

Цифрова обработка на изображения

Морфологични операции

Морфологични операции

- ***Математическа морфология***

- нелинейни операции
- базирани на теоретико-множествени операции
- част теорията на крайните елементи
- използва се за обработване и анализ на изображения на базата на формата на обектите

Морфологични операции

- филтриране на шум
- визуално подобряване
- възстановяване
- откриване на контури
- изтъняване
- скелетонизация
- сегментация
- откриване на характеристики
- генериране на характеристики
- анализ на форма
- анализ на компоненти
- текстурни анализи
- компресия

Морфологични операции

- Изображението I се разглежда като изобразяване на множеството S_p от координати на пикселите в изображението в множество G от стойности, такава че за всеки координатен вектор $p = (r, c)$ в S_p съществува стойност $I(p)$ от множеството G

■ **Бинарно изображение**

- множеството G съдържа само 2 стойности

- $G = \{v_{fg}, v_{bg}\}$

- v_{fg} – *foreground*

- v_{bg} – *background*

- **ВЪЗМОЖНИ СТОЙНОСТИ**

- $\{v_{fg}, v_{bg}\} = \{0, -\infty\}, \{0, \infty\}, \{0, 1\}, \{1, 0\}, \{0, 255\}, \{255, 0\}$

Морфологични операции

- Изображението I може да се разглежда като съставено от 2 множества пиксели

- **пиксели от обектите (foreground)**

$$FG\{I\} = \left\{ I(\mathbf{p}), \mathbf{p} = (r, c) \in S_P \mid I(\mathbf{p}) = v_{fg} \right\},$$

- **пиксели от фона (background)**

$$BG\{I\} = \left\{ I(\mathbf{p}), \mathbf{p} = (r, c) \in S_P \mid I(\mathbf{p}) = v_{bg} \right\}.$$

- За двете множества е изпълнено

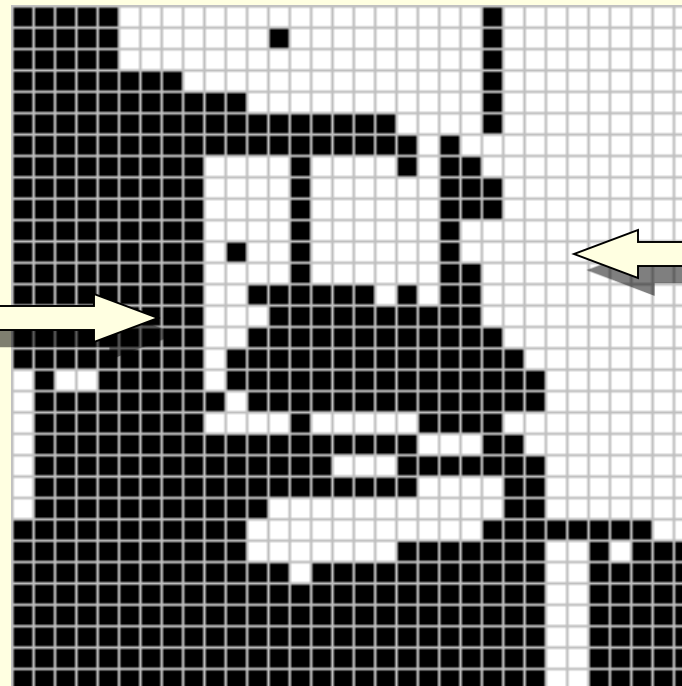
$$FG\{I\} \cup BG\{I\} = I \quad \text{и} \quad FG\{I\} \cap BG\{I\} = \emptyset$$

$$BG\{I\} = \{FG\{I\}\}^c \quad \text{и} \quad FG\{I\} = \{BG\{I\}\}^c.$$

Морфологични операции

Двоично изображение

background
 $I(\mathbf{p})=0$

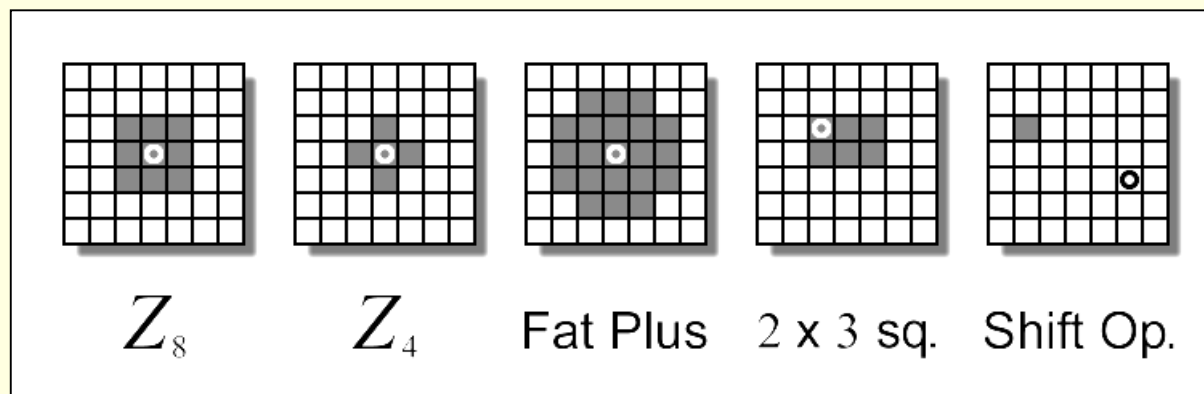


foreground
 $I(\mathbf{p})=c$
където
 $c \in \mathbb{R}$

всеки квадрат представлява пиксел

Структурен елемент

- Структурният елемент е **малко изображение**
 - използва се като “плъзгащ се прозорец”
 - пикселите от множеството му FG определят разглежданата локална област на съседство
- Структурният елемент може да има различна форма, размер, свързаност

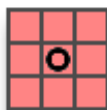


пикселът с кръг – “начало” на структурния елемент: FG – сив цвят, BG – бял цвят,

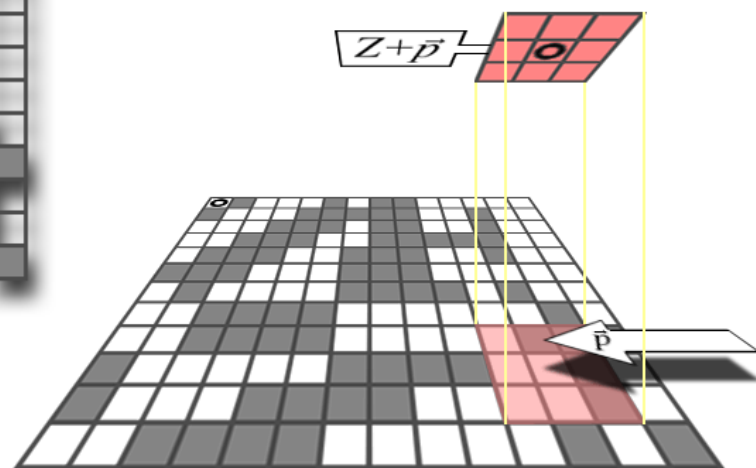
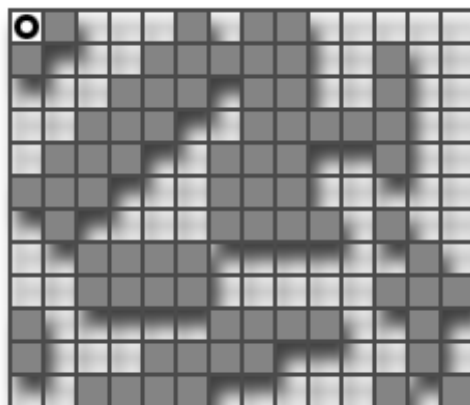
Структурен елемент

- I – изображение
- Z – структурен елемент
- $Z+p$ – транслиране на Z в позиция p от S_p
 - “началото” на структурния елемент съвпада с координатите p

Структурен елемент Z



Изображение I

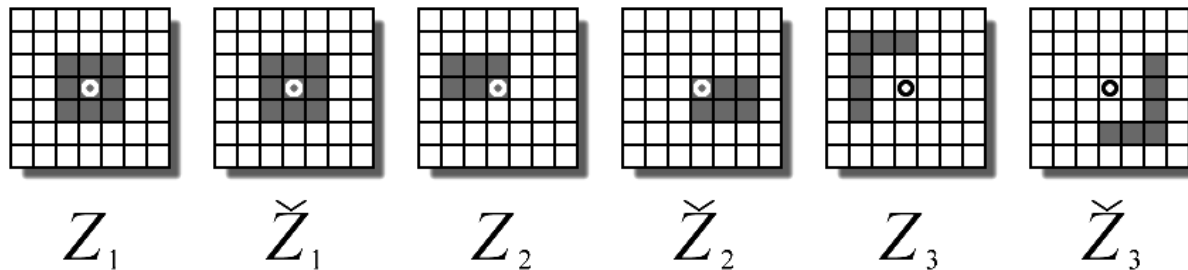


Огледален структурен елемент

■ *Огледален структурен елемент*

$$\check{Z}(\rho, \chi) = Z(-\rho, -\chi) \quad \text{завсяко } (\rho, \chi) \in \zeta$$

- Z – структурен елемент
- ζ – множеството от пикселни координати
 - $\{(r, c), (-r, -c) \mid (r, c) \in FG(Z)\}$
- \check{Z} е Z , ротиран на ъгъл 180° около началото си



Морфологични операции

- Основни морфологични операции
 - *Дилатация*
 - *Ерозия*
 - *Отваряне*
 - *Затваряне*

Дилатация

- Три дефиниции за дилатация на бинарни изображения

- множеството от координати на пиксели \mathbf{p} , за които сечението на $\check{Z} + \mathbf{p}$ с изображението I не е празно множество

$$I \oplus Z = \left\{ \mathbf{p} \in S_p \mid [(\check{Z} + \mathbf{p}) \cap I] \neq \emptyset \right\}$$

