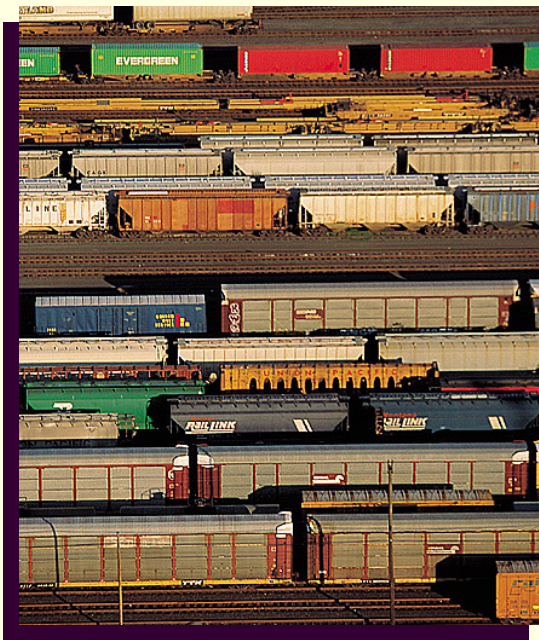


Фаза

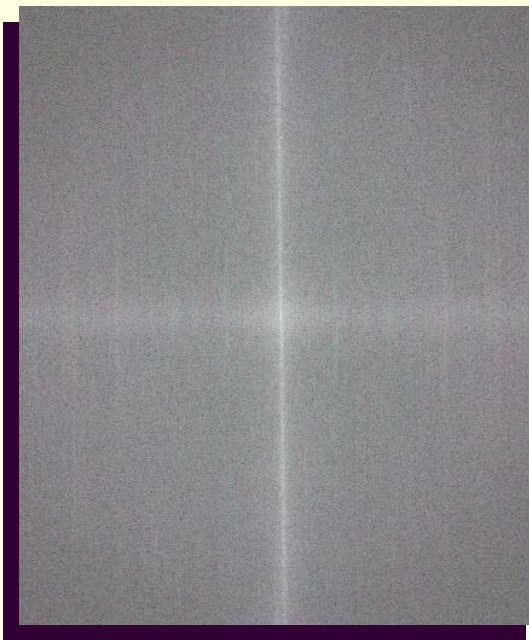


# “Изостряне” на изображение

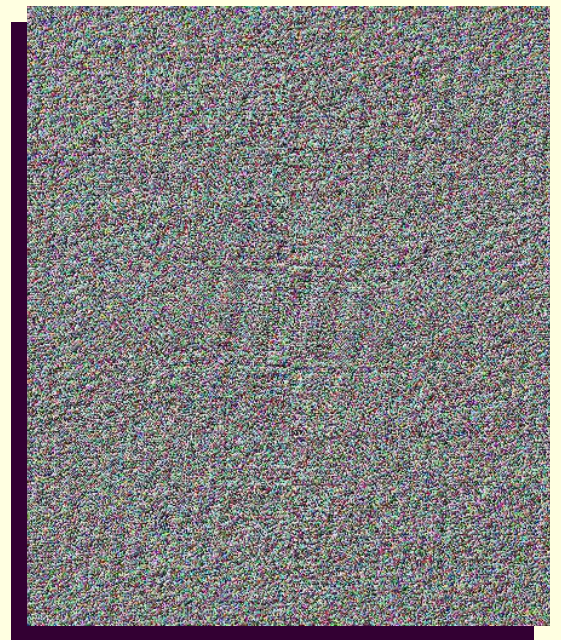
Спектрална функция и фаза на изостреното изображение



**Изострено**  
изображение



Спектрална  
функция



Фаза

# “Изостряне” на изображение

---

- Малките характеристики и обекти в изображенията съответстват на синусоиди с къси дължини на вълната
- “Изострянето” на изображението се постига с усилване на високочестотните компоненти
- Усилването на високочестотните компоненти във Фурие представянето в честотната област съответства на диференциране в пространствената област
  - за дискретно изображение диференцирането се представя като разлика на стойности на съседни пиксели

