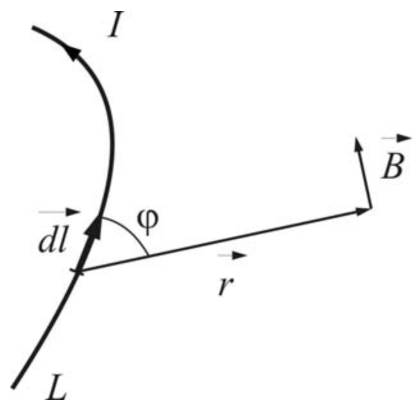
Примерен тест по физика-2
(решения и кратки инструкции)

1. Магнитното поле е:
♦ потенциално ♦ непотенциално ♦ консервативно ♦ нито едно от изброените

Решение на задача 1
Верният отговор е: магнитното поле е непотенциално.

2. Напишете закона на Био-Савар, направете подходящ чертеж и пояснете участващите в него величини.

Решение на задача 2
Пълният отговор на този въпрос, както и на други въпроси от подобен тип, изисква написване на закона на Био-Савар (както е предаден от преподавателя или е представен в препоръчания основен учебник), илюстрирането му с подходящ чертеж и изписване на наименованието на всички участващи в закона величини и нанасянето им на чертежа.



Закона на Био-Савар определя магнитното поле, създавано от проводник, по който протича ток с големина I. Изходната формулировка на закона се отнася за индукцията на магнитното поле $d\vec{B}$, създавано от токов елемент от проводника $d\vec{I} = Id\vec{l}$ в точка с радиус-вектор $\vec{r}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\, d\vec{I} \times \vec{r} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\, Id\vec{l} \times \vec{r}$$

Ако посоката на $d\vec{B}$ е определена предварително, то големината се определя по формулата:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi r^2}\, Idl \sin(\varphi)$$

От горната формулировка следва, че индукцията на магнитното поле, създавано от краен участък от проводник с ток може да се определи по формулата

$$\vec{B} = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\, d\vec{I} \times \vec{r}$$

където се интегрира по избрания участък от проводника L.

3. Силата на Ампер, която действа върху проводник с дължина $1cm$, по който тече ток с големина $100mA$, е $10^{-3}\,N$. Определете големината на магнитната индукция на хомогенно магнитно поле, в което се намира проводника, ако последният е разположен перпендикулярно на магнитните силови линии.

Решение на задача 3

Написваме закона на Ампер за магнитната сила:
$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$
Големината на силата на Ампер е: $dF = IdlB\sin\alpha$.
Горният запис на закона на Ампер се отнася за елементарна сила, действаща върху елементарен участък от проводника $d\vec{l}$. На практика, всички стойности на физичните величини са крайни, колкото и малки да са те. Затова ще запишем закона на Ампер за крайни

стойности на участващите величини : $\Delta F = I\Delta l B \sin\alpha$. *Така ще постъпваме и в други подобни случаи.*

Дадено е големината на участъка от проводника $\Delta l = 1cm = 10^{-2}m$, силата на тока $I = 100mA = 0.1A$, големината на магнитната сила $\Delta F = 10^{-3}N$ и ъгъла между проводника и магнитните силови линии $\alpha = 90^\circ$.

Големината на магнитната индукция е

$$B = \frac{\Delta F}{I\Delta l \sin\alpha} = \frac{10^{-3}[N]}{0{,}1[A].10^{-2}[m].\sin 90^\circ} = 1[T]$$

$B = 1T$

4. Определете магнитния поток през малка равнинна площ $S = 1mm^2$ намираща се в хомогенно магнитно поле с индукция *B = 1T*, чиято нормала сключва ъгъл 90^0 спрямо магнитната индукция.

Решение на задача 4

По дефиниция, елементарният магнитен поток през елементарна площ dS с лицев вектор $d\vec{S}$ е равен на :

$d\Phi = \vec{B}.d\vec{S} = BdS\cos\alpha$,

където α е ъгълът между $\vec{B}$ и $d\vec{S}$.

