

## 2.0. СТЕПЕНИ НА СВОБОДА И ВИДОВЕ МЕХАНИЗМИ. СТЕПЕНИ НА СВОБОДА НА ПРОСТРАНСТВЕН И РАВНИНЕН МЕХАНИЗЪМ. КОНСТРУКТИВНИ ОСОБЕНОСТИ. КЛАСИФИКАЦИЯ НА МЕХАНИЗМИТЕ. ЕЛЕМЕНТАРНИ ЛОСТОВИ МЕХАНИЗМИ

### 2.1. СТЕПЕНИ НА СВОБОДА НА МЕХАНИЗЪМ

**Степени на свобода на механизъм** са броят на променливите обобщени координати, чрез които се определят еднозначно положенията на всички звена спрямо стойката. По-кратко казано, степените на свобода на механизъм съвпадат с броя на независимите променливи обобщени координати.

Промяната на обобщените координати във времето дефинира еднозначно и движението на звената. Чрез обобщените координати се задава положението на звена с просто движение – ротация или трансляция. Тези звена се задвижват по някакъв начин, например ръчно, с електромагнити, хидро или пневмо-цилиндри, двигатели. Това показва, че степените на свобода са равни на броя на необходимите задвижвания на механизма и в частност на броя на двигателите.

Освен положенията на звената, чрез броя на степените на свобода може да се установи дали една кинематична верига притежава свойството мобилност, т. е. дали изследваната структура от звена и кинематични двоици е механизъм (звената се движат), или е неподвижна конструкция. Когато за броя на степените на свобода се получи резултат по-малък или равен нула, това показва, че разглежданата съвкупност от звена, свързани с кинематични двоици е неподвижна. Отрицателният резултат освен неподвижност показва колко пъти статично неопределима<sup>1</sup> е конструкцията.

### 2.2 ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СТЕПЕНИТЕ НА СВОБОДА НА ПРОСТРАНСТВЕН МЕХАНИЗЪМ

Всеки механизъм е пространствен и може да бъде разглеждан като такъв, защото звената на всички видове механизми се движат в пространството. Частни случаи на пространствените механизми са тези, на които са наложени допълнителни общи ограничения на относителните движения на звената. При **равнинните механизми** се установи, че общото ограничение е движение на звената в успоредни равнини. Съществуват и механизми наречени **сферични**, при които общите ограничения са сведени до движение на всички звена по сферични концентрични повърхнини с една неподвижна точка.

Нека е даден пространствен механизъм с  $n$  подвижни звена, които са свързани с  $p_i$  на брой двоици от клас  $i$  ( $i \in \{1, 2, \dots, 5\}$ ).

Понеже в пространството положението на всяко звено се определя чрез 6 обобщени координати следва, че общият брой на степените на свобода  $H$  на подвижните звена е

$$H=6n \quad (2.1)$$

Всяка двоица отнема брой степени на свобода равни на класа  $i$ , защото класът по определение е равен на броя на ограниченията. В такъв случай следва, че сумарният брой на наложените ограничения  $S$  от всички кинематични двоици е

$$S=5p_5+4p_4+3p_3+2p_2+p_1=\sum_{i=1}^5 ip_i \quad (2.2)$$

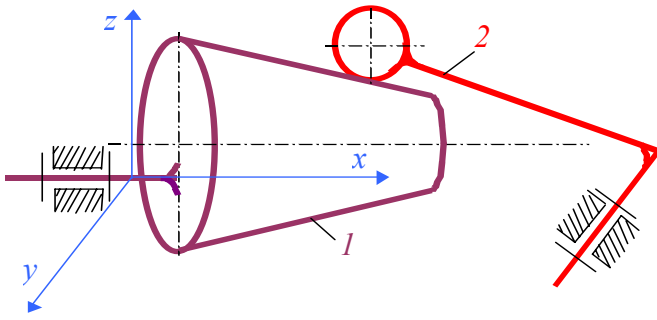
Броят на независимите обобщени координати, или степените на свобода на механизма  $h$  се получава, като от общия брой на обобщените координати се извади броят на ограниченията, от което следва формулата за броя на степените на свобода на пространствен механизъм

$$h=H-S=6n-\sum_{i=1}^5 ip_i \quad (2.3)$$

*Пример 2.1:* Да се определи броят на степените на свобода за показания на кинематичната схема (фиг. 2.1) пространствен гърбичен механизъм.