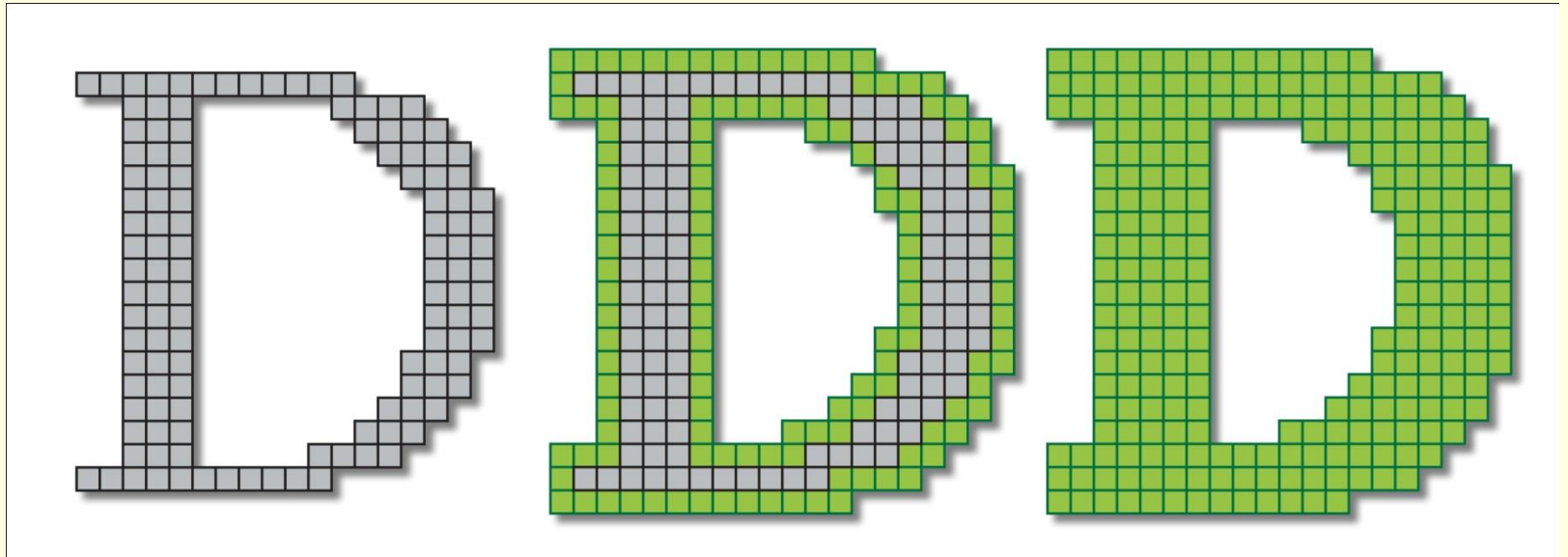
- обединението на всички копия на структурния елемент, транслирани във всеки пиксел от множеството FG на изображението I

$$I \oplus Z = \bigcup_{\mathbf{p} \in FG(I)} (Z + \mathbf{p})$$

- обединението на всички копия на изображението, транслирани във всеки пиксел от множеството FG на структурния елемент

$$I \oplus Z = \bigcup_{\mathbf{p} \in FG(Z)} (I + \mathbf{p})$$

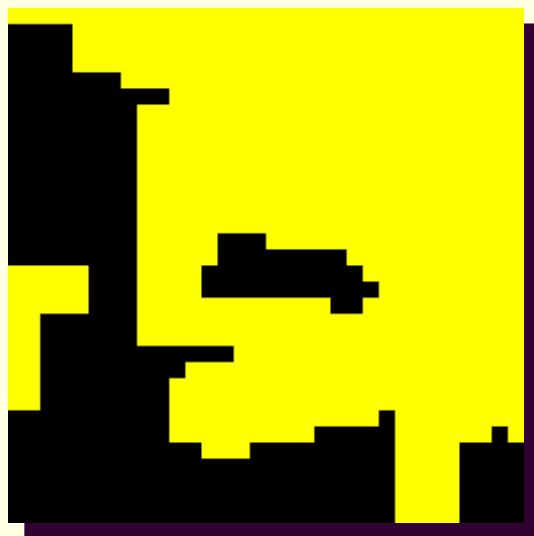
Дилатация



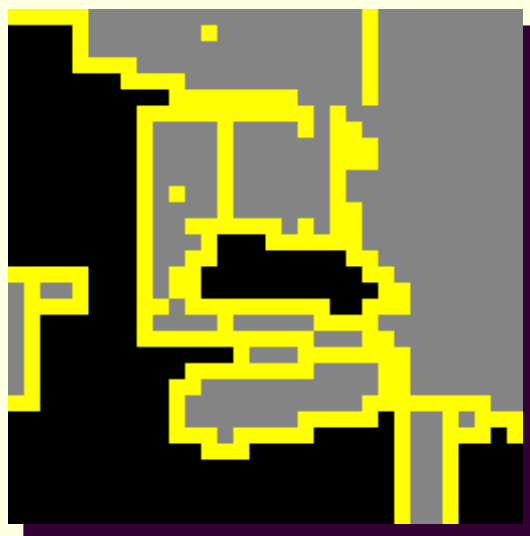
Дилатация

Множеството от положения на пиксели $\mathbf{p} \in S_p$
такива че $(\check{Z} + \mathbf{p}) \cap I \neq \emptyset$

Структурният елемент е Z_8



дилатирано
изображение



оригинално/
дилатирано изображение



оригинално
изображение

Ерозия

- Три дефиниции за ерозия на бинарни изображения

- множеството от координати на пиксели \mathbf{p} , за които $Z+\mathbf{p}$ се съдържа в изображението I

$$I \ominus Z = \{ \mathbf{p} \in S_p \mid Z + \mathbf{p} \subset I \}$$

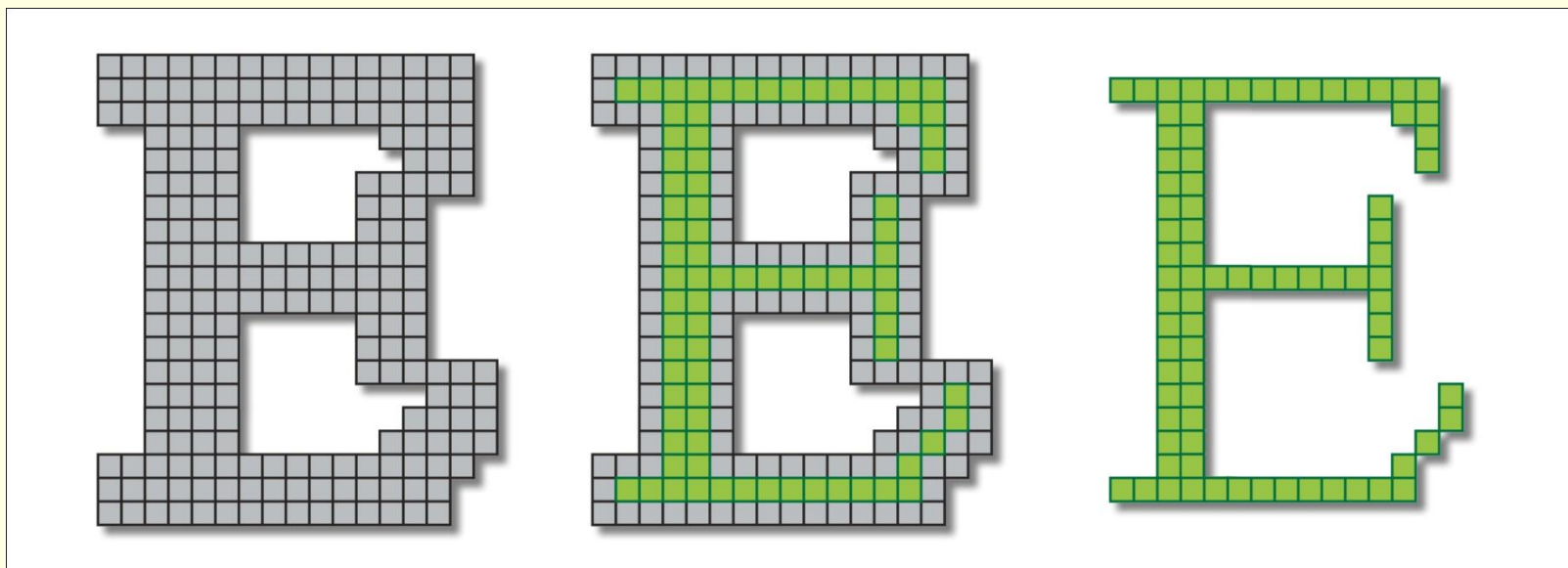
- сечението на всички копия на огледалния структурен елемент, транслирани във всеки пиксел от множеството FG на изображението I

$$I \ominus Z = \bigcap_{\mathbf{p} \in FG(I)} (\check{Z} + \mathbf{p})$$

- сечението на всички копия на изображението, транслирани във всеки пиксел от множеството FG на огледалния структурен елемент

$$I \ominus Z = \bigcap_{\mathbf{p} \in FG(\check{Z})} (I + \mathbf{p})$$

Ерозия



Ерозия

Множеството от положения на пиксели $p \in S_p$
такива че $(Z+p) \subset I$

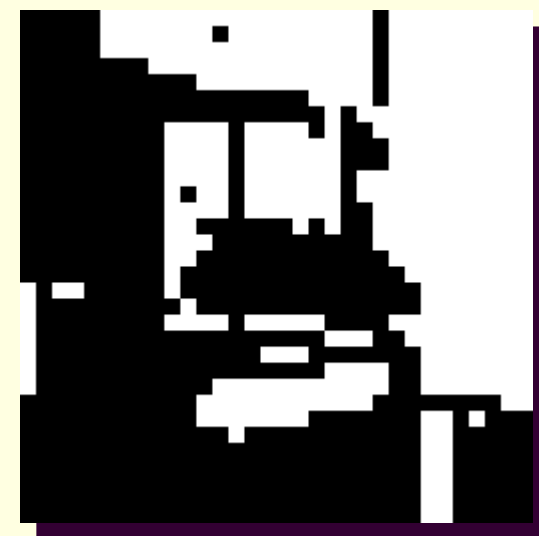
Структурният елемент е Z_8



ерозирано
изображение



оригинално/
ерозирано изображение



оригинално
изображение

Дилатация и ерозия – сравнение

- Дилатацията и ерозията са **дуални** операции по отношение на **допълнение** на дадено множество
 - резултатът от дилатация с огледален структурен елемент на допълнението на бинарно изображение е допълнението на резултата от ерозия
 - резултатът от ерозия с огледален структурен елемент на допълнението на бинарно изображение е допълнението на резултата от дилатация

$$I^c \oplus \check{Z} = \{I \ominus Z\}^c \quad \text{и} \quad I^c \ominus \check{Z} = \{I \oplus Z\}^c$$

- ерозията може да се изпълни чрез дилатация и обратно

$$I \ominus Z = \{I^c \oplus \check{Z}\}^c \quad \text{и} \quad I \oplus Z = \{I^c \ominus \check{Z}\}^c$$

Дилатация и ерозия – сравнение

*оригиналното
изображение
съдържа
ерозираното*



ерозирано/оригинално
изображение

Структурният елемент е Z_8



ерозирано/оригинално/
дилатирано изображение

*дилатирното
изображение
съдържа
оригиналното*



оригинално/дилатирано
изображение

Отваряне

- **Ерозия** със структурен елемент Z , последвана от **дилатация** със същия структурен елемент

$$I \circ Z = (I \ominus Z) \oplus Z$$

- Отварянето е най-добрата апроксимация на множеството FG на изображението I , която може да бъде направена с копия на структурния елемент
 - $I \circ Z$ не съдържа елементи на FG с размер по-малък от структурния елемент