Записваме горния израз за крайна стойност на площта ΔS :

$\Delta\Phi = \vec{B}.\Delta\vec{S} = B\Delta S\cos\alpha$

Забележка: Тъй като площта е равнинна и магнитното поле е хомогенно, преходът от $d\Phi$ *към* $\Delta\Phi$*, което от математическа гледна точка означава интегриране на* $d\Phi$ *върху* ΔS *за да получим* $\Delta\Phi$*, в случая се извършва тривиално и води до горния резултат, т.е.,* $\Delta\Phi = \vec{B}.\Delta\vec{S} = B\Delta S\cos\alpha$.

В нашия случай, $B = 1T$, $\Delta S = 1mm^2 = 10^{-6}m^2$ и $\alpha = 90^\circ$, то се получава:

$\Delta\Phi = 1[T].10^{-6}\left[m^2\right].\cos 90^\circ = 0\ [Wb]$

$\Delta\Phi = 0\ Wb$

5. Коефициентът на взаимна индукция на два токови контура е $M = 1\mu H$. Определете големината на индуцираното електродвижещо напрежение в единия от контурите, ако силата на тока в другия контур се мени със скорост десет ампера за време една секунда.

Решение на задача 5

Това е задача от електромагнитна индукция, по специално, от взаимна индукция. Електродвижещото напрежение E^*, индуцирано в даден затворен проводящ контур (затворена електрическа верига) при явлението взаимна индукция, се дава с израза:

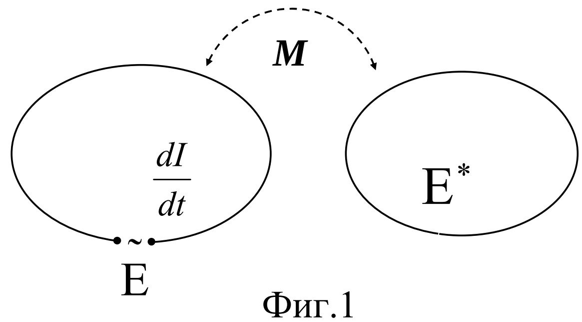
$$\mathrm{E}^* = -M\frac{dI}{dt} ,$$

който е вариант на закона на Фарадей за електромагнитната индукция в този случай. В този израз, $\frac{dI}{dt}$ е скоростта на промяна на тока в друг съседен контур, а M е коефициента на индуктивна връзка между двата контура, наречен коефициент на взаимна индукция, Фиг.1.

В случая, $\frac{dI}{dt} = 10 A/s$, $M = 1\mu H = 10^{-6} H$.

При определяне на индуцираното електродвижещо напрежение *по големина*, посоката на промяна на тока в съседната верига и, съответно, знака "минус" в закона за електромагнитната индукция не са от значение. Затова записваме израза за индуцираното електродвижещо напрежение само по големина, т.е., без знака минус. При конкретните стойности на участващите величини, за големината на E^* имаме:

$$E^* = 10^{-6}[H].10\left[\frac{A}{s}\right] = 10^{-5}[V]$$



Фиг.1

6. Собствената кръгова честота на една трептяща система е :

- $\omega_0 = \frac{k}{m}$
- $\omega_0 = \frac{m}{k}$
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
- $\omega_0 = \sqrt{\frac{m}{k}}$

Решение на задача 6

Собствената кръгова честота на една трептяща система е $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

7. Определете честотата на затихване на трептяща система със собствена кръгова честота $\omega_0 = 100\, rad/s$ и коефициент на затихване на трептенията $\gamma = 10\, s^{-1}$.

Решение на задача 7

Честотата на затихване $\omega_з$ на една трептяща система се дава с израза:

$$\omega_з = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

При така зададените стоиности, за $\omega_з$ получаваме:

$$\omega_з = \sqrt{100^2 - 10^2} = \sqrt{9900} rad/s \approx 99{,}5\, rad/s$$

8. Напишете вида на силите действащи върху една система извършваща принудени трептения.