# “Изостряне” на изображение

- Диференцирането в пространствената област е аналогично на високочестотен филтър в честотната област

Частна  
производна по  $c$

$$\mathbf{F} \left\{ \frac{\partial I}{\partial c} \right\} (u, v) \propto u \mathbf{F} \{ I \} (u, v)$$

Високочестотно  
вертикално  
усилване

$$\mathbf{F} \left\{ \frac{\partial I}{\partial r} \right\} (u, v) \propto v \mathbf{F} \{ I \} (u, v)$$

Частна  
производна по  $r$

Високочестотно  
горизонтално  
усилване

# “Изостряне” на изображение

- Фурие трансформация на сума от производни
  - ФТ на сума от частни производни от първи ред е еквивалентна на линейно усилване на високите честоти

$$\mathbf{F} \left\{ \left[ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial c} \right] I \right\} = -i2\pi(u+v) \mathbf{F}\{I\} = -i2\pi(u+v) F(u, v).$$

- ФТ на сума от частни производни от втори ред е еквивалентна на квадратично усилване на високите честоти

$$\mathbf{F} \left\{ \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial c^2} \right] I \right\} = -4\pi^2(u^2 + v^2) \mathbf{F}\{I\} = -4\pi^2(u^2 + v^2) F(u, v).$$