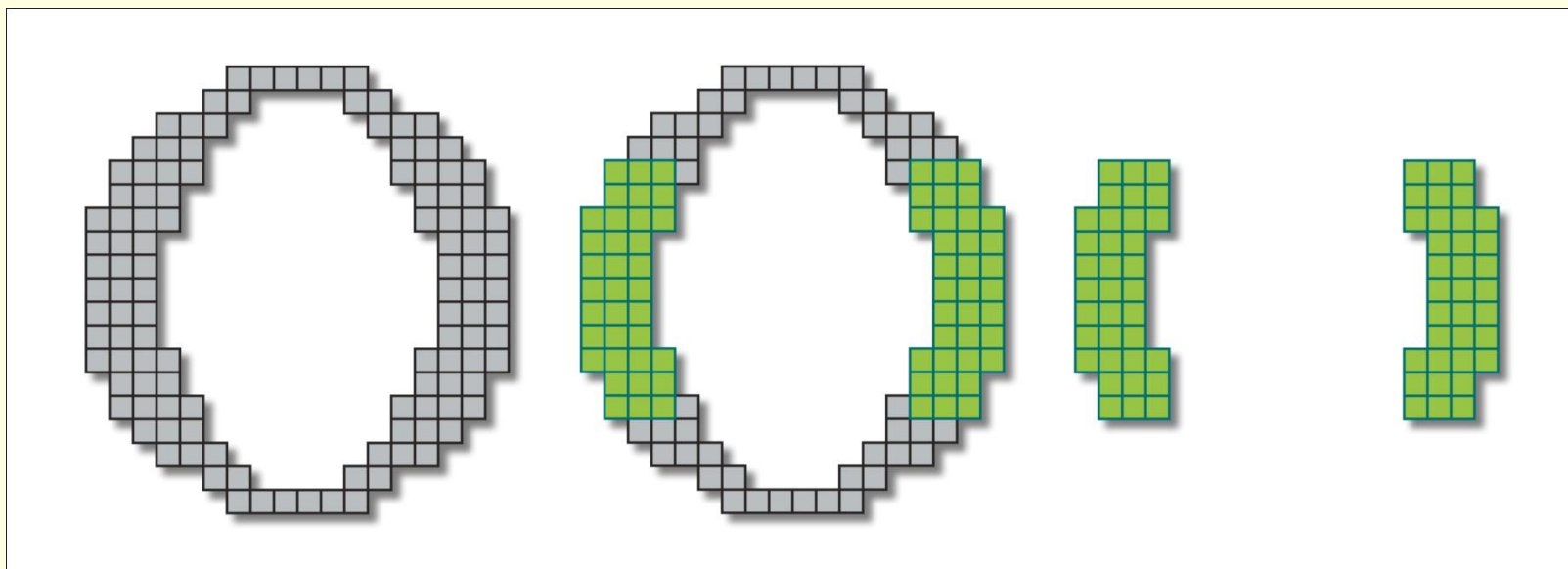
Затваряне

- **Дилатация** със структурен елемент \check{Z} , последвана от **ерозия** със същия структурен елемент

$$I \bullet Z = (I \oplus \check{Z}) \ominus \check{Z}$$

- Затварянето е най-добрата апроксимация на множеството BG на изображението I , която може да бъде направена с копия на структурния елемент
 - $I \bullet Z$ не съдържа елементи на BG с размер по-малък от структурния елемент

Отваряне



Отваряне

Отварянето е **ерозия** последвана от **дилатация**

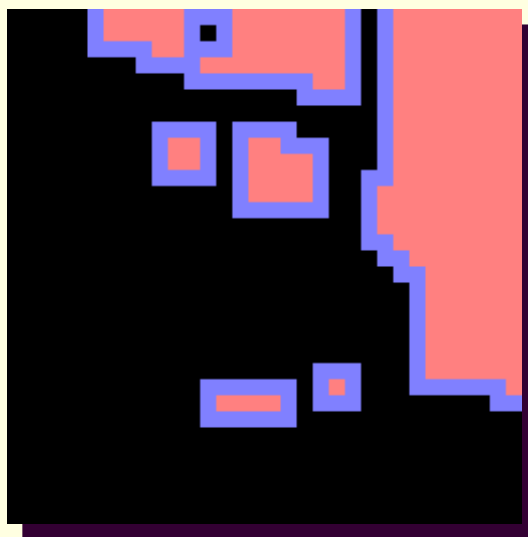
Структурният елемент е Z_8

*ерозия на
оригиналното
изображение*



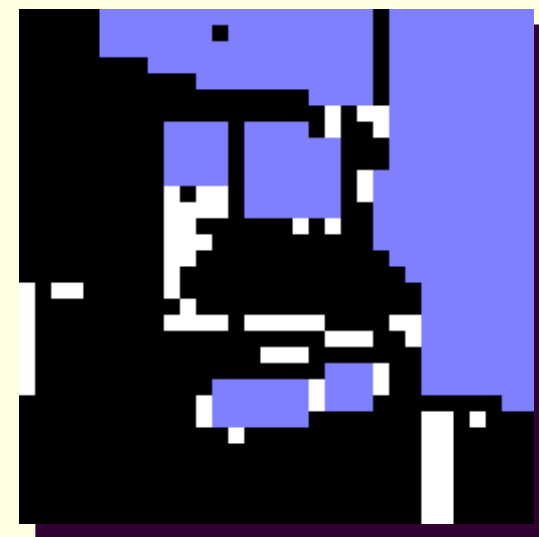
ерозирано/
оригинално изображение

*дилатация на
ерозираното
изображение*



ерозирано изображение/
отваряне

отваряне



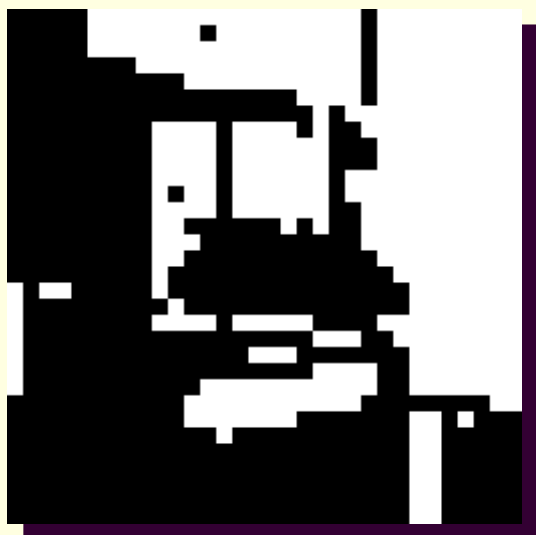
отваряне/оригинално
изображение

Отваряне

Отварянето е *ерозия* последвана от *дилатация*

Структурният елемент е Z_8

оригинално
изображение



оригинално
изображение

ерозирано
изображение



ерозирано
изображение

дилатация на ерозирано
изображение



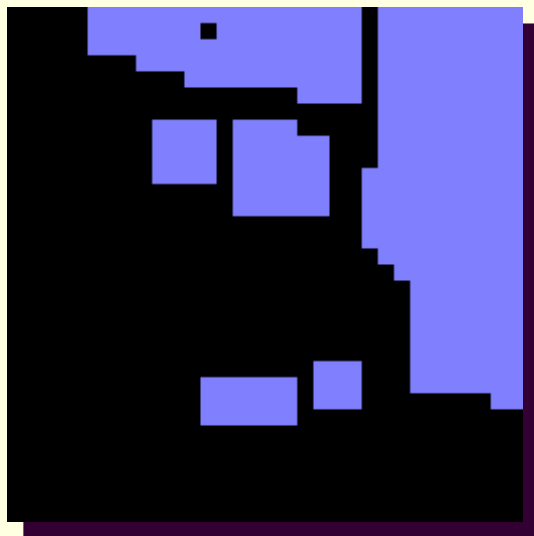
отваряне

Отваряне

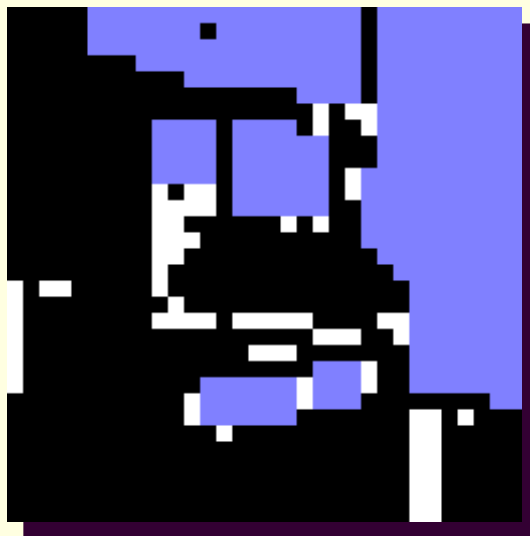
Отварянето е *обединение на трансляции* на Z
такива че $Z + \mathbf{p} \subset I$

*Отварянето е най-добрата апроксимация на множеството FG
на изображението I с копия на структурния елемент*

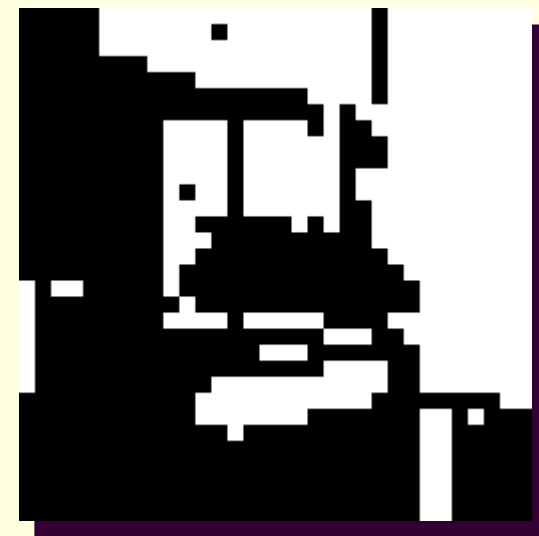
Структурният елемент е Z_8



отваряне

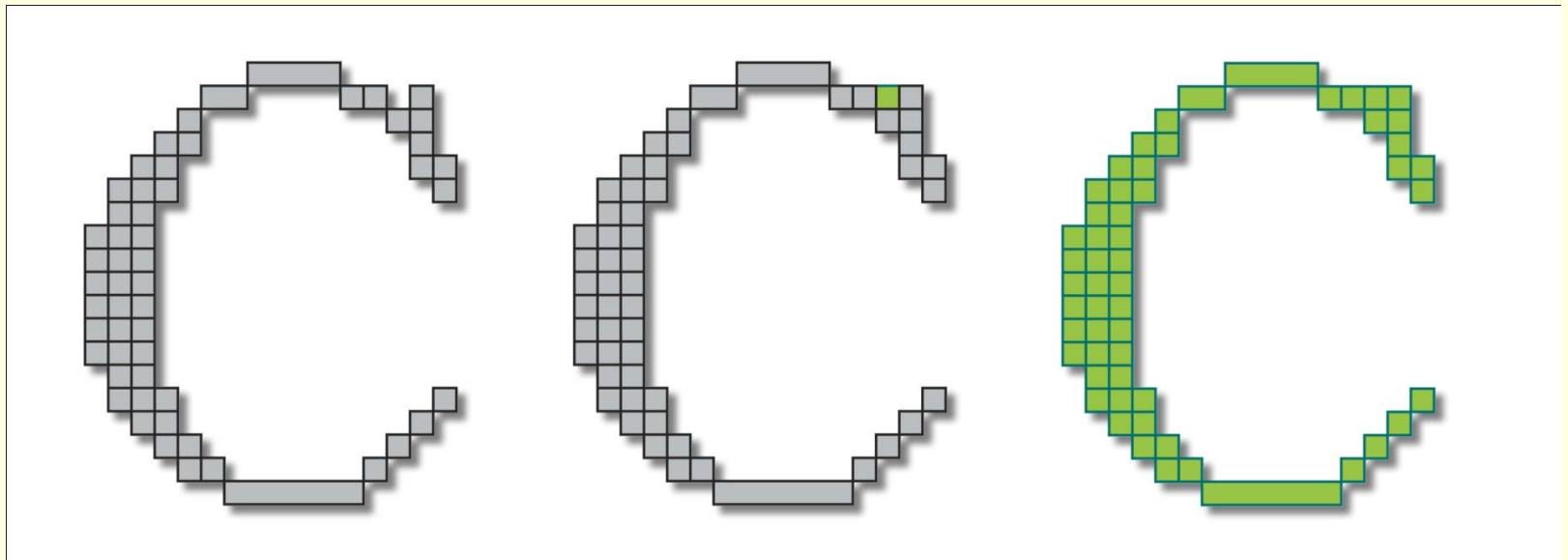


отваряне/
оригинално изображение



оригинално
изображение

Затваряне



Затваряне

Затварянето е **дилатация** последвана от **ерозия**
(с огледален структурен елемент \checkmark)