Решение на задача 8

Силите които действат върху една система извършваща принудени трептения в едномерния случай са:

1. Хармонична (еластична) сила: $F = -kx$, където k е коефициент на еластичност, а x е отклонение от равновестното положение (елонгация)

2. Сила на триене: $F = -\beta v = -\beta \frac{dx}{dt}$, където β е коефициент на триене, а v е моментната скорост на движение на трептящото тяло.

3. Външна принуждаваща сила $F(t)$. Най-интересен за практиката е случая на принуждаваща сила от тъй наречения хармоничен тип, т.е., $F(t) = F_0 \cos \omega t$, където F_0 е амплитудата на принуждаващата сила, а ω е кръговата ѝ честота.

9. Законът за движение (уравнението) на линейна вълна е :

♦ $s = A\cos(\omega t + \varphi)$ ♦ $x = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ ♦ $x = A_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega_3 t + \varphi)$ ♦ $s = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

Решение на задача 9

Законът за движение (уравнението) на линейна вълна е: $s = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

10. Дайте дефиниция за кохерентни монохроматични вълни.

Решение на задача 10

Две монохроматични вълни са кохерентни ако:

а) Кръговите им честоти са равни, $\omega_1 = \omega_2$

(откъдето следва и равенство на вълновите им числа, $k_1 = k_2$)

б) фазовата им разлика остава постоянна във времето, $\varphi_2 - \varphi_1 = const$.

11. Коефициентът на пречупване на стъклото спрямо въздуха е $n = 1.5$. Определете граничния ъгъл за пълно вътрешно отражение.

Решение на задача 11

Явлението пълно вътрешно отражение може да се наблюдава (при определено условие) при падане на светлината от оптически по-плътна към оптически по-рядка среда, т.е, при $n_1 > n_2$. Граничният ъгъл на падане $\alpha_{гр}$ за пълно вътрешно отражение се определя от условието ъгълът на пречупване β да бъде равен на $\beta = 90^\circ$. При тези условия, от закона на Снелиус получаваме:

$\dfrac{\sin\alpha_{гр}}{\sin\beta} = \dfrac{\sin\alpha_{гр}}{\sin 90^\circ} = \sin\alpha_{gr} = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{1}{1.5}$, или $\sin\alpha_{гр} = \dfrac{1}{1.5} \approx 0,67$, където коефициентът на пречупване на въздуха е приет за единица, $n_2 = 1$.

12. Посочете вярната дефиниция на оптичен път s :

♦ $s = nl$ ♦ $s = \dfrac{l}{n}$ ♦ $s = cl$ ♦ $s = \dfrac{l}{c}$,

където l е геометричният път, n е коефициента на пречупване, c е скоростта на светлината във вакуум.

Решение на задача 12

Вярната дефиниция на оптичен път е: $s = nl$

13. Максимумът в спектъра на топлинно излъчване на едно тяло е при $\lambda_{\max} = 10\mu m$. Определете температурата на това тяло.

Решение на задача 13

Връзката между максимума в спектъра на топлинно излъчване на абсолютно черно тяло λ_m и абсолютната температура T на това тяло се дава със закона на Вин, $\lambda_m = \frac{b}{T}$.

Приемаме, че въпросното тяло излъчва като абсолютно черно тяло. Тогава, температурата на тялото, съгласно закона на Вин, е: $T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2{,}9.10^{-3}}{10[\mu m]} = \frac{2{,}9.10^{-3}[m.K]}{10.10^{-6}[m]} = 290[K]$.

14. Фотокатод с отделителна работа $1{,}82.10^{-19}\,J$ се осветява със светлина с честота $\nu = 10^{15}\,Hz$. Определете задържащото напрежение за фотоефекта при тези условия.