# Лапласиан филтър

- ***Laplacian filter***

- тъй като

$$\mathfrak{F}\left[\nabla^2 I(r, c)\right] = -(u^2 + v^2)F(u, v)$$

- то Лапласиан филтъра може да се реализира в честотната област чрез филтъра

$$H(u, v) = -\left[(u - R/2)^2 + (v - C/2)^2\right]$$

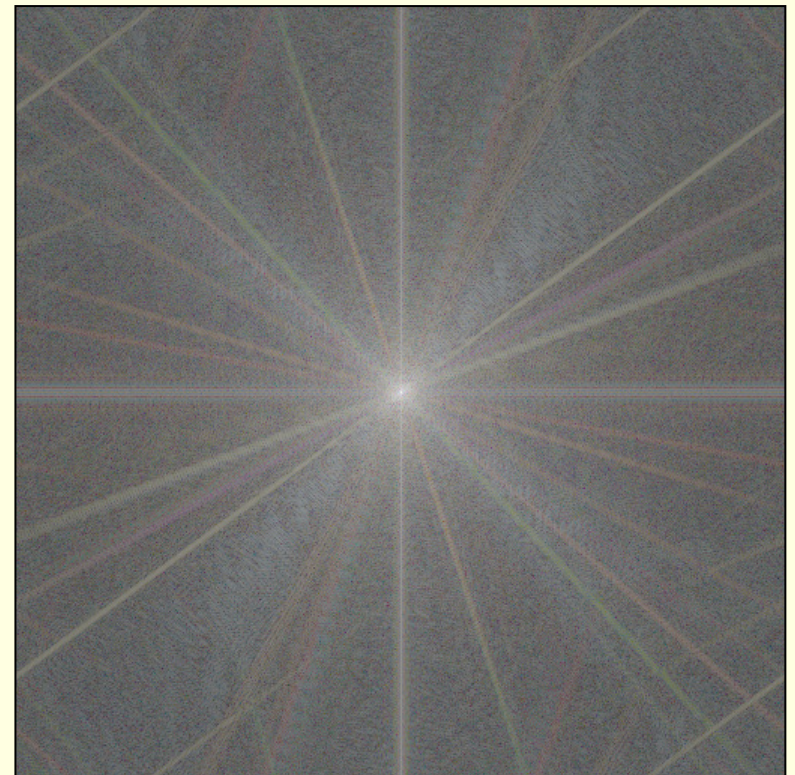


# “Изостряне” на изображение

Изострянето е диференциране/високочестотно филтриране



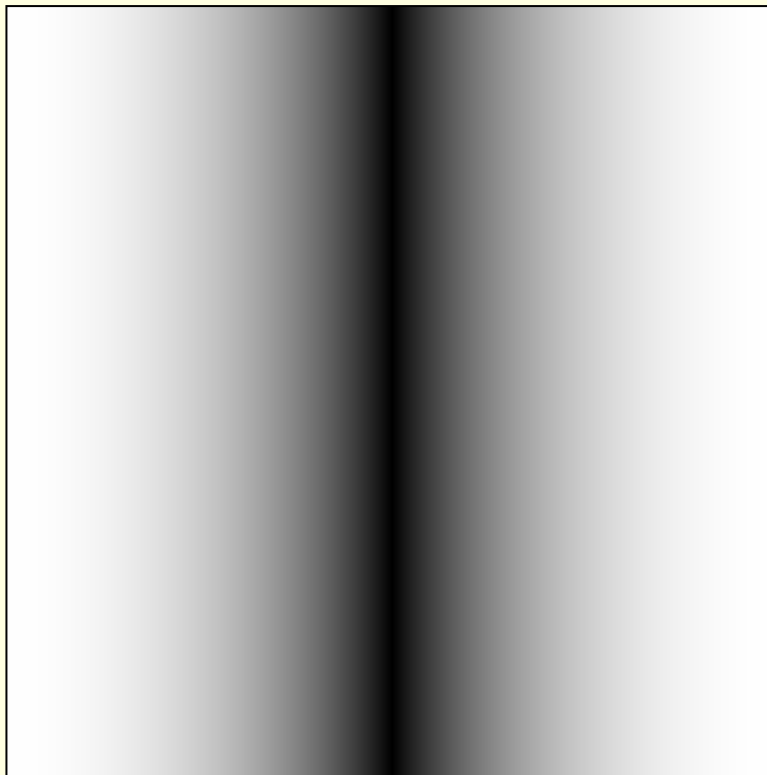
оригинално изображение I



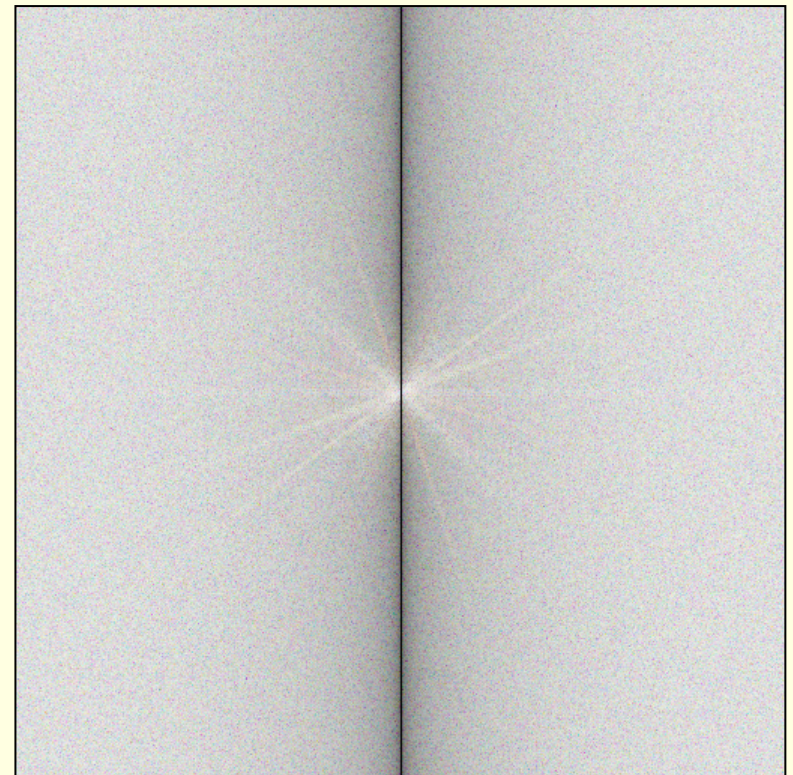