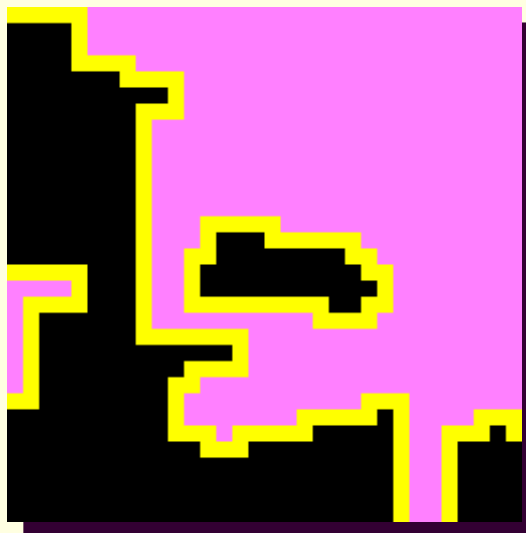
Структурният елемент е Z_8

оригинално
изображение



оригинално изображение/
дилатация

ерозия на
дилатираното изображение



затваряне/
дилатация

затваряне



затваряне/оригинално
изображение

Затваряне

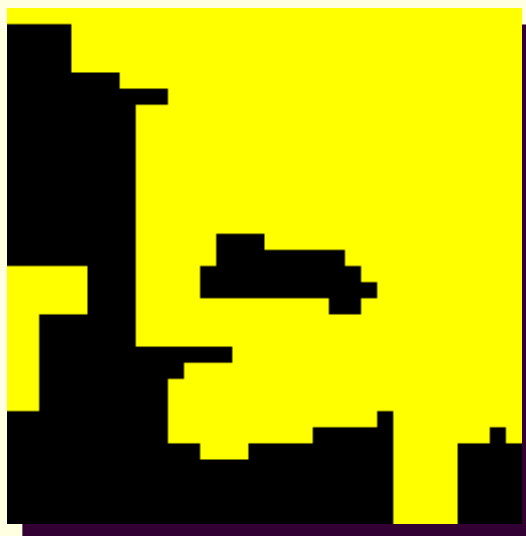
Затварянето е **дилатация** последвана от **ерозия**
(с огледален структурен елемент \check{z})

Структурният елемент е Z_8

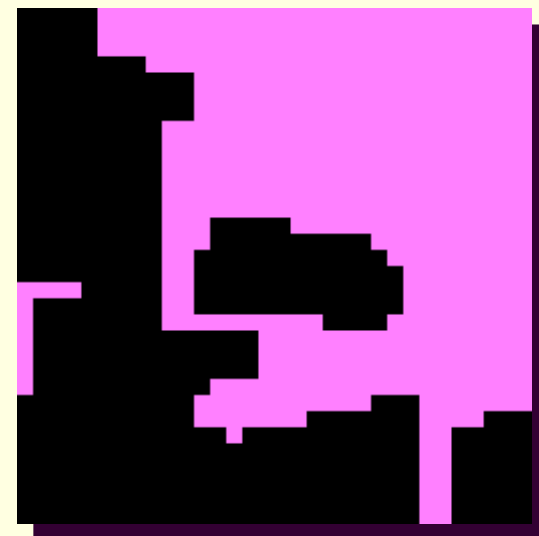
оригинално
изображение



дилатирано
изображение



ерозия на дилатирано
изображение



оригинално изображение

дилатация

затваряне

Дуалност

■ Ерозия – дилатация $I - Z = [I^c \oplus \check{Z}]^c$

■ Дилатация – ерозия $I \oplus Z = [I^c - \check{Z}]^c$

■ Отваряне – затваряне $I \circ Z = [I^c \bullet Z]^c$

■ Затваряне – отваряне $I \bullet Z = [I^c \circ Z]^c$

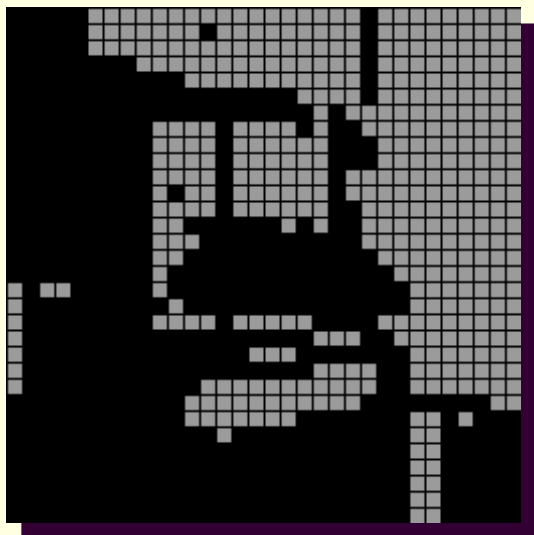
■ I^c е допълнението на I

■ \check{Z} е огледален структурен елемент на Z

Откриване на граница

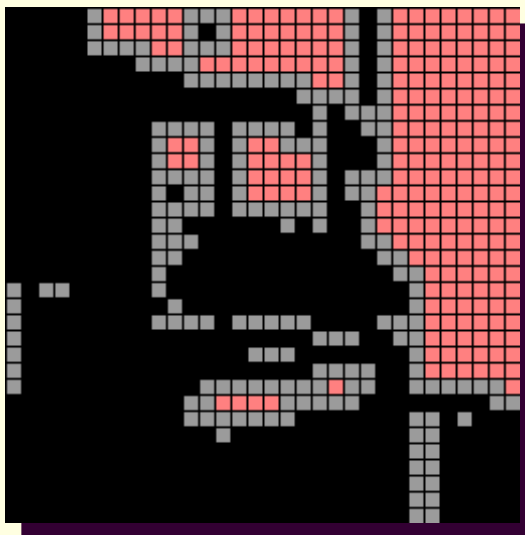
Морфологични операции за определяне на границата (контур) между обектите и фона в изображението

бинарно
изображение



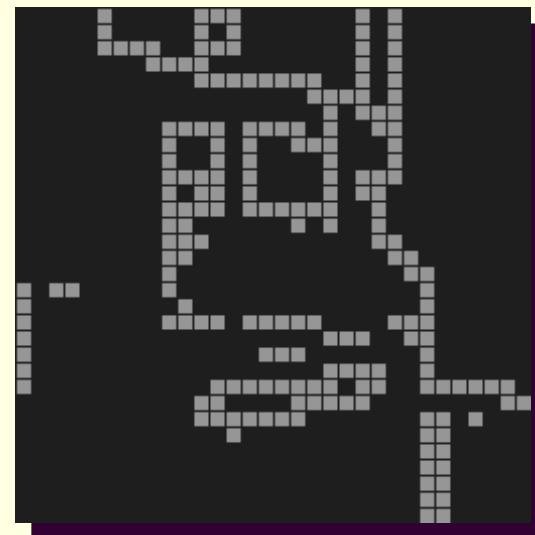
оригинално изображение

8-свързан
структурен елемент



ерозия със Z_8

*4-свързана
вътрешна граница*

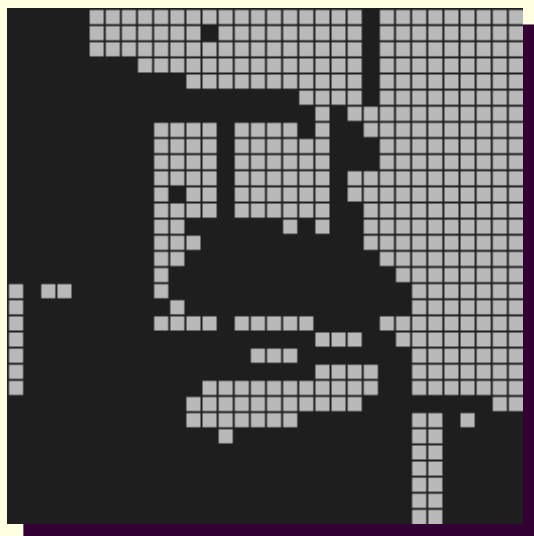


разлика

Откриване на граница

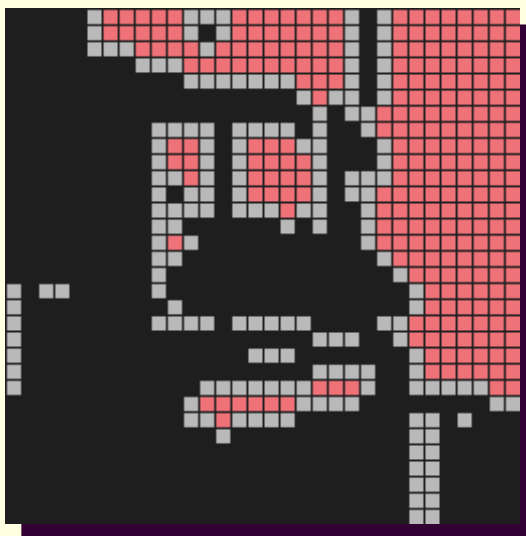
Морфологични операции за определяне на границата (контур) между обектите и фона в изображението

бинарно
изображение



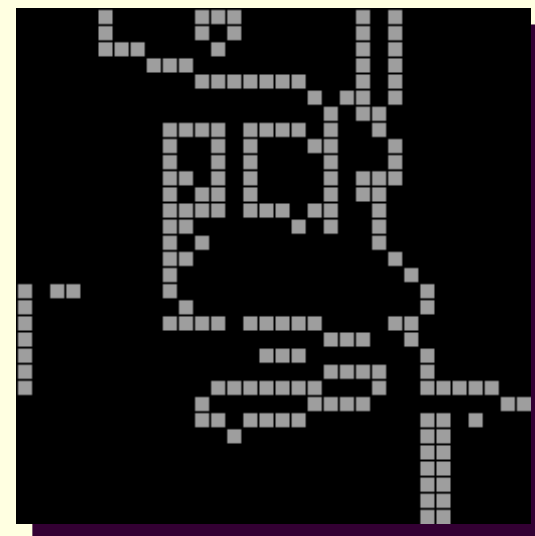
оригинално изображение

4-свързан
структурен елемент



ерозия със Z_4

*8-свързана
вътрешна граница*

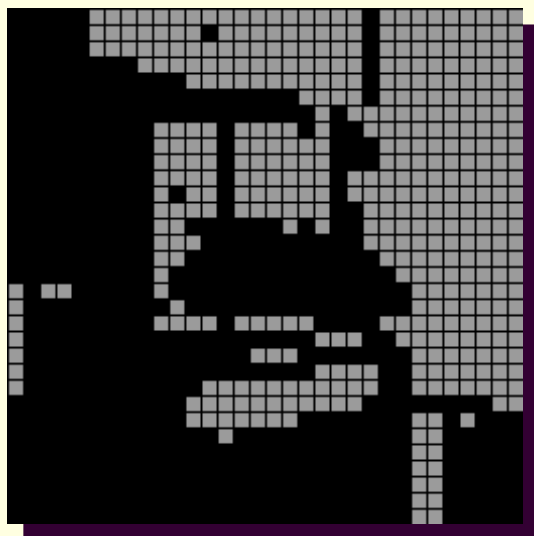


разлика

Откриване на граница

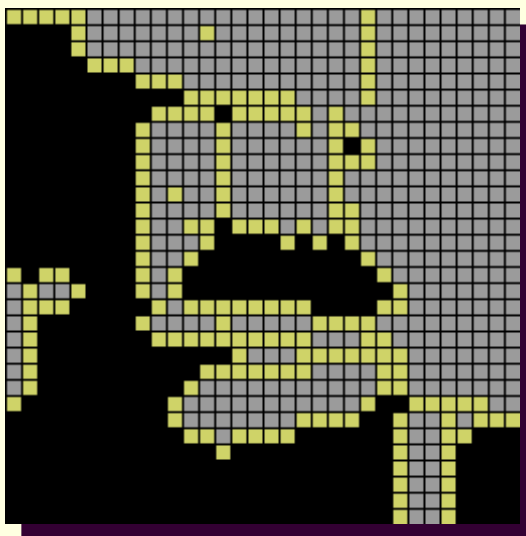
Морфологични операции за определяне на границата (контур) между обектите и фона в изображението

