

56 прех. Проч във вер от 2 род.

– съдържа два консервативни елемента (L,L; C,C; L,C: или трансформаторно съединение). Преходните процеси се описват с диф. У-е от втори ред или сист. От диф. У-я от първи ред. Свободен режим в посл. RLC дуплоосник: токът преди комут. Е $i=0$; $U_c(0^-)=U_c$; $i=0$; ключът се затв. И започват прех. Процеси: $U_c(0^-)=U_c(0)=U_c(0^+)=U_0$; $i(0^-)=i(0^+)=i(0)=0$; прилагаме втори закон на Кирхов $\Rightarrow U_R + U_L + U_C = 0$; $U_R = Ri$; \Rightarrow

$$U_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + U_C = 0$$

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{d^2 U_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC} U_C = 0;$$

където ω_0 – резонансна честота $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

на контура, честота на затихващите колебания. α – коеф. на затихване;

$$\alpha = \frac{R}{2L} \Rightarrow \frac{R}{L} = 2\alpha \Rightarrow \frac{d^2 U_C}{dt^2} + \text{разглежд}$$

$$2\alpha \frac{dU_C}{dt} + \omega_0^2 U_C = 0;$$

$$k^2 + 2\alpha k + \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow k_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2};$$

аме: (1)случай. $k_1 \neq k_2$ и $k_{1,2} \in \mathbb{R}$, тогава \Rightarrow

$$\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}; R > \frac{2L}{\sqrt{LC}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho \Rightarrow$$

$$U_C(t) = A_1 e^{k_1 t} + A_2 e^{k_2 t}$$

$$U_C(0) = U_0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{dU_C}{dt} \right)_{t=0^+} = ?$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{i}{C}; i = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{i(0^+)}{C} = 0$$

\Rightarrow решението на системата е:

$$U_C(0) = A_1 + A_2 = U_0; \frac{dU_C}{dt} =$$

$$k_1 A_1 e^{k_1 t} + k_2 A_2 e^{k_2 t};$$

$$\left(\frac{dU_C}{dt} \right)_{t=0^+} = k_1 A_1 + k_2 A_2 = 0;$$

$$A_1 + A_2 = U_0 \Rightarrow A_1 = \frac{-U_0 k_2}{k_1 - k_2};$$

$$k_1 A_1 + k_2 A_2 = 0; A_2 = \frac{U_0 k_1}{k_1 - k_2};$$

$$U_C(t) = \frac{U_0}{k_1 - k_2} (k_1 e^{k_2 t} - k_2 e^{k_1 t});$$

$$L = C \frac{dU}{dt} = \frac{CU_0}{k_1 - k_2} (k_1 k_2 e^{k_2 t} - k_1 k_2 e^{k_1 t});$$

$$k_1 k_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{2C};$$

$$i(t) = \frac{U_0}{2(k_1 k_2)} (e^{k_2 t} - e^{k_1 t});$$

$$U_L = L \frac{di}{dt} =$$

$$\frac{U_0}{k_1 - k_2} (k_2 e^{k_2 t} - k_1 e^{k_1 t}) = U_L(t);$$

(2)случай. D на характер. У-е да е нула $\Rightarrow \alpha = \omega_0$;

$$\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}; R = \frac{2L}{\sqrt{LC}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho; k_1 = k_2 = -\alpha$$

$$U_C(t) = A_1 e^{kt} + A_2 t e^{kt} = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t}$$

$$U_C(0) = A_1 = U_0; \frac{dU_C}{dt} = -$$

$$-\alpha U_0 e^{-\alpha t} + A_2 e^{-\alpha t} - A_2 \alpha t e^{-\alpha t};$$

$$\left(\frac{dU_C}{dt} \right)_{t=0^+} = 0 = -\alpha U_0 + A_2 = 0$$

$$\Rightarrow A_2 = \alpha U_0;$$

$$U_C(t) = U_0 e^{-\alpha t} + \alpha U_0 t e^{-\alpha t} = U_0 (1 + \alpha t) e^{-\alpha t};$$

(3)случай. D < 0 $\Rightarrow \alpha < \omega_0$;

$$\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}; R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho; R < 2\rho$$

има два компл. Спрегнати корена. $k_{1,2} = -\alpha \pm j\Omega, \Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2};$

$$T_3 = \frac{2\pi}{\Omega}; \text{период на затихващите трептения.}$$

Ω - честота на затихващите колебания;

$$U_C(t) = e^{-\alpha t} (M \cos \Omega t + N \sin \Omega t);$$

$$U_C(0) = M = U_0 \Rightarrow$$

$$U_C(t) = e^{-\alpha t} (U_0 \cos \Omega t + N \sin \Omega t);$$

$$\frac{dU_C}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t} (U_0 \cos \Omega t + N \sin \Omega t) +$$

$$+ e^{-\alpha t} (\Omega U_0 \sin \Omega t + \Omega N \cos \Omega t);$$

$$\left(\frac{dU_C}{dt} \right)_{t=0^+} = -\alpha U_0 + \Omega N = 0$$

$$\Rightarrow N = \frac{\alpha U_0}{\Omega};$$

$$U_C(t) = U_0 e^{-\alpha t} \left(\cos \Omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega t \right);$$

$$\cos \Omega t + \frac{\alpha}{\Omega} \sin \Omega t = B \sin(\Omega t + \theta);$$

$$B = \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\Omega} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha^2 + \Omega^2}{\Omega^2}} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\Omega^2}} = \frac{\omega_0}{\Omega}; \theta = \arctg \frac{\Omega}{\alpha};$$

$$U_C(t) = \frac{\omega_0}{\Omega} U_0 e^{-\alpha t} \sin(\Omega t + \theta);$$