спектрална функция

# “Изостряне” на изображение

Изострянето е диференциране/високочестотно филтриране



спектрална функция на  
 $h = [-1 \ 1]$

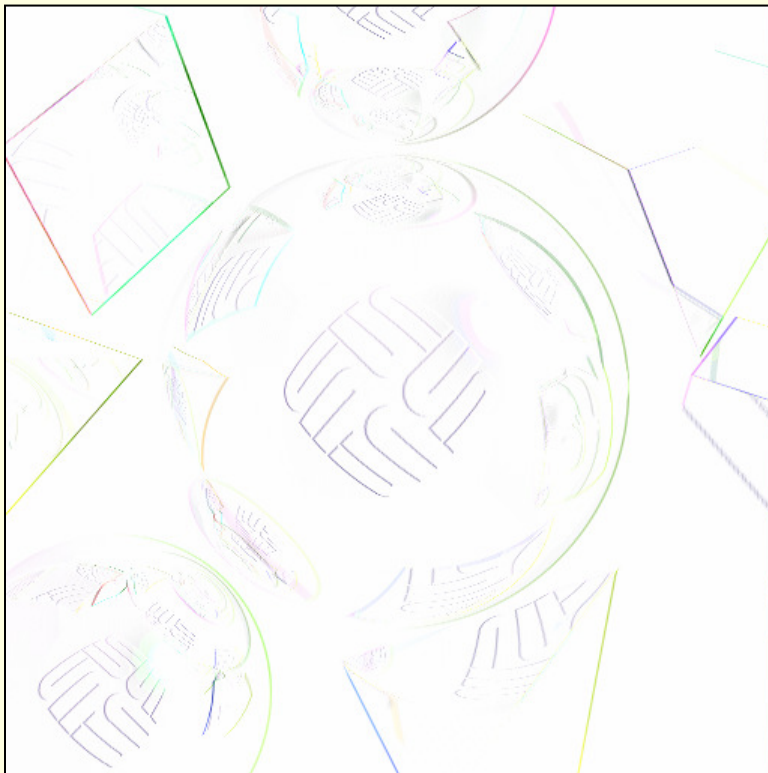


спектрална функция на  
 $I * h = I(r,c) - I(r,c-1)$



# “Изостряне” на изображение

Изострянето е диференциране/високочестотно филтриране



отрицателни пиксели в  
диференцираното изображение



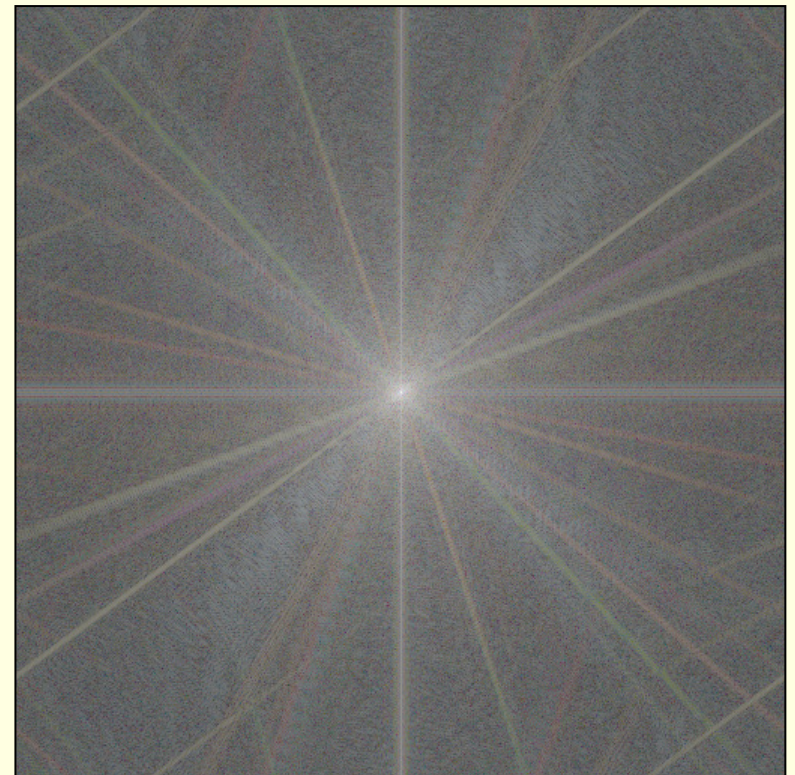
положителни пиксели в  
диференцираното изображение