бинарно
изображение



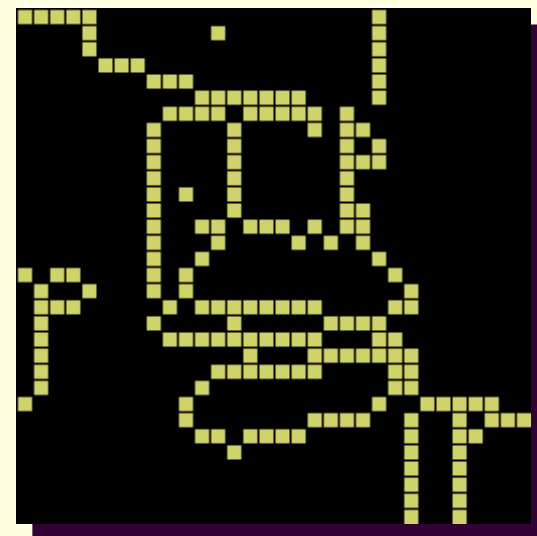
оригинално изображение

4-свързан
структурен елемент



дилатация със Z_4

*8-свързана
външна граница*

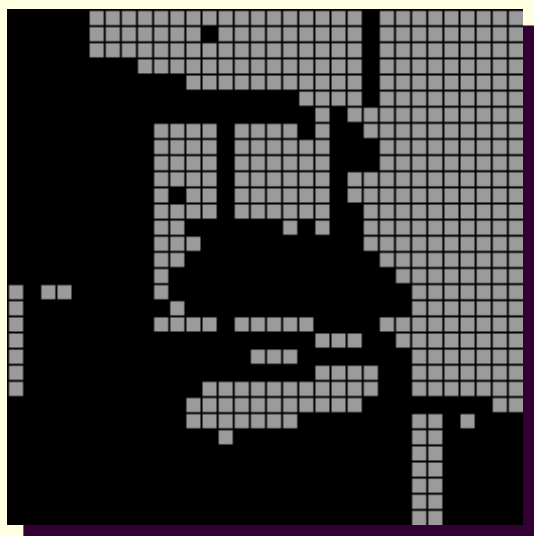


разлика

Откриване на граница

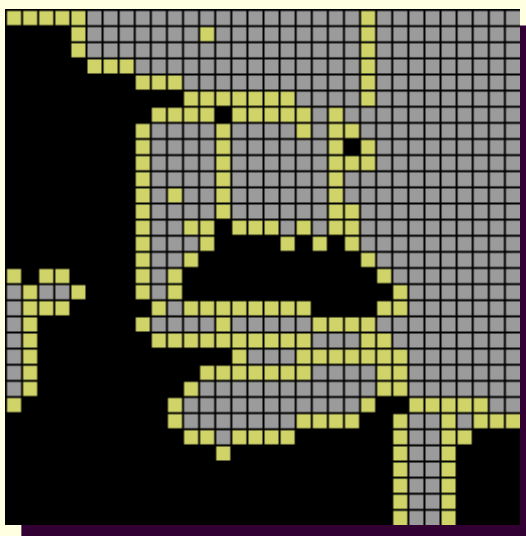
Морфологични операции за определяне на границата (контур) между обектите и фона в изображението

бинарно
изображение



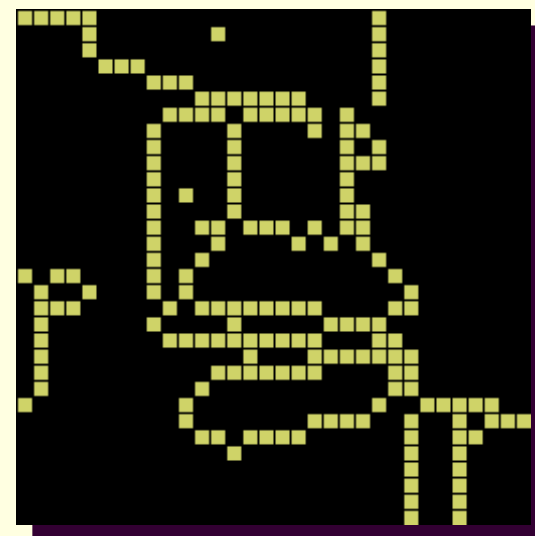
оригинално изображение

8-свързан
структурен елемент



дилатация със Z_8

*4-свързана
външна граница*



разлика

Бинарна реконструкция

- Прилага се след отваряне за възстановяване на пикселите, свързани с резултата от отварянето
- Премахва малки региони, които не са свързани с големи обекти без да нарушава малки детайли от големите обекти



оригинално
изображение



отваряне



реконструкция

Бинарна реконструкция

■ Алгоритъм

(1) $J = I \circ Z$

- Z е произволен структурен елемент

(2) $T = J$

(3) $J = J \oplus Z_k$

- $k = 4$ или $k=8$

(4) $J = I \text{ AND } J$

- запазват се само пикселите от J , които са също и от I

(5) ако $J \neq T$ то следва стъпка 2

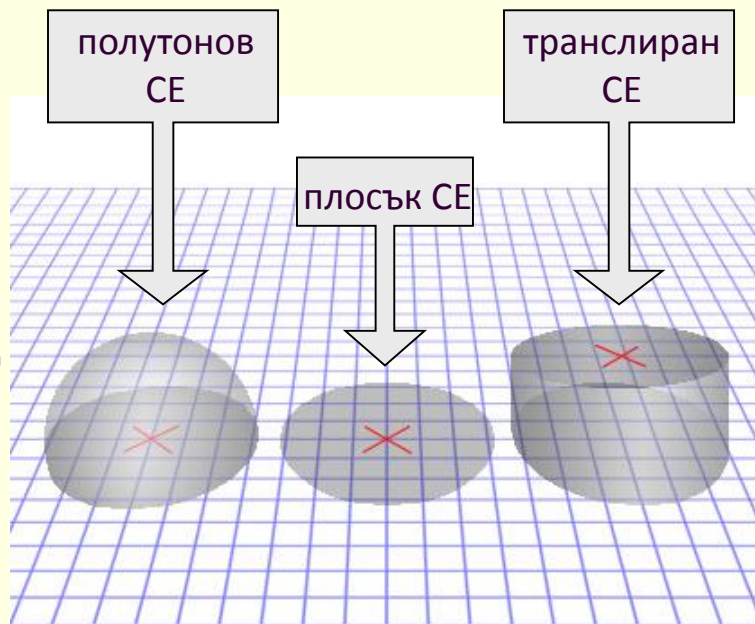
(6) в противен случай \rightarrow край

- J е реконструираното изображение

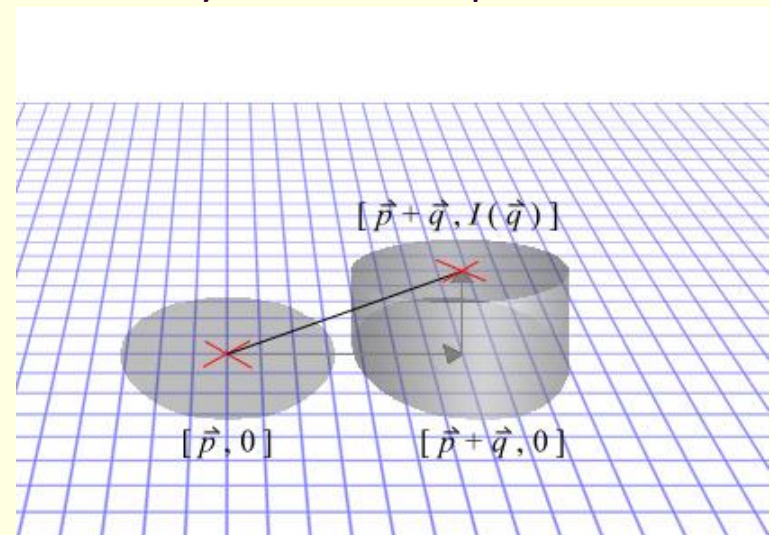
Полутонови морф. операции

■ Полутонов структурен елемент

- малко изображение, което определя локална околност за всеки пиксел $[p, I(p)]$

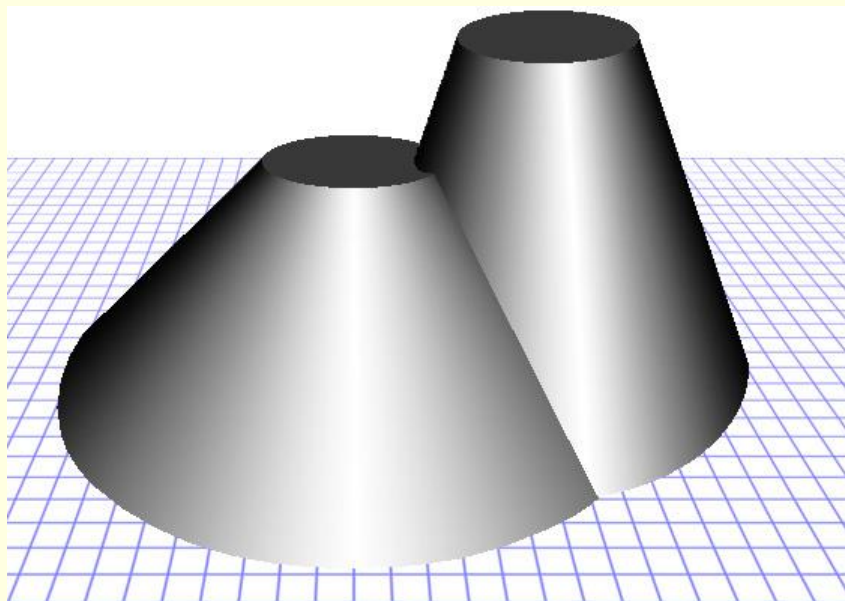


Транслация на плосък SE за полутоново изображение

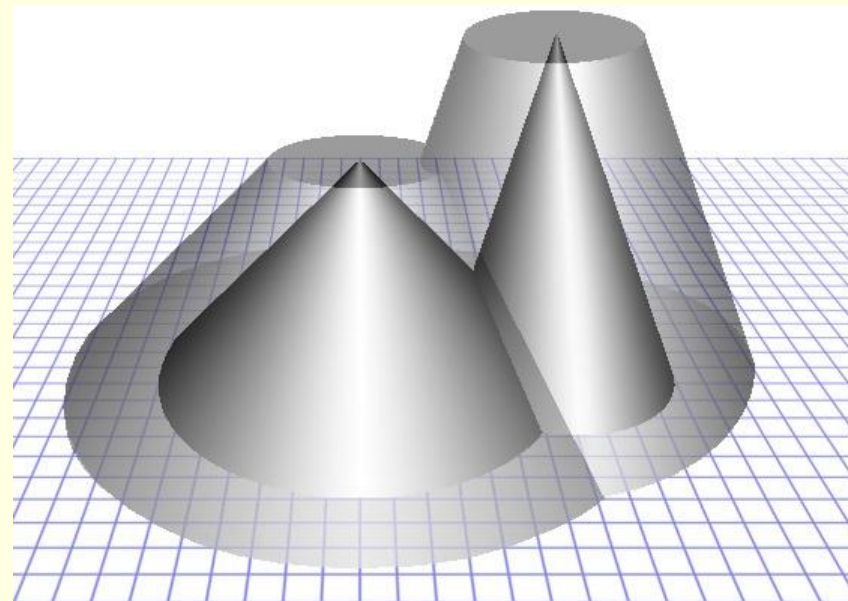


транслация на структурния елемент: \times е позицията на центъра на структурния елемент

