12. Комплекси

$$i(t)=i_m\sin(\omega t+\psi_i)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi_i)$$

съставяне на компл. Образ на синусуидална величина - $i(t)=\underset{\cdot}{i}(t)$

$\underset{\cdot}{i}(t)$ - комплексен образ на синус. вел.

$$\left|\begin{array}{l}\mathrm{mod}\,i(t)=\mathrm{mod}\,\underset{\cdot}{i}(t)\\ \arg i(t)=\arg \underset{\cdot}{i}(t)\end{array}\right.$$ arg - степен на exp.

$$\underset{\cdot}{i}(t)=i_m e^{j(\omega t+\psi_i)}=\sqrt{2}Ie^{j(\omega t+\psi_i)},I_m\left[\ \right]$$

Формули на Ойлер

$$e^{j\alpha}=\cos\alpha+j\sin\alpha$$

$$\underset{\cdot}{i}(t)=i_m\cos(\omega t+\psi_i)+ji_m\sin(\omega t+\psi_i)$$

$i(t)=I_m\left[\underset{\cdot}{i}(t)\right]$ - това съпоставяне е взаимно еднозначно

$$\underset{\cdot}{i}(t)=\sqrt{2}Ie^{j(\omega t+\psi_i)}=\sqrt{2}Ie^{j\psi_i}.e^{j\omega t}$$

$\boxed{\dot{I}=Ie^{j\psi_i}}$ - компл. ефект. ст-ст на тока

$$\boxed{i(t)=\sqrt{2}\dot{I}e^{j\omega t}}$$

$$i(t)=i_m e^{j(\omega t+\psi_i)}=\underbrace{i_m e^{j\psi_i}}_{\underset{\cdot}{i}_m}.e^{j\omega t}$$

$\underset{\cdot}{i}_m=i_m e^{j\psi_i}$ - компл. модул, амплитуда

$$\boxed{\underset{\cdot}{i}(t)=\underset{\cdot}{i}_m e^{j\omega t}}\qquad\boxed{\underset{\cdot}{i}_m=\sqrt{2}\dot{I}}$$

Ако е известна комплексната ефект. ст-ст еднозначно може да се определи моментната ст-ст.

$$\dot{I}=a+jb=\sqrt{a^2+b^2}e^{jarctg\frac{b}{a}}=Ie^{j\psi_i}$$

$$I=\sqrt{a^2+b^2};\psi_i=actg\frac{b}{a}$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\sin(\omega t+\psi_i)$$

$$i(t)=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega t+\psi_i)$$

$\dot{I}\to i(t)$ - идеята е да се намери компл. ефективна ст-т => се получава i(t). Всички елементи се променят по един и същи sin закон. Идеята е да се елиминира времето t, с което се пресмята.

Свойства на изобразяването

К – оператор

$$K:\sin\to c$$

$$i(t)\to\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$i(t)\to\dot{K}\left[i(t)\right]=\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$K\left[i(t)\right]=\underset{\cdot}{i}(t)-i_m e^{j(\omega t+\psi_i)}$$

$$i(t)\;\underset{\cdot}{=\!=}\!\cdot\;\underset{\cdot}{i}(t)$$

Образ на производната на sin величина

$$K\left[\frac{di}{dt}\right]=\frac{d}{dt}K\left[i(t)\right]=\frac{d}{dt}\underset{\cdot}{i}(t)=j\omega.\underset{\cdot}{i}(t)$$

Производната се заменя с jω

$$\frac{di}{dt}\;\underset{\cdot}{=\!=}\!\cdot\;\frac{d}{dt}\underset{\cdot}{i}(t)=j\omega\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$\frac{di}{dt}=\omega i_m\cos(\omega t+\psi_i)=\omega i_m\sin(\omega t+\psi_i+\frac{\pi}{2})$$

На произволни sin величини се съпоставя комплексен образ

$$K\left[\frac{di}{dt}\right]=\cos i_m e^{j(\omega t+\psi_i+\frac{\pi}{2})}=$$

$$=\underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{j}\omega.\underbrace{i_m e^{j(\omega t+\psi_i)}}_{\underset{\cdot}{i}(t)}=j\omega.\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$K\left[\frac{di}{dt}\right]=\frac{d}{dt}\underset{\cdot}{i}(t)$$

Образ на интеграл на sin величина

$$K\left[\int idt\right]=\int K\left[i(t)\right]dt=\int\underset{\cdot}{i}(t)dt=\frac{1}{j\omega}\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$\int idt\;\underset{\cdot}{=\!=}\!\cdot\int\underset{\cdot}{i}(t)dt=\frac{1}{j\omega}\underset{\cdot}{i}(t)$$

$$\int i_m\sin(\omega t+\psi_i)dt=-\frac{i_m}{\omega}\cos(\omega t+\psi_i)=$$

$$=\frac{i_m}{\omega}\sin(\omega t+\psi_i-\frac{\pi}{2})$$

$$K\left[\int idt\right]=\frac{i_m}{\omega}e^{j(\omega t+\psi_i-\frac{\pi}{2})}=\underbrace{e^{-j\frac{\pi}{2}}}_{-j=\frac{1}{j}}\frac{i_m}{\omega}.$$

$$.e^{j(\omega t+\psi_i)}=\frac{1}{j\omega}\underbrace{i_m e^{j(\omega t+\psi_i)}}_{\underset{\cdot}{i}(t)}=\frac{1}{j\omega}\underset{\cdot}{i}(t)=$$

$$=\int\underset{\cdot}{i}(t)dt$$

$$\frac{d}{dt}\underset{\cdot}{i}(t)=j\omega\underset{\cdot}{i}(t)\qquad\int\underset{\cdot}{i}(t)dt=\frac{1}{j\omega}\underset{\cdot}{i}(t)$$

Интеграл на компл. образ се свежда до деление на jω. Така се изв. преобразув..

Сума на образи на sin величина.

$$i_1(t),K\left[i_1(t)\right]=\underset{\cdot}{i}_1(t)$$

$$i_2(t),K\left[i_2(t)\right]=\underset{\cdot}{i}_2(t)$$

$$K\left[i_1(t)+i_2(t)\right]=\underset{\cdot}{i}_1(t)+\underset{\cdot}{i}_2(t)$$

Важи за краен брой синусуиди.

$$i_1(t)+i_2(t)\;\underset{\cdot}{=\!=}\!\cdot\;\underset{\cdot}{i}_1(t)+\underset{\cdot}{i}_2(t)$$