# “Изостряне” на изображение

Изострянето е диференциране/високочестотно филтриране



оригинално изображение I



спектрална функция

# High-boost филтър

## ■ *Unsharp mask*

- в пространствената област

$$I_{hp}(r,c) = I(r,c) - I_{lp}(r,c)$$

## ■ *High-boost filter*

- в пространствената област

$$I_{hb}(r,c) = A \cdot I(r,c) - I_{lp}(r,c), \quad A \geq 1$$

$$I_{hb}(r,c) = (A-1) \cdot I(r,c) + I_{hp}(r,c), \quad A \geq 1$$

- в честотната област

$$H_{hb}(u,v) = (A-1) + H_{hp}(u,v)$$

# High-frequency emphasis филтър

- ***High-frequency emphasis filter***

$$H_{hfe}(u, v) = a + b \cdot H_{hp}(u, v)$$

- където  $a \geq 0$ ,  $b > a$
- типичните стойности на  $a$  са в интервала от 0.25 до 0.5
- типичните стойности на  $b$  са в интервала от 1.5 до 2.0
- при  $a = (A - 1)$  и  $b = 1$  HFE филтъра се редуцира до high-boost филтър
- при  $b > 1$  се усилват високите честоти

# Homomorphic филтър

- Всяко изображение може да се представи чрез две компоненти
  - **осветеност (illumination)**
    - характеризира се с бавни пространствени изменения
      - нискочестотните компоненти на ФТ се асоциират с осветеността
  - **рефлексивност (reflection)**
    - характеризира се с рязка промяна особено на границите на различни обекти
      - високочестотните компоненти на ФТ се асоциират с рефлексивността

# Homomorphic филтър

- С подходяща функция в честотната област, която променя по различен начин високо и ниско честотните компоненти може да се управляват **осветеността** и **рефлексивността** с цел визуална промяна на изображението
  - ако параметрите  $\gamma_L$  и  $\gamma_H$  се изберат така, че  $\gamma_L < 1$  и  $\gamma_H > 1$ , функцията ще намалява нискочестотните компоненти (осветеност) и ще усилва високочестотните (рефлексивност)
- Резултатът е едновременно компресиране на обхвата стойности и подобряване на визуалното представяне на изображението