Решение на задача 14

Използваме уравнението на Айнщайн за фотоефекта в следните еквивалентни варианти, $h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} = A + eU_{зад}$, където A е отделителната работа на фотокатода, e е зарядът на електрона и $U_{зад}$ е задържащото напрежение. Оттук, за задържащото напрежение получаваме:

$U_{зад} = \frac{h\nu - A}{e}$.

При посочените условия получаваме: $U_{зад} = \frac{6{,}62.10^{-34}[J.s].10^{15}[s^{-1}] - 1{,}82.10^{-19}[J]}{1{,}6.10^{-19}[C]} = 3[V]$

$U_{зад} = 3V$

15. Посочете вярната формулировка за импулса p на фотона:

♦ $p = h\lambda$ ♦ $p = \frac{h}{\lambda}$ ♦ $p = h\nu$ ♦ $p = hc$,

където h е константата на Планк, λ е дължината на вълната, ν е честотата, c е скоростта на светлината във вакуум.

Решение на задача 15

Вярната формулировка за импулса p на фотона е: $p = \frac{h}{\lambda}$

16. Минималната неопределеност на импулса на електрон преминал през отвор е $\Delta p = 10^{-30}\,kg.m/s$. Оценете размера на отвора.

Решение на задача 16

За решаването на тази задача се прилага съотношението за неопределеност за координатите и импулса на една частица в едно и също пространствено направление. Нека за определеност приемем, че това е направлението "x", въпреки, че може да се приеме и кое да е от останалите направления "y" илу "z". Написваме съотношението за неопределеност за координатите и импулса в направление "x".

$\Delta x\, \Delta p_x \geq h$

Забележка: Освен в горното представяне, съотношението за неопределеност може да се срещне и в други представяния, например $\Delta x\,\Delta p_x \geq \frac{h}{2}$ *и други. Затова, то се записва във варианта даден от съответния преподавател.*

Така формулираното условие предполага, че получената стойност има оценъчен характер, а условието за минимална неопределеност на импулса на електрона означава, че трябва да вземем въпросното съотношение в долната му граница, т.е., $\Delta x\,\Delta p_x \approx h$. Приемаме $\Delta p_x \equiv \Delta p = 10^{-30}\,kg.m/s$, откъдето за размера на отвора Δx получаваме

$$\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x} = \frac{6{,}62.10^{-34}\,J.s}{10^{-30}\,kg.m.s^{-1}} = 6{,}62.10^{-4}\,m$$

17. Определете големината на орбиталния момент на импулса на електрон в състояние с орбитално квантово число $l = 3$.

Решение на задача 17

Големината на орбиталния момент на импулса на електрона в даден атом се дава с израза :
$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$

При $l = 3$, за големината на орбиталния момент на импулса се получава $L = \hbar\sqrt{3(3+1)} = \hbar\sqrt{12}$
.

18. Изкажете принципа на Паули.

Решение на задача 18

В произволен атом, което и да е стационарно състояние, определено от четирите квантови числа: главното ***n***, орбиталното ***l***, магнитното ***m*** и спиновото ***s***, не може да се заема от повече от един електрон.

19. Електрон се движи в хомогенно магнитно поле със скорост $v = 10^5\,cm/s$ под ъгъл 30^0 спрямо магнитните силови линии. Каква е големината на магнитната индукция на полето, ако електронът се движи по винтова линия с отстояние (радиус) от оста на винтовата линия $R = 1cm$. **(4 точки)**

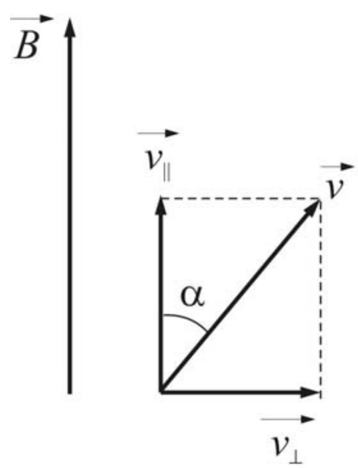
Решение на задача 19

Решаването на тази задача изисква направата на подходящ и ясен чертеж.