От кинематичната схема се вижда, че броят на подвижните звена  $n = 2$  (конусна гърбица 1 и кобилица 2). Механизмът притежава 2 въртящи кинематични двоици от 5-ти клас (първата между

<sup>1</sup> Свойството статична неопределимост се изучава в дисциплината Съпротивление на материалите и раздела Статика от Механиката.



Фиг. 2.1. Пространствен гърбичен механизъм

Резултатът показва, че положението на звената се определя от една обобщена координата (ъгълът на завъртане на гърбицата 1). Необходим е един двигател за задвижване на механизма.

### 2.3 СТЕПЕНИ НА СВОБОДА НА РАВНИНЕН МЕХАНИЗЪМ

Положението на всяко звено в равнината се определя с три координати. При равнинен механизъм с  $n$  на брой подвижни звена ще са необходими общо

$$H=3n \quad (2.4)$$

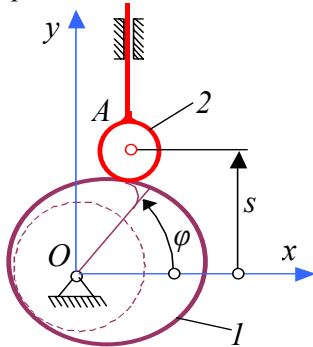
броя координати. От тях ще бъдат ограничени

$$S=2p_5-p_4, \quad (2.5)$$

защото се изясни (вж. &1, точка 1.4), че в равнината двоиците от 5 клас налагат 2 ограничения, а двоиците от 4 клас – едно. От тук следва формулата за броя на степените на свобода на равнинен механизъм

$$h = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (2.6)$$

Пример 2.2: Дадена е кинематична схема на равнинен гърбичен механизъм (фиг. 2.2). Да се определи броят на степените на свобода на механизма.



Фиг. 2.2. Равнинен гърбичен механизъм

Броят на подвижните звена (гърбицата 1 и плъзгачът 2) тук е  $n=2$ . Има две двоици от 5-ти клас  $p_5 = 2$ , като тази между гърбицата 1 и стойката е въртяща, а между плъзгача 2 и стойката е плъзгаща. Оформеният по окръжност край на плъзгача 2 и криволинейния контур на гърбицата 1 образуват контурна кинематична двоица, поради което  $p_4=1$ . След заместване във формула (2.6) е получено

$$h = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

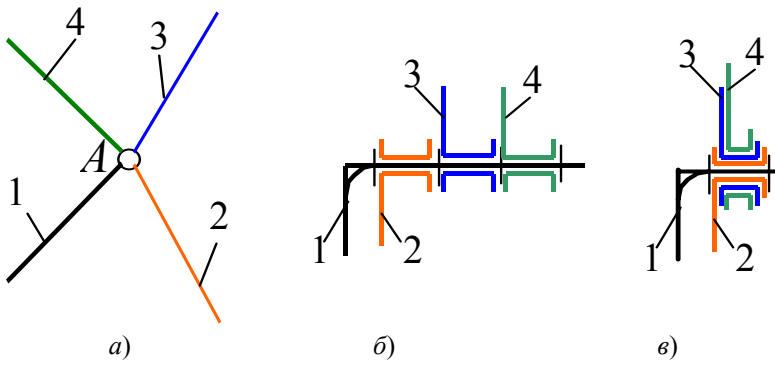
Резултатът показва, че само една обобщена координата, например ъгълът  $\varphi$  на който се завърта гърбицата е достатъчна за да дефинира еднозначно положенията на звената от механизма. Най-често в практиката при подобни гърбични механизми един електродвигател върти равномерно гърбицата, а изпълнителното звено 2 се премества

транслационно по променлив цикличен закон  $s=s(\varphi)$ , зависещ контура на гърбицата и от параметрите на механизма.

### 2.4 КОНСТРУКТИВНИ ОСОБЕНОСТИ, ВЛИЯЕЩИ НА СТЕПЕНИТЕ НА СВОБОДА

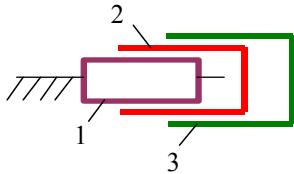
В следствие на някои конструктивни особености на механизмите, може да се окаже, че изведените за степените на свобода формули (2.3), (2.6) привидно не дават верен резултат. Причините за това се дължат на грешки при определяне на броя на кинематичните двоици, частни случаи на съотношенията на геометрични параметри, водещи до повтарящи се ограничения, или пасивни движения на звена. **Пасивно движение** извършва звено, което при произволно свое преместване не променя движенията (положенията) на останалите звена от механизма. **Пасивно звено** е звеното, носител на пасивното движение. **Пасивна кинематична двоица** е тази, която способства съществуването на пасивното движение.

При **многократни кинематични двоици** от пети клас може да се получат грешки от определянето на броя на двоиците. Причината за това е субективна и се дължи на схематичното означение на двоиците, което не отразява реално конструктивните особености на механизма.



Фиг. 2.3. Многократен шарнир

въртящите двоици е три, а не както изглежда на кинематичната схема, от която може грешно да се приеме, че има само един шарнир.

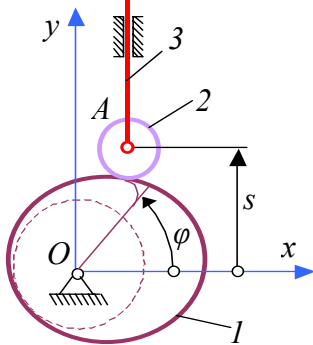


Фиг. 2.4. Многократен плъзгач

Съществуват механизми с многократни плъзгачи (фиг. 2.4), например телескопични антени. На фигурата са показани 4 звена (стойката с индекс 0 е едно от тези звена), свързани с 3 плъзгачи кинематични двоици между звената 0-1, 1-2 и 2-3. Лесно се доказва, че при многократен шарнир или плъзгач с  $n$  звена броят на двоиците е

$$p_5 = n - 1. \quad (2.7)$$

Характерно за механизмите с **излишна степен на свобода** е, че при тях броят на степените на свобода, пресметнати по формули (2.3) или (2.6) се получава по-голям от действителния. Разликата се дължи на факта, че формулите не отчитат някои частни случаи на геометричните параметри на механизмите. Резултатите получени от формулите са верни, но за общия случай, когато няма пасивни движения. При равнинните механизми най-често срещаното пасивно движение е въртене на кръгла ролка около собствения и център. Например показаният на фиг. 2.2. гърбищен механизъм ще работи по-добре, с по-малки сили на триене, ако вместо кръглия накрайник на звено 2 се добави ново звено ролка (фиг. 2.5).

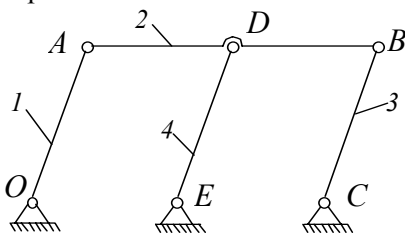


Фиг.2.5. Механизъм с пасивно звено ролка

Изпълнителното звено - плъзгачът 3 се свързва с ролката 2 чрез въртяща двоица, която е разположена в центъра  $A$  на окръжността. Очевидно е, че ротацията на ролката около центъра ѝ точка  $A$ , няма да промени положението на останалите звена. Следователно тази ротация е пасивна, новото звено 2 и кинематичната двоица в точка  $A$ , също са пасивни. Новият механизъм ще работи точно както този от фиг. 2.2, т.е. ще притежава една степен на свобода. Ако се приложи формула 2.6 се получава  $h = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$ . Резултатът показва, че трябва да се зададат положенията на две звена – гърбицата 1 и ролката 2. Установи се, че положението на ролката, така като е свързана, не оказва никакво влияние на останалите звена. Резултатът от формулата е валиден за

случая, когато въртящата двоица не съвпада с центъра на ролката. При анализ на механизъм с пасивно звено е необходимо да се изключи това звено и кинематичната двоица, която го свързва. За механизма от фиг. 2.5. трябва да се приеме, че няма шарнир в точка  $A$ , звена 2 и 3 с сливат в едно и се стига до механизма от Пример 2.2.

Характерно за механизмите с **недостатъчна степен на свобода** е че пресметнатият брой на степените на свобода се получава по-малък от действителния. Причините за това са повтарящите се ограничения на някои звена и кинематични двоици, които също се наричат пасивни. Повтарянето на



Фиг. 2.6. Механизъм с недостатъчна степен на свобода

ограниченията е следствие на частни геометрични отношения на размери и положения и ориентации на кинематични двоици. На фиг. 2.6. е дадена кинематичната схема на паралелограмен механизъм. Съотношението на размерите при него е:  $OA = BC = DE$ ;  $AD = OE$ ;  $DB = EC$ . Броят на степените на свобода от формула (2.6) е  $h = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$ , което означава, че механизмът не може да се движи, или това е неподвижна конструкция. Резултатът наистина е верен за произволни размери на звената. При така зададените

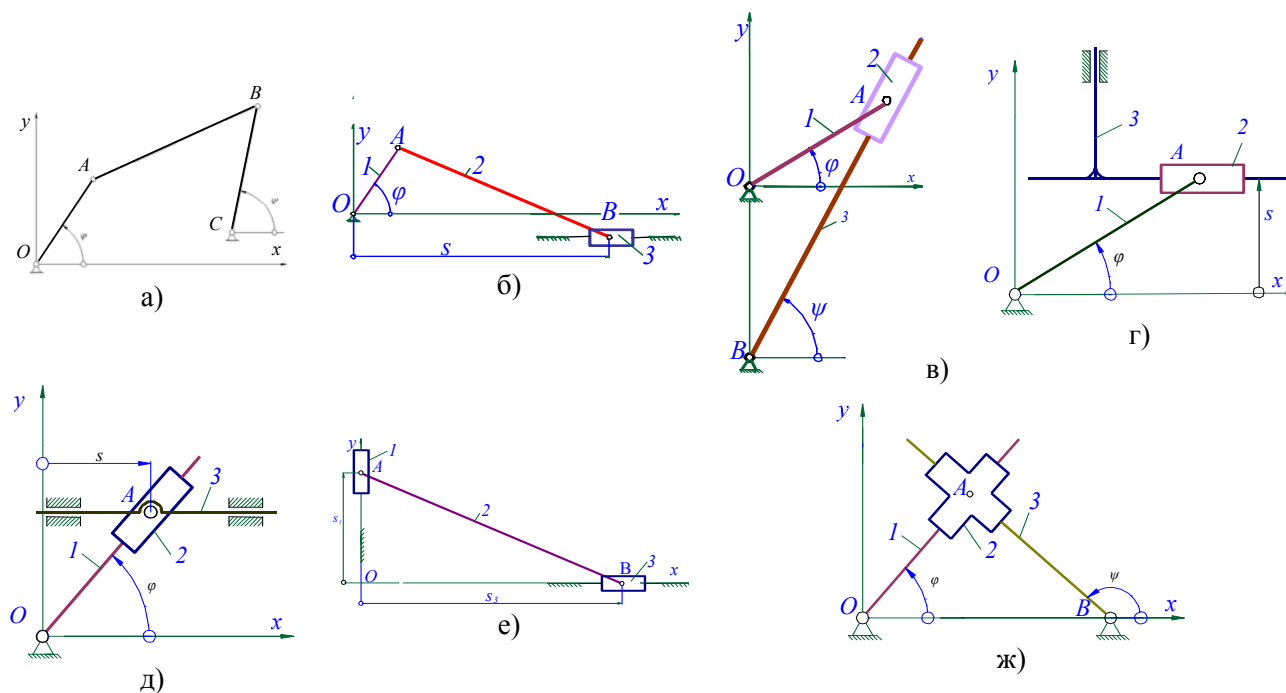
съотношения звено 2 се движи успоредно на  $OC$  и всяка негова точка има траектория окръжност. Центровете на окръжностите на траекториите на точки  $B$  и  $D$  са съответно точки  $C$  и  $E$ . Ако условно премахнем едно от звената 3 или 4, движението на останалите звена няма да се промени. Следователно може да се приеме, че едно от тези звена например 4 е пасивно и то да бъде отстранено. Тогава за степените на свобода се получава  $h=3n-2p_5-p_4=3.3-2.5-0=1$ , което отговаря на действителния брой за тази конфигурация и относителни размери.

## 2.5 ВИДОВЕ МЕХАНИЗМИ

Съществуват разнообразни критерии и признаци за класификация на механизмите. Например вече беше споменато, че в зависимост от **общите ограничения** на звената, механизмите се делят на **пространствени, равнинни и сферични**. В раздела “Структурна класификация” на дисциплината “Теория на механизмите и машините”, механизмите се подразделят на базата на степените на свобода и кинематични групи, наречени асурови, които са с нулева степен на свобода. Тази структурна теория не се изучава в настоящия курс поради съкратения обем на хорариума.

При **конструктивната класификация** се изхожда от вида на кинематичните двойци в механизмите.

**Лостови** са механизмите, които съдържат само кинематични двойци от пети клас. Най-проста структура имат равнинните механизми с една степен на свобода, съставени от четири (три от които подвижни) звена (фиг.2.7).



**Фиг. 2.7.** Елементарни лостови механизми: а) шарнирен четиризвненник; б) коляно-мотовилков механизъм; в) кулисен механизъм; г) синусен механизъм; д) тангенсен механизъм; е) елипсографен механизъм; ж) олдахмов механизъм.

Ако се приеме за база четиришарнирният механизъм (фиг. 2.7 а), другите може да се получат от него като се заменят един или два шарнира с плъзгачи. Названията на елементарните механизми следват от вида на звената или някои техни специални свойства. В зависимост от движенията, които могат да извършават и начинът им на свързване в механизма звената са получили следните названия:

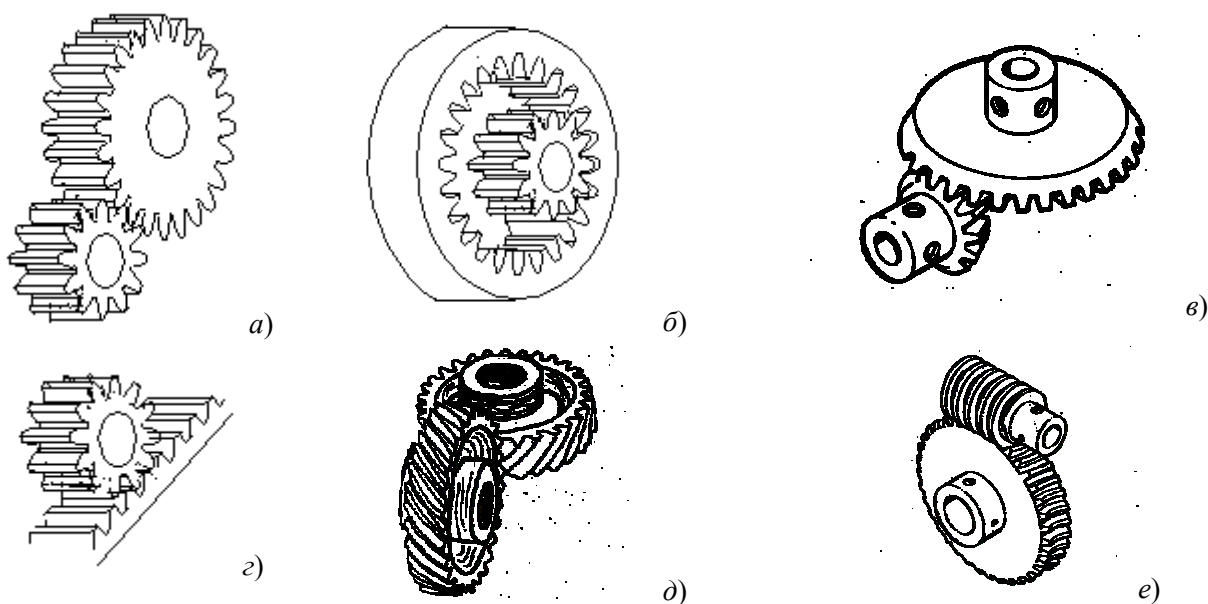
- **стойка** – неподвижно звено;
- **входно звено** (водещо, задвижващо, вход) звеното, посредством което механизмът се задвижва;
- **изходно** (водимо, задвижвано, изход) звеното, от което се получава необходимото движение, сили или информация;
- **коляно** – звено свързано само с въртящи двойци с другите звена и притежаващо една неподвижна въртяща двойца (т.е. има шарнир между стойката и това звено), около която може да направи пълен оборот. Коляното извършва просто въртливо движение. Ролята на коляно обикновено изпълняват звената с индекс 1 от механизми на фиг. 2.7 а) б) в) и г);

- **кобилица** – също както коляното, но не може да направи пълен оборот около неподвжния шарнир. Извършва просто въртливо движение, но то е с променлива посока, колебателно. При определени пропорции на размерите кобилица може да бъде звено 3 на шарнирния четиризвенник (фиг. 2.7 а);
- **мотовилка** – звено свързано чрез въртящи двоици към другите звена. Мотовилката извършва сложно равнинно движение. Такива са звената носещи индекс 2 за механизмите от фиг. 2.7 а), б) и е);
- **плъзгач** – звено образуващо плъзгаща двоица с едно звено и въртяща с друго. Например звено 3 на колянотомовилковия механизъм (фиг. 2.7 б), или звено 2 на кулисия механизъм (фиг. 2.7 в);
- **кулиса** – звено с въртливо или общо равнинно движение, носещо елементи на плъзгаща кинематична двоица. Кулисата е подвижна направляваща. Кулиси са звена 3 от кулисия механизъм (фиг. 2.7 в), звено 1 от тангенсия механизъм (фиг. 2.7 д) и звена 1 и 3 от олдхамовия механизъм (фиг. 2.7 ж).

Първите три елементарни механизми, показани на фиг. 2.7 са получили наименования от вида на звената. Синусният и тангенсия механизми осъществяват преместване на плъзгачите 3 съответно по синусен и тангенсен закон. Всяка точка от правата АВ на елипсографния механизъм има траектория елипса. Олдхамовия механизъм намира приложение в техниката за предаване на въртливо движение между звена с успоредни оси, които съвпадат неподвжните шарнири. Този механизъм е по-известен в практиката като олдхамов съединител.

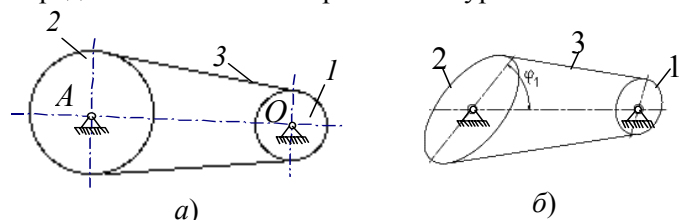
**Контурни механизми** са тези, които притежават поне една контурна кинематична двоица. Към тях се числят гърбичните механизми (фиг. 2.2, фиг. 2.5), характеризиращи се със сложен контур на входното звено наречено гърбица.

**Зъбните механизми** служат за предаване на въртеливи движения.



**Фиг. 2.8.** Зъбни колела и механизми: а) външна зъбна двойка с прави зъби; б) вътрешна зъбна двойка с прави зъби; в) конусни зъбни колела; г) зъбно колело и зъбна рейка; д) винтови зъбни колела е) червячна предавка

Основен елемент на тези механизми са зъбните колела (фиг. 2.8), които притежават повтарящи се с определена стъпка симетрични контури.



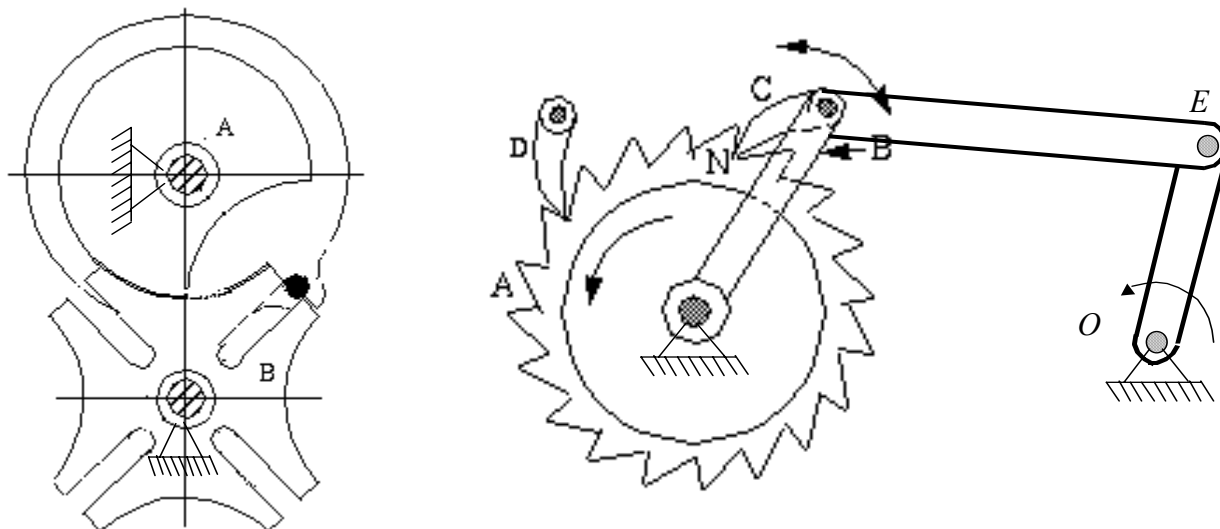
**Фиг. 2.9.** Ремъчни предавки: а) с кръгли ремъчни шайби; б) с некръгли ремъчни шайби

или повече звена с постоянни отношения. Такива са ремъчните (фиг. 2.9), верижните, зъбно-ремъчните предавки.

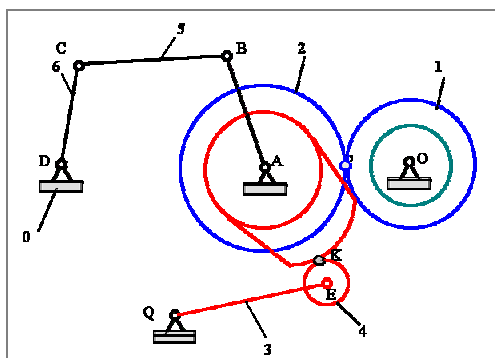
**Фрикционните механизми** преобразуват въртеливи движения чрез сили на триене между звената.

**Механизмите с гъвкави звена** предават движения посредством неразтегливи елементи (ленти, ремъци, вериги, въжета, корди), които частично или цялостно обхващат едно или повече профилирани звена. Най-широко приложение са намерили механизмите с кръгли профили на звената, чрез които се реализира предаване на скорости между две

В механизмите с прекъснато действие (фиг. 2.10) съществува звено, което за определен интервал от време остава неподвижно, въпреки постоянното движение на входното звено. Към този вид механизми се причисляват малтийските, хrapовите, както и някои специални лостови и контурни механизми.



Фиг. 2.10. Механизми с прекъснато действие а) малтийски механизъм б) хrapов механизъм



Фиг. 2.11. Комбиниран механизъм

**Комбинираните механизми** са съчетание на лостови, контурни, зъбни и други видове механизми. Изобразеният на фиг. 2.11 комбиниран механизъм е съставен от зъбни колела 1 и 2, гърбица 2, ролка 4, кобилица 3 и шарнирния четиризвенник със звена 2, 5 и 6

**Функционалната класификация на механизмите** се прави според вида на техническата задача, която се решава.

**Предавателен механизъм** се нарича този, които служи за генериране на зададена функция между звена с просто движение.

**Направляващите механизми** се прилагат за генериране на дадена траектория на точка от звено със сложно движение.

**Преместващите механизми** съчетават горните две задачи – преместване на точка от звено по зададена траектория и едновременна ориентация на звеното по зададен закон.