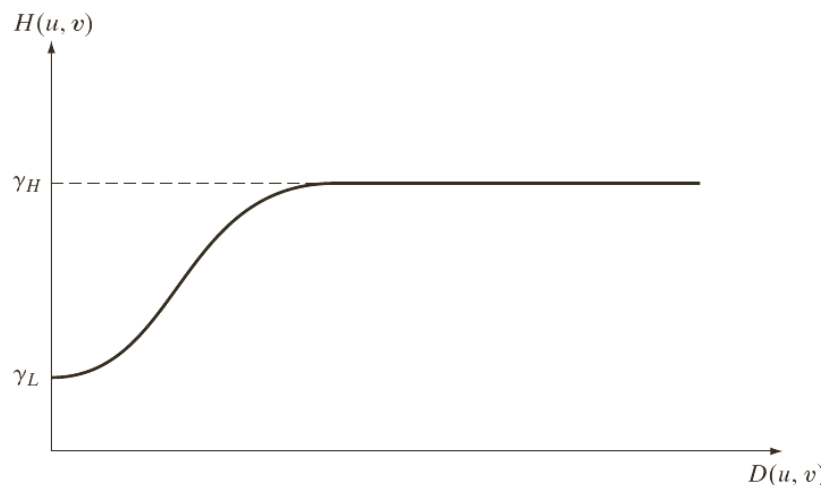


# Homomorphic филтър

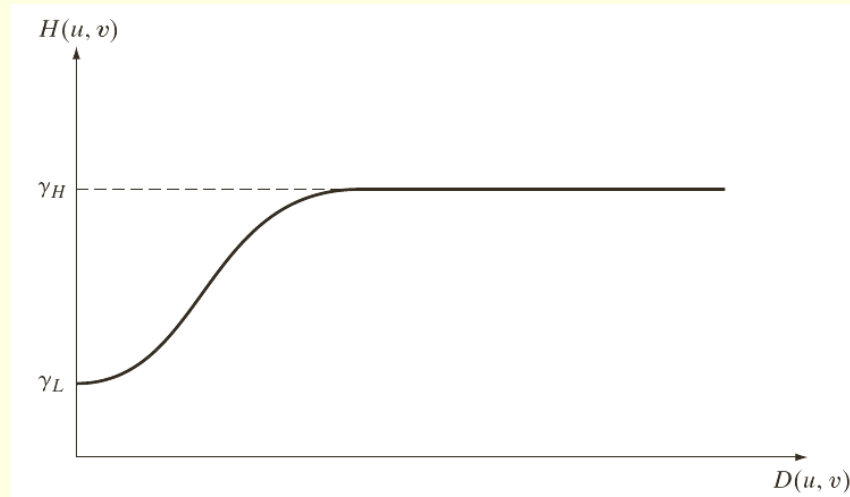
- Функцията на хомоморфния филтър може да се базира на кой да е вискочестотен филтър
  - например модифициран Гаусов високочестотен филтър

$$H_{\text{hom}}(u, v) = (\gamma_H - \gamma_L) \left[ 1 - e^{-c \left( D^2(u, v) / D_0^2 \right)} \right] + \gamma_L$$

- където параметъра  $c$  контролира стръмността на кривата при прехода от  $\gamma_L$  до  $\gamma_H$

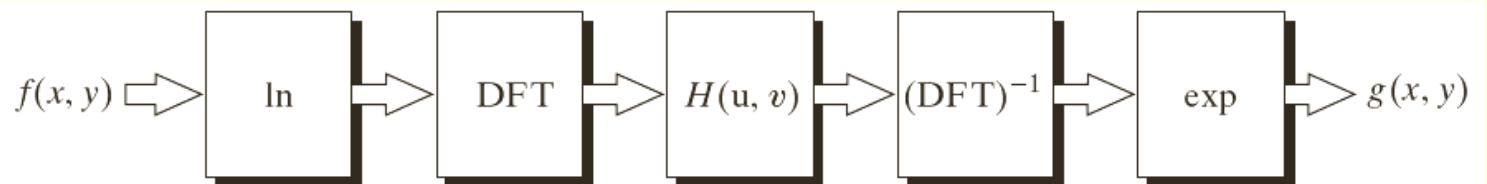


# Homomorphic филтър



**FIGURE 4.61**  
Radial cross section of a circularly symmetric homomorphic filter function. The vertical axis is at the center of the frequency rectangle and  $D(u, v)$  is the distance from the center.

**FIGURE 4.60**  
Summary of steps in homomorphic filtering.



КРАЙ

Следваща тема:

***Възстановяване на изображения***