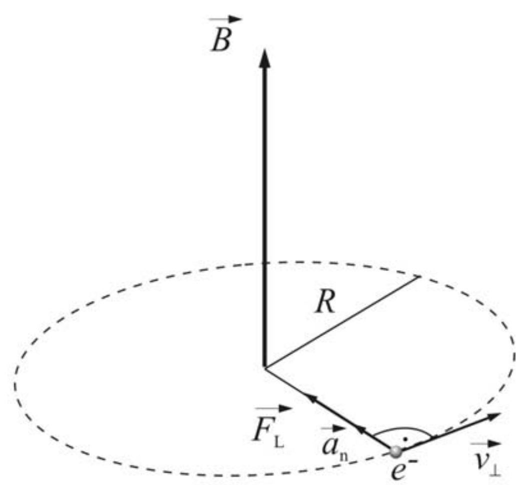
При движение със скорост $\vec{v}$ в магнитно поле с индукция $\vec{B}$, върху електрона действа магнитна сила, магнитната компонента на Лоренцовата сила, която има вида:
$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Големината на силата е $F = qvB\sin\alpha$, където α е ъгълът между скоростта на частицата и магнитната индукция, Фиг.1. Скоростта на частицата може да се разложи на две съставящи, една успоредна на магнитната индукция $\vec{v}_{//}$ и друга перпендикулярна на магнитната индукция $\vec{v}_{\perp}$, чиито големини са $v_{//} = v\cos\alpha$ и $v_{\perp} = v\sin\alpha$. Оттук, резултатнтното движение на електрона можем да го разложим на две съставящи движения по тези две характерни за случая направления, успоредно и перпендикулярно на магнитната индукция. Ъгълът между магнитната индукция $\vec{B}$ и $\vec{v}_{//}$ е нула и частицата не изпитва магнитна сила при движение по направлението успоредно на $\vec{B}$, т.е., $F = qv_{//}B\sin 0^{\circ} = 0$. Следователно, по това направление частицата ще се движи с нулево ускорение, т.е., равномерно и праволинейно. В перпендикулярното направление, ъгълът между магнитната индукция $\vec{B}$ и $\vec{v}_{\perp}$ е 90° и електронът изпитва магнитна сила $F = qv_{\perp}B\sin 90^{\circ} \neq 0$. В това направление, електронът ще получи ускорение, което, съгласно втория закон на Нютон, е : $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m_e}$, където m_e е масата на електрона. Магнитната сила остава перпендикулярна на скоростта, в случая $\vec{v}_{\perp}$, и полученото от нея ускорение ще бъде перпендикулярно на скоростта $\vec{v}_{\perp}$, Фиг.2. Действащата магнитна сила играе роля на центростремителна сила, а полученото от нея ускорение е центростремително ускорение. Тъй като скоростта $\vec{v}_{\perp}$ остава постоянна по големина, няма тнгенциално ускорение, движението в перпендикулярното направление ще бъде движение по окръжност с постоянен радиус. Резултантното от двете движения води до движение по винтова линия (не е показана на фигурите). От друга страна, изхождайки от факта, че ускорението е перпендикулярно на вектора на скоростта $\vec{v}_{\perp}$ и има посока на нормалата към траекторията във всяка нейна точка, то може да бъде определено като нормално ускорение $\vec{a}_n$. Съгласно известната връзка между нормалното ускорение $\vec{a}_n$, скоростта на движение $\vec{v}$ (в случая $\vec{v}_{\perp}$) и радиуса на кривината на траекторията R (в случая радиуса на окръжността), можем да запишем: $a_n = \dfrac{v_{\perp}^2}{R}$. Замествайки в $\vec{a} \equiv \vec{a}_n = \dfrac{\vec{F}}{m_e}$ изразите за $\vec{a}_n$ и $\vec{F}$, за големината на последното векторно равенство получаваме: $\dfrac{v_{\perp}^2}{R} = \dfrac{qv_{\perp}B\sin 90^{\circ}}{m_e} = \dfrac{qv_{\perp}B}{m_e}$, или

$$B = \frac{m_e v_{\perp}}{qR} = \frac{m_e v \sin\alpha}{qR}.$$



Фиг. 1



Фиг. 2

В нашия случай, $v = 10^5\,cm/s = 10^3\,m/s$, $R = 1cm = 10^{-2}\,m$, $\alpha = 30°$, $q = e = 1{,}6.10^{-19}\,C$.