Полутонова дилатация

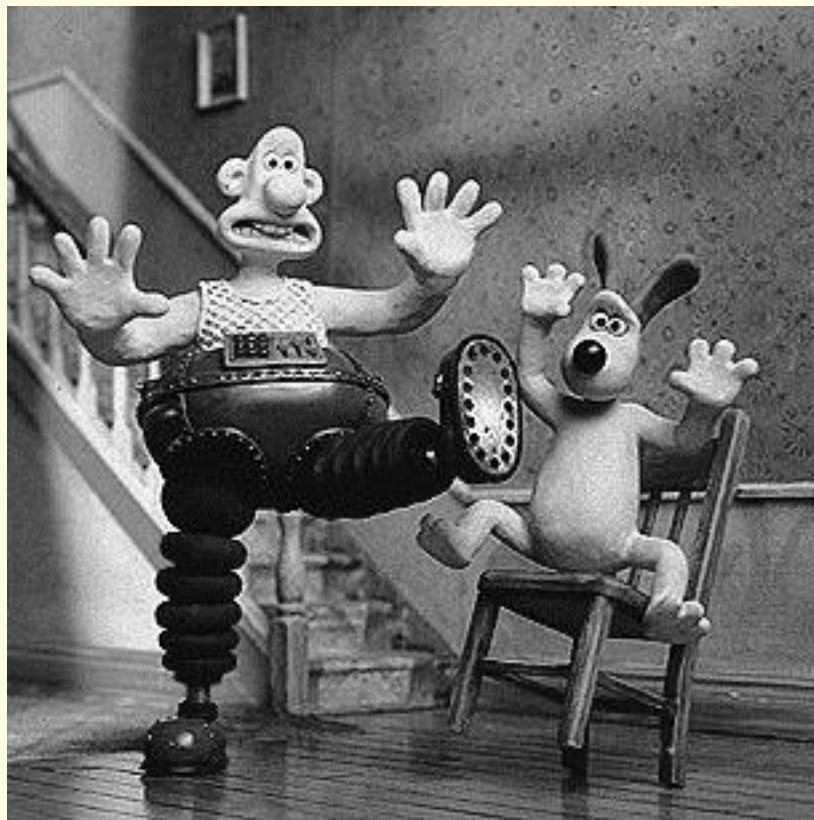


дилатация



дилатация/оригинал

Полутонова дилатация



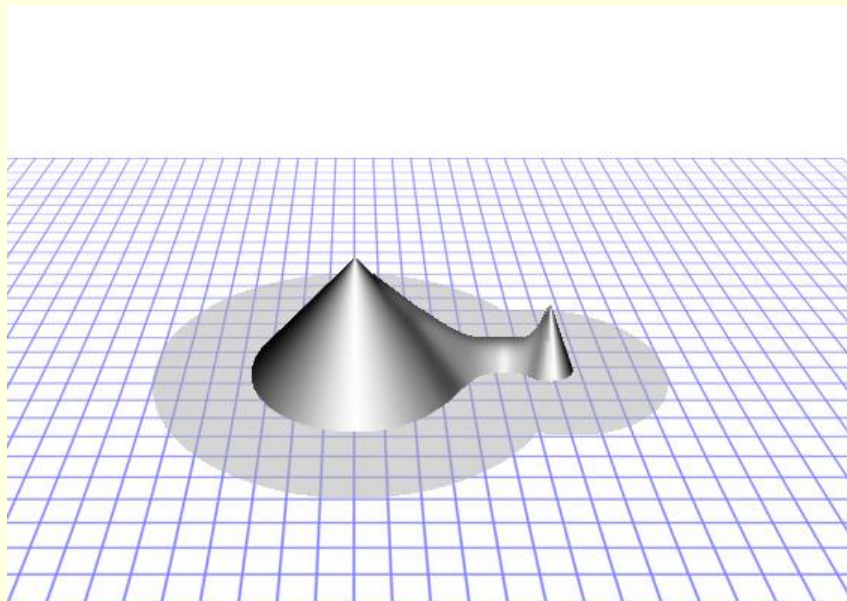
оригинално изображение



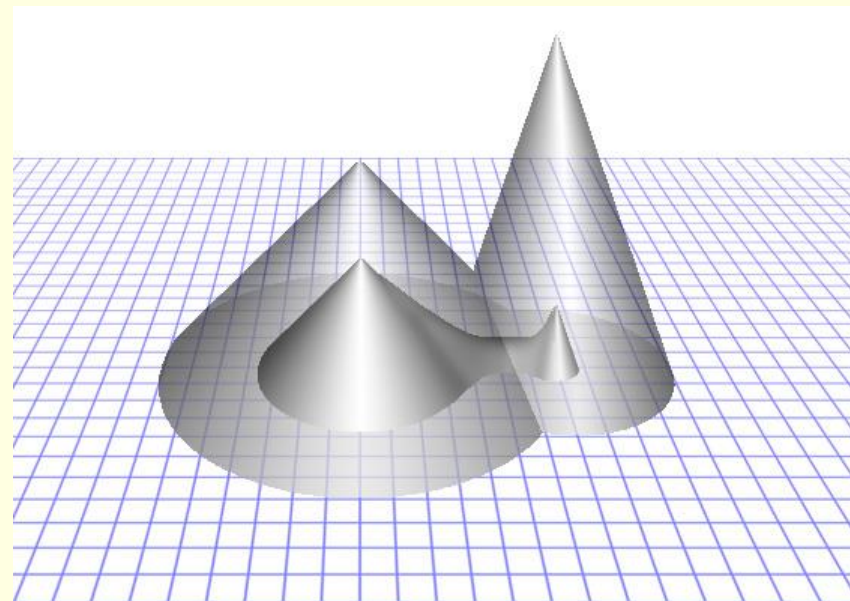
дилатирано изображение

(подобно на максимален филтър)

Полутонова ерозия

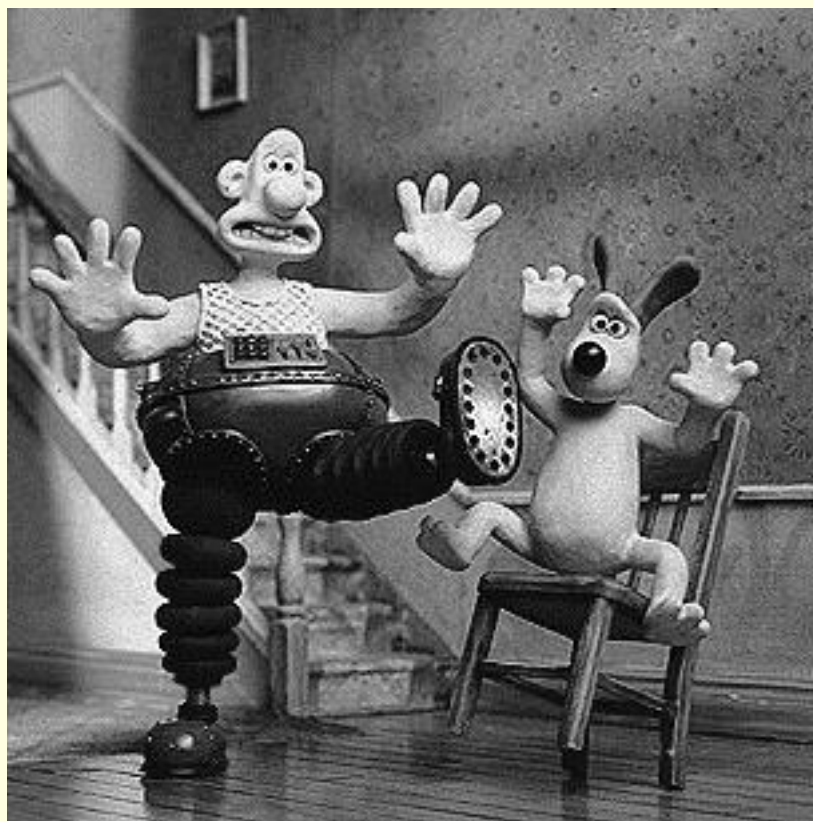


ерозия



ерозия/оригинал

Полутонова ерозия



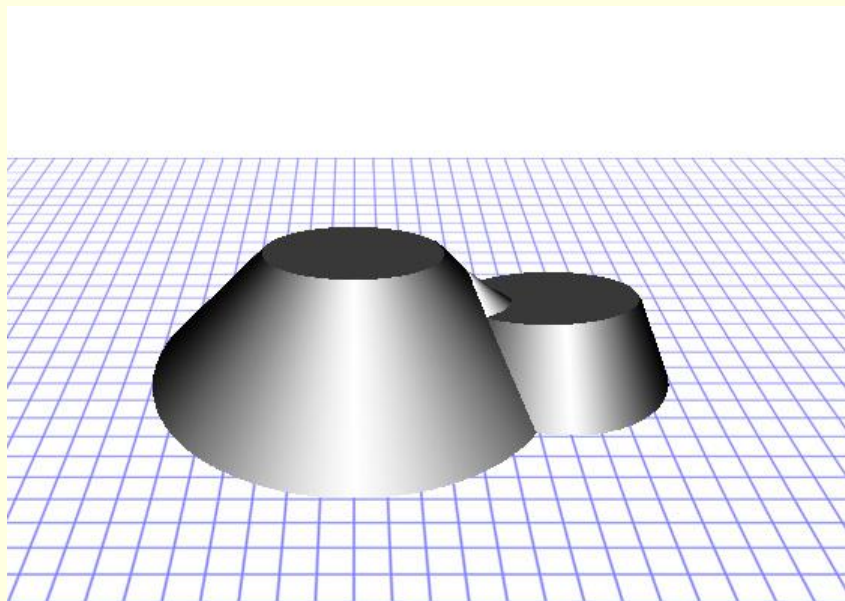
оригинално изображение



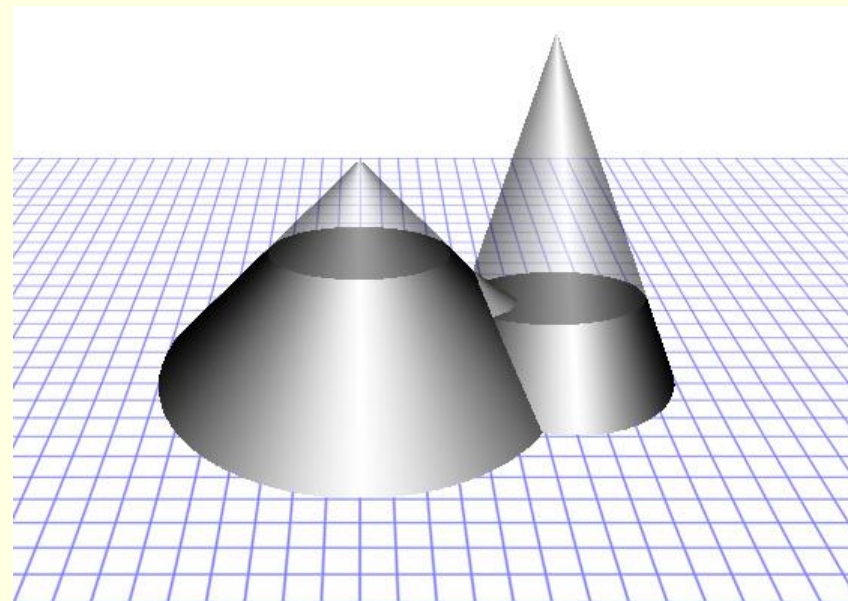
ерозирано изображение

(подобно на минимален филтър)

Полутоново отваряне

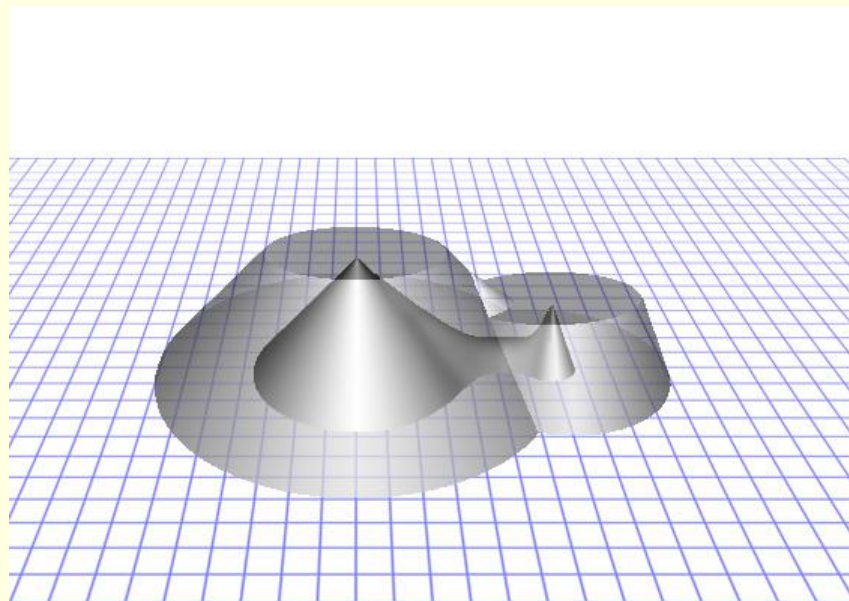


отваряне:
ерозия последвана от дилатация

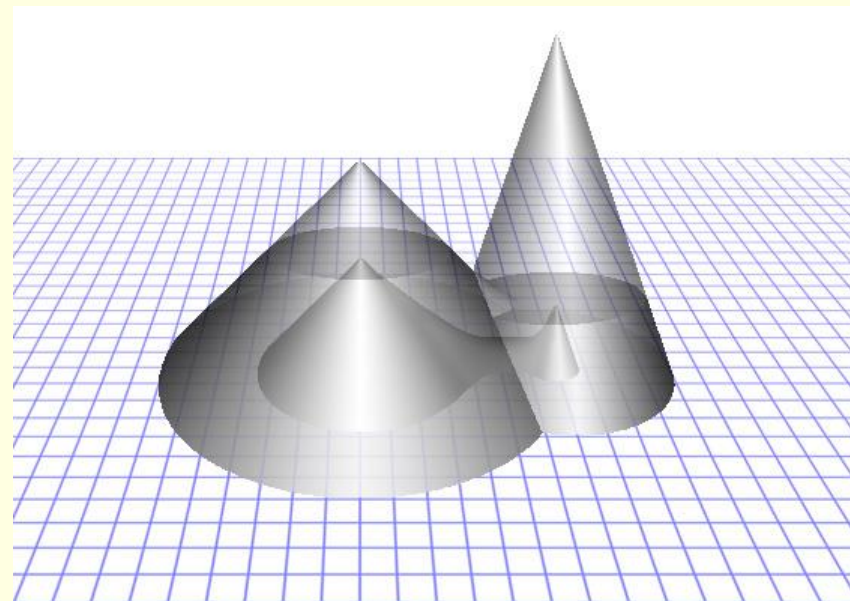


отваряне/оригинал

Полутоново отворяне



ерозия & отворяне



ерозия & отворяне & оригинал

Полутоново отваряне

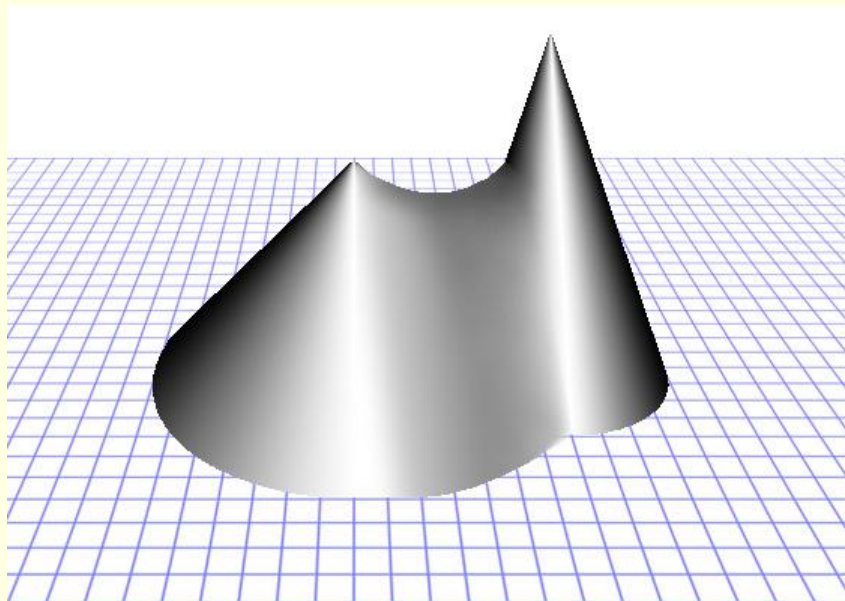


оригинално изображение

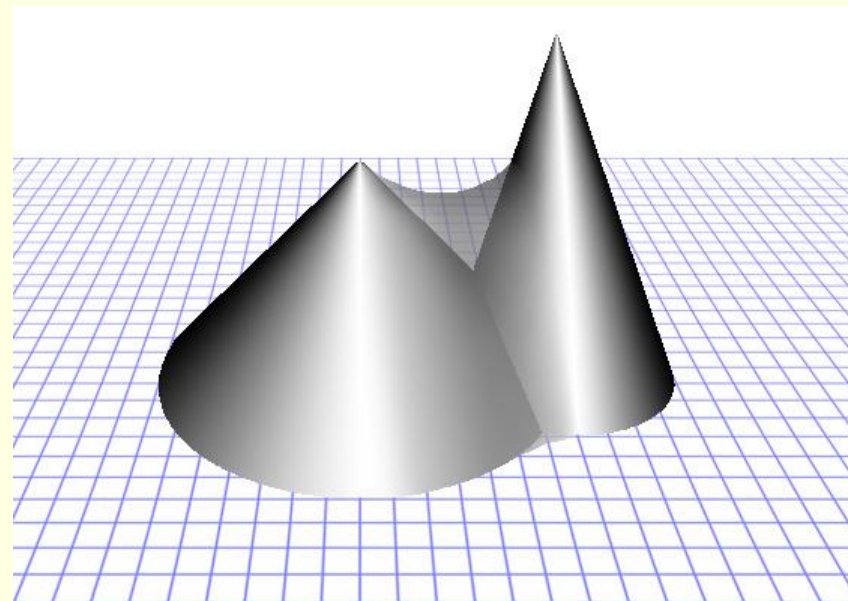


изображение след отваряне

Полутоново затваряне

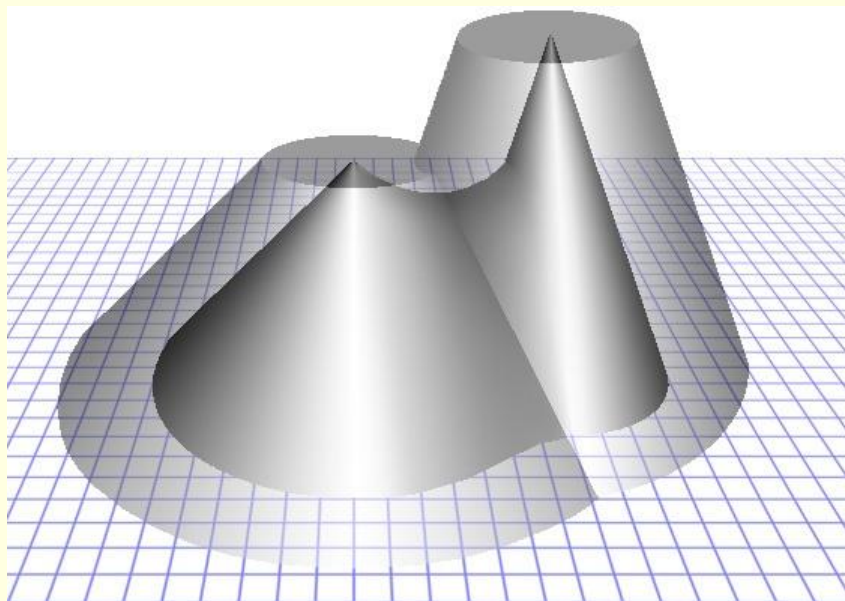


затваряне:
дилатация последвана от ерозия

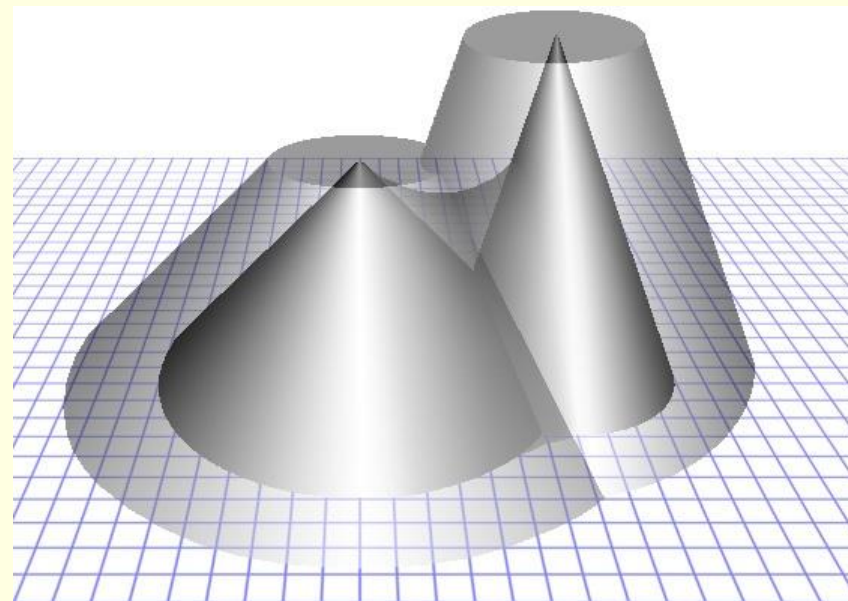


затваряне & оригинал

Полутоново затваряне



дилатация и затваряне



дилатация & затваряне & оригинал

Полутоново затваряне



оригинално изображение



изображение след затваряне

Полутонова реконструкция

■ Алгоритъм

- същият както при бинарна реконструкция, но за полутонови изображения

(1) $J = I \circ Z$

- Z е произволен структурен елемент

(2) $T = J$

(3) $J = J \oplus Z_k$

- $k = 4$ или $k=8$

(4) $J = \min\{I, J\}$

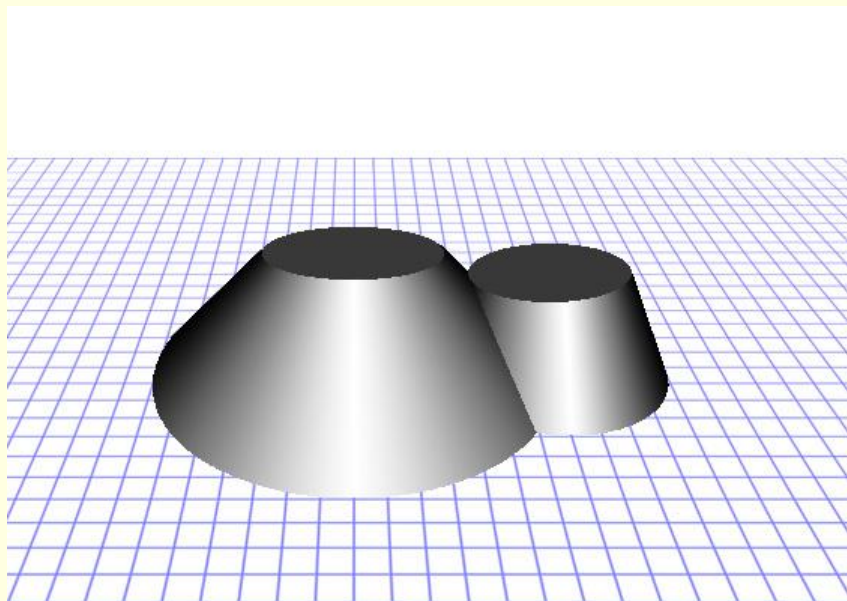
- попикселно определяне на минималната стойност в I и J

(5) ако $J \neq T$ то следва стъпка 2

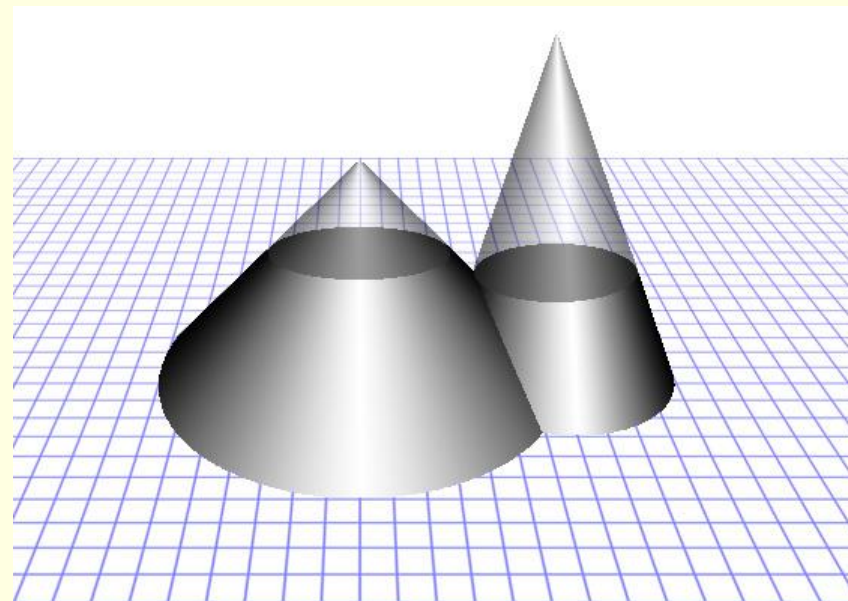
(6) в противен случай \rightarrow край

- J е реконструираното изображение

Полутонова реконструкция

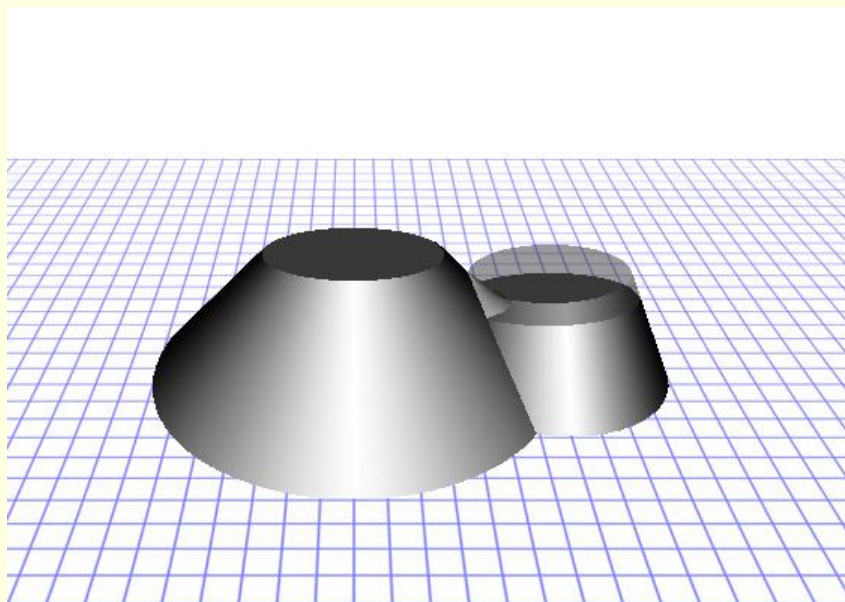


отваряне

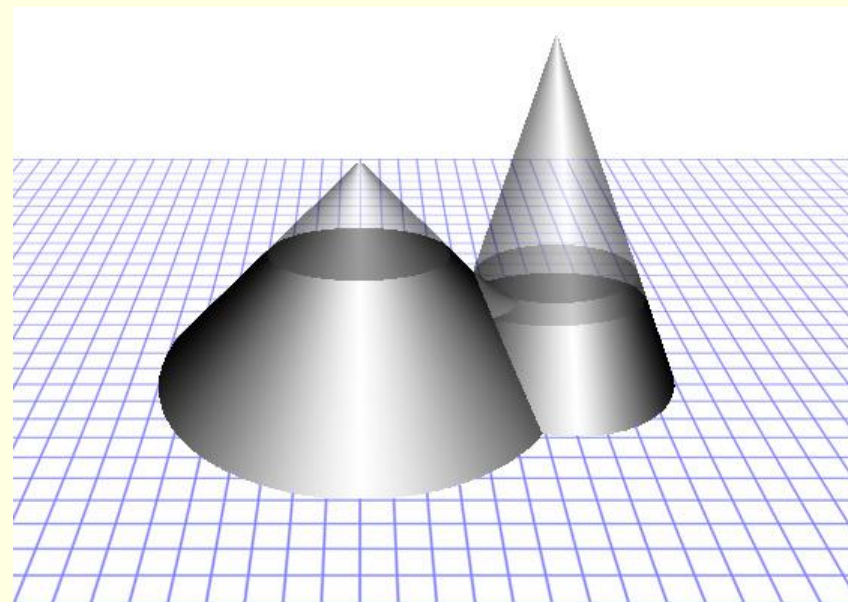


отваряне & оригинал

Полутонова реконструкция

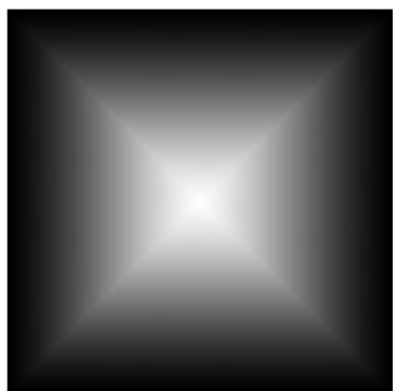


отваряне & реконструкция



отваряне, реконструкция &
оригинал

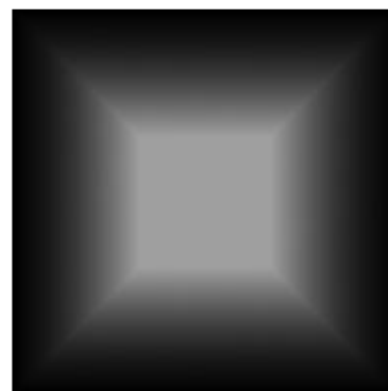
Полутонова реконструкция



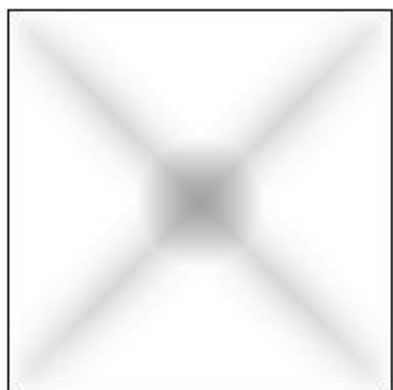
original



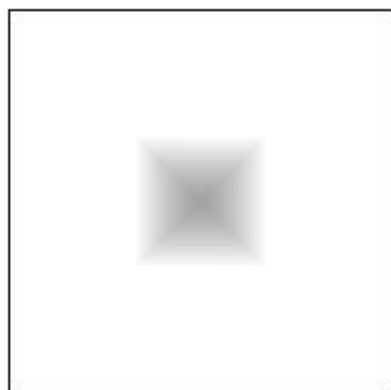
opened



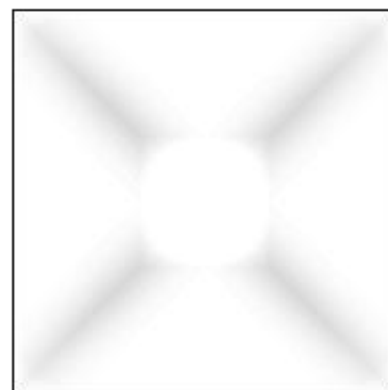
reconstructed



orig - opened



orig - recon



recon - opened

Полутонова реконструкция



оригинално изображение



реконструировано изображение

КРАЙ

Изпит:

15 май 2014г., 9.00 – 15.00, зала 1311

Поправителен изпит:

26 май, 11 юни, 13.45, зала 1311