$$B = \frac{m_e v \sin\alpha}{qR} = \frac{9{,}1.10^{-31}[kg].10^{3}\left[\frac{m}{s}\right].\sin 30^{\circ}}{1{,}6.10^{-19}[C].10^{-2}[m]} = 2{,}84.10^{-7}\,T$$

20. Изведете израза за енергията на водородния атом в рамките на модела на Бор. **(4 точки)**

Решение на задача 20

Изводът се представя във вида даден от преподавателя по време на лекциите, или във вида даден в препоръчания основен учебник по физика. По-принцип, студентът може да представи и изводи от други източници стига те да включват основните резултати дадени на лекциите или в препоръчания учебник. В този случай е необходимо ясно да се дефинират всички нови понятия и означения, които са използвани от студента.

Изходните твърдения, които използваме при извода са следните:

(а) Електрона се движи около ядрото (протона) по кръгова орбита, под действието на центростремителна сила, ролята на която се играе от Кулоновата сила на привличане между двете противоположно заредени частици. Следователно

$$F_{\text{центростремителна}} = F_{\text{кулонова}}$$

и замествайки получаваме

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (1)$$

където ***m***, ***e*** и **v** са, съответно, масата, заряда и скоростта на електрона, а ***r*** е радиуса на орбитата му.

(б) Пълната енергия на електрона при движението му по орбита с радиус ***r*** е

$$E = E_{кин} + E_{пот} = \frac{m\mathrm{v}^2}{2} + \left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (2)$$

(в) Съгласно правилото на Бор за квантуване на орбиталния момент на електрона стационарни и, следователно разрешени за движение на електрона са само орбитите, за които е изпълнено условието

$$m\mathrm{v}r = n\hbar \qquad (3)$$

където $\hbar = h/2\pi$, а n = 1,2,3…… е цяло число.

От ур-е (1) имаме

$$m\mathrm{v}r\mathrm{v} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$$

и, замествайки в него (3), получаваме

$$n\hbar\mathrm{v} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{v} = \mathrm{v}_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar n} \qquad (4)$$

Следователно, при движението си около ядрото , електрона може да има само определени, дискретни стойности на скоростта, които се получават от горната формула при n = 1,2 ,3, ..… Но, от друга страна, стойностите на ***v*** и ***r*** трябва винаги да удовлетворяват (1) и, замествайки (4) в (1) получаваме

$$r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m\mathrm{v}_n^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}n^2$$

което означава, че възможни за движение са само орбитите с определени, дискретни стойности на радиуса, които се получават от горната формула при $n = 1, 2, 3, \ldots$

И, накрая, вземайки пред вид, че електрона може да се движи само по орбити, за които $r = r_n$ и $\mathrm{v} = \mathrm{v}_n$, за енергията му при движение по n – та орбита получаваме

$$E = E_n = \frac{m\mathrm{v}_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\cdot\frac{1}{n^2} \qquad (5)$$

Най-важните следствия от горното разглеждане са;

(а) Обикаляйки около ядрото, електронът може да се движи само по дискретен набор от орбити, чиито радиуси се определят от условието

$$r_n = r_1 \cdot n^2 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

където $r_1 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0,529.10^{-10}\,m$ е радиуса на първата електронна орбита в атома на водорода.

(б) Намирайки се на n – та орбита електрона има енергия

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots.$$

където $E_1 = -\dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} = -21,8.10^{-19}\,J = -13,6\ eV$ е енергията на първата електронна орбита в атома